



大学物理解析

注：只针对画题范围

稳恒磁场：1 3 4 5 6 9 10 12 14 16 17 18 19 20 22 26 28 31 32 36 37 38 39 41
47 48 49 50 54 55 59 60 62 66 73 74
电磁感应：1 2 3 4 6 8 10 11 13 14 17 32 33 34 39 48 53
震动和波：1 2 3 4 5 6 7 8 10 15 16 17 19 21 23 26 28 30 31 34 42 43 46 58 59
60 64 66 72 74 87 88 89 90 91

稳恒磁场

1. 磁通量是 B 与 S 的向量点积，点积为 $|BS|\cos\alpha$ ，所以选最后一个：负 π

$R^2 B \cos\alpha$ 。当中差个负号是因为，法线方向单位矢量 n 的方向有两种取法，一是指向半球外部，一是指向半球内部。但从大小上看，其它选项都不合理。

3.

知识点：

载流直导线的磁场公式： $B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\sin\beta_2 - \sin\beta_1)$

其中 β_1 、 β_2 分别是载流直线两端到场点 P 的连线与垂线 PO 的夹角，顺时针为正，逆时针为负。

β 角增加的方向与电流方向相同，则为正，反之，则为负。

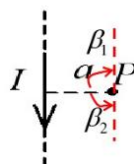
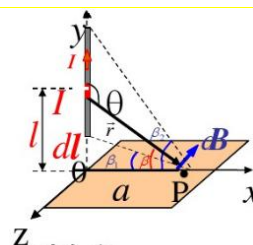
无限长直电流的磁场： $\beta_1 \rightarrow -\frac{\pi}{2}$ ， $\beta_2 \rightarrow \frac{\pi}{2}$ $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$

半长直电流的磁场： $\beta_1 = 0$ ， $\beta_2 \rightarrow \frac{\pi}{2}$ $B = \frac{1}{2} \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$

P 点为一条无限长直导线对其产生的磁场强度。

对 P 点有： $B_P = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\sin\beta_2 - \sin\beta_1)$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \left(\sin\frac{\pi}{2} - \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) \right) = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$$



Q点为两条半长直导线对其产生的磁场强度。

$$\begin{aligned} \text{对Q点有: } B_p &= \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\sin \beta_2 - \sin \beta_1) + \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\sin \beta_4 - \sin \beta_3) \\ &= \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \left(\sin \frac{\pi}{4} - \sin \left(-\frac{\pi}{2} \right) \right) + \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \left(\sin \frac{\pi}{2} - \sin \left(-\frac{\pi}{4} \right) \right) = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \end{aligned}$$

圆电流的磁场公式: $B = \frac{\mu_0}{2} \frac{R^2 I}{(R^2 + x^2)^{3/2}}$

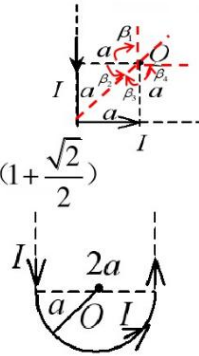
圆电流中心的磁场 $B = \frac{\mu_0 I}{2R}$

$\frac{1}{2}$ 圆电流的中心的 $B = \frac{1}{2} \frac{\mu_0 I}{2R}$ $\frac{1}{n}$ 圆电流的中心的 $B = \frac{1}{n} \frac{\mu_0 I}{2R}$

O点相当于一根半圆导线和两根半长直导线对其产生的磁场。

$$\begin{aligned} \text{对O点有: } B_o &= \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \left(\sin 0 - \sin \frac{-\pi}{2} \right) + \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \left(\sin \frac{\pi}{2} - \sin 0 \right) \\ &+ \frac{1}{2} \frac{\mu_0}{2} \frac{a^2 I}{(a^2 + a^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} + \frac{\mu_0 I}{4a} \end{aligned}$$

$\therefore B_o > B_Q > B_P$



4.

解: 圆电流在其中心产生的磁感应强度大小 $B_1 = \frac{\mu_0 I}{2a_1}$

正方形线圈4根导线在其中心产生的磁感应强度大小

$$B_2 = 4 \times \frac{\mu_0 I}{4\pi \times \frac{a_2}{2}} (\cos 45^\circ - \cos 135^\circ) = 2\sqrt{2} \frac{\mu_0 I}{\pi a_2}$$

由题意 $B_1 = B_2$, 即 $\frac{\mu_0 I}{2a_1} = 2\sqrt{2} \frac{\mu_0 I}{\pi a_2}$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{\sqrt{2}\pi}{8}$$

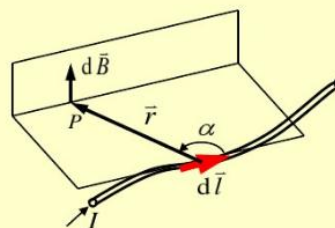
5.

A 【解析】考查磁感应强度的求解. 圆心O处的磁场是圆电流在圆心处产生的磁场 B_1 与场无限长直线电流的磁场 B_2 的矢量和. 由图中电流方向可知, 圆电流的磁场向内, 而直线电流的磁场向外, 所以, O点的磁感应大小为: $B = B_1 - B_2 = \frac{\mu_0 I}{2R} - \frac{\mu_0 I}{2\pi R} = \frac{\mu_0 I}{2R} \left(1 - \frac{1}{\pi} \right)$, 方向垂直纸面向内.

6.

1. 一个电流元 $I d\vec{l}$ 位于直角坐标系原点，电流沿 z 轴方向，点 $P(x, y, z)$ 的磁感强度沿 x 轴的分量是：

- (A) 0.
 (B) $-(\mu_0 / 4\pi) I y d\vec{l} / (x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}$.
 (C) $-(\mu_0 / 4\pi) I x d\vec{l} / (x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}$.
 (D) $-(\mu_0 / 4\pi) I y d\vec{l} / (x^2 + y^2 + z^2)$.



答案：(B)

参考解答： 毕奥-萨伐尔定律： $d\vec{B} = \frac{\mu_0 I d\vec{l} \times \vec{r}}{4\pi r^3}$

电流沿 z 轴方向， $I d\vec{l} = I d\vec{l} \hat{k}$,

$$\begin{aligned} d\vec{B} &= \frac{\mu_0 I d\vec{l} \times \vec{r}}{4\pi r^3} = \frac{\mu_0}{4\pi r^3} I d\vec{l} \hat{k} \times \vec{r} \\ &= \frac{\mu_0}{4\pi r^3} I d\vec{l} \hat{k} \times (x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}) = \frac{\mu_0}{4\pi r^3} I d\vec{l} (x\hat{j} - y\hat{i}), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore dB_x &= -\frac{\mu_0}{4\pi r^3} I d\vec{l} y \\ &= -\frac{\mu_0 I d\vec{l}}{4\pi (x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} y. \end{aligned}$$

8

9.

