

INF 263 – Algoritmia

Fuerza Bruta

MG. JOHAN BALDEON

MG. RONY CUEVA MOSCOSO

MG. JUAN MANUEL CHAU DELGADO

2022-1

CAPITULO II - ESTRATEGIAS FUERZA BRUTA

Fuerza Bruta







LEVITIN, A. Introduction to The Design and Analysis of Algorithms. 3ra edición. USA: Pearson, 2012. ISBN 0-13-231681-1.

Fuerza Bruta

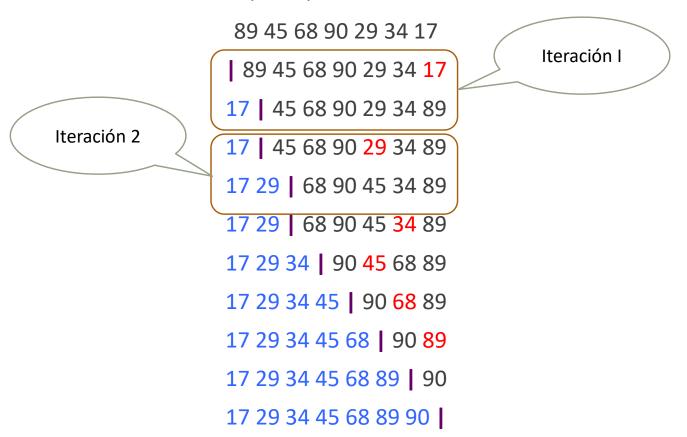
- Método directo para resolver un problema.
- Método fácil de aplicar, que no implica mucho razonamiento por parte de diseñador.
- Aplicar pasos básicos basándose en la definición del problema.
- Es la estrategia por defecto que se nos ocurriría a la mayoría para resolver un problema.

Aplicación de la Estrategia

Ordenación

Ordenación - Selección

Definir una secuencia de pasos para ordenar la secuencia



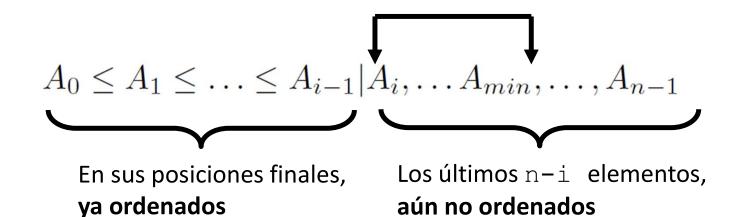
LEVITIN, A. Introduction to The Design and Analysis of Algorithms. 3ra edición. USA: Pearson, 2012. ISBN 0-13-231681-1.

Ordenación por Selección Estrategia

- Encontrar el menor elemento e intercambiarlo por el primer elemento
 - Primer elemento ya está ordenado
- Encontrar el menor elemento de los n-1 elementos restantes e intercambiarlo por el segundo elemento
 - Segundo elemento ya está ordenado
- Repetir proceso con todos los elementos que todavía no están en posición final (ordenados).

Ordenación por Selección Estrategia

■ En el i-ésimo paso $(0 \le i \le n-2)$, se busca el elemento más pequeño de la lista [i..n-1] y se intercambia con el elemento de la posición i



```
Precondición: Arreglo A[0..n-1] desordenado

Postcondición: Arreglo A[0..n-1] ordenado

Para i←0 hasta n-2 hacer

min ← i

Para j←i+1 hasta n-1 hacer

Si A[j] < A[min] entonces

min ← j

Fin Si

Fin Para

intercambiar A[i] y A[min]

Fin Para
```

```
Precondición: Arreglo A[0..n-1] desordenado

Postcondición: Arreglo A[0..n-1] ordenado

Para i←0 hasta n-2 hacer

min ← i

Para j←i+1 hasta n-1 hacer

Si A[j] < A[min] entonces

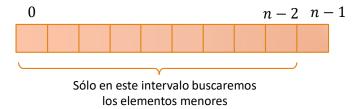
min ← j

Fin Si

Fin Para

intercambiar A[i] y A[min]

Fin Para
```



