



## 《高数》试卷1(上)

一. 选择题(将答案代号填入括号内, 每题3分, 共30分).

1. 下列各组函数中, 是相同的函数的是 ( ).

(A)  $f(x) = \ln x^2$  和  $g(x) = 2 \ln x$

(B)  $f(x) = |x|$  和

$g(x) = \sqrt{x^2}$

(C)  $f(x) = x$  和  $g(x) = (\sqrt{x})^2$

(D)  $f(x) = \frac{|x|}{x}$  和  $g(x) = 1$

2. 函数  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{\sin x + 4} - 2}{\ln(1+x)} & x \neq 0 \\ a & x = 0 \end{cases}$  在  $x=0$  处连续, 则  $a =$  ( ).

(A) 0

(B)  $\frac{1}{4}$

(C) 1

(D) 2

3. 曲线  $y = x \ln x$  的平行于直线  $x - y + 1 = 0$  的切线方程为 ( ).

(A)  $y = x - 1$

(B)  $y = -(x + 1)$

(C)  $y = (\ln x - 1)(x - 1)$

(D)  $y = x$

4. 设函数  $f(x) = |x|$ , 则函数在点  $x=0$  处 ( ).

(A) 连续且可导

(B) 连续且可微

(C) 连续不可导

(D) 不连续不可微

5. 点  $x=0$  是函数  $y = x^4$  的 ( ).

(A) 驻点但非极值点

(B) 拐点

(C) 驻点且是拐点

(D) 驻点且是极值点

6. 曲线  $y = \frac{1}{|x|}$  的渐近线情况是 ( ).

(A) 只有水平渐近线

(B) 只有垂直渐近线

(C) 既有水平渐近线又有垂直渐近线

(D) 既无水平渐近线又无垂直渐近线

7.  $\int f' \left( \frac{1}{x} \right) \frac{1}{x^2} dx$  的结果是 ( ).

(A)  $f \left( -\frac{1}{x} \right) + C$

(B)  $-f \left( -\frac{1}{x} \right) + C$

(C)  $f \left( \frac{1}{x} \right) + C$

(D)  $-f \left( \frac{1}{x} \right) + C$

8.  $\int \frac{dx}{e^x + e^{-x}}$  的结果是 ( ).

(A)  $\arctan e^x + C$

(B)  $\arctan e^{-x} + C$

(C)  $e^x - e^{-x} + C$

(D)  $\ln(e^x + e^{-x}) + C$



9. 下列定积分为零的是 ( ).

(A)  $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{\arctan x}{1+x^2} dx$  (B)  $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} x \arcsin x dx$  (C)  $\int_{-1}^1 \frac{e^x + e^{-x}}{2} dx$  (D)

$\int_{-1}^1 (x^2 + x) \sin x dx$

10. 设  $f(x)$  为连续函数, 则  $\int_0^1 f'(2x) dx$  等于 ( ).

(A)  $f(2) - f(0)$  (B)  $\frac{1}{2}[f(11) - f(0)]$  (C)  $\frac{1}{2}[f(2) - f(0)]$  (D)  $f(1) - f(0)$

二. 填空题 (每题 4 分, 共 20 分)

1. 设函数  $f(x) = \begin{cases} \frac{e^{-2x} - 1}{x} & x \neq 0 \\ a & x = 0 \end{cases}$  在  $x = 0$  处连续, 则  $a =$  \_\_\_\_\_.

2. 已知曲线  $y = f(x)$  在  $x = 2$  处的切线的倾斜角为  $\frac{5}{6}\pi$ , 则  $f'(2) =$  \_\_\_\_\_.

3.  $y = \frac{x}{x^2 - 1}$  的垂直渐近线有 \_\_\_\_\_ 条.

4.  $\int \frac{dx}{x(1 + \ln^2 x)} =$  \_\_\_\_\_.

5.  $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (x^4 \sin x + \cos x) dx =$  \_\_\_\_\_.

三. 计算 (每小题 5 分, 共 30 分)

1. 求极限

①  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{1+x}{x} \right)^{2x}$  ②  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x(e^{x^2} - 1)}$

2. 求曲线  $y = \ln(x + y)$  所确定的隐函数的导数  $y'_x$ .

