



UNIVERSIDAD
CATÓLICA DE
TEMUCO

Cálculo desde la distancia

Nombre: Carlos Ritz

Juan Zuñiga

Fecha: 02/04/21

Profesor: Stefan Berres

Ramo: Cálculo Avanzado

Introducción

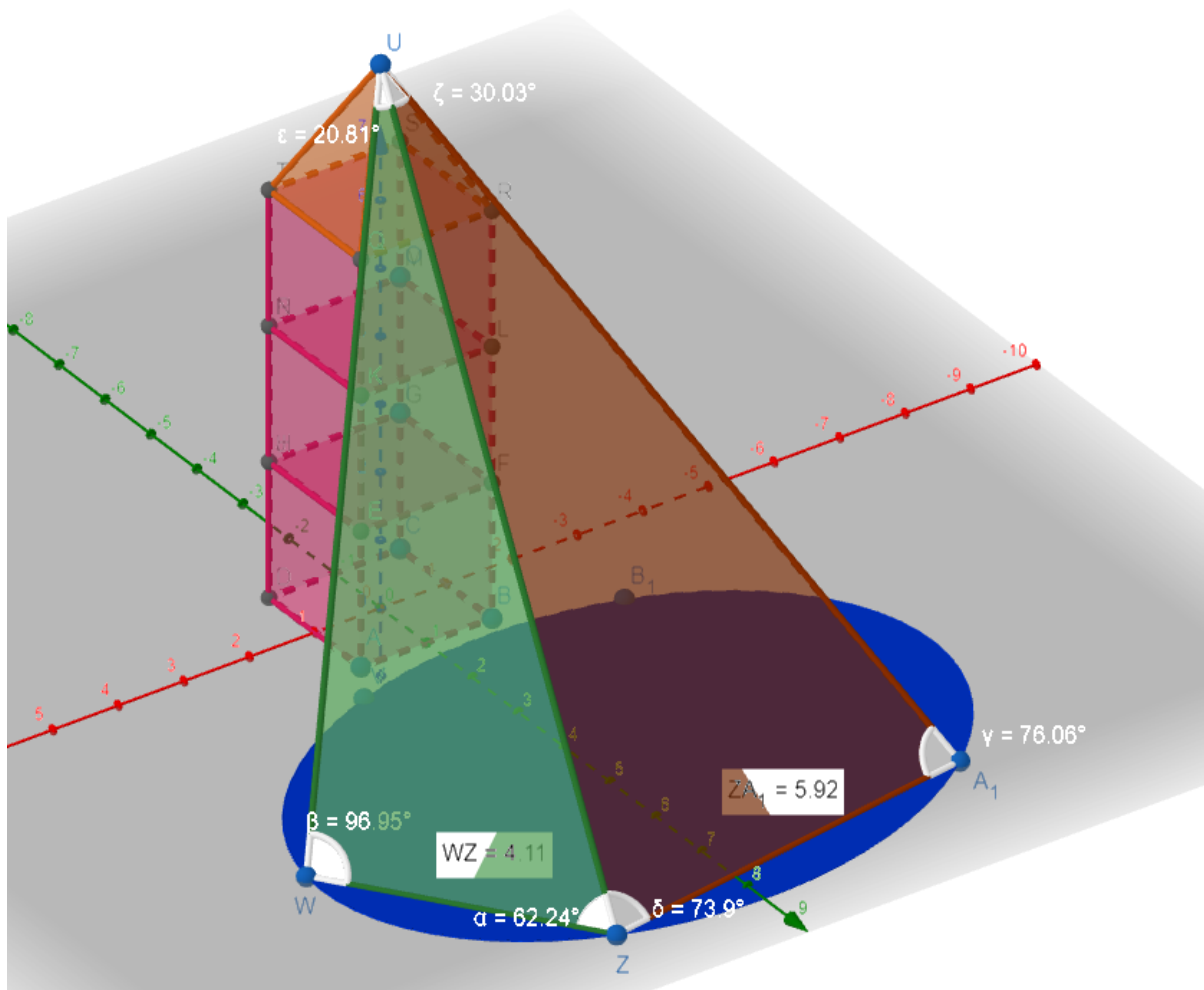
A raíz de la lectura de la historia narrada en la cual un joven la cual está desempeñando su práctica le solicita que está calcule la altura de las montañas, para cual deberá de hacer de la trigonometría, para lo cual en base a ciertos ángulos los cuales nosotros deberemos de definir podremos llevar a cabo la resolución de esta problemática haciendo uso de las herramientas de programación que nos podrán ayudar y facilitar la obtención de resultado de este.