Precondición: Arreglo A[0..n-1] desordenado

Postcondición: Arreglo A[0..n-1] ordenado

Para i←0 hasta n-2 hacer

```
min ← i

Para j←i+1 hasta n-1 hacer

Si A[j] < A[min] entonces

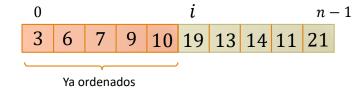
min ← j

Fin Si

Fin Para

intercambiar A[i] y A[min]
```

Fin Para



Buscar el menor elemento de la secuencia entre los índices i y n-1

Precondición: Arreglo A[0..n-1] desordenado

Postcondición: Arreglo A[0..n-1] ordenado

Para i←0 hasta n-2 hacer



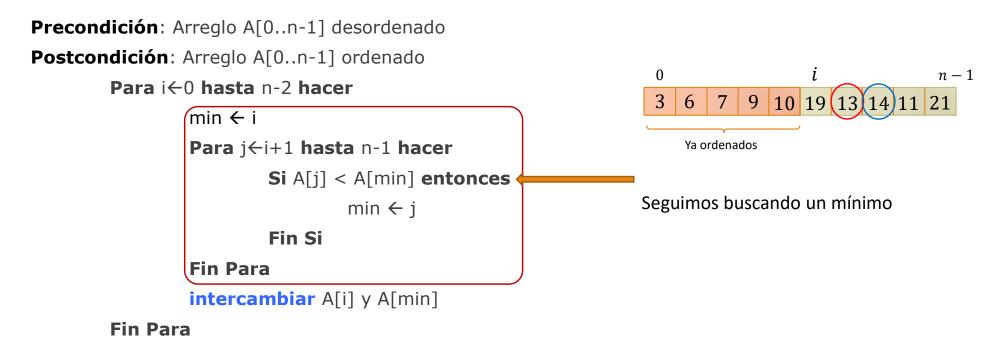
3 6 7 9 10 19 13 14 11 21

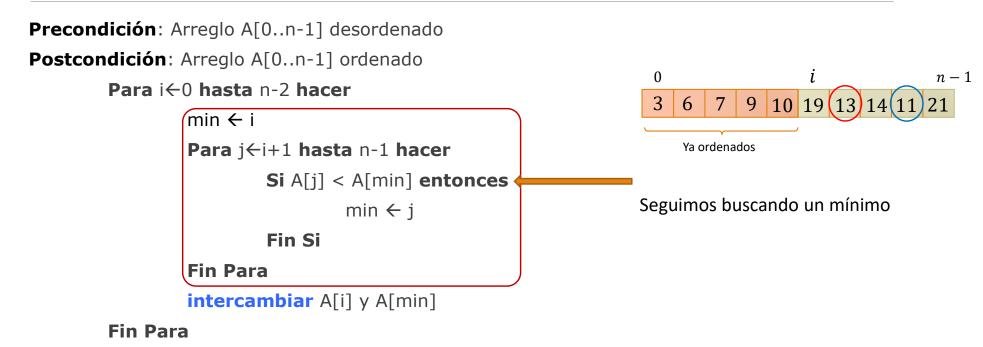
Ya ordenados

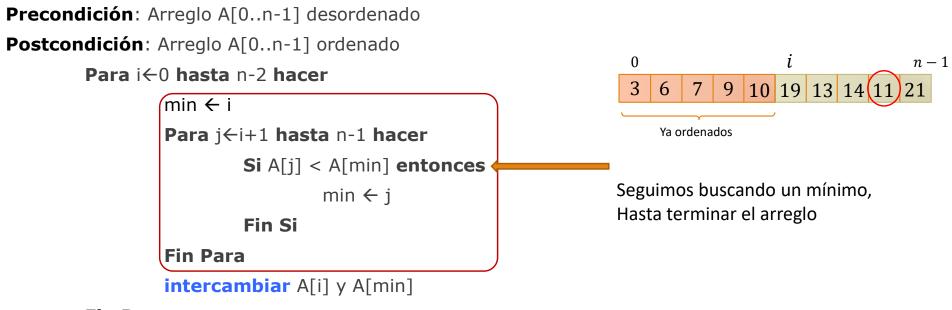
Asumimos que el *i*-ésimo elemento es el mínimo