3. 求不定积分

①  $\int \frac{dx}{(x+1)(x+3)}$  ②  $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - a^2}} \quad (a > 0)$  ③  $\int x e^{-x} dx$

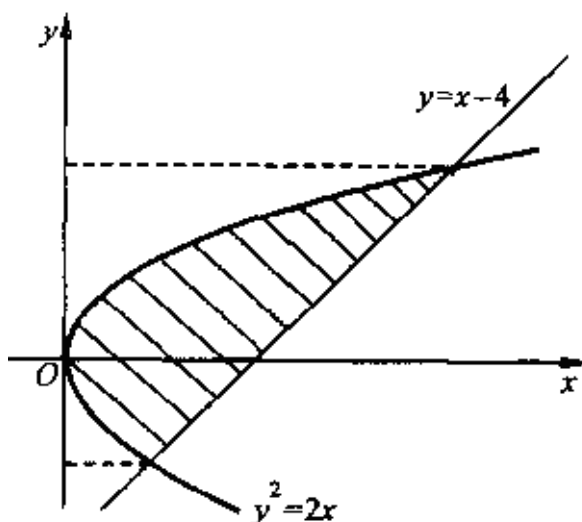
四. 应用题 (每题 10 分, 共 20 分)

1. 作出函数  $y = x^3 - 3x^2$  的图像.





2. 求曲线  $y^2 = 2x$  和直线  $y = x - 4$  所围图形的面积.



### 《高数》试卷 1 参考答案

一. 选择题

1. B 2. B 3. A 4. C 5. D 6. C 7. D 8. A 9. A 10. C

二. 填空题

1.  $-2$  2.  $-\frac{\sqrt{3}}{3}$  3.  $2$  4.  $\arctan \ln x + c$  5.  $2$

三. 计算题

1 ①  $e^2$  ②  $\frac{1}{6}$  2.  $y'_x = \frac{1}{x+y-1}$

3. ①  $\frac{1}{2} \ln \left| \frac{x+1}{x+3} \right| + C$  ②  $\ln |\sqrt{x^2 - a^2} + x| + C$  ③  $-e^{-x}(x+1) + C$

四. 应用题

1. 略 2.  $S = 18$



## 《高数》试卷2(上)

一. 选择题(将答案代号填入括号内, 每题3分, 共30分)

1. 下列各组函数中, 是相同函数的是( ).

- (A)  $f(x) = |x|$  和  $g(x) = \sqrt{x^2}$       (B)  $f(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$  和  $y = x+1$
- (C)  $f(x) = x$  和  $g(x) = x(\sin^2 x + \cos^2 x)$       (D)  $f(x) = \ln x^2$  和  $g(x) = 2 \ln x$

2. 设函数  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 2(x-1)}{x-1} & x < 1 \\ 2 & x = 1 \\ x^2 - 1 & x > 1 \end{cases}$ , 则  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = ( \quad )$ .

- (A) 0      (B) 1      (C) 2      (D) 不存在

3. 设函数  $y = f(x)$  在点  $x_0$  处可导, 且  $f'(x) > 0$ , 曲线  $y = f(x)$  在点  $(x_0, f(x_0))$  处的切线的倾斜角为{ }.

- (A) 0      (B)  $\frac{\pi}{2}$       (C) 锐角      (D) 钝角

4. 曲线  $y = \ln x$  上某点的切线平行于直线  $y = 2x - 3$ , 则该点坐标是( ).

- (A)  $\left(2, \ln \frac{1}{2}\right)$       (B)  $\left(2, -\ln \frac{1}{2}\right)$       (C)  $\left(\frac{1}{2}, \ln 2\right)$       (D)  $\left(\frac{1}{2}, -\ln 2\right)$

5. 函数  $y = x^2 e^{-x}$  及图象在  $(1, 2)$  内是( ).

- (A) 单调减少且是凸的      (B) 单调增加且是凸的      (C) 单调减少且是凹的      (D) 单调增加且是凹的

6. 以下结论正确的是( ).