1. 电流 I 由长直导线1沿半径方向经 a 点流入一电阻均匀分布的圆环，再由 b 点沿半径方向流出，经长直导线2返回电源。已知圆环的半径为 R 。若长直导线1、2和圆环在环心 O 点产生的磁感应强度用 \vec{B}_1 、 \vec{B}_2 和 \vec{B}_3 表示，则

【A】。

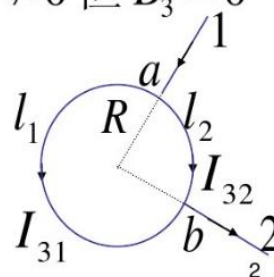
(A) $B_1 = B_2 = B_3 = 0$ (B) $B_1 \neq 0$ $B_2 \neq 0$ $B_3 \neq 0$

(C) $\vec{B}_1 + \vec{B}_2 = 0$ 但 $\vec{B}_3 \neq 0$ (D) $\vec{B}_1 + \vec{B}_2 \neq 0$ 但 $\vec{B}_3 = 0$

分析： $U_{a_1b} = U_{a_2b}$ $\frac{\rho l_1}{S} I_{31} = \frac{\rho l_2}{S} I_{32}$

$$B_{31} = \frac{\mu_0 I_{31}}{2R} \frac{l_1}{2\pi R}$$

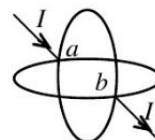
$$B_{32} = \frac{\mu_0 I_{32}}{2R} \frac{l_2}{2\pi R}$$



10.

2. 如图两个半径为 R 的相同的金属环在 a 、 b 两点接触(ab 连线为环直径), 并相互垂直放置. 电流 I 沿 ab 连线方向由 a 端流入, b 端流出, 则环中心 O 点的磁感强度的大小为

- (A) 0. (B) $\frac{\mu_0 I}{4R}$.
 (C) $\frac{\sqrt{2}\mu_0 I}{4R}$. (D) $\frac{\mu_0 I}{R}$.
 (E) $\frac{\sqrt{2}\mu_0 I}{8R}$.



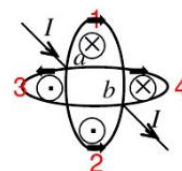
解: **利用对称性**

如图所示, 1, 2, 3, 4对应的四个半金属环部分相当于四个并联电路,

$$I_1 = I_2 = I_3 = I_4 = \frac{I}{4} \quad \text{半圆电流所产生的磁场 } B_1 = B_2 = B_3 = B_4 = \frac{\mu_0 I/4}{2R} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\mu_0 I}{16R}$$

由右手螺旋定则, 1与2, 3与4都是磁场大小相等, 方向相反,

$$\vec{B}_1 + \vec{B}_2 = \vec{B}_3 + \vec{B}_4 = 0 \Rightarrow \vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 + \vec{B}_4 = 0$$



12.

解: O' 点的磁感应强度可以看成是:

半径为 R , 电流面密度为 $+j$ 的大圆柱导体在 O' 点产生磁场,
 和半径为 r , 电流面密度为 $-j$ 的小圆柱体在 O' 点产生磁场的叠加。

$$\text{面电流密度 } j = \frac{\text{总电流}}{\text{面积}} = j = \frac{I}{\pi(R^2 - r^2)}$$

大圆柱导体在 O' 点产生磁场:

做半径为 a 的通过 O' 点的闭合圆周,

$$\text{应用安培环路定理, } \oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I$$

$$B_1 2\pi a = \mu_0 j \pi a^2 = \mu_0 \frac{I}{\pi(R^2 - r^2)} \pi a^2 = \frac{\mu_0 I a^2}{(R^2 - r^2)}$$

$$B_1 = \frac{\mu_0 I a^2}{2\pi a (R^2 - r^2)} = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} \frac{a^2}{(R^2 - r^2)}$$

半径为 r 的长直圆柱体在其自身轴线 O' 所产生的磁场 $B_2 = 0$ ($\because j$ 正负相抵)

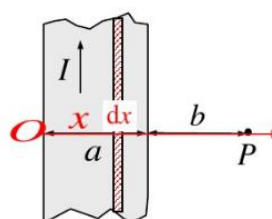
$$\therefore B = B_1 + B_2 = B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} \frac{a^2}{(R^2 - r^2)}$$

14.

5. 有一无限长通有电流、宽度为 a 、厚度不计的扁平铜片，电流 I 在铜片上均匀分布，在铜片外与铜片共面、离铜片右边缘 b 处的 P 点 (如图所示) 的磁感应强度的大小为[B]



$$B = \int dB = \int_0^a \frac{\mu_0 \frac{I}{a} dx}{2\pi(a+b-x)} = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} \ln \frac{a+b}{b}$$



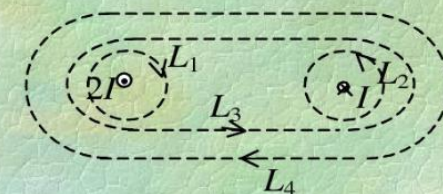
16

3. 如下图所示，流出纸面的电流为 $2I$ ，流进纸面的电流为 I ，则下述各式中哪一个是正确的？

(A) $\oint_{L_1} \vec{H} \cdot d\vec{l} = 2I$

(B) $\oint_{L_2} \vec{H} \cdot d\vec{l} = I$

(C) $\oint_{L_3} \vec{H} \cdot d\vec{l} = -I$



(D) $\oint_{L_4} \vec{H} \cdot d\vec{l} = -I$ [D]

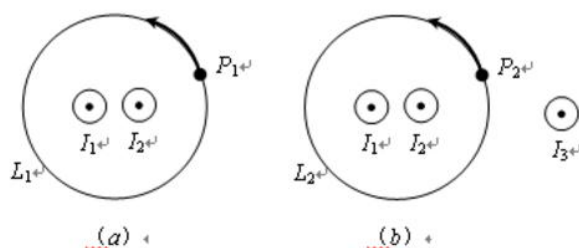
解：安培环路定理

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum_i I_i$$

符号规定：穿过回路 L 的电流方向与 L 的绕向服从右螺关系的 I 为正，否则为负。

7.4 在图 (a) 和 (b) 中各有一半径相同的圆形回路 L_1 、 L_2 ，圆周内有电流 I_1 、 I_2 ，其分布相同，且均在真空中，但在 (b) 图中 L_2 回路外有电流 I_3 、 P_1 、 P_2 为两圆形回路上的对应点，则：