Fin Para

Fin Para







Fin Para

```
Precondición: Arreglo A[0..n-1] desordenado

Postcondición: Arreglo A[0..n-1] ordenado

Para i←0 hasta n-2 hacer

min ← i

Para j←i+1 hasta n-1 hacer

Si A[j] < A[min] entonces

min ← j

Fin Si

Fin Para

intercambiar A[i] y A[min]
```

Fin Para

```
Precondición: Arreglo A[0..n-1] desordenado

Postcondición: Arreglo A[0..n-1] ordenado

Para i←0 hasta n-2 hacer

min ← i

Para j←i+1 hasta n-1 hacer

Si A[j] < A[min] entonces

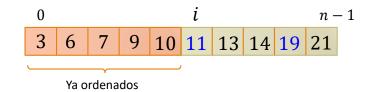
min ← j

Fin Si

Fin Para

intercambiar A[i] y A[min]

Fin Para
```



Intercambiamos los valores

```
Precondición: Arreglo A[0..n-1] desordenado

Postcondición: Arreglo A[0..n-1] ordenado

Para i←0 hasta n-2 hacer

min ← i

Para j←i+1 hasta n-1 hacer

Si A[j] < A[min] entonces

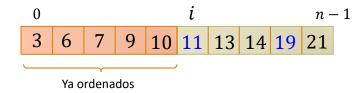
min ← j

Fin Si

Fin Para

intercambiar A[i] y A[min]

Fin Para
```



Al término de la i-ésima iteración, se intercambian el mínimo elemento con el elemento en la posición i.

Iteración 1:

89 45 68 90 29 34 17

"Se van comparando progresivamente los elementos en pares, haciendo que cumplan con el orden requerido"

Iteración 1:

89 45 68 90 29 34 17

89 ↔? **45** 68 90 29 34 17

Se comparan los dos primeros elementos

Si no cumplen con el orden, se intercambian

Iteración 1:

89 45 68 90 29 34 17

89 ↔? 45 68 90 29 34 17

45 **89** ↔? **68** 90 29 34 17

Se vuelven a comparar los elementos de la misma forma

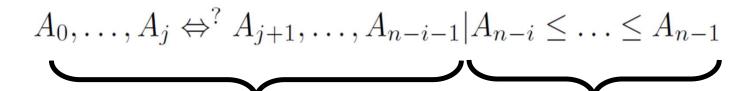
Iteración 1:

Al finalizar la *i*-ésima iteración El último elemento está ordenado

Iteración 2:

- Comparar elementos adyacentes e intercambiarlos si están fuera de orden.
- El mayor elemento se va como una "burbuja" hasta su posición final.
- Si se repite este procedimiento para la secuencia [0..n-2], al final el segundo mayor elemento se irá como una "burbuja" hasta su posición final.
- Después de n-1 iteraciones, la secuencia está ordenada.

