模拟试卷二

1. $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 2 \end{vmatrix} =$ (　　).

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

2. 设 A,B 均为 n 阶矩阵，且 $AB=O$，下列各式一定成立的为 (　　).

A. $A=O$ 或 $B=O$　　B. A,B 都不可逆

C. A,B 中至少有一个不可逆　　D. $A+B=O$

3. $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_r\ (r\geq 2)$ 线性相关的充要条件是 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_r\ (r\geq 2)$ 中 (　　).

A. 至少有一个零向量　　B. 至少有两个向量成比例

C. 至少有一个向量可由其余向量线性表示　　D. 任一部分组线性相关

4. 已知 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$ 是齐次线性方程组 $A\boldsymbol{x}=0$ 的基础解系，那么 $A\boldsymbol{x}=0$ 的基础解系还可以是(　　).

A. $\boldsymbol{\alpha}_1+\boldsymbol{\alpha}_2+\boldsymbol{\alpha}_3$　B. $\boldsymbol{\alpha}_1+\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_2+\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\alpha}_3+\boldsymbol{\alpha}_1$　C. $\boldsymbol{\alpha}_1-\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_2-\boldsymbol{\alpha}_3$　D. $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_1+\boldsymbol{\alpha}_2+\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\alpha}_2+\boldsymbol{\alpha}_3$

5. 若 n 阶矩阵 A 与 B 相似，则(　　)

A. 它们的特征矩阵相似　　B. 它们具有相同的特征向量

C. 它们具有相同的特征矩阵　　D. 存在可逆矩阵 C，使 $C^{\mathrm{T}}AC=B$

6. 设 A,B 均为 $m\times n$ 矩阵，若存在矩阵 K，使 $A=BK$，则 $R(A)$ 与 $R(B)$ 的关系为__________.

7. 设 A 为3阶方阵，并且 $|A|=2$，则 $|A^*+A^{-1}|=$__________.

8. 向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$ 可以由向量组 $\boldsymbol{\beta}_1,\boldsymbol{\beta}_2$ 线性表示，则向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$ 线性__________.

9. 二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=2x_1x_2+2x_2x_3$ 的矩阵是__________.

10. 若 n 阶矩阵 A 有一个特征值为3，则 $|A-3E|=$__________.

11. 计算4阶行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$.

12. 计算 n 阶行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & \cdots & n-1 & n \\ 1 & -1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -2 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 2-n & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & n-1 & 1-n \end{vmatrix}$.

13. 设 $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$**,** $B=\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$**,** 且满足 $AX=2X+B$, 求矩阵 X .

14. 设线性方程组 $\begin{cases} x_1-x_2+x_3=1 \\ 3x_1-ax_2+5x_3=4a \\ x_1+x_2+3x_3=2 \end{cases}$，问 a 取何值时有无限多解？并求其通解.

15. 设 $A=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$**,** 求正交矩阵 P，使 $P^{-1}AP$ 为对角矩阵.

16. 设向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1=\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$， $\boldsymbol{\alpha}_2=\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}$， $\boldsymbol{\alpha}_3=\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}$， $\boldsymbol{\alpha}_4=\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{\alpha}_5=\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 7 \\ 14 \end{pmatrix}$, (1) 求向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\alpha}_4,\boldsymbol{\alpha}_5$ 的秩;

(2) 求该向量组的一个最大线性无关组，并将其余向量用该最大无关组线性表示.

17. 设 A 为 $m\times n$ 矩阵, 证明方程 $AX=E_m$ 有解的充分必要条件是 $R(A)=m$.