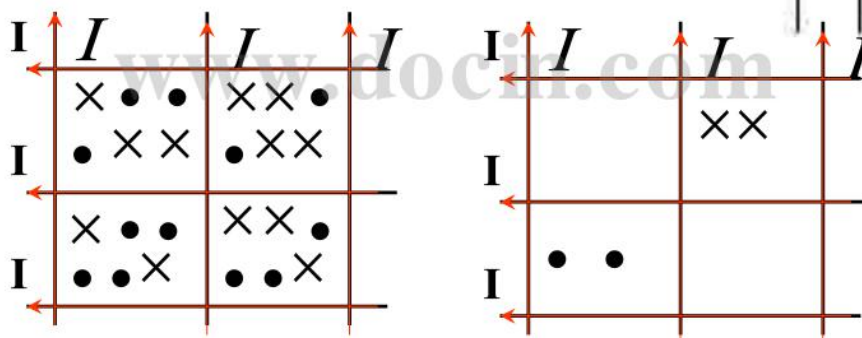
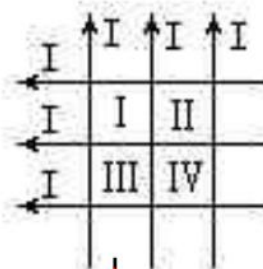
- (A) $\oint_{L_1} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \oint_{L_2} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l}$, $B_{P_1} = B_{P_2}$; (B) $\oint_{L_1} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} \neq \oint_{L_2} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l}$, $B_{P_1} = B_{P_2}$;
 (C) $\oint_{L_1} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \oint_{L_2} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l}$, $B_{P_1} \neq B_{P_2}$; (D) $\oint_{L_1} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} \neq \oint_{L_2} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l}$, $B_{P_1} \neq B_{P_2}$ 。



答： \mathbf{B} 的环流只与回路中所包围的电流有关，与外面的电流无关，但是回路上的磁感应强度却是所有电流在那一点产生磁场的叠加。所以 C 对。

1. 图中六根无限长导线互相绝缘，通过的电流均为 I ，区域 I、II、III、IV 均为相等的正方形，哪一个区域指向纸内的磁通量最大？【 B 】

- (A) I 区域 (B) II 区域
 (C) III 区域 (D) IV 区域



19

电子流的方向如图向上，相当于正电荷向下运动。

按左手定则，正电荷受力方向由a向b。

这将导致，b点电势高于a点电势。

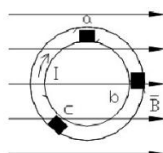
即 $U_a < U_b$ 。

20.

2. 如图所示，在磁感应强度为 B 的均匀磁场中，有一圆形载流导线，a、b、c 是其上三个长度相等的电流元，则它们所受到的安培力大小的关系为： C

- (A) $F_a > F_b > F_c$; (B) $F_a < F_b < F_c$;
(C) $F_b > F_c > F_a$; (D) $F_a > F_c > F_b$;

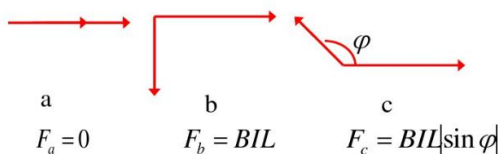
解：根据处于匀强磁场中的载流直导线所受到安培力的大小为



$$d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B}$$

$$d\vec{F} = IB \sin \varphi dl$$

φ 为 $I d\vec{l}$ 与 \vec{B} 之间的夹角， $d\vec{F}$ 的方向由 $I d\vec{l} \times \vec{B}$ 确定，



22.

6. 在 xOy 平面内有一圆心在 O 点的圆线圈，通以顺时针绕向的电流 I_1 另有一无限长直导线与 y 轴重合，通以电流 I_2 ，方向向上，如图所示。求此时圆线圈所受的磁力。

解：先讨论右半圆电流，取电流元 $I_2 dl$ ，则 df 的方向沿径向向外，大小为 $df = BI_2 dl$

由图可看出 df_y 对 x 轴的对称，故 $f_y = \sum df_y = 0$

$$df_x = df \sin \theta = BI_2 dl \sin \theta = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi x} I_2 dl \sin \theta$$

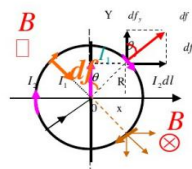
$$x = R \sin \theta, \quad dl = R d\theta$$

$$f_{\text{右}} = f_x = \int_0^\pi \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi R \sin \theta} R \cdot d\theta \cdot \sin \theta = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi} \int_0^\pi d\theta = \frac{1}{2} \mu_0 I_1 I_2$$

$$\text{同理 } f_{\text{左}} = f_x = \frac{1}{2} \mu_0 I_1 I_2$$

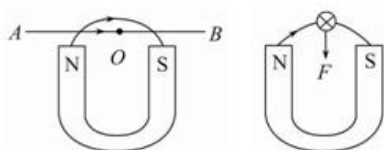
$$\text{所以 } f = f_{\text{右}} + f_{\text{左}} = \mu_0 I_1 I_2$$

力的方向沿 x 轴正向。



26.

(1)根据如图所示的导线所处的特殊位置判断其运动情况.将导线AB从N、S极的中间O分成两段,由左手定则可得AO段所受安培力的方向垂直于纸面向外,BO段所受安培力的方向垂直于纸面向里,可见从上向下看,导线AB将绕O点逆时针转动.



(2)根据导线转过90°时的特殊位置判断其上下运动情况.如图所示,导线AB此时所受安培力方向竖直向下,导线将向下运动.

(3)由上述两个特殊位置的判断可知,当导线不在上述的特殊位置时,所受安培力使AB逆时针转动的同时还要向下运动.

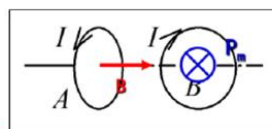
28.

[A 14. (自测提高3) 有两个半径相同的圆环载流导线 A、B, 它们可以自由转动和移动, 把它们放在相互垂直的位置上, 如图所示, 将发生以下哪一种运动?

- (A) A、B 均发生转动和平动, 最后两线圈电流同方向并紧靠一起.
- (B) A 不动, B 在磁力作用下发生转动和平动.
- (C) A、B 都在运动, 但运动的趋势不能确定.
- (D) A 和 B 都在转动, 但不平动, 最后两线圈磁矩同方向平行.



【答】1、如图, 根据右手螺旋关系, A 环产生向右的磁场。以 B 环为研究对象, B 环的磁矩方向垂直平面向里, 根据磁力矩 $\vec{M} = \vec{p}_m \times \vec{B}$, B 环将发生转动, 转动后 B 环电流将与 A 环电流同方向; 根据同向电流相互吸引的规律, 可判断 A、B 环将相互靠拢。



31.

6、(基础训练 11) 一磁场的磁感强度为 $\vec{B} = a\vec{i} + b\vec{j} + c\vec{k}$ (SI), 则通过一半径为 R , 开口向 z 轴正方向的半球壳表面的磁通量的大小为 $\pi R^2 \cdot c$ Wb.