- (A) 若  $x_0$  为函数  $y = f(x)$  的驻点, 则  $x_0$  必为函数  $y = f(x)$  的极值点.

- (B) 函数  $y = f(x)$  导数不存在的点, 一定不是函数  $y = f(x)$  的极值点.



(C) 若函数  $y = f(x)$  在  $x_0$  处取得极值, 且  $f'(x_0)$  存在, 则必有  $f'(x_0) = 0$ .

(D) 若函数  $y = f(x)$  在  $x_0$  处连续, 则  $f'(x_0)$  一定存在.

7. 设函数  $y = f(x)$  的一个原函数为  $x^2 e^{\frac{1}{x}}$ , 则  $f(x) = (\quad)$ .

(A)  $(2x-1)e^{\frac{1}{x}}$  (B)  $2x - e^{\frac{1}{x}}$  (C)  $(2x+1)e^{\frac{1}{x}}$  (D)  $2xe^{\frac{1}{x}}$

8. 若  $\int f(x)dx = F(x) + c$ , 则  $\int \sin x f(\cos x)dx = (\quad)$ .

(A)  $F(\sin x) + c$  (B)  $-F(\sin x) + c$  (C)  $F(\cos x) + c$  (D)  $-F(\cos x) + c$

9. 设  $F(x)$  为连续函数, 则  $\int_0^1 f'\left(\frac{x}{2}\right)dx = (\quad)$ .

(A)  $f(1) - f(0)$  (B)  $2[f(1) - f(0)]$  (C)  $2[f(2) - f(0)]$  (D)  $2\left[f\left(\frac{1}{2}\right) - f(0)\right]$

10. 定积分  $\int_a^b dx$  ( $a < b$ ) 在几何上的表示  $(\quad)$ .

(A) 线段长  $b-a$  (B) 线段长  $a-b$  (C) 矩形面积  $(a-b) \times 1$  (D) 矩形面积  $(b-a) \times 1$

## 二. 填空题(每题 4 分, 共 20 分)

1. 设  $f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(1-x^2)}{1-\cos x} & x \neq 0 \\ a & x = 0 \end{cases}$ , 在  $x=0$  连续, 则  $a = \underline{\hspace{2cm}}$ .

2. 设  $y = \sin^2 x$ , 则  $dy = \underline{\hspace{2cm}} d \sin x$ .

3. 函数  $y = \frac{x}{x^2-1} + 1$  的水平和垂直渐近线共有  $\underline{\hspace{2cm}}$  条.

4. 不定积分  $\int x \ln x dx = \underline{\hspace{2cm}}$ .

5. 定积分  $\int_{-1}^1 \frac{x^2 \sin x + 1}{1+x^2} dx = \underline{\hspace{2cm}}$ .

## 三. 计算题(每小题 5 分, 共 30 分)

1. 求下列极限:

①  $\lim_{x \rightarrow 0} (1+2x)^{\frac{1}{x}}$

②  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{\pi}{2} - \arctan x}{\frac{1}{x}}$



2. 求由方程  $y = 1 - xe^y$  所确定的隐函数的导数  $y'_x$ .

3. 求下列不定积分:

①  $\int \tan x \sec^3 x dx$

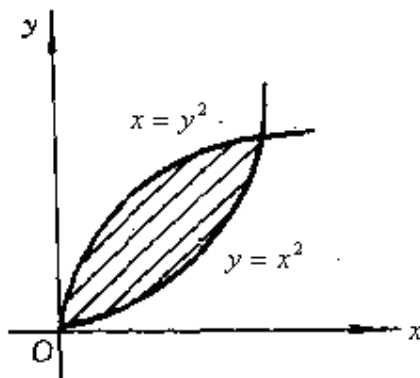
②  $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} (a > 0)$

③  $\int x^2 e^x dx$

四. 应用题 (每题 10 分, 共 20 分)

1. 作出函数  $y = \frac{1}{3}x^3 - x$  的图象. (要求列出表格)


2. 计算由两条抛物线:  $y^2 = x, y = x^2$  所围成的图形的面积.