■ El i-ésimo paso $(0 \le i \le n-2)$ se puede representar de la siguiente manera



Los primeros n-i elementos, aún no ordenados

En sus posiciones finales, ya ordenados

Precondición: Arreglo A[0..n-1] desordenado

Postcondición: Arreglo A[0..n-1] ordenado

Para i←0 hasta n-2 hacer

Intuición: Es necesario hacer n-1 iteraciones para resolver el problema

Para j←0 hasta n-2-i hacer

Si A[j+1] < A[j] entonces

intercambiar A[j] y A[j+1]

Fin Si

Fin Para

Fin Para

Precondición: Arreglo A[0..n-1] desordenado

Postcondición: Arreglo A[0..n-1] ordenado

Para i←0 hasta n-2 hacer

iteraciones para resolver el problema

Intuición: Es necesario hacer n-1

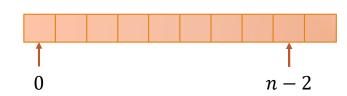
Para j←0 hasta n-2-i hacer

Si A[j+1] < A[j] entonces

intercambiar A[j] y A[j+1]

Fin Si

Fin Para



Cuando i = 0, intervalo de comparación [0, n - 2]

Fin Para

Precondición: Arreglo A[0..n-1] desordenado

Postcondición: Arreglo A[0..n-1] ordenado

Para i←0 hasta n-2 hacer

Intuición: Es necesario hacer n-1 iteraciones para resolver el problema

Para j←0 hasta n-2-i hacer

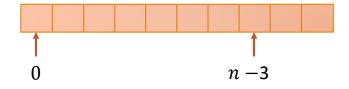
Si A[j+1] < A[j] entonces

intercambiar A[j] y A[j+1]

Fin Si

Fin Para

Fin Para



Cuando i = 0, intervalo de comparación [0, n - 2]

Cuando i = 1, intervalo de comparación [0, n - 3]

Precondición: Arreglo A[0..n-1] desordenado

Postcondición: Arreglo A[0..n-1] ordenado

Para i←0 hasta n-2 hacer

Intuición: Es necesario hacer n-1 iteraciones para resolver el problema

Para j←0 hasta n-2-i hacer

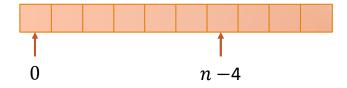
Si A[j+1] < A[j] entonces

intercambiar A[j] y A[j+1]

Fin Si

Fin Para

Fin Para



Cuando i = 0, intervalo de comparación [0, n - 2]

Cuando i = 1, intervalo de comparación [0, n - 3]

cuando i = 2, intervalo de comparación [0, n - 4]

Precondición: Arreglo A[0..n-1] desordenado

Postcondición: Arreglo A[0..n-1] ordenado

Para i←0 hasta n-2 hacer

Para j←0 hasta n-2-i hacer

Si A[j+1] < A[j] entonces

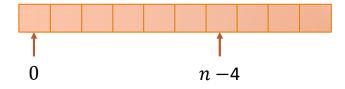
intercambiar A[j] y A[j+1]

Fin Si

Fin Para

Fin Para

Intuición: Es necesario hacer n-1 iteraciones para resolver el problema



Cuando i = 0, intervalo de comparación [0, n - 2]

Cuando i = 1, intervalo de comparación [0, n - 3]

cuando i = 2, intervalo de comparación [0, n - 4]

Para cualquier i, intervalo de comparación [0, n-2-i]

Precondición: Arreglo A[0..n-1] desordenado

Postcondición: Arreglo A[0..n-1] ordenado

Para i←0 hasta n-2 hacer

Para j←0 hasta n-2-i hacer

Si A[j+1] < A[j] entonces

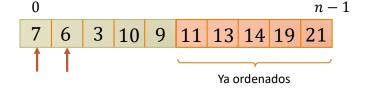
intercambiar A[j] y A[j+1]

Fin Si

Fin Para

Fin Para

Ejemplo en iteración 5



Comparar elementos, como no guarda orden, se intercambian

Precondición: Arreglo A[0..n-1] desordenado

Postcondición: Arreglo A[0..n-1] ordenado

Para i←0 hasta n-2 hacer

Para j←0 hasta n-2-i hacer

Si A[j+1] < A[j] entonces

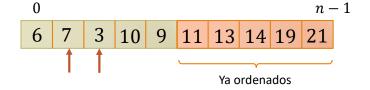
intercambiar A[j] y A[j+1]