【答】半球壳表面 S 和其底部圆平面一起构成闭合曲面。根据高斯定理, $\iint_{\text{半球面S}} \vec{B} \cdot d\vec{S} + \iint_{\text{圆平面}} \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$,

$$\therefore \int_{\text{半球面}} \vec{B} \cdot d\vec{S} = - \int_{\text{圆平面}} \vec{B} \cdot d\vec{S} = -\vec{B} \cdot \vec{S} = -\vec{B} \cdot \pi R^2 \vec{k} = -\pi R^2 \cdot c, \text{ 大小} = \pi R^2 \cdot c$$

解:

磁场的高斯定理: 通过任意闭合曲面的磁通量必等于零 (故磁场是无源的)

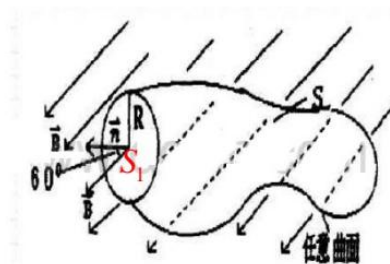
$$\oiint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

任意取面 S 和圆平面 S_1 组成封闭曲面
由磁场的高斯定理:

$$\oiint \vec{B} \cdot d\vec{S} = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} + \iint_{S_1} \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

得到任意曲面 S 的磁通量:

$$\phi_m = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = - \iint_{S_1} \vec{B} \cdot d\vec{S} = -B \pi R^2 \cos 60^\circ = -\frac{1}{2} B \pi R^2$$



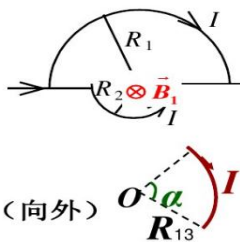
11. 真空中稳恒电流 I 流过两个半径分别为 R_1, R_2 的同心半圆形导线, 两半圆导线间由沿直径的直导线连接, 电流沿直导线流入。(1) 如果两个半圆共面 (图1), 圆心 O 点的磁感强度 的大小为 $\frac{\mu_0 I}{4} (\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1})$, 方向为 垂直纸面向外;

(2) 如果两个半圆面正交 (图2), 则圆心 O 点的磁感强度 \vec{B}_0 的大小为 $\frac{\mu_0 I}{4} (\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1})$, \vec{B}_0 的方向与 y 轴的夹角为 α 。

解: (1) 长直导线延长线上的磁场为零。
张角为 α 的弧电流圆心 O 处的磁感应强度

$$B_o = \frac{\mu_0 I}{2R} \frac{\alpha}{2\pi}, \quad B_1 = \frac{\mu_0 I}{2R_1} \frac{\pi}{2\pi} = \frac{\mu_0 I}{4R_1} \text{ (向里)}$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 I}{4R_2} \text{ (向外)}, \quad B = B_2 - B_1 = \frac{\mu_0 I}{4} (\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}) \text{ (向外)}$$



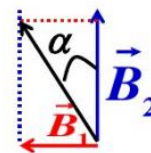
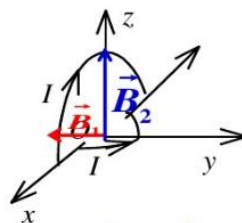
11. 真空中稳恒电流 I 流过两个半径分别为 R_1, R_2 的同心半圆形导线, 两半圆导线间由沿直径的直导线连接, 电流沿直导线流入. (2) 如果两个半圆面正交 (如图), 则圆心 O 点的磁感强度 \vec{B}_0 的大小为 $\frac{\mu_0 I}{4} (\frac{1}{R_1^2} + \frac{1}{R_2^2})^{1/2}$ 与 y 轴 \vec{B}_0 的夹角为 $\frac{1}{2}\pi + \arctg \frac{R_2}{R_1}$ 。

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 I}{4R_1} (-\hat{e}_y) \quad \vec{B}_2 = \frac{\mu_0 I}{4R_2} (\hat{e}_z)$$

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2} = \frac{\mu_0 I}{4} (\frac{1}{R_1^2} + \frac{1}{R_2^2})^{1/2}$$

与 y 轴正方向夹角:

$$\tan \alpha = \frac{B_1}{B_2}, \quad \theta = \alpha + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2} + \arctg \frac{R_2}{R_1}$$

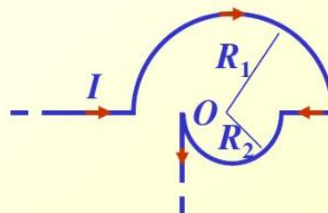


14

37.

例: 一弯曲的载流导线在同一平面内, 形状如图 (O 点是半径为 R_1 和 R_2 的两个半圆弧的共同圆心, 电流自无穷远来到无穷远去), 则 O 点磁感应强度的大小是_____。

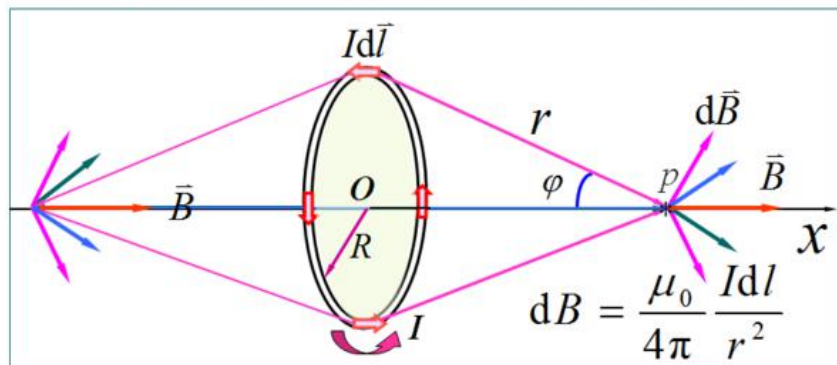
解: $B = \frac{\mu_0 I}{4R_1} + \frac{\mu_0 I}{4R_2} - \frac{\mu_0 I}{4\pi R_2}$



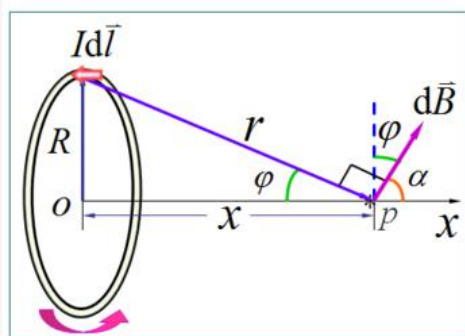
38.

例3 圆形载流导线的磁场.

真空中, 半径为 R 的载流导线, 通有电流 I , 称圆电流. 求其轴线上一点 p 的磁感强度的方向和大小.



