

2023 年高教社杯全国大学生数学建模竞赛题目

(请先阅读“全国大学生数学建模竞赛论文格式规范”)

A 题 定日镜场的优化设计

构建以新能源为主体的新型电力系统，是我国实现“碳达峰”“碳中和”目标的一项重要措施。塔式太阳能光热发电是一种低碳环保的新型清洁能源技术[1]。

定日镜是塔式太阳能光热发电站（以下简称塔式电站）收集太阳能的基本组件，其底座由纵向转轴和水平转轴组成，平面反射镜安装在水平转轴上。纵向转轴的轴线与地面垂直，可以控制反射镜的方位角。**水平转轴的轴线与地面平行，可以控制反射镜的俯仰角，定日镜及底座示意图见图 1。两转轴的交点（也是定日镜中心）离地面的高度称为定日镜的安装高度。**塔式电站利用大量的定日镜组成阵列，称为定日镜场。定日镜将太阳光反射汇聚到安装在镜场中吸收塔顶端上的集热器，加热其中的导热介质，并将太阳能以热能形式储存起来，再经过热交换实现由热能向电能的转化。**太阳光并非平行光线，而是具有一定锥形角的一束锥形光线，因此太阳入射光线经定日镜任意一点的反射光线也是一束锥形光线[2]。**定日镜在工作时，控制系统根据太阳的位置实时控制定日镜的法向，使得太阳中心点发出的光线经定日镜中心反射后指向集热器中心。**集热器中心的离地高度称为吸收塔高度。**



图 1 定日镜及底座示意图

(<https://baike.baidu.com/item/%E5%AE%9A%E6%97%A5%E9%95%9C/9109957>)

现计划在中心位于**东经 98.5°，北纬 39.4°，海拔 3000 m，半径 350 m**的圆形区域内建设一个**圆形定日镜场**（图 2）。以圆形区域中心为原点，正东方向为 x 轴正向，正北方向为 y 轴正向，垂直于地面向上方向为 z 轴正向建立坐标系，称为镜场坐标系。

规划的吸收塔高度为 80 m，集热器采用高 8 m、直径 7 m 的圆柱形外表受光式集热器。吸收塔周围 100 m 范围内不安装定日镜，留出空地建造厂房，用于安装发电、储能、控制等设备。定日镜的形状为**平面矩形**，其上下两条边始终平行于地面，这两条边之间的距离称为**镜面高度**，镜面左右两条边之间的距离称为**镜面宽度**，通常**镜面宽度不小于镜面高度**。**镜面边长在 2 m 至 8 m 之间，安装高度在 2 m 至 6 m 之间，安装高度必须保证镜面在绕水平转轴旋转时不会触及地面。**由于维护及清洗车辆行驶的需要，要求相邻**定日镜底座中心之间的距离比镜面宽度多 5 m 以上**。

为简化计算，**本问题中所有“年均”指标的计算时点均为当地时间每月 21 日 9:00、10:30、12:00、13:30、15:00。**



图 2 圆形定日镜场示意图（金台资讯，2021-11-22）

请建立模型解决以下问题：

问题 1 若将吸收塔建于该圆形定日镜场中心，定日镜尺寸均为 $6\text{ m} \times 6\text{ m}$ ，安装高度均为 4 m ，且给定所有定日镜中心的位置（以下简称为定日镜位置，相关数据见附件），请计算该定日镜场的年平均光学效率、年平均输出热功率，以及单位镜面面积年平均输出热功率（光学效率及输出热功率的定义见附录）。请将结果分别按表 1 和表 2 的格式填入表格。

问题 2 按设计要求，定日镜场的额定年平均输出热功率（以下简称额定功率）为 60 MW 。若所有定日镜尺寸及安装高度相同，请设计定日镜场的以下参数：吸收塔的位置坐标、定日镜尺寸、安装高度、定日镜数目、定日镜位置，使得定日镜场在达到额定功率的条件下，单位镜面面积年平均输出热功率尽量大。请将结果分别按表 1、2、3 的格式填入表格，并将吸收塔的位置坐标、定日镜尺寸、安装高度、位置坐标按模板规定的格式保存到 result2.xlsx 文件中。

问题 3 如果定日镜尺寸可以不同，安装高度也可以不同，额定功率设置同问题 2，请重新设计定日镜场的各个参数，使得定日镜场在达到额定功率的条件下，单位镜面面积年平均输出热功率尽量大。请将结果分别按表 1、表 2 和表 3 的格式填入表格，并将吸收塔的位置坐标、各定日镜尺寸、安装高度、位置坐标按模板规定的格式保存到 result3.xlsx 文件中。

表 1 问题 X 每月 21 日平均光学效率及输出功率

日期	平均光学效率	平均余弦效率	平均阴影遮挡效率	平均截断效率	单位面积镜面平均输出热功率 (kW/m^2)
1月 21 日					
2月 21 日					
3月 21 日					
4月 21 日					
5月 21 日					
6月 21 日					
7月 21 日					
8月 21 日					
9月 21 日					
10月 21 日					
11月 21 日					
12月 21 日					

