练习题 1

1. 若$\begin{vmatrix} k & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 3 \end{vmatrix} = 3$，则$k = (\quad)$.

A. 4　　B. 3　　C. 2　　D. 1

2. 设A,B均为n阶矩阵，下列各式一定成立的为 (　　).

A. $(AB)^{\mathrm{T}} = A^{\mathrm{T}}B^{\mathrm{T}}$　　B. $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$

C. $(AB)^{-1} = A^{-1}B^{-1}$　　D. 若$AB = 0$，则$|A| = 0$或$|B| = 0$

3. $\boldsymbol{\alpha}_1, \boldsymbol{\alpha}_2, \cdots, \boldsymbol{\alpha}_r\ (r \geq 2)$线性无关的充要条件是 (　　).

A. 都不是零向量　　B. 任意两个向量的分量不成比例

C. 至少有一个向量不可由其余向量线性表示　　D. 每一个向量都不可由其余向量线性表示

4. 设n元齐次线性方程组$A\boldsymbol{x} = 0$的系数矩阵的秩为r，则$A\boldsymbol{x} = 0$有非零解的充分必要条件是 (　　).

A. $r \geq n$　　B. $r < n$　　C. $r > n$　　D. $r = n$

5. 设3阶方阵A的特征多项式是$|\lambda E - A| = \lambda(\lambda - 1)^2$，则$|A| =$ (　　).

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

6. 排列$(n-1)(n-2)\cdots 321n$的逆序数为____________.

7. 设A为n阶矩阵, 并且$A^2 - 2A + E = 0$,则$A^{-1} =$____________.

8. 已知向量组$\boldsymbol{\alpha}_1 = (k,1,0), \boldsymbol{\alpha}_2 = (1,1,0), \boldsymbol{\alpha}_3 = (-1,2,1)$线性相关, 则$k =$____________.

9. 二次型$f(x_1,x_2,x_3) = x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2$的秩是____________.

10. $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}^{10} =$____________.

11. 计算 4 阶行列式$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 2 \end{vmatrix}$.

12. 计算n阶行列式$\begin{vmatrix} b+a_1 & a_2 & \cdots & a_{n-1} & a_n \\ a_1 & b+a_2 & \cdots & a_{n-1} & a_n \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ a_1 & a_2 & \cdots & b+a_{n-1} & a_n \\ a_1 & a_2 & \cdots & a_{n-1} & b+a_n \end{vmatrix}$.

13. 设 $A=\begin{pmatrix}1&0&1\\-1&0&0\\0&1&2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1&0\\2&1\\1&-1\end{pmatrix}$, 且满足 $AX=B+X$, 求矩阵 X .

14. 设 $A=\begin{pmatrix}\lambda&1&1\\1&\lambda&1\\1&1&\lambda\end{pmatrix}$, $\boldsymbol{b}=\begin{pmatrix}1\\\lambda\\1\end{pmatrix}$，问 λ 取何值时，方程组 $A\boldsymbol{x}=\boldsymbol{b}$ 有唯一解, 有无限多解？

15. 设 $A=\begin{pmatrix}2&2&0\\8&2&0\\0&0&-2\end{pmatrix}$, 求可逆矩阵 P, 使 $P^{-1}AP$ 为对角矩阵.

16. 设向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1=\begin{pmatrix}2\\1\\1\\1\end{pmatrix}$，$\boldsymbol{\alpha}_2=\begin{pmatrix}-1\\1\\7\\10\end{pmatrix}$，$\boldsymbol{\alpha}_3=\begin{pmatrix}3\\1\\-1\\-2\end{pmatrix}$，$\boldsymbol{\alpha}_4=\begin{pmatrix}8\\5\\9\\11\end{pmatrix}$, (1) 求向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\alpha}_4$ 的秩;

(2) 求该向量组的一个最大线性无关组，并将其余向量用该最大无关组线性表示.

17. 如果 n 阶矩阵 A 可逆, 证明 $|A^*|=|A|^{n-1}$.