解 根据对称性分析 $B = B_x = \int dB \sin \varphi$



$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl}{r^2}$$

$$dB_x = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \cos \alpha dl}{r^2}$$

$$\cos \alpha = R/r$$

$$r^2 = R^2 + x^2$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_l \frac{\cos \alpha dl}{r^2}$$

$$B = \frac{\mu_0 IR}{4\pi r^3} \int_0^{2\pi R} dl$$

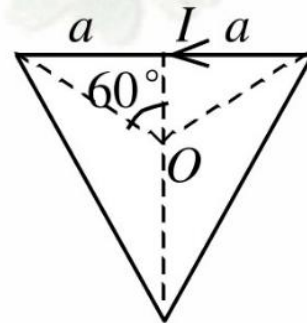
$$B = \frac{\mu_0 IR^2}{2(x^2 + R^2)^{3/2}}$$

39.

右手螺旋定则, 一个向Y轴一个向Z轴

41.

$$9\mu_0 I / (4\pi a)$$



47.

作业2：有一同轴电缆，其尺寸如图所示，两导体中的电流均为 I ，但电流的流向相反，导体的磁性可不考虑。试计算以下各处的磁感强度：(1) $r < R_1$ ；(2) $R_1 < r < R_2$ ；(3) $R_2 < r < R_3$ ；(4) $r > R_3$ 。画出 $B-r$ 图线。

分析：同轴电缆导体内的电流均匀分布，其磁场呈轴对称，取半径为 r 的同心圆为积分路径，

$$\oint B \cdot dl = B \cdot 2\pi r$$

利用安培环路定理 $\oint B \cdot dl = \mu_0 \sum I$

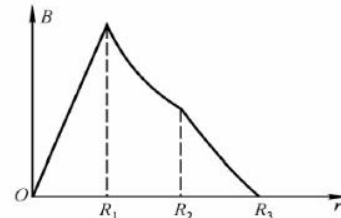
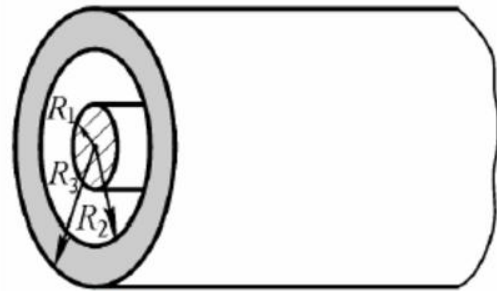
$$r < R_1 \text{ 时, } B_1 \cdot 2\pi r = \mu_0 \frac{1}{\pi R_1^2} \pi r^2 \quad B_1 = \frac{\mu_0 I r}{2\pi R_1^2}$$

$$R_1 < r < R_2 \text{ 时, } B_2 \cdot 2\pi r = \mu_0 I \quad B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

$$R_2 < r < R_3 \text{ 时 } B_3 \cdot 2\pi r = \mu_0 \left[I - \frac{\pi(r^2 - R_2^2)}{\pi(R_3^2 - R_2^2)} I \right] \quad B_3 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \frac{R_3^2 - r^2}{R_3^2 - R_2^2}$$

$$r > R_3 \text{ 时 } B_4 \cdot 2\pi r = \mu_0 (I - I) = 0 \quad B_4 = 0$$

B 的方向与 I 成右螺旋
磁感强度 $B(r)$ 的分布曲线

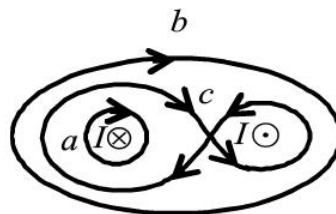


48.

5. 两根长直导线通有电流 I ，图示有三种环路；在每种情况下， $\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l}$ 等于：

$\mu_0 I$	(对环路a).
0	(对环路b).
$2\mu_0 I$	(对环路c).

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum_i I_i$$



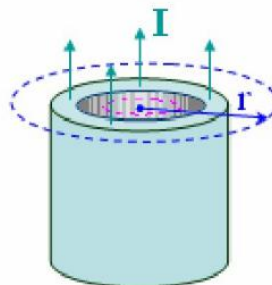
49.

1. 有一长直金属圆筒，沿长度方向有稳恒电流 I 通过，在横截面上电流均匀分布。筒内空腔各处的磁感应强度大小为__；筒外空间中离轴线处的磁感应强度大小为__。

解：示意图如右。由 $\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I_i$

可知,对筒内: $\sum I_i = 0 \quad B_{\text{内}} = 0$

对筒外: $\sum I_i = I \quad B_{\text{外}} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$



50.

1、将半径为 R 的无限长导体薄壁管(厚度忽略)沿轴向割去一宽度为 h ($h < R$)无限长狭缝后,再沿轴向均匀地流有电流,其面电流密度为 i (如图),求管轴线上磁感应强度的大小。

解:

设面电流密度为 i ,完整薄管在轴线上产生的磁感为 \vec{B}_0 ,割去部分在轴线上产生的磁感为 \vec{B}' 剩余部分在轴线上产生的磁感为 \vec{B} 。

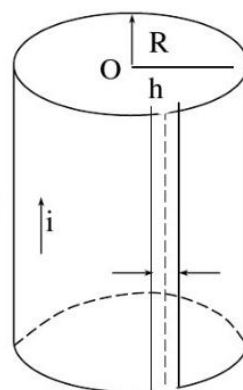
根据磁场的叠加原理

$$\vec{B}_0 = \vec{B} + \vec{B}'$$

$$\vec{B}_0 = 0,$$

$$B = B' = \frac{\mu_0 i h}{2\pi R}$$

$$\vec{B} = -\vec{B}'$$



54.

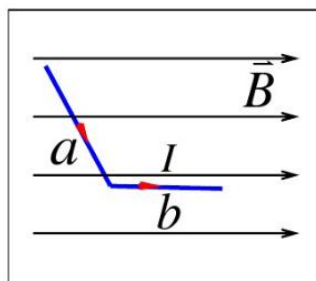
共享文档

例 有一根流有电流 I 的导线,被折成长度分别为 a 、 b ,夹角为 120° 的两段,并置于均匀磁场 \vec{B} 中,若导线的长度为 b 的一段与 \vec{B} 平行,则 a 、 b 两段载流导线所受的合磁力的大小为多少?

$$\text{解: } \vec{F} = \int_l d\vec{F} = \int_l I d\vec{l} \times \vec{B}$$

$$F = aIB \sin 60^\circ + bIB \sin 0^\circ$$

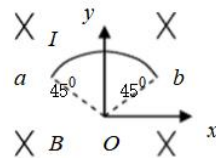
$$= \frac{\sqrt{3}}{2} aIB$$



55.