Fin Si

Fin Para

Fin Para

Ejemplo en iteración 5



Comparar elementos, como no guarda orden, se intercambian

Precondición: Arreglo A[0..n-1] desordenado

Postcondición: Arreglo A[0..n-1] ordenado

Para i←0 hasta n-2 hacer

Para j←0 hasta n-2-i hacer

Si A[j+1] < A[j] entonces

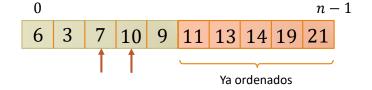
intercambiar A[j] y A[j+1]

Fin Si

Fin Para

Fin Para

Ejemplo en iteración 5



Comparar elementos, como guardan orden, no pasa nada

Precondición: Arreglo A[0..n-1] desordenado

Postcondición: Arreglo A[0..n-1] ordenado

Para i←0 hasta n-2 hacer

Para j←0 hasta n-2-i hacer

Si A[j+1] < A[j] entonces

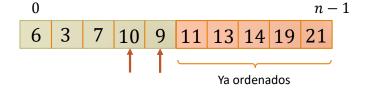
intercambiar A[j] y A[j+1]

Fin Si

Fin Para

Fin Para

Ejemplo en iteración 5



Comparar elementos, como no guardan orden, se intercambian

Ordenación Burbuja Pseudocódigo

Precondición: Arreglo A[0..n-1] desordenado

Postcondición: Arreglo A[0..n-1] ordenado

Para i←0 hasta n-2 hacer

Para j←0 hasta n-2-i hacer

Si A[j+1] < A[j] entonces

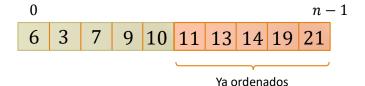
intercambiar A[j] y A[j+1]

Fin Si

Fin Para

Fin Para

Ejemplo en iteración 5



Termina la iteración y ahora tenemos un elemento más ordenado

Aplicación de la Estrategia

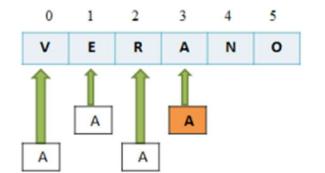
Más ejemplos

Búsqueda - Secuencial

- Dado un conjunto de valores, encontrar un elemento dado.
- Existen varios algoritmos
 - Algunos más rápidos requieren memoria adicional
 - Algunos muy rápidos requieren que los elementos estén ordenados
- Con el uso de estructuras de datos (última parte de nuestro curso), podemos tener algoritmos rápidos para hacer búsquedas.

Búsqueda Secuencial Estrategia

- Comparar el elemento buscado con cada elemento de la colección.
- Posibles resultados:
 - Se encuentra la clave (búsqueda con éxito)
 - No existen más elementos para comparar (búsqueda con fracaso)





Búsqueda Secuencial Pseudocódigo

Precondición: Arreglo A[0..n-1] y una llave de búsqueda K

Postcondición: El índice del primer elemento de A que coincide con la llave K o -1 si la llave no se encuentra

Procesamiento de Cadenas

- String: Secuencia de caracteres que pertenecen a un alfabeto
 - Text Strings: letras + números + caracteres especiales

Bit Strings: 0's y 1's

ABCDEFGHIJKLMN OPQRSTUVWXYZÀ abcdefghijklmnopqr stuvwxyzàåéîõøü& 1234567890(\$£€.,!?)

