**Диаграмма Вороного и ее обобщения как результат решения непрерывных задач оптимального разбиения множеств**

**Е.М. Киселева, Л.С. Коряшкина, А.А. Михалева**

*Днепропетровский национальный университет имени Олеся Гончара*

[*kiseleva47@mail.ru*](mailto:kiseleva47@mail.ru)*,* [*koryashkinals@mail.ru*](mailto:koryashkinals@mail.ru)*,* [*alexxme@mail.ru*](mailto:pravdivix@gmail.com)

Как известно, диаграмма Вороного конечного множества *М* точек на плоскости представляет собой разбиение плоскости, при котором каждая область этого разбиения образует множество точек, более близких к одному из элементов заданного множества *М*, чем к любому другому элементу этого множества. Диаграммы Вороного – достаточно хорошо изученный объект. В литературе по вычислительной геометрии [1] известны алгоритм Бойер-Ватсона генерации диаграммы Вороного в случае любого числа измерений; алгоритм Форчуна для генерации диаграммы Вороного из набора точек на плоскости; алгоритма Ллойда, он же алгоритм K-средних кластеризации, адаптивные алгоритмы и др. Однако все эти алгоритмы весьма сложны.

Основой для обобщения приведенного выше определения диаграммы Вороного служат такие его элементы, как множество точек, плоскость, один элемент, а также формулы, по которым определяется близость двух точек. Различные приложения диаграммы Вороного вызывают появление различных ее вариаций, а, следовательно, и необходимость разработки новых алгоритмов их построения. Среди наиболее известных обобщений диаграммы Вороного, имеющих широкий спектр практических приложений, следует выделить:

1. диаграмму Вороного дальней точки, определяющую области, содержащие точки, более близкие подмножеству из |*M*|–1 элементов заданного множества *M*, чем к любому другому подмножеству с таким же числом элементов;
2. аддитивно взвешенную диаграмму Вороного;
3. мультипликативно взвешенную диаграмму Вороного;
4. комплексы ячеек Дирихле или диаграмму Пауэра (диаграмму Лагерра);
5. приближенные (нечеткие) диаграммы Вороного, в которых клетки Вороного имеют нечеткие границы;
6. динамические диаграммы Вороного;
7. диаграммы Вороного с ограничениями на мощности точек-генераторов;
8. разбиения Вороного, основанные на эффективности и др.

В работе демонстрируется возможность построения всех перечисленных и других вариаций диаграммы Вороного на основе единого подхода: формулирования непрерывной задачи оптимального разбиения множества с соответствующим критерием качества разбиения и применения разработанного в [2] математического и алгоритмического аппарата решения таких задач.

# **Препарата Ф., Шеймос М. Вычислительная геометрия: Введение.**/Под редакцией Ю. М. Банковского. – М.: Мир, 1989. –— 478 c.

# **Киселева Е.М, Шор Н.З. Непрерывные задачи оптимального разбиения** множеств: теория, алгоритмы, приложения: Монография. – К., 2005. – 564 с.