8-9 如图所示, 一根载流导线被弯成半径为 R 的 $1/4$ 圆弧, 其电流方向由 $a \rightarrow b$, 放在磁感强度为 B 的均匀磁场中, 则载流导线 ab 所受磁场的作用力的大小为 _____, 方向 _____。

分析与解 根据安培力公式 $d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B}$ 及载流导线的对称性, 可计算导线 ab 所受磁场力, 根据矢积可确定磁场力的方向。正确答案为 ($\sqrt{2}RBI$ 、沿 y 轴正向)。



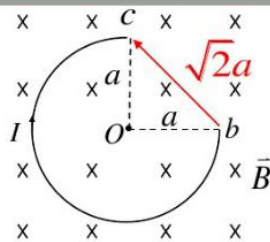
习题 8-9 图

59.

5. 如图所示, 在真空中有一半径为 a 的 $3/4$ 圆弧形导线, 其中通以稳恒电流 I , 导线置于均匀外磁场 \vec{B} 中, 且 \vec{B} 与导线所在平面垂直, 则该载流导线 bc 所受的磁力大小为 $\sqrt{2}IaB$ 。

解 均匀磁场中, 弯曲载流导线所受磁场力与从起点到终点间载有同样电流的直导线所受的磁场力相同。

$$F_{bc} = F_{\vec{bc}} = |\vec{Il} \times \vec{B}| = \sqrt{2}IaB$$



60

习题 9—13 如图所示, 在真空中有一半圆形闭合线圈, 半径为 a , 流过的稳恒电流为 I , 则圆心 O 处的电流元 $I d\vec{l}$ 所受的安培力 $d\vec{F}$ 的大小为 _____, 方向为 _____。

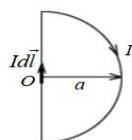
解: 圆心 O 处的磁感应强度是由半圆形闭合线圈产生的, 其直径段的电流在 O 处单独产生的磁场为零, 其半圆段在 O 处产生的磁场即为该点的总磁场

$$B_O = \frac{\mu_0 I}{4a}$$

\vec{B}_O 的方向垂直于图面向内。根据安培力公式 $d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B}$ 可知圆心 O 处的电流元 $I d\vec{l}$ 所受的安培力 $d\vec{F}$ 的大小为

$$dF = IdlB = \frac{\mu_0 I^2 dl}{4a}$$

力 $d\vec{F}$ 的方向垂直于电流元向左。



习题 9—13 图

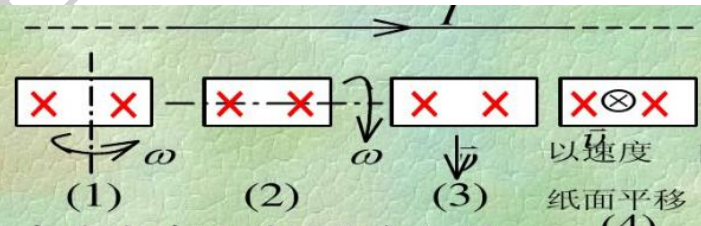
计算题略

电磁感应

1.

解：本题可以通过定性分析进行选择。依题设，半圆形闭合导线回路作匀角速度旋转，因此回路内的磁通量变化率的大小是一个常量，但是其每转动半周电动势的方向改变一次。另一方面，若规定回路绕行的正方向为顺时针的，则通过回路所围面积的磁通量 $\Phi > 0$ ，当转角从 0 到 π 时， $d\Phi/dt > 0$ ，由法拉第电磁感应定律， $\varepsilon < 0$ ；当转角从 π 到 2π 时， $d\Phi/dt < 0$ ，由法拉第电磁感应定律， $\varepsilon > 0$ ，如此重复变化，，，，。因此，应该选择答案 (A)。

2.



解：长直导线外的磁场方向如图，

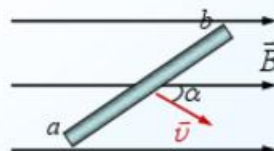
$$\varepsilon = \int (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} \quad [C]$$

图(1)(2)(4)中矩形线圈各边开始运动时的速度都与外磁场方向接近平行，均不切割磁感线， $\therefore \varepsilon \rightarrow 0$

3.

2. 如图，长度为 l 的直导线 ab 在均匀磁场 \vec{B} 中以速度 \vec{v} 移动，直导线 ab 中的电动势为

- (A) Blv . (B) $Blv \sin \alpha$.
(C) $Blv \cos \alpha$. (D) 0.



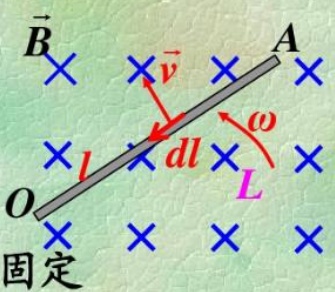
$$\int_a^b (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$$

4.

取微元 dl , 速率 $v = \omega l$, 它产生的动生电动势为:

$$v = \omega l \quad d\varepsilon = (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} = vBdl = B\omega dl$$

整个金属棒产生的动生电动势为

$$\varepsilon = \int_0^L d\varepsilon = \int_0^L B\omega dl = \frac{1}{2} B\omega L^2 > 0$$


ε 方向: $A \rightarrow O$.
右手定则判断也可。

$$\varepsilon = \frac{1}{2} B\omega L^2 \quad (\text{转轴} // \text{均匀 } \vec{B})$$

6.

[B] 4. (基础训练 6) 如图 12-19 所示, 直角三角形金属框架 abc 放在均匀磁场中, 磁场 \vec{B} 平行于 ab 边, bc 的长度为 l . 当金属框架绕 ab 边以匀角速度 ω 转动时, abc 回路中的感应电动势 ε 和 a 、 c 两点间的电势差 $U_a - U_c$ 分别为多少?

- (A) $\varepsilon = 0 \quad U_a - U_c = \frac{1}{2} B\omega l^2$ (B) $\varepsilon = 0 \quad U_a - U_c = -\frac{1}{2} B\omega l^2$
 (C) $\varepsilon = B\omega l^2 \quad U_a - U_c = \frac{1}{2} B\omega l^2$ (D) $\varepsilon = B\omega l^2 \quad U_a - U_c = -\frac{1}{2} B\omega l^2$

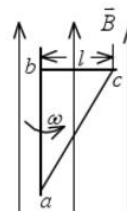


图 12-19

【答】(1) 任何时刻, 穿过三角形 abc 回路的磁通量为

$$\Phi = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \iint_S B dS \cdot \cos \frac{\pi}{2} = 0, \text{ 所以 } \varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = 0;$$

$$(2) \varepsilon = \varepsilon_{ac} + \varepsilon_{cb} + \varepsilon_{ba} = 0, \text{ 而 } \varepsilon_{ba} = 0, \text{ 所以 } |\varepsilon_{ac}| = |\varepsilon_{cb}| = \int_0^l (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} = \int_0^l (\omega r) B dr = \frac{1}{2} \omega B l^2,$$

$$\varepsilon_{ac} \text{ 的方向可用 } \vec{v} \times \vec{B} \text{ 判断, 沿着杆从 } a \text{ 指向 } c, \text{ 所以 } a \text{ 点的电势比 } c \text{ 点低, } U_a - U_c = -|\varepsilon_{ac}| = -\frac{1}{2} B\omega l^2.$$

8.

$$\text{自感电动势 } E = L \cdot \Delta I / \Delta t = 0.25 \cdot [2 / (1/16)] = 8V$$

9.