## 《高数》试卷2 参考答案

一. 选择题: CDCDB CADDD

二. 填空题: 1. -2      2.  $2 \sin x$       3. 3      4.  $\frac{1}{2}x^2 \ln x - \frac{1}{4}x^2 + c$       5.  $\frac{\pi}{2}$

三. 计算题: 1. ①  $e^2$  ② 1      2.  $y'_x = \frac{e^y}{y-2}$

3. ①  $\frac{\sec^3 x}{3} + c$       ②  $\ln(\sqrt{x^2 + a^2} + x) + c$       ③  $(x^2 - 2x + 2)e^x + c$

四. 应用题: 1. 略      2.  $S = \frac{1}{3}$



## 《高数》试卷3(上)

一、填空题(每小题3分,共24分)

1. 函数  $y = \frac{1}{\sqrt{9-x^2}}$  的定义域为\_\_\_\_\_.

2. 设函数  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 4x}{x}, & x \neq 0 \\ a, & x = 0 \end{cases}$ , 则当  $a =$ \_\_\_\_\_时,  $f(x)$  在  $x = 0$  处连续.

3. 函数  $f(x) = \frac{x^2-1}{x^2-3x+2}$  的无穷型间断点为\_\_\_\_\_.

4. 设  $f(x)$  可导,  $y = f(e^x)$ , 则  $y' =$ \_\_\_\_\_.

5.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2+1}{2x^2+x-5} =$ \_\_\_\_\_.

6.  $\int_{-1}^1 \frac{x^3 \sin^2 x}{x^4 + x^2 - 1} dx =$ \_\_\_\_\_.

7.  $\frac{d}{dx} \int_0^{x^2} e^{-t} dt =$ \_\_\_\_\_.

8.  $y'' + y' - y^3 = 0$  是\_\_\_\_\_阶微分方程.

二、求下列极限(每小题5分,共15分)

1.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\sin x}$ ;      2.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{x^2-9}$ ;      3.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2x}\right)^{-x}$ .

三、求下列导数或微分(每小题5分,共15分)

1.  $y = \frac{x}{x+2}$ , 求  $y'(0)$ .      2.  $y = e^{\cos x}$ , 求  $dy$ .

3. 设  $xy = e^{x+y}$ , 求  $\frac{dy}{dx}$ .

四、求下列积分(每小题5分,共15分)

1.  $\int \left( \frac{1}{x} + 2 \sin x \right) dx$ .      2.  $\int x \ln(1+x) dx$ .



3.  $\int_0^1 e^{2x} dx$

五、(8分)求曲线  $\begin{cases} x=t \\ y=1-\cos t \end{cases}$  在  $t=\frac{\pi}{2}$  处的切线与法线方程.

六、(8分)求由曲线  $y=x^2+1$ , 直线  $y=0$ ,  $x=0$  和  $x=1$  所围成的平面图形的面积, 以及此图形绕  $y$  轴旋转所得旋转体的体积.

七、(8分)求微分方程  $y''+6y'+13y=0$  的通解.

八、(7分)求微分方程  $y'+\frac{y}{x}=e^x$  满足初始条件  $y(1)=0$  的特解.

### 《高数》试卷3 参考答案

一. 1.  $|x|<3$       2.  $a=4$       3.  $x=2$       4.  $e^x f'(e^x)$

5.  $\frac{1}{2}$       6. 0      7.  $2xe^{-x^2}$       8. 二阶

二. 1. 原式  $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x} = 1$

2.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{x+3} = \frac{1}{6}$

3. 原式  $= \lim_{x \rightarrow \infty} \left[ \left( 1 + \frac{1}{2x} \right)^{2x} \right]^{\frac{1}{2}} = e^{-\frac{1}{2}}$

