河南工业大学求是学社.

概率论与数理统计白皮书详细解答.

2017.12.30.

河南郑州.

校内交流，欢迎转载.

欢迎加入河南工大数学交流群 327256490.

微信搜索公众号"工大求是"，关注我们

求是学社预祝大家取得理想成绩!

2018，元旦快乐!

河南工业大学求是学社. 概率论白皮book 填空选择详解

—美年

模拟试题 —Page:

1 0.15 $P(\bar{A}\bar{B})=P(\overline{A\cup B})=P(\bar{A})P(\bar{B})=(1-P(A))\cdot(1-P(B))=0.15$.

2. 0.18 由 $P(\bar{A}|B)=\frac{P(B\bar{A})}{P(B)}=\frac{P(B)-P(AB)}{P(B)}=0.7$ ∴ $P(AB)=0.18$

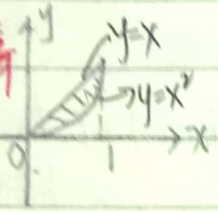
3. 0.096 $1-(0.98)^5\approx 0.096$.

4. 18. $X\sim P(\lambda)$. $E(X)=D(X)=\lambda$. ∴$D(3X-2)=3^2D(X)=18$

5 1. 2 3 图像在每一个分段点处的跃迁值即为该点概率.

0.3 0.5 0.2

6. 2 $\frac{8}{9}$



$f_X(x)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)dy=\begin{cases}\int_{x^2}^{x}6\,dx & x\in(0,1)\\ 0 & else\end{cases}=\begin{cases}6(x-x^2) & 0\le x\le 1\\ 0 & else\end{cases}$

7. $P\{|X-\mu|<3\sigma\}\ge 1-\frac{\sigma^2}{(3\sigma)^2}=\frac{8}{9}$

8. 正态分布可加性. $Z\sim N(0,25)$

∴ $f(z)=\frac{1}{5\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{z^2}{50}}$ 注意.别习惯性带X.

9 $\hat{\mu}_3$ 求 $MSE(\hat{\theta})$.

$MSE(\hat{\theta}_1)=MSE(\hat{\mu}_1)=(\frac{1}{4}+\frac{1}{16}+\frac{1}{16})D(X)=\frac{3}{8}D(X)$

$MSE(\hat{\mu}_2)=\frac{1}{2}D(X)$.

$MSE(\hat{\mu}_3)=(\frac{1}{25}+\frac{4}{25}+\frac{4}{25})D(X)=\frac{9}{25}D(X)$.

∴ $MSE(\hat{\mu}_3)<MSE(\hat{\mu}_1)<MSE(\hat{\mu}_2)$ 较有效估计 $\hat{\mu}_3$

3. 过. 不考. [13.59, 18.05]

二. D 1. A.B互不相容 ∴ $AB=\phi$. $A\subset\bar{B}$. ∴$P(A-B)=P(A\bar{B})=P(A)$

2. D 由题意, $B\subset A$. A: $P(AB)=P(B)$. D. $P(A|B)=1$.

B: $P(A\cup B)=P(A)$.

C: $P(B|A)=P(B)$

3 C. X.Y相互独立 ∴$P(XY)=P(X)P(Y)$

∴$P(X=Y)=P(X=1,Y=1)+P(X=0,Y=0)=P(X=1)\cdot P(Y=1)+P(X=0)\cdot P(Y=0)=\frac{1}{2}$

4 B. $X\sim N(1,1)$. 关于$x=1$对称. ∴B.

校内交流. 欢迎转载

模拟试题二

美芳

一.填空

1. $\frac{1}{3}$ $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(AB)$ ∴ $P(AB)=0.2$. $P(A|B)=\frac{P(AB)}{P(B)}=\frac{0.2}{0.6}=\frac{1}{3}$ 加法公式 条件

2. 0.28. $P(A\bar{B})=P(\bar{B})\cdot P(A|\bar{B})=[1-P(B)]P(A|\bar{B})=0.28$. 乘法公式.

3. $\frac{1}{15}$. $P=\frac{C_3^2}{C_{10}^2}=\frac{1}{15}$.