表 2 问题 X 年平均光学效率及输出功率表

年平均光学效率	年平均余弦效率	年平均阴影遮挡效率	年平均截断效率	年平均输出热功率 (MW)	单位面积镜面年平均输出热功率 (kW/m ²)

表 3 问题 X 设计参数表

吸收塔位置坐标	定日镜尺寸 (宽 × 高)	定日镜安装高度 (m)	定日镜总面数	定日镜总面积 (m ²)

注 在表 3 中填入问题 3 的结果时，“定日镜尺寸”及“定日镜安装高度”两栏可空缺

附录 相关计算公式

- 太阳高度角 α_s [3]

$$\sin \alpha_s = \cos \delta \cos \varphi \cos \omega + \sin \delta \sin \varphi$$

- 太阳方位角 γ_s [4]

$$\cos \gamma_s = \frac{\sin \delta - \sin \alpha_s \sin \varphi}{\cos \alpha_s \cos \varphi}$$

其中 φ 为当地纬度，北纬为正； ω 为太阳时角

$$\omega = \frac{\pi}{12}(ST - 12),$$

其中 ST 为当地时间， δ 为太阳赤纬角[5]

$$\sin \delta = \sin \frac{2\pi D}{365} \sin \left(\frac{2\pi}{360} 23.45 \right),$$

其中 D 为以春分作为第 0 天起算的天数，例如，若春分是 3 月 21 日，则 4 月 1 日对应 $D = 11$ 。

- 法向直接辐射辐照度 DNI (单位: kW/m²) 是指地球上垂直于太阳光线的平面单位面积上、单位时间内接收到的太阳辐射能量，可按以下公式近似计算[6]

$$\begin{aligned} DNI &= G_0 \left[a + b \exp \left(-\frac{c}{\sin \alpha_s} \right) \right], \\ a &= 0.4237 - 0.00821(6 - H)^2, \\ b &= 0.5055 + 0.00595(6.5 - H)^2, \\ c &= 0.2711 + 0.01858(2.5 - H)^2, \end{aligned}$$

其中 G_0 为太阳常数，其值取为 1.366 kW/m²， H 为海拔高度 (单位: km)。

- 定日镜场的输出热功率 E_{field} 为

$$E_{\text{field}} = DNI \cdot \sum_i^N A_i \eta_i,$$

其中 DNI 为法向直接辐射辐照度； N 为定日镜总数 (单位: 面)； A_i 为第 i 面定日镜采光面积 (单位: m²)； η_i 为第 i 面镜子的光学效率。

- 定日镜的光学效率 η 为

$$\eta = \eta_{\text{sb}} \eta_{\text{cos}} \eta_{\text{at}} \eta_{\text{trunc}} \eta_{\text{ref}},$$

其中

阴影遮挡效率 $\eta_{sb} = 1 - \text{阴影遮挡损失}$,

余弦效率 $\eta_{cos} = 1 - \text{余弦损失}$,

大气透射率 $\eta_{at} = 0.99321 - 0.0001176d_{HR} + 1.97 \times 10^{-8} \times d_{HR}^2$ ($d_{HR} \leq 1000$) [7],

集热器截断效率 $\eta_{trunc} = \frac{\text{集热器接收能量}}{\text{镜面全反射能量} - \text{阴影遮挡损失能量}}$,

镜面反射率 η_{ref} 可取为常数, 例如 0.92,

其中 d_{HR} 表示镜面中心到集热器中心的距离 (单位: m)。

参考文献

- [1] 24 小时连续发电! “清洁+储能+调峰”, 超万亩定日镜“绽放”戈壁滩, CNTV, 13 频道, 新闻直播间, 2023 年 8 月 14 日 16:46:23.
- [2] 张平等, 太阳能塔式光热镜场光学效率计算方法[J], 技术与市场, 2021, 28(6):5-8.
- [3] 百度百科, 太阳高度角,
https://baike.baidu.com/item/%E5%A4%AA%E9%98%B3%E9%AB%98%E5%BA%A6%E8%A7%92?fromModule=lemma_search-box
- [4]百度百科, 太阳方位角,
https://baike.baidu.com/item/%E5%A4%AA%E9%98%B3%E6%96%B9%E4%BD%8D%E8%A7%92?fromModule=lemma_search-box
- [5] 蔡志杰, 太阳影子定位[J], 数学建模及其应用, 2015, 4(4):25-33.
- [6] 杜宇航等, 塔式光热电站定日镜不同聚焦策略的影响分析[J], 动力工程学报, 2020, 40(5):426-432.
- [7] O. Farges, J.J. Bezian, M. El Hafi, Global optimization of solar power tower systems using a Monte Carlo algorithm: Application to a redesign of the PS10 solar thermal power plant [J], Renewable Energy, 2018, 119:345-353.