三. 1.  $y' = \frac{2}{(x+2)^2}, y'(0) = \frac{1}{2}$

2.  $dy = -\sin x e^{\cos x} dx$

3. 两边对  $x$  求写:  $y = xy' = e^{x+y}(1+y')$

$\Rightarrow y' = \frac{e^{x+y} - y}{x - e^{x+y}} = \frac{xy - y}{x - xy}$

四. 1. 原式  $= \lim |x| - 2 \cos x + C$

2. 原式  $= \int \lim(1+x) d\left(\frac{x^2}{2}\right) = \frac{x^2}{x} \lim(1+x) - \frac{1}{2} \int x^2 d[\lim(1+x)]$   
 $= \frac{x^2}{2} \lim(1+x) - \frac{1}{2} \int \frac{x}{1+x} dx = \frac{x^2}{2} \lim(1+x) - \frac{1}{2} \int \left(x-1+\frac{1}{1+x}\right) dx$   
 $= \frac{x^2}{2} \lim(1+x) - \frac{1}{2} \left[\frac{x^2}{2} - x + \lim(1+x)\right] + C$

3. 原式  $= \frac{1}{2} \int_0^1 e^{2x} d(2x) = \frac{1}{2} e^{2x} \Big|_0^1 = \frac{1}{2} (e^2 - 1)$





$$\text{五. } \frac{dy}{dx} = \sin t \quad \left. \frac{dy}{dx} \right|_{t=\frac{\pi}{2}} = 1 \quad \text{且 } t = \frac{\pi}{2}, y = 1$$

$$\text{切线: } y - 1 = x - \frac{\pi}{2}, \text{即 } y - x - 1 + \frac{\pi}{2} = 0$$

$$\text{法线: } y - 1 = -(x - \frac{\pi}{2}), \text{即 } y + x - 1 - \frac{\pi}{2} = 0$$

$$\text{六. } S = \int_0^1 (x^2 + 1) dx = \left( \frac{1}{3} x^3 + x \right) \Big|_0^1 = \frac{4}{3}$$

$$\begin{aligned} V &= \int_0^1 \pi (x^2 + 1)^2 dx = \pi \int_0^1 (x^4 + 2x^2 + 1) dx \\ &= \pi \left( \frac{x^5}{5} + \frac{2}{3} x^3 + x \right) \Big|_0^1 = \frac{28}{15} \pi \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{七. 特征方程: } r^2 + 6r + 13 &= 0 \Rightarrow r = -3 \pm 2i \\ y &= e^{-3x} (C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{八. } y &= e^{-\int \frac{1}{x} dx} \left( \int e^x e^{\int \frac{1}{x} dx} dx + C \right) \\ &= \frac{1}{x} [(x-1)e^x + C] \end{aligned}$$

$$\text{由 } y|_{x=1} = 0, \Rightarrow C = 0$$

$$\therefore y = \frac{x-1}{x} e^x$$

## 《高数》试卷4(上)

一、选择题(每小题3分)

1、函数  $y = \ln(1-x) + \sqrt{x+2}$  的定义域是( ).

A  $[-2, 1]$     B  $[-2, 1)$     C  $(-2, 1]$     D  $(-2, 1)$

2、极限  $\lim_{x \rightarrow \infty} e^x$  的值是( ).

A、  $+\infty$     B、 0    C、  $-\infty$     D、 不存在

3、  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(x-1)}{1-x^2} = ( )$ .

A、 1    B、 0    C、  $-\frac{1}{2}$     D、  $\frac{1}{2}$

4、曲线  $y = x^3 + x - 2$  在点(1,0)处的切线方程是( )



A、 $y = 2(x-1)$

B、 $y = 4(x-1)$

C、 $y = 4x-1$

D、 $y = 3(x-1)$

5、下列各微分式正确的是 ( ) .

A、 $xdx = d(x^2)$

B、 $\cos 2xdx = d(\sin 2x)$

C、 $dx = -d(5-x)$

D、 $d(x^2) = (dx)^2$

6、设  $\int f(x)dx = 2\cos\frac{x}{2} + C$  , 则  $f(x) =$  ( ) .

A、 $\sin\frac{x}{2}$

B、 $-\sin\frac{x}{2}$

C、 $\sin\frac{x}{2} + C$

D、 $-2\sin\frac{x}{2}$

7、 $\int \frac{2+\ln x}{x} dx =$  ( ) .