4. 2 $X\sim P(\lambda)$. ∴ $P(X=k)=\frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}$ $P\{X\geq1\}=1-P\{X=0\}=1-e^{-\lambda}=1-e^{-2}$ ∴ $\lambda=2$

5. 3 $E(2X-1)=2E(X)-1=2\times n\times p-1=3$ 期望性质.

6. 8 $X\sim e(\lambda)$. ∴ $E(X)=\frac{1}{\lambda}$. $Var(X)=\frac{1}{\lambda^2}$. $E(X^2)=[E(X)]^2+Var(X)=\frac{2}{\lambda^2}=8$.

7. $\frac{1}{4}$ 由切比雪夫不等式 $P\{|X-\mu|\geq2\sigma\}\leq\frac{\sigma^2}{\varepsilon^2}=\frac{\sigma^2}{4\sigma^2}=\frac{1}{4}$

8. χ_n^2. 定义:$X_1,X_2\cdots X_n$为独立同分布的随机变量.且服从$N(0,1)$ 记$Y=X_1^2+X_2^2+\cdots+X_n^2$
则称Y为自由度为n的χ^2分布 $Y\sim\chi_n^2$. $\sum_{i=1}^n X_i^2\sim\chi_n^2$.

9. $\frac{\bar{X}-\mu_0}{15/\sqrt{n}}$. (不考) 见课本P155. 8.2.1

二.单选

1. C. 理清题. 当某汽车已知是废气排放超标, 条件概率

2. A. $\begin{cases}E(X)=\mu, \\ E(S^2)=\sigma^2.\end{cases}$ $S^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^n(X_i-\bar{X})^2$. $\bar{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n X_i^2$. $\Rightarrow X\to X^2$;

3. B 规范性. $\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)=1$ ∴ $\int_0^2 ax\,dx\cdot\int_0^1 y^2dy=1$ ∴ $a=\frac{3}{2}=1.5$.

4. A. $\bar{X}\sim N(\mu,\frac{\sigma^2}{n})$ $\begin{cases}无论总体,当n\to\infty.\ \bar{X}\overset{近似}{\sim}N(\mu,\frac{\sigma^2}{n}) \\ 当正态总体:\ \bar{X}\sim N(\mu,\frac{\sigma^2}{n}).\ \sigma^2=E(X^2)-[E(X)]^2=3.\end{cases}$

三.

设 A_1={无销路} A_2={销路一般}. A_3={畅销} B={能得到投资}

∴ $P(B)=P(A_1)\cdot P(B|A_1)+P(A_2)\cdot P(B|A_2)+P(A_3)\cdot P(B|A_3)=0.655$.

四

(1) $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{50}e^{-\frac{1}{50}x} & x\geq0 \\ 0 & else\end{cases}$ $P(X>60)=\int_{60}^{+\infty}f(x)=\int_{60}^{+\infty}\frac{1}{50}e^{-\frac{x}{50}}dx=e^{-\frac{6}{5}}$

(2). 设 X表示寿命均大于60(h)的元件. 则 $X\sim B(3,e^{-\frac{6}{5}})$

$\therefore P = C_3^3(e^{-\frac{6}{5}})^3 = 0.027$

五. (1) $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) = \int_0^{\pi} a\sin x dx = 1 \quad \therefore a = \frac{1}{2}$ 规范性

(2) 当 $x<0$. $F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(x) = 0$;

当 $0<x<\pi$. $F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(x) = 0 + \int_0^{x} \frac{1}{2}\sin x dx = -\frac{1}{2}\cos x + \frac{1}{2}$

当 $x>\pi$. $F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(x) = 0 + \int_0^{\pi} \frac{1}{2}\sin x dx + 0 = 1$.

$$\therefore F(x) = \begin{cases} 0 & x<0 \\ -\frac{1}{2}\cos x + \frac{1}{2} & 0 \le x \le \pi \\ 1 & x \ge \pi \end{cases}$$

(3) $E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) = \int_0^{\pi} \frac{1}{2} x \sin x = \frac{\pi}{2}$

六. (1)

X	0	1
P	0.4	0.6

Y	0	1
P	0.4	0.6

(2)

XY	0	1
P	0.7	0.3

X^2	0	1
	0.4	0.6

$E(X) = 0\times0.4 + 1\times0.6 = 0.6$, $E(Y) = 0\times0.4 + 1\times0.6 = 0.6$.

