Reporte Actividad 7

Eduardo Hndz.

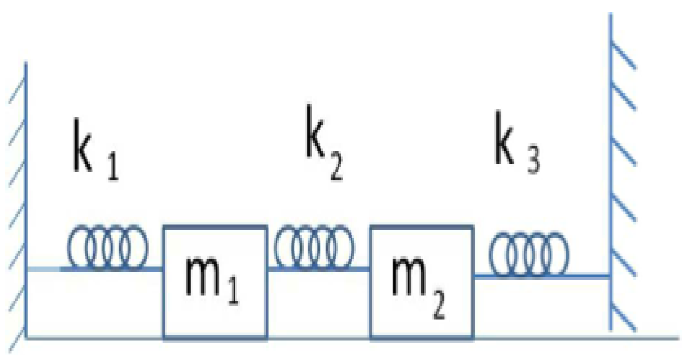
May 11, 2018

1 Introducción

En esta actividad comenzamos analizando acerca de las ecuaciones diferenciales de 2do orden asumiendo que es un sistema de dos resortes con dos pesos distintos y que se comportan acorde a la *Ley de Hooke*.
Para diferenciar y poder sustituir una ecuacion en la otra, el comportamiento de cada masa puede ser determinado por una ecuación diferencial lineal de cuarto orden.

1.1 Modelo De Resortes Acoplados

El Modelo cosiste en dos resortes y dos pesos. cada resorte con constante elástica distinta del cual cuelga un peso en el extremo de este.



1.1.1 Asumiendo *Ley de Hooke*

Se asume que existe en caso de oscilaciones muy pequeñas, así las fuerzas de restauración sobre este resorte son de la forma $-kx$, ya que la masa superior está unida a ambos resortes, podemos ver que actuan dos fuerzas sobres esta.
Al analizar notamos que la fuerza de restauración del segundo resorte tiene forma $k_2(x_2 - x_1)$.
Realizando análisis mediante la *Segunda Ley de Newton* para descripción del movimiento podemos notar lo siguiente :

1. $$m_1\ddot{x_1} = -k_1x_1 - k_[2](x_2 - x_1) \tag{1}$$

2. $$m_2\ddot{x_2} = -k_2(x_2 - x_[1]) \tag{2}$$

2 Desarrollo

En esta actividad procedimos a resolver un sistema de dos resortes cada uno con su respectiva masa,para esto nos auxiliamos de un código(figura1) proporcionado por el profesor, el cual describe el comportamiento de dichos resortes.

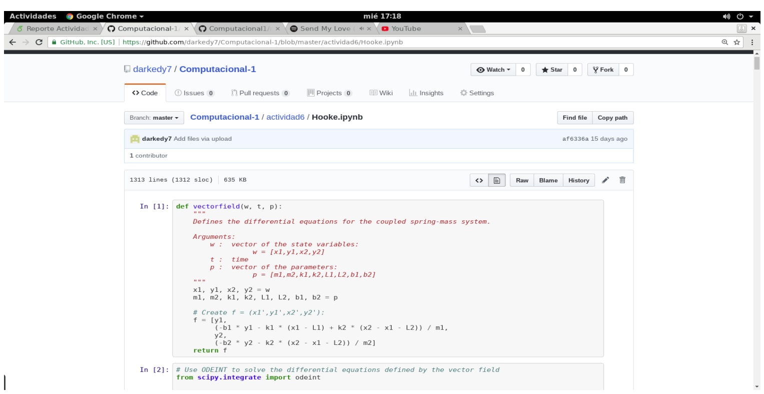


Figure 1:

En el código ilustrado se encuentran dos funciones, las cuales se expresaron de tal forma que fuera más fácil de resolver la ecuación diferencial que describe el movimiento de dichos resortes.
Posteriormente tuvimos que aprender a usar el comando *odeint* el cual en python nos sirve para resolver integrar un sistema de ecuciones diferenciales ordinarias. ya hecho el código, lo corrimos con las condiciones iniciales que venían en el ejemplo y el resultado fue como se muestra en la figura2 del reporte anterior

3 Trabajo alumno

Una vez que supimos como funcionaba el código procedimos a utilizarlo paradescribir el comportamiento resortes con nuevos datos, esta vez ignorando el coeficiente de fricción. En los ejemplos que realizamos despreciamos los coeficientes de fricción y el elongamiento natural del resorte, así como también asumimos que las masas eran iguales,los datos que se cambiaron fueron las condiciones iniciales en cada ejercicio.