A、 $-\frac{2}{x^2} + \frac{1}{2}\ln^2 x + C$

B、 $\frac{1}{2}(2+\ln x)^2 + C$

C、 $\ln|2+\ln x| + C$

D、 $-\frac{1+\ln x}{x^2} + C$

8、曲线  $y = x^2$  ,  $x = 1$  ,  $y = 0$  所围成的图形绕  $y$  轴旋转所得旋转体体积  $V =$  ( ) .

A、 $\int_0^1 \pi x^4 dx$

B、 $\int_0^1 \pi y dy$

C、 $\int_0^1 \pi(1-y) dy$

D、 $\int_0^1 \pi(1-x^4) dx$

9、 $\int_0^1 \frac{e^x}{1+e^x} dx =$  ( ) .

A、 $\ln\frac{1+e}{2}$

B、 $\ln\frac{2+e}{2}$

C、 $\ln\frac{1+e}{3}$

D、 $\ln\frac{1+2e}{2}$

10、微分方程  $y'' + y' + y = 2e^{2x}$  的一个特解为 ( ) .

A、 $y^* = \frac{3}{7}e^{2x}$

B、 $y^* = \frac{3}{7}e^x$

C、 $y^* = \frac{2}{7}xe^{2x}$

D、 $y^* = \frac{2}{7}e^{2x}$

二、填空题 (每小题 4 分)

1、设函数  $y = xe^x$  , 则  $y'' =$  \_\_\_\_\_;2、如果  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3\sin mx}{2x} = \frac{2}{3}$  , 则  $m =$  \_\_\_\_\_.3、 $\int_{-1}^1 x^3 \cos x dx =$  \_\_\_\_\_;4、微分方程  $y'' + 4y' + 4y = 0$  的通解是\_\_\_\_\_.



5、函数  $f(x) = x + 2\sqrt{x}$  在区间  $[0,4]$  上的最大值是\_\_\_\_\_，  
最小值是\_\_\_\_\_；

三、计算题（每小题 5 分）

1、求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x}$  ；

2、求

$y = \frac{1}{2} \cot^2 x + \ln \sin x$  的导数；

3、求函数  $y = \frac{x^3 - 1}{x^3 + 1}$  的微分；

4、求不定积分  $\int \frac{dx}{1 + \sqrt{x+1}}$  ；

5、求定积分  $\int_1^e |\ln x| dx$  ；

6、解方程  $\frac{dy}{dx} = \frac{x}{y\sqrt{1-x^2}}$  ；

四、应用题（每小题 10 分）

1、求抛物线  $y = x^2$  与  $y = 2 - x^2$  所围成的平面图形的面积.

2、利用导数作出函数  $y = 3x^2 - x^3$  的图象.

### 参考答案

一、1、C； 2、D； 3、C； 4、B； 5、C； 6、B； 7、B； 8、A； 9、A；  
10、D；

二、1、 $(x+2)e^x$ ； 2、 $\frac{4}{9}$ ； 3、0； 4、 $y = (C_1 + C_2 x)e^{-2x}$ ； 5、8，0

三、1、1； 2、 $-\cot^3 x$ ； 3、 $\frac{6x^2}{(x^3+1)^2} dx$ ； 4、 $2\sqrt{x+1} - 2\ln(1+\sqrt{x+1}) + C$ ；

5、 $2(2 - \frac{1}{e})$ ； 6、 $y^2 + 2\sqrt{1-x^2} = C$ ；

四、1、 $\frac{8}{3}$ ；



## 《高数》试卷 5 (上)

1、函数  $y = \sqrt{2+x} + \frac{1}{\lg(x+1)}$  的定义域是 ( ).

- 2、下列各式中，极限存在的是（ ）.

- 3、 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x}{1+x} \right)^x = (\quad) .$

- 4、曲线  $y = x \ln x$  的平行于直线  $x - y + 1 = 0$  的切线方程是 ( ).

- C、  $y = x - 1$                       D、  $y = -(x + 1)$

- 5、已知  $y = x \sin 3x$  , 则  $dy =$  (      ) .

- C、  $(\cos 3x + \sin 3x)dx$                       D、  $(\sin 3x + x \cos 3x)dx$

- 6、下列等式成立的是 ( ).

