

概率论与数理统计试卷 (A)

出卷教师: 林浩 适应班级:

考试方式: 半开卷, 允许考生携带一张半开卷考试专用纸进入考场。占总评比例: 100%

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分	核分人
得分										

复查总分

总复查人

得分	评卷人

一、填空题 (每题 3 分, 共 30 分)

- 事件 A, B 满足 $P(A)=0.7$, $P(\overline{AB})=0.3$, 则 $P(\overline{AB})=$ _____.
- 抛掷二枚骰子, 其点数和是 8 的概率为_____.
- 设随机变量 $X \sim U[-1, 2]$, 则 $E(X^2)=$ _____.
- 设随机变量 $X \sim N(6, 2^2)$, 且 $P(X \geq k) = P(X < k)$, 则 $k=$ _____.
- 设随机变量 X 服从参数为 $\lambda=2$ 的泊松分布, 则 $P(X \geq 2)=$ _____.
- 设 $X \sim N(\mu, 4^2)$, 其中 μ 为未知, 从总体中抽取样本容量为 25 的样本, 样本均值为 \bar{X} , 则 $P\{|\bar{X} - \mu| < 1\} =$ _____. ($\Phi(1.25) = 0.8944$)
- 若 X 服从自由度为 n 的 t 分布; 若 $P\{|X| > \lambda\} = \alpha$, 则 $P\{X < -\lambda\} =$ _____.
- 设 $D(X)=4, D(Y)=9, \rho_{XY}=0.5$, 则 $\text{cov}(X, Y)=$ _____.
- 随机变量 X 的方差 $D(X)=\sigma^2$, 则 σ^2 的无偏估计量为_____.
- $X \sim N(\mu, 225)$, X_1, X_2, \dots, X_n 是来自总体 X 的样本, \bar{X} 为样本均值。要检验 $H_0: \mu = \mu_0$ 采用的统计量是_____.

得分	评卷人

二、单项选择题 (每题 3 分, 共 15 分)

- 设 A, B 是两个随机事件, 若当 B 发生时 A 必发生, 则一定有 ().
 A. $P(AB) = P(A)$ B. $P(A \cup B) = P(A)$ C. $P(B|A) = 1$ D. $P(A|B) = P(A)$
- 设随机向量 $(X, Y) \sim f(x, y) = \begin{cases} axy^2, & 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$, 则 $a =$ ().
 A. 1 B. 1.5 C. $\sqrt{\pi}$ D. 2

3. 设随机变量 X, Y 相互独立, 且其概率分布如下, 则 $P(X=Y) = (\quad)$.

- A. 0 B. $1/4$ C. $1/2$ D. 1

4. 设随机变量 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, $E(X) = -1$, $E(X^2) = 4$, 则样本均值 \bar{X} 服从的分布为().

- A. $N(-1, \frac{3}{n})$ B. $N(-1, \frac{4}{n})$ C. $N(\frac{-1}{n}, 4)$ D. $N(\frac{-1}{n}, \frac{3}{n})$

5. 假设检验时, 若增大样本容量, 其他条件不变, 则犯两类错误的概率 ().

- A. 都增大 B. 都减小 C. 都不变 D. 一个增大, 一个减小

三、(本题 8 分) 某厂由甲、乙、丙三个车间生产同一产品, 他们的产量之比为 3: 2: 1, 各车间的产品次品率依次为 6%、8%、10%, 现从该厂任取一件产品, 求恰是次品的概率.

四、(本题 16 分) 设连续型随机变量 X 的概率密度函数为 $f(x) = \begin{cases} 3x^2, & 0 \leq x \leq 1, \\ 0, & \text{其它}. \end{cases}$

求 (1) $P(X < \frac{1}{2})$; (2) 分布函数 $F(x)$; (3) 期望 $E(X)$; (4) 方差 $D(X)$.

得分	评卷人

五、(本题 10 分) 设离散型随机变量 (X, Y) 的概率分布如下,

(1) 求关于 X, Y 的边缘概率分布;

(2) 求 $P(X + Y \leq 1)$.

	Y	0	1
X			
0		0.2	0.3
1		0.4	0.1

密

得分	评卷人

六、(本题 8 分) 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 从总体抽得一组样本为

14.8 15.2 18.1 15.3 17.5 15.1

(1) 求 μ, σ^2 的矩估计值。(2) 求 μ 置信度为 0.95 的置信区间.

(注: 上侧分位数 $t_{0.025}(5) = 2.57$, 即 $P(T \geq t_{0.025}(5)) = 0.025$, 双侧分位数 $t_{0.05}(5) = 2.57$, 即

$P(|T| \geq t_{0.05}(5)) = 0.05$)

封

线

七、(本题 8 分) 某种铁水含碳量 $X \sim N(4.55, 0.13^2)$, 抽测 9 炉铁水的样本均值 $\bar{x} = 4.445$, 若总体方差无变化, 请检验总体均值 μ 有无显著变化. ($\alpha = 0.01$)

注: $Z_{0.005} = 2.58$, $\Phi(2.58) = 0.995$

八、(本题 5 分) 已知 X 在区间 $(0, 2)$ 上服从均匀分布, $Y = \min\{X, 1\}$, 求 $E(Y)$.