4 Agregando no linelidad

Si asumimos que las fuerzas de contracción son no linerales, podemos modificar el modelo. En lugar de asumir que las fuerza de contracción son de la forma $-kx$ *(Ley de Hooke)* , asumimos que son de la forma $-kx + \mu x^3$. De tal forma que nuestro modelo queda como sigue :

1. $$m_1\ddot{x_1} = -\delta_1\dot{x_1} - k_1x_1 + \mu_1x_1^3 - k_2(x_1 - x_2) + \mu_2(x_1 - x_2)^3 \tag{3}$$

2. $$m_2\ddot{x_2} = -\delta_2\dot{x_2} - k_2(x_2 - x_1) + \mu_2(x_2 - x_1)^3 \tag{4}$$

4.1 Actividad Alumno

Una vez cambiada la ecuación diferencial con la que ibamos a trabajar hicemos tres ejemplos para observar como difiere el comportamiento del sistema al agregar *no linealidad* con respecto al sistema lineal.

4.1.1 ejemplo1

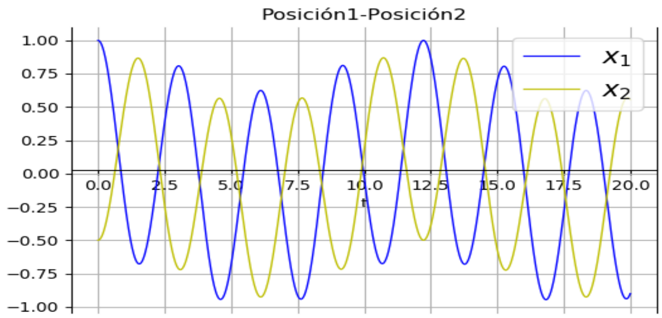


Figure 2: Desplazamiento masa 1 y 2,masas=1, k=(4.0,1.808),Coeficiente de fricción= (0.0,0.0), Coeficientes no lineales= (-1/6, -1/10), condiciones iniciales= (1,0,-1/2,0)

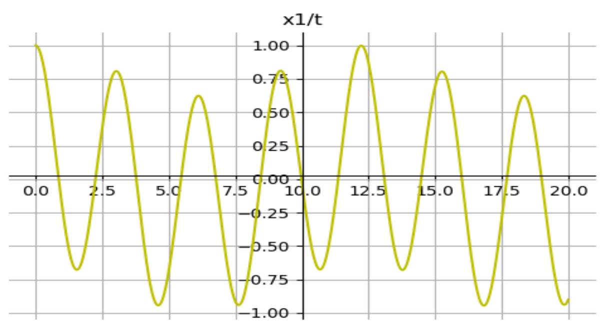


Figure 3: Desplazamiento 1 Vs t

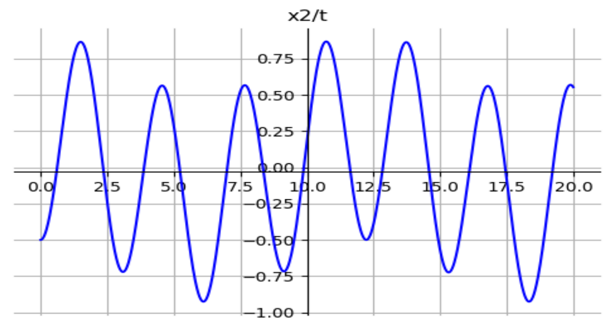


Figure 4: Desplazamiento 2 Vs. t

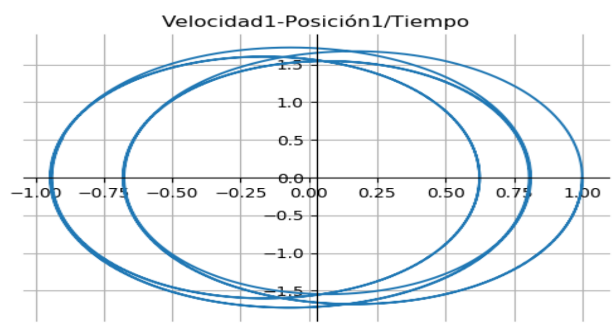


Figure 5: fase 1 Vs. x1

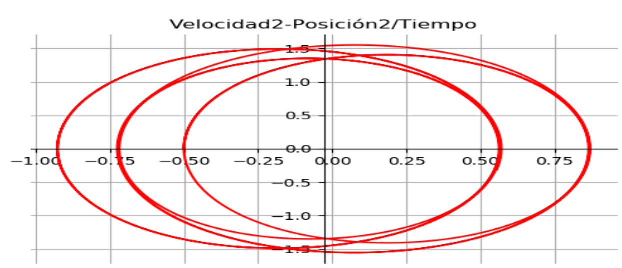


Figure 6: fase 2 Vs. x2

Figure 7: x1 Vs. x2

4.1.2 Ejemplo 2

En este ejercicios tomamos las siguientes consideraciones:

1. $m_1 = m_2 = 1$
2. $k_1 = 0.4, k_2 = 1.808$
3. $\delta_1 = \delta_2 = 0$
4. $\mu_1 = -1/6, \mu_2 = -1/10$
5. condiciones iniciales = (-1/2,1/2,3.001,5.9)

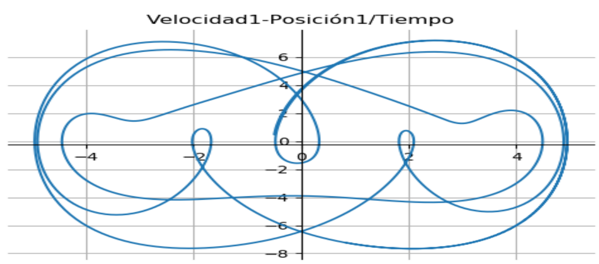


Figure 8: fase 1 Vs. x1

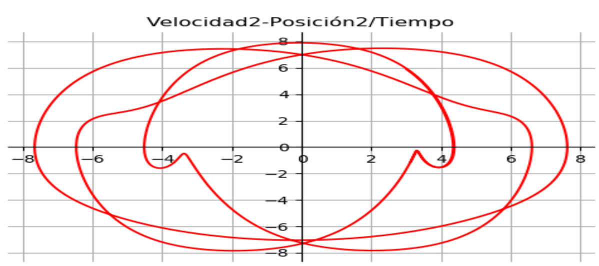


Figure 9: fase 2 Vs. x2

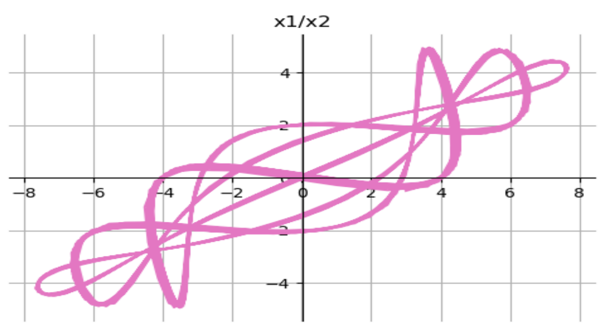


Figure 10: x1 Vs. x2

4.1.3 Ejemplo 3

En este ejercicios tomamos las siguientes consideraciones:

1. $m_1 = m_2 = 1$
2. $k_1 = 0.4, k_2 = 1.808$
3. $\delta_1 = \delta_2 = 0$
4. $\delta_1 = -1/6, \delta_2 = -1/10$
5. condiciones iniciales = (-1/2,1/2,3.001,5.9)