$E(XY) = 0\times0.7 + 1\times0.3 = 0.3$; $E(X^2) = 1\times0.6 + 0\times0.4 = 0.6$.

$Cov(X,Y) = 0.3 - 0.6\times0.6 = 0.06$

$Var(X) = 0.6 - (0.6)^2 = 0.24$; $Var(Y) = 0.6 - (0.6)^2 = 0.24$

$\therefore \rho_{X,Y} = \frac{Cov(X,Y)}{\sqrt{Var(X) \cdot Var(Y)}} = \frac{-0.06}{0.24} = -\frac{1}{4}$

九. 设 X_i 表示每页印刷错误个数. $i = 1, 2, \cdots 400$.

由题意. $E(X_i) = 0.2$. $D(X_i) = 0.2$

$\sum_{i=1}^{n} X_i \sim N(n\mu, n\sigma^2) \quad \therefore \sum_{i=1}^{n} X_i \sim N(80, 80)$.

$P\{0 < \sum_{i=1}^{n} X_i \le 88\} = P\{\frac{0-80}{\sqrt{80}} \le \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i - n\mu}{\sqrt{n} \cdot \sigma} \le \frac{88-80}{\sqrt{80}}\} = \Phi(\frac{8}{\sqrt{80}}) - \Phi(-\frac{80}{\sqrt{80}})$

$= \Phi(\frac{8}{\sqrt{80}}) + \Phi(\frac{80}{\sqrt{80}}) - 1$

$= 0.8133$

Date: Page:

十. 由 $P(XY=0)=1$ $\therefore P(XY\neq 0)=0$

X \ Y	-1	0	1
-1	0	$\frac{1}{4}$	0
0	$\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$
1	0	$\frac{1}{4}$	0

$P(X=Y)=P(X=-1,Y=-1)+P(X=1,Y=1)+P(X=0,Y=0)$
$=0$

模拟试题三 一美共

1. 0.3 $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(AB)$. $\therefore P(AB)=0.3$.

2. 0.2. 设次品率为 p. $\therefore p^3=0.008$. $\therefore p=0.2$

3. 18 $X\sim P(\lambda)\Rightarrow \therefore E(X)=\lambda=2=D(X)$; $D(3X-1)=9D(X)=18$.

4. 5. $f(x)=\frac{1}{2\sqrt{2\pi}}Exp-\frac{(x^2-4x+4)}{8}=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\cdot 2}e^{-\frac{(x-2)^2}{2\cdot 2^2}}=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$. $\mu=2$. $\sigma=2$. $E(3X-1)=3E(X)-1=5$

5. X.Y相互独立 联合概率函数 = 边缘概率密度函数的乘积.

$X: f(x)=\begin{cases}\frac{1}{3} & x\in[0,3]\\ 0 & else\end{cases}$ $Y: f(y)=\begin{cases}3e^{-3x} & y\geq 0\\ 0. & else\end{cases}$

$\therefore f(x,y)=\begin{cases}e^{-3x} & x\in[0,3].\ y\geq 0.\\ 0 & else\end{cases}$

6 3.6 由 $\rho=\frac{Cov(X,Y)}{\sqrt{Var(X)\cdot Var(Y)}}$ $\therefore Cov(X,Y)=0.6\times\sqrt{4}\times\sqrt{9}=3.6$.

7 0.18 $P(X=0,Y=1)=P(X=0)\cdot P(Y=1)\Rightarrow 0.12=0.2\times(0.32+a)\Rightarrow a=0.18$.
0.2 $P(X=2,Y=1)=P(X=2)\cdot P(Y=1)\Rightarrow 0.3=0.6\times(0.3+b)\Rightarrow b=0.2$

8 $\frac{8}{9}$ $P\{|X-\mu|\geq\varepsilon\}\leq\frac{\sigma^2}{\varepsilon^2}$; $P\{|X-\mu|<\varepsilon\}\geq 1-\frac{\sigma^2}{\varepsilon^2}$.

$\therefore P\{|X-E(X)|<3\sigma\}\geq 1-\frac{\sigma^2}{(3\sigma)^2}=\frac{8}{9}$

9 χ^2_n $\sum_{i=1}^{n}\frac{(X_i-\mu)^2}{\sigma^2}=\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{X_i-\mu}{\sigma}\right)^2$ 令 $Y_i=\frac{X_i-\mu}{\sigma}$ 则 $Y_i\sim N(0,1)$. 则 $\sum_{i=1}^{n}Y_i^2\sim\chi^2_n$. χ^2_n定义;

10: S^2 $E(S^2)=\sigma^2$. 即 σ^2 的无偏估计为 $S^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2$.