当两个通电线圈互相垂直放置时，互感系数为零

10.

自感系数只与线圈面积、长度、单位长度的匝数和是否有铁芯有关

11.

两个电感 L_1 、 L_2 放在一起，总电感 $L=L_1+L_2+2M$ （根号下 L_1*L_2 ）。 M 是互感系数。当两个半环管的自感系数都是 $0.5L$ 时，由于它们之间还有互感，所以总电感就会大于 $1L$ ！

13.

参照第十题

14.

1. 一个电阻为 R ，自感系数为 L 的线圈，将它接在一个电动势为 $\varepsilon(t)$ 的交变电源上，线圈的自感电动势为 $\varepsilon_L = -L \frac{dI}{dt}$ ，则流过线圈的电流为：

- [C] (A) $\varepsilon(t)/R$ (B) $[\varepsilon(t) - \varepsilon_L]/R$
(C) $[\varepsilon(t) + \varepsilon_L]/R$ (D) ε_L/R

解：根据楞次定律自感电动势阻止交变电源电动势变化，故流过线圈的电流为 $[\varepsilon(t) + \varepsilon_L]/R$

选 C

17.

解：塑料圆筒为弱磁质，不形成磁路。 [D]

两线圈如图(1)绕制时，有漏磁，
两线圈如图(2)绕制时，无漏磁，

$$\left. \begin{array}{l} \text{两线圈如图(1)绕制时，有漏磁，} \\ \text{两线圈如图(2)绕制时，无漏磁，} \end{array} \right\} M_1 \neq M_2,$$

图(2)中并未把ab或a'b'连接在一起，故 $M_2 \neq 0$ 。

19.

这个记住结论
公式适用于自感系数L一定的任意线圈

32.

河南工业大学作业用纸

科目

班级

姓名

学号

32. 搜不到只能自己手写了(手动滑稽)

$$E_i = B l v = \frac{1}{2} B \omega R^2 \quad R = \frac{\sqrt{2}}{2} l$$

$$= \frac{3}{8} \omega B l^2$$

由楞次定律得： U_{bc} 为正 U_{ca} 为负

金属框整体看成一根导线， \therefore 总电势为0

嘻嘻嘻，我Q: 1106632822 (小姐姐可以加哟)

33.

(1) 当 aOc 以速度 \vec{v} 沿 x 轴正向运动时:

$$\varepsilon_{oc} = 0; |\varepsilon_{oa}| = vBL \sin \theta,$$

方向用 $\vec{v} \times \vec{B}$ 判断, 可知从 O 指向 a , O 点电势比 a 点电势低;

$$\text{所以 } U_{ac} = (U_a - U_O) + (U_O - U_c) = |\varepsilon_{oa}| + 0 = vBL \sin \theta.$$

(2) 当 aOc 以速度 \vec{v} 沿 y 轴正向运动时:

$$|\varepsilon_{co}| = vBL, \text{ 方向从 } c \text{ 指向 } O, \text{ 所以 } U_{oc} = U_O - U_c = vBL;$$

$$|\varepsilon_{ao}| = vBL \cos \theta, \text{ 方向从 } a \text{ 指向 } O, \text{ 所以 } U_{ao} = U_a - U_O = -vBL \cos \theta;$$

$$U_a - U_c = (U_a - U_O) + (U_O - U_c) = -vBL \cos \theta + vBL > 0, \text{ 所以 } a \text{ 点电势高.}$$

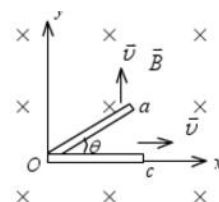
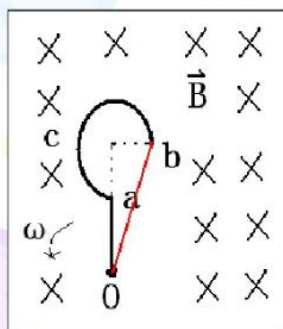


图 12-24

34.

的动生电动势 $\varepsilon_i = \frac{5}{2} B \omega R^2$, 电势最高点是: 0点



动生电动势、辅助线

$$\text{连接 } Ob \text{ 形成回路: } \therefore \varepsilon_{Ob} + \varepsilon_{bcaO} = 0$$

$$\begin{aligned} \therefore \varepsilon_{bcaO} &= -\varepsilon_{Ob} = \varepsilon_{bO} = \frac{1}{2} B \omega (Ob)^2 \\ &= \frac{1}{2} B \omega [R^2 + (2R)^2] = \frac{5}{2} B \omega R^2 \end{aligned}$$

18

39.

电势 = $L di/dt$ 带入即可

计算题略

振动和波

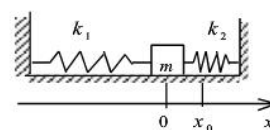
1.

10、如图所示，一质量为 m 的滑块，两边分别与劲度系数为 k_1 和 k_2 的轻弹簧联接，两弹簧的另外两端分别固定在墙上。滑块 m 可在光滑的水平面上滑动，0点为系统平衡位置。将滑块 m 向右移动到 x_0 自静止释放，并从释放时开始计时。取坐标如图所示，则其振动方程为：

(A) $x = x_0 \cos\left[\sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m}} t\right]$

解

$$x = A \cos(\omega t + \varphi)$$



(B) $x = x_0 \cos\left[\sqrt{\frac{k_1 k_2}{m(k_1 + k_2)}} t\right]$

由题 $A = x_0$ $\varphi = 0$

(C) $x = x_0 \cos\left[\sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m}} t + \pi\right]$

$$F = -k_1 x - k_2 x = -(k_1 + k_2)x$$

(D) $x = x_0 \cos\left[\sqrt{\frac{k_1 k_2}{m(k_1 + k_2)}} t + \pi\right]$

$$F = ma \Rightarrow -(k_1 + k_2)x = m \frac{d^2 x}{dt^2}$$

$$\Rightarrow \frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{k_1 + k_2}{m} x = 0$$

(E) $x = x_0 \cos\left[\sqrt{\frac{m}{k_1 + k_2}} t\right]$

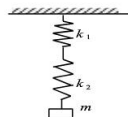
$$\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m}} \quad (\mathbf{A})_{15}$$

2.