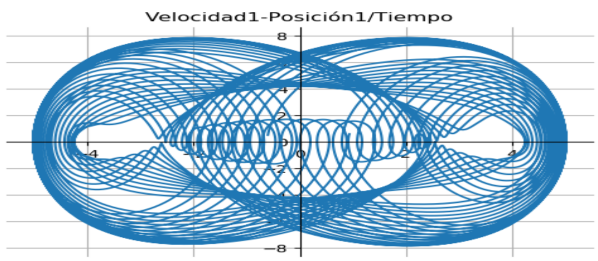


Figure 11: fase 1 Vs. x1

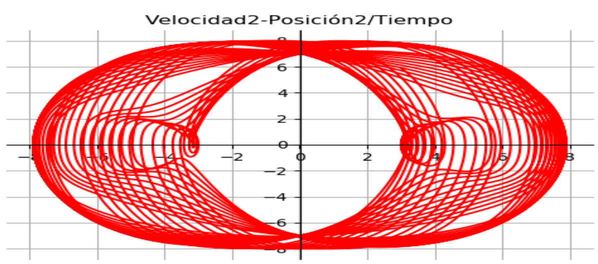


Figure 12: fase 2 Vs. x2

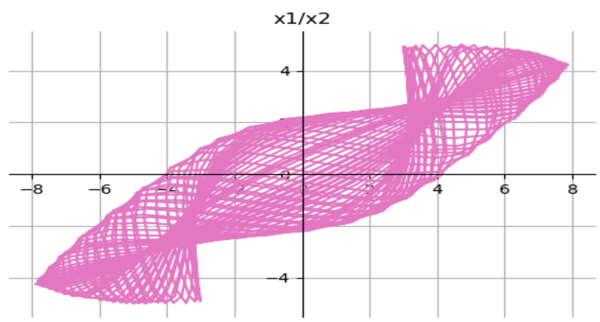


Figure 13: x1 Vs. x2

4.2 Agregando Fuerza

Es de simple importancia agregar una fuerza externa al modelo,de tal forma que podemos tomar los pesos diferentes. Del supuesto de asumir que la fuerza es de forma sinosoidal simple, el modelo queda como sigue :

1. $$m_1\ddot{x_1} = -\delta_1\dot{x_1} - k_1x_1 + \mu_1x_1^3 - k_2(x_1 - x_2) + \mu_2(x_1 - x_2)^3 + F_1\cos(\omega_1 t) \quad (5)$$

2. $$m_2\ddot{x_2} = -\delta_2\dot{x_2} - k_2(x_2 - x_1) + \mu_2(x_2 - x_1)^3 + F_2\cos(\omega_2 t) \quad (6)$$

El rango del movimiento para un modelo no lineal es muy vasto. Esperamos encontrar soluciones con frontera y sin frontera (resonancia no lineal), soluciones periódicas que comparten el periodo con la fuerza (soluciones armónicas) y solucones que son periódicas o múltiplo del periodo manejado (soluciones sub armónicas) y soluciones periódicas de estado estables (ciclos límite en la fase plana).

4.2.1 Ejemplo

En el Siguiente Ejemplo que fue bajo la acción de fuerzas externas, se tomarón en cuenta los siguientes datos:

1. $k_1 = 2/5$,$k_2 = 1$
2. $\delta_1 = 1/10$, $\delta_{2=}1/5$
3. $\mu_1 = 1/6$, $\mu_2 = 1/10$
4. $F_1 = 1/3$, $F_2 = 1/5$
5. $\omega_1 = 1$,$\omega_2 = 3/5$,
6. condiciones iniciales= (0.7,0,0.1,0)