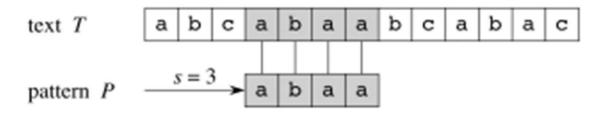
1000001000101111111001111111110110110001...0

Gene Sequence: modelado como cadena de caracteres del alfabeto {A, C, G, T}

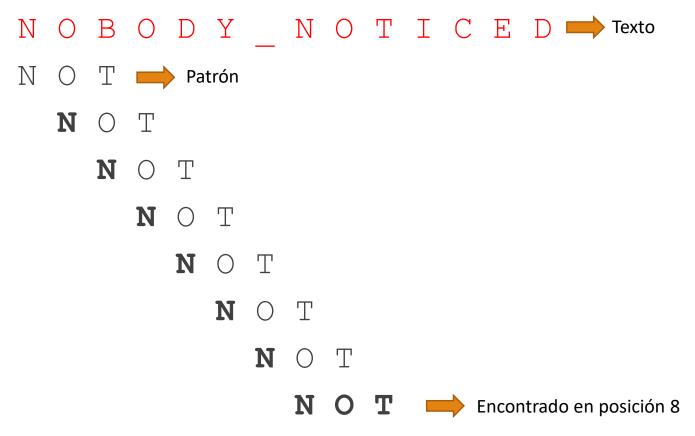
ATCTCTTGGCTCCAGCATGATGAAGAACGCA TCATTTAGAGGAAGTAAAAGTCGTAACAAGGT GAACTGTCAAAACTTTTAACAACGGATCTCT TGTTGCTTCGGCGGGCCCCGCAACGGCGCGC GGCCTGCCGTGGCAGATCCCCAACGCCGGGCC TCTCTTGGCTCCAGCATCGATGAAGAACGCAG CAGCATCGATGAAGAACGCAGTCAATACTCCA CAGCATCTCTGGGTGTTCTTAGCGAACTGTCA ACAACGGATCTCTTGGCTCCAGCATCGATGAAGAAC GCGATCTCTTGGCTCCAGCATCGATGAAGAAC GGATCTCTTGGCTCCAGCATCGATGAAGAAC GGATCTCTTGGCTCCAGCATCGATGAAGAAC

String Matching

 Dado una cadena de caracteres de tamaño n llamada texto, y una cadena de caracteres de tamaño m llamada patrón (m < n), se busca una subcadena de caracteres dentro del texto que coincida con el patrón



Ejemplo



LEVITIN, A. Introduction to The Design and Analysis of Algorithms. 3ra edición. USA: Pearson, 2012. ISBN 0-13-231681-1.

String Matching Estrategia

- Se alinea el patrón con los primeros m caracteres del texto. Se verifica carácter a carácter la ocurrencia del patrón en el texto.
 - Si todos los caracteres del patrón coinciden, el algoritmo termina.
 - Si algún carácter no coincide, el patrón no está en la primera posición del texto.
 - Se desplaza el patrón un carácter a la derecha y se repite el proceso.

String Matching Estrategia

 Problema se reduce a buscar la posición i del carácter más a la izquierda de la primera ocurrencia del patrón en el texto.

$$t_{i} = p_{0}, \dots, t_{i+j} = p_{j}, \dots, t_{i+m-1} = p_{m-1}$$
 $t_{0} \dots t_{i} \dots t_{i+j} \dots t_{i+m-1} \dots t_{m-1}$
 $p_{0} \dots p_{j} \dots p_{m-1}$

String Matching Pseudocódigo

```
Precondición: Arreglo T[0..n-1] de n caracteres que representa el texto, y un arreglo P[0..m-1] de m caracteres que representa el patrón

Postcondición: El índice del primer caracter de T en donde existe un coincidencia del patrón, o -1 si el patrón no se encuentra

Para i=0 hasta n-m hacer
j \leftarrow 0
Mientras (j < m) y (P[j]=T[i+j]) hacer
j \leftarrow j+1
Fin Mientras
Si j=m entonces
```

Fin Para

retornar -1

Fin Si

retornar i

Closest Pair

- Problema: Hallar el par de puntos más cercanos en un conjunto de n puntos.
- Asumimos que:
 - Puntos están en dos dimensiones
 - Puntos especificados por coordenadas cartesianas (x, y)
 - La distancia entre dos puntos $p_i(x_i, y_i)$ y $p_i(x_i, y_i)$ se calcula como

$$d(p_i, p_j) = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}.$$

Closest Pair

- Calcular la distancia entre cada par de puntos y escoger el par con la menor distancia.
- Como la distancia es simétrica, no calculamos la distancia entre un par de puntos más de una vez
 - Se consideran sólo pares de puntos (p_i, p_i) en donde i sea menor que j.