7、劲度系数分别为 k_1 和 k_2 的两个轻弹簧串联在一起，下面挂着质量为 m 的物体，构成一个竖挂的弹簧振子，则该系统的振动周期为

(A) $T = 2\pi \sqrt{\frac{m(k_1 + k_2)}{2k_1 k_2}}$

(B) $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{(k_1 + k_2)}}$



(C) $T = 2\pi \sqrt{\frac{m(k_1 + k_2)}{k_1 k_2}}$

(D) $T = 2\pi \sqrt{\frac{2m}{k_1 + k_2}}$

弹簧串联 $\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$ $k = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{m(k_1 + k_2)}{k_1 k_2}} \quad (\mathbf{C})$$

3.

再答：旋转矢量是逆时针方向转动，它端点在x轴的投影点表示简谐振动，它在这个位置时它的投影点x轴正向运动

4.

因为由题意可知：振动方程为： $y=4\cos(\pi x-2/3\pi)$

而第一次经过 $x=-2$ 时的时间为： $t=0$

所以第二次经过 $x=-2$ 时必关于 y 函数的对称轴对称即：

而函数的对称轴为： $x=2/3+k(k\text{取整数})$

$(t+t_1)=2/3+k$

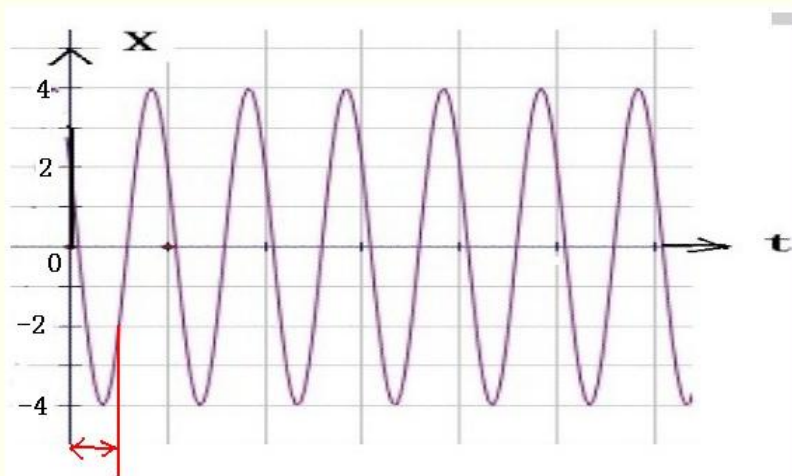
因为是第一次经过 $x=-2$,所以 $K=0$

而 $t=0$,解得： $t_1=2/3s$

5.

根据振动方程 $X = 4 \cos[2\pi t + (\pi/3)]$ (无单位)

画得振动图象如下图.



所求的最短时间

从 $t=0$ 时刻开始,到第一次到 $X = -2$ 位置且向 X 轴正方向运动的最短时间如图所示.

$$\text{令 } X = -2, \text{ 即 } -2 = 4 \cos[2\pi t + (\pi/3)]$$

$$\text{得 } \cos[2\pi t + (\pi/3)] = -1/2$$

$$2\pi t + (\pi/3) = \pi + (\pi/3) \quad \text{对应质点第一次到 } X = -2 \text{ 位置且向 } X \text{ 轴正方向运动}$$

$$\text{对应的时刻为 } t = (1/2) \text{ 秒}$$

所以本题所求的最短时间是 $(1/2)$ 秒.

6.

左加右减 左是超前

7.

分析 写出简谐振动的振动方程, 结合振动方程即可得出从二分之一最大位移处到最大位移处这段路程所需的时间.

解答 解: 设质点做简谐振动的振幅为 A , 角频率为 ω , 则从平衡位置开始振动的振动方程为:

$$x = A \sin \omega t$$

$$\text{其中: } \omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$\text{当 } x = \frac{1}{2}A \text{ 时: } \omega t_1 = \frac{\pi}{6}; \text{ 所以 } t_1 = \frac{T}{12}$$

$$\text{当 } x = A \text{ 时, } \omega t_2 = \frac{\pi}{2}, \text{ 所以: } t_2 = \frac{T}{4}$$

$$\text{所以从二分之一最大位移处到最大位移处这段路程所需的时间: } \Delta t = t_2 - t_1 = \frac{T}{6}$$

11.

1、一质点作简谐振动，振动方程为 $x = A \cos(\omega t + \varphi_0)$ ，

当 $t = T/2$ (T 为周期) 时，质点的速度为

- (A) $v = -A\omega \sin \varphi_0$ (B) $v = A\omega \sin \varphi_0$
 (C) $v = -A\omega \cos \varphi_0$ (D) $v = A\omega \cos \varphi_0$

答案: B $v = \frac{dx}{dt} = -A\omega \sin(\omega t + \varphi_0)$

$$\because t = \frac{T}{2}, \omega t = \frac{2\pi}{T} \frac{T}{2} = \pi$$

$$\therefore v = A\omega \sin \varphi_0$$

14.

$$E_K = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 \sin^2(\omega t + \varphi)$$

$$\because \omega = \frac{2\pi}{T} \quad \therefore (1) (5) \text{ 对}$$

17.

简谐振动时，速度变化频率同振动频率，为 ν ，即可表达为 $u = u_0 \times \sin(\nu t)$ 。
 动能 $E = 1/2 m u^2 = 1/2 m \times (u_0 \times \sin(\nu t))^2 = 1/2 m \times u_0^2 \times \sin^2(\nu t) = 1/4 m \times u_0^2 \times (1 - \cos(2\nu t))$ 即频率为 2ν

19.

$$x_1 = A/2 \cos \omega t$$

$$x_2 = -A \cos \omega t$$

$$\text{所以 } x = x_1 + x_2 = -A/2 \cos \omega t = A/2 \cos(\omega t + \pi)$$

所以所求初相为 π , 正确答案是 (2)

21.

- ① 波长为沿x轴相邻两个波峰(或波谷)的距离, 即空间周期, 所以波长 $\lambda = 2\pi / C$;
 ② 周期, 如果没有特殊说明, 一般指时间周期T, $T = 2\pi / B$;
 ③ 频率f, 圆频率 ω , $\omega = 1/T$, $f = \omega / (2\pi)$, 所以 $f = 1 / (2\pi T)$;
 ④ 传播速度v, $v = \lambda / T$, 即 $v = B/C$

23.

$$\text{波长} = \text{波速} / \text{频率} = 300 / 100 = 3\text{m}$$

$$\pi/3 = T/6 = 1/6 \text{ 个周期}$$

$$\text{一个周期波传一个波长, } 1/6 \text{ 周期波传 } 3 \times 1/6 = 0.5\text{m}$$

23.