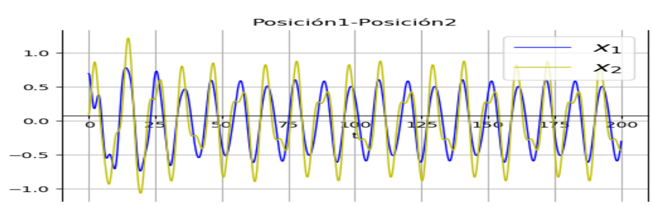


Figure 14: Posición 1 y 2 Vs t

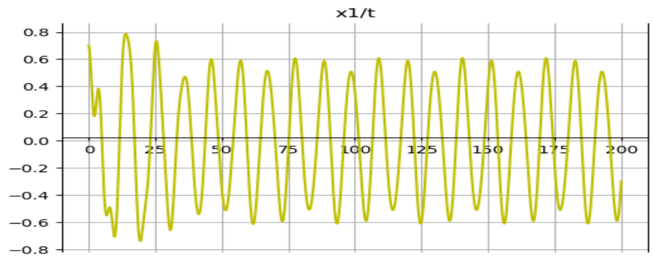


Figure 15: Desplazamiento 1 Vs t

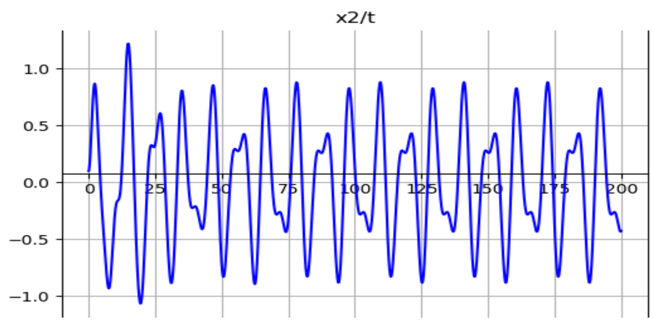


Figure 16: Desplazamiento 2 Vs. t

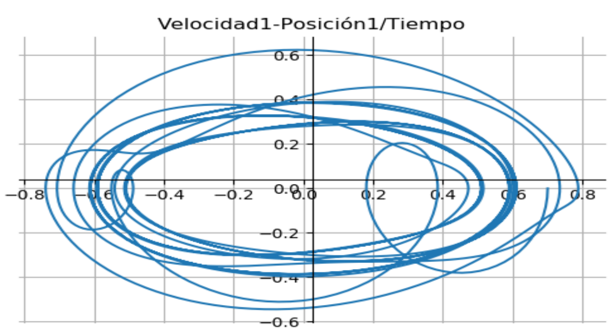


Figure 17: fase 1 Vs. x1

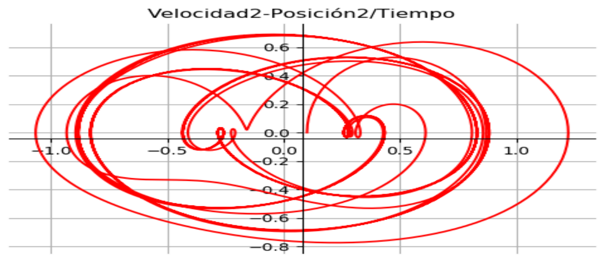


Figure 18: fase 2 Vs. x2

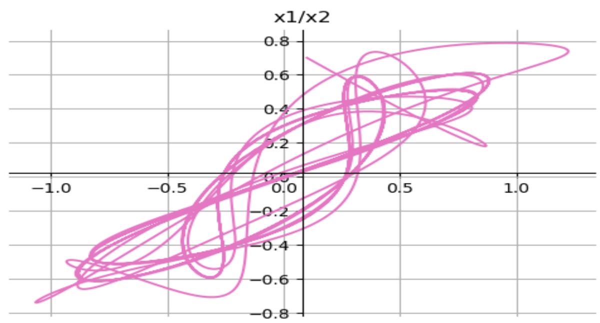


Figure 19: x1 Vs. x2

Cyclos de fase

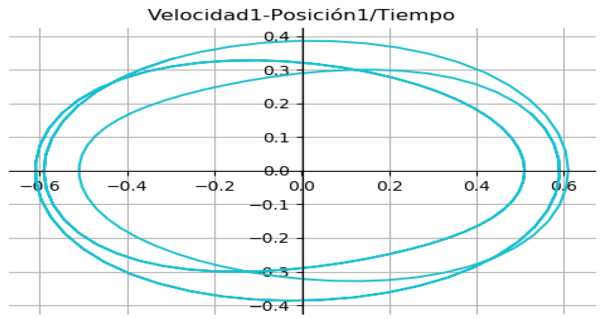


Figure 20: Límite de Ciclo - Resorte 1

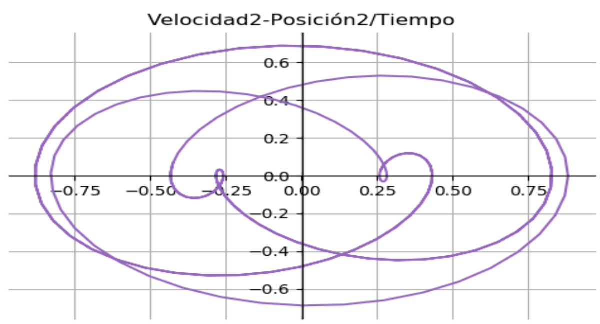


Figure 21: Límite de Ciclo - Resorte 2

4.3 Apendice

- *¿Qué más te llama la atención de la actividad completa? ¿Que se te hizo menos interesante?*
  Se me hizo interesante el tener que construir nosotros la ecuación para poder resolver los problemas.

- *De un sistema de masas acopladas como se trabaja en esta actividad, hubieras pensado que abre toda una nueva área de fenómenos no lineales?*
  La verdad no hubiera pensado en eso.

- *¿Qué propondrías para mejorar esta actividad?*
  Nada, la verdad está muy completa ya que hay cosas que uno tiene que investigar y descubrir a prueba y error o preguntando.

- *¿Te ha parecido interesante este reto?*
  Muy interesante.

- *¿Quisieras estudiar mas este tipo de fenómenos no lineales?*
  La verdad sí, ya que al parecer todos los fenómenos que nos rodean son de este tipo.