- A、  $\int x^{\alpha} dx = \frac{1}{\alpha+1} x^{\alpha+1} + C$       B、  $\int a^x dx = a^x \ln x + C$

- C、  $\int \cos x dx = \sin x + C$                       D、  $\int \tan x dx = \frac{1}{1+x^2} + C$

- 7、计算  $\int e^{\sin x} \sin x \cos x dx$  的结果中正确的是 ( ).

- A、  $e^{\sin x} + C$
- B、  $e^{\sin x} \cos x + C$



C、 $e^{\sin x} \sin x + C$

D、 $e^{\sin x} (\sin x - 1) + C$

8、曲线  $y = x^2$  ,  $x = 1$  ,  $y = 0$  所围成的图形绕  $x$  轴旋转所得旋转体体积  $V =$  ( ) .

A、 $\int_0^1 \pi x^4 dx$

B、 $\int_0^1 \pi y dy$

C、 $\int_0^1 \pi(1-y) dy$

D、 $\int_0^1 \pi(1-x^4) dx$

9、设  $a > 0$  , 则  $\int_0^a \sqrt{a^2 - x^2} dx =$  ( ) .

A、 $a^2$

B、 $\frac{\pi}{2} a^2$

C、 $\frac{1}{4} a^2$

D、 $\frac{1}{4} \pi a^2$

10、方程 ( ) 是一阶线性微分方程.

A、 $x^2 y' + \ln \frac{y}{x} = 0$

B、 $y' + e^x y = 0$

C、 $(1+x^2)y' - y \sin y = 0$

D、 $xy'dx + (y^2 - 6x)dy = 0$

二、填空题 (每小题 4 分)

1、设  $f(x) = \begin{cases} e^x + 1, & x \leq 0 \\ ax + b, & x > 0 \end{cases}$  , 则有  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) =$  \_\_\_\_\_ ,  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) =$  \_\_\_\_\_ ;

2、设  $y = xe^x$  , 则  $y'' =$  \_\_\_\_\_ ;

3、函数  $f(x) = \ln(1+x^2)$  在区间  $[-1, 2]$  的最大值是 \_\_\_\_\_ , 最小值是 \_\_\_\_\_ ;

4、 $\int_{-1}^1 x^3 \cos x dx =$  \_\_\_\_\_ ;

5、微分方程  $y'' - 3y' + 2y = 0$  的通解是 \_\_\_\_\_ .

三、计算题 (每小题 5 分)

1、求极限  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1}{x-1} - \frac{3}{x^2+x-2} \right)$  ;

2、求  $y = \sqrt{1-x^2} \arccos x$  的导数;

3、求函数  $y = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$  的微分;



4、求不定积分  $\int \frac{1}{x\sqrt{2+\ln x}} dx$  ;

5、求定积分  $\int_1^e |\ln x| dx$  ;

6、求方程  $x^2 y' + xy = y$  满足初始条件  $y(\frac{1}{2}) = 4$  的特解.

四、应用题（每小题 10 分）

1、求由曲线  $y = 2 - x^2$  和直线  $x + y = 0$  所围成的平面图形的面积.

2、利用导数作出函数  $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 4$  的图象.

参考答案（B 卷）

一、1、B; 2、A; 3、D; 4、C; 5、B; 6、C; 7、D; 8、A; 9、D; 10、B.

二、1、2,  $b$  ; 2、 $(x+2)e^x$  ; 3、 $\ln 5$ , 0 ; 4、0 ; 5、 $C_1 e^x + C_2 e^{2x}$ .

三、1、 $\frac{1}{3}$  ; 2、 $-\frac{x}{\sqrt{1-x^2}} \arccos x - 1$  ; 3、 $\frac{1}{(1-x^2)\sqrt{1-x^2}} dx$  ;

4、 $2\sqrt{2+\ln x} + C$  ; 5、 $2(2-\frac{1}{e})$  ; 6、 $y = \frac{2}{x} e^{2-\frac{1}{x}}$  ;

四、1、 $\frac{9}{2}$  ; 2、图略