河南工业大学 2020-2021 学年第 2 学期
高等数学押题卷

一、填空题(每小题 3 分，满分 15 分)

1. 已知不共面的三个向量 a={1, 1, 0}, b={0, 2, 0}, c={2, 2, -3}, 则以这三个向量为邻边的平行六面体的体积为________.

2. 若函数 $z=z(x,y)$ 由方程 $e^{x+2y+3z}+xyz=1$ 确定，则 $dz|_{(0,0)}$=_______.

3. 设 $D=\{(x,y)|1\le x^2+y^2\le 2, y\ge x\}$，则 $\iint \frac{xy}{x^2+y^2}dxdy$=________.

4. 已知方程 $\lambda x^2+(\lambda-1)y^2+(\lambda-2)z^2=1$ 表示单叶双曲面, 则入的取值范围为______.

5. $\frac{1}{2+x}$ 的麦克劳林级数是________.

二、选择题(每小题 3 分，满分 15 分)

6. 设函数 $f(x,y)=\begin{cases}\frac{x^2y}{x^4+y^2},\ x^2+y^2\ne 0\\ 0,\ x^2+y^2=0\end{cases}$, 在点（0, 0）处为( ).

A. f(x, y)连续，　但偏导数不存在

B. f(x, y)的偏导　数存在但不连续

C. f(x, y)连续且偏导数存在

D. f(x, y)不连续且偏导数不存在

7. $u=xy+y^2z+3xz^2$ 在 $P_0(1,1,1)$ 点沿 l（1，-1, 1）方向上的方向导数 $\frac{du}{dl}|P_0$为( ).

A. $\frac{8}{3}$　　B. $\frac{8}{\sqrt{3}}$　　C. $\frac{\sqrt{8}}{3}$　　D. $\frac{\sqrt{2}}{3}$

8. 三重积分 $\iiint_{x^2+y^2+z^2\le R^3} dxdydz$ 等于( ).

A. $\frac{2\pi}{3}$　　B. $\frac{4\pi}{3}$　　C. $\frac{4\pi R^3}{3}$　　D. $\frac{4\pi R^4\sqrt{R}}{3}$

9. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n*2^n}(x+1)^{n-1}$ 的收敛域是( ).

A. (−3, 1)　　B. (−3, 1]　　C. [−3, 1)　　D. [−3, 1]

10. $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 1}}\frac{e^x+y}{x+y}$ 的值为( ).

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. $\frac{1}{2}$

三、计算题(每小题 7 分，满分 49 分)

11. 设函数 $z=f(xy, yg(x))$，其中函数 f 具有二阶连续偏导数，函数 g(x) 可导且在 x=1 处取得极值 g(1)=1. 求 $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}\right|_{\substack{x=1\\ y=1}}$.

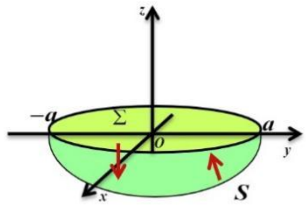
12. 求通过直线 $\frac{x-2}{1}=\frac{y+3}{-5}=\frac{z+1}{-1}$ 且与直线 $\begin{cases}2x-y+z-3=0\\ x+2y-z-5=0\end{cases}$ 平行的平面方程.

13. 设 $\frac{x}{z}=\ln\frac{z}{y}$，求 $\frac{\partial z}{\partial x}$ 及 $\frac{\partial z}{\partial y}$.

14. 计算曲线积分 $\int_L \sin 2x\,dx+2(x^2-1)y\,dy$，其中 L 是曲线 y=$\sin x$ 上从点（0, 0）到点（π，0）的弧段.

15. 有一旋转面由曲线 $\begin{cases}x^2+y^2=4\\ z=0\end{cases}$ 绕 x 轴旋转生成，另有一空间平面与坐标轴的截距都为 1. 求由这两个面所确定的曲线在点（1，-2, 1）处的切线和法平面方程.

16. 计算$\iint_S \frac{xdydz+(z+1)dxdy}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}}$，S：z=$-\sqrt{a^2-x^2-y^2}$上侧（a＞0）.



17. 求幂级数$\sum_{n=1}^{\infty} n(x-1)^{n-1}$的和函数.

四、应用题(每小题 8 分，满分 16 分)

18. 求函数 $z=x^2+y^2-12x+16y$ 在有界闭域$x^2+y^2\leq 25$ 的最大值和最小值.

19. 设平面薄片所占的闭区域 D 由抛物线 $y=x^2$ 及直线 $y=x$ 所围成，它在点(x，y)处的面密度 $\mu(x,y)=x^2y$，求该薄片的质心.

五、证明题(每小题 5 分，满分 5 分)

20. 设$\frac{a_{n+1}}{a_n}\leq\frac{b_{n+1}}{b_n}, a_n>0, b_n>0, n=1,2\cdots$.

证明：若级数$\sum_{n=1}^{\infty} b_n$收敛，则级数$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$收敛；若级数$\sum_{n=1}^{\infty} b_n$发散，则级数$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$发散.