可以简单写上; 也可

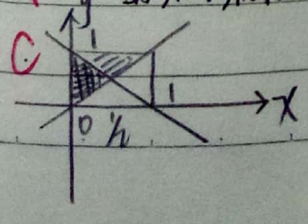
二. 1. C 恰好有一个. $A\bar{B}\bar{C}\cup\bar{A}B\bar{C}\cup\bar{A}\bar{B}C$.

2. A X有概率密度函数 $f_X(x)$. $y=g(x)$. 则 $f_Y(y)=\begin{cases}f_X[h(y)]\cdot|h'(y)| & a<y<b\\ 0 & else\end{cases}$

$\therefore f_Y(y)=f_X(y-3)\left|\frac{d(y-3)}{dy}\right|=f_X(y-3)$

3. D 由X.Y相互独立 $\not\Leftarrow$ $E(XY)=E(X)\cdot E(Y)\Leftrightarrow$ 协方差 $Cov(X,Y)=0\Leftrightarrow\rho_{XY}=0$.

4 C



$P(X+Y\leq 1)=\int_0^{\frac{1}{2}}dx\int_x^{1-x}6x\,dy=\int_0^{\frac{1}{2}}[6x(1-x)-6x^2]dx$

$=\int_0^{\frac{1}{2}}(6x-12x^2)dx=(3x^2-4x^3)\Big|_0^{\frac{1}{2}}=0.25=\frac{1}{4}$

校内交流. 欢迎转载.

模拟试题四 Page: 一美齐

1. 0.15 相互独立 ∴ $P(AB)=P(A)P(B)$. $P(A\bar{B})=P(A)\cdot(1-P(B))=0.5\times0.3=0.15$.

2. 0.12 由 $P(A|\bar{B})=\frac{P(A\bar{B})}{P(\bar{B})}=\frac{P(A)-P(AB)}{1-P(B)}=0.7$. ∴ $P(AB)=0.12$

3. $\frac{7}{15}$ $P=\frac{C_3^1\times C_7^1}{C_{10}^2}=\frac{7}{15}=0.467$ 别算，就写分数，让老师算去

4. 过 本科阶段课堂不讲，浙大四版概率论与数理统计有，考研考。

5. 4 $X\sim P(\lambda)$. $E(X)=D(X)=2$. $E(3X-2)=3E(X)-2=4$

6. 14.4 $X\sim B(10,0.2)$. ∴ $E(X)=np=2$. $D(X)=np(1-p)=1.6$ ∴ $D(-3X-7)=(-3)^2\cdot D(X)=14.4$

7. $\frac{x_2-a}{b-a}$ $X\sim U(a,b]$ ∴ $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{b-a} & x\in[a,b]\\ 0 & \text{else}\end{cases}$ ∴ $P\{x_1<X<x_2\}=\int_a^{x_2}\frac{1}{b-a}dx=\frac{x_2-a}{b-a}$

8. $N(13,\frac{9}{2})$ $X_1\cdots X_8$ 为来自总体样本 ∴ ①代表性 ⇒ 同分布 ②独立性 ⇒ 独立。
∵ $X\sim N(5,2^2)$ ∴ $\bar{X}\sim N(5,\frac{2^2}{n})$ 即 $\bar{X}\sim N(5,\frac{2^2}{8})$
∴ $(3\bar{X}-2)\sim N(13,9\cdot\frac{4}{8})$ ∴ $Y\sim N(13,9\cdot\frac{4}{8})$ 即 $Y\sim N(13,\frac{9}{2})$ 正态分布可加性

9. $\hat{\mu}_2$ 无偏估计 ⇒ $E(\hat{\theta})=\theta$.
$E(\hat{\mu}_1)=E(\frac{1}{4}X_1+\frac{1}{4}X_2+\frac{1}{4}X_3)=\frac{1}{4}E(X_1)+\frac{1}{4}E(X_2)+\frac{1}{4}E(X_3)=\frac{4}{3}\mu\neq\mu$.
$E(\hat{\mu}_2)=\frac{1}{5}E(X_1)+\frac{2}{5}E(X_2)+\frac{2}{5}E(X_3)=\mu$. ∴

10. $\lambda^n e^{-\lambda\sum_{i=1}^n x_i}$ $L(\lambda)=\prod_{i=1}^n \lambda e^{-\lambda x}=\lambda^n e^{-\lambda\sum_{i=1}^n x_i}$.