Closest Pair Estrategia

```
Precondición: Un conjunto P de n puntos (n>=2): P_1 = (x_1, y_1), ..., P_n = (x_n, y_n) Postcondición: Los índices i1 e i2 del par más cercanos dmenor \leftarrow INF Para i=1 hasta n-1 hacer d \leftarrow (x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 Si d < dmenor entonces dmenor \leftarrow d i1 \leftarrow i i2 \leftarrow j Fin Si
 Fin Para retornar i1, i2
```

LEVITIN, A. Introduction to The Design and Analysis of Algorithms. 3ra edición. USA: Pearson, 2012. ISBN 0-13-231681-1.

Análisis de Eficiencia

Ordenación por Selección Pseudocódigo

```
Precondición: Arreglo A[0..n-1] desordenado

Postcondición: Arreglo A[0..n-1] ordenado

Para i\leftarrow0 hasta n-2 hacer

min \leftarrow i

Para j\leftarrowi+1 hasta n-1 hacer

Si A[j] < A[min] entonces

min \leftarrow j

Fin Si

Fin Para

intercambiar A[i] y A[min]
```

Ordenación por Selección Eficiencia

$$C(n) = \sum_{i=0}^{n-2} \sum_{j=i+1}^{n-1} 1$$

$$= \sum_{i=0}^{n-2} [(n-1) - (i+1) + 1]$$

$$= \sum_{i=0}^{n-2} n - 1 - i = \frac{n \times (n-1)}{2}$$

$$O(n^2)$$

Ordenación Burbuja Pseudocódigo

```
Precondición: Arreglo A[0..n-1] desordenado
```

Postcondición: Arreglo A[0..n-1] ordenado

```
Para i←0 hasta n-2 hacer
```

Para j←0 hasta n-2-i hacer

Si A[j+1] < A[j] entonces

intercambiar A[j] y A[j+1]

Fin Si

Fin Para

Fin Para

Ordenación Burbuja Eficiencia

$$C(n) = \sum_{i=0}^{n-2} \sum_{j=0}^{(n-2-i)} 1$$

$$= \sum_{i=0}^{n-2} n - 2 - i + 1 = \sum_{i=0}^{n-2} n - i - 1$$

$$= \sum_{i=0}^{n-2} n - 1 - i = \frac{n \times (n-1)}{2}$$

$$O(n^2)$$

Búsqueda Secuencial Pseudocódigo

Precondición: Arreglo A[0..n-1] y una llave de búsqueda K

Postcondición: El índice del primer elemento de A que coincide con la llave K o -1 si la llave no se encuentra

```
\mathbf{i} \leftarrow 0 Mientras (i<n) y (A[i]<>K) hacer \mathbf{i} \leftarrow \mathbf{i}+1 Fin Mientras Si (i < n) entonces retornar i Sino C(n)_{peor} = n Fin Si
```

String Matching Pseudocódigo

Precondición: Arreglo T[0..n-1] de n caracteres que representa el texto, y un arreglo P[0..m-1] de m caracteres que representa el patrón

Postcondición: El índice del primer caracter de T en donde existe un coincidencia del patrón, o -1 si el patrón no se encuentra

```
Para i=0 hasta n-m hacer j \leftarrow 0 Mientras (j < m) y (P[j]=T[i+j]) hacer j \leftarrow j+1 Fin Mientras Si j=m entonces retornar i Fin Si C(n,m)_{peor} = (n-m+1) \times m Fin Para retornar -1 O(n \times m)
```

Closest Pair Estrategia

```