Modelamiento o Planteamiento

Mediante el análisis de este texto se puede tener en cuenta que se trata de joven el cual está realizando una práctica, el cual nuestro protagonista debe calcular la altura que poseen las montañas respecto a unos lagos que se encuentran a su alrededor pero este tiene ciertas condiciones o detalles los cuales son:

- No se especifica o sabe la longitud exacta que posee el lago
- No se sabe ninguna información específica respecto a la montaña, como lo puede ser la altura esta, inclinación de existir.
- Se desconoce la ubicación exacta en donde se encuentra la montaña.

Pero con la utilización de la trigonometría y ciertos datos específicos podremos desarrollar el trabajo similar a como se puede evidenciar en la siguiente imagen.



Donde podemos ver que la punta de los triángulos corresponde a la punta de la torre, y las bases que están puestas en puntos conocidos sobre el lago. Donde calculamos las distancias entre puntos, donde definimos los puntos como:

$$X = (x_1, x_2, x_3), Y = (y_1, y_2, y_3)$$

Y su fórmula la cual corresponde a la siguiente:

$$d(x, y) = \sqrt{(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2 + (x_3 - y_3)^2}$$

Conocemos los puntos los cuales son, U, W, Z y A1, donde sabemos las distancias entre cada punto de $|WZ|$ y $|ZA1|$, además de conocer los ángulos de cada triángulo, tanto del triángulo café, como el triángulo verde.

Definimos dos triángulos, donde los puntos conocidos corresponden a W, Z y A1, como se muestra en la imagen anterior de la torre con su triangulación, y el punto que no conocemos es el punto U que es la cima de la torre.

Para esto calculamos la distancia de los lados a la cima que es U, con el teorema del seno para obtener cada uno las distancias de los lados.

Donde las funciones quedan de la siguiente forma

$$\begin{aligned}f_1(x, y, z) &= (x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2 - (|WU|)^2 \\f_2(x, y, z) &= (x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 + (z - z_2)^2 - (|ZU|)^2 \\f_3(x, y, z) &= (x - x_3)^2 + (y - y_3)^2 + (z - z_3)^2 - (|A1U|)^2\end{aligned}$$

Solución:

Obtenemos los valores de los puntos correspondientes a la imagen mostrada:

$$W = (4.387, 4.653, 0)$$

$$Z = (2, 8, 0)$$

$$A1 = (-3.856, 7.105, 0)$$

Para el triángulo WZU tenemos los siguientes valores para los ángulos:

En el punto W el ángulo definido como $\beta = 96.95^\circ$.

En el punto Z el ángulo definido como $\alpha = 62.24^\circ$.

En el punto U el ángulo definido como $\varepsilon = 20.81^\circ$.

Para el triángulo ZA1U tenemos los siguientes valores para los ángulos:

En el punto Z el ángulo definido como $\delta = 73.9^\circ$.

En el punto A1 el ángulo definido como $\gamma = 76.06^\circ$.

En el punto U el ángulo definido como $\zeta = 30.03^\circ$.

Las distancias entre $|WZ|$ es de 4.11 y la distancia entre $|ZA1|$ es de 5.92.

Ahora aplicamos el teorema del seno para calcular la distancia de los lados, los cuales corresponden al primer triángulo WZU (triángulo verde), donde x corresponde al lado lateral izquierdo:

$$\frac{4.11}{\sin 20.81} = \frac{x}{\sin 62.24}$$

donde nos da como resultado decimal **$x = 10.237$**

Ahora hacemos el mismo procedimiento para calcular el lado lateral derecho de la distancia del mismo triángulo:

$$\frac{4.11}{\sin 20.81} = \frac{x}{\sin 96.95}$$

donde nos da como resultado decimal **x = 11.483**.

Ahora calculamos el lado lateral derecho del triángulo ZA1U para obtener la distancia:

$$\frac{5.92}{\sin 30.04} = \frac{x}{\sin 76.06}$$

donde nos da como resultado decimal **x = 11.477**.

No calculamos el otro lado de ese triángulo ya que se calculó en el triángulo anterior ya que tiene la misma distancia.

Ahora desarrollamos las funciones, quedando de la siguiente forma:

$$f1(4.387, 4.653, 0) = (4.387 - x1)^2 + (4.653 - y1)^2 + (0 - z1)^2 - (|10.237|)^2$$

$$f2(2, 8, 0) = (2 - x2)^2 + (8 - y2)^2 + (0 - z2)^2 - (|11.483|)^2$$

$$f3(-3.856, 7.105, 0) = (-3.856 - x3)^2 + (7.105 - y3)^2 + (0 - z3)^2 - (|11.477|)^2$$