二 B 1. 由题意，$B\subset A$. 则 $P(AB)=P(B)$. $P(A\cup B)=P(A)$; $P(B|A)\neq1$; $P(A|B)=1$

2. C 正态分布可加性. $Z=3X-2Y\sim N(3,40)$

3. A $D(X-Y)=D(X)+D(Y)-2\,Cov(X,Y)$ ∴ $Cov(X,Y)=\frac{1}{2}$

4. A 总体 $\sim U(0,\theta)$. $E(\theta)=\frac{\theta}{2}$. ∴ $\frac{1}{2}\hat{\theta}=\bar{X}=\frac{1}{5}\times(2+2+3+3)=2$.
∴ $\hat{\theta}=4$

校内交流，欢迎转载

河南工业大学求是学社

模拟试题五

一、填空

1. $\frac{3}{8}$ 相互独立. $P(A\bar{B})=P(A)\cdot P(\bar{B})=P(A)\cdot(1-P(B))$ $\therefore P(B)=\frac{3}{8}$

2. $\frac{4}{7}$ $P=\frac{C_4^1\times C_3^1}{C_7^2}=\frac{4}{7}$

4. $\frac{1}{3}$ $X\sim U(0,2)$. $\therefore E(X)=\frac{a+b}{2}=1$; $D(X)=\frac{(b-a)^2}{12}=\frac{1}{3}$ $\therefore \frac{DX}{[E(X)]^2}=\frac{\frac{1}{3}}{1}=\frac{1}{3}$

3. 3 最可能击中 ⇒ 接近期望 $E(X)=np=2.8$ $\therefore$ 次数 3

5. $2\sqrt{3}$ $X\sim P(\lambda)$ $\therefore P(X=k)=\frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}$

$\therefore \frac{\lambda^2}{2!}e^{-\lambda}=\frac{\lambda^4}{4!}e^{-\lambda}$ $\therefore \lambda^2=12$ $\therefore \lambda=2\sqrt{3}$

6. 0.3753 $P\{|X|>2\}=1-P\{|X|\le 2\}=1-P\{-2\le X\le 2\}=1-P\{-1.5\le\frac{X-1}{2}\le 0.5\}$

$=1-\Phi(0.5)+\Phi(-1.5)=1-\Phi(0.5)+1-\Phi(1.5)$

$=2-\Phi(0.5)-\Phi(1.5)$

$=0.3753$

7. $\frac{4}{3}$ $f(x,y)=\begin{cases}\frac{3}{2}xy^2 & 0\le x\le 2,\ 0\le y\le 1\\ 0 & \text{else}\end{cases}$ $E(X)=\int_0^2\frac{3}{2}x\,dx\cdot\int_0^1 y^2\,dy=\frac{4}{3}$

8. 一 过 (不考)

9. 过 (不考) $\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}$

10. $1-\frac{\alpha}{2}$ $P\{|T|>\lambda\}=\alpha$ $\therefore P\{T>\lambda\}=\frac{\alpha}{2}$ $\therefore P\{T<\lambda\}=1-\frac{\alpha}{2}$.

二、1. A $\bar{A}B+A\bar{B}=(1-p)\cdot q+p(1-q)=p+q$

2. C X,Y 相互独立 $\nRightarrow$ $E(XY)=E(X)\cdot E(Y)\Leftrightarrow Cov(X,Y)=0\Leftrightarrow \rho(X,Y)=0\Leftrightarrow D(X+Y)=DX+DY$

3. C 切比雪夫不等式. $P\{|X-\mu|<\varepsilon\}\ge 1-\frac{\sigma^2}{\varepsilon^2}$

$\Rightarrow P\{|\sum_{i=1}^{n}X_i-n\mu|<\varepsilon\}\ge 1-\frac{n\sigma^2}{\varepsilon^2}$

4. D (不考)

校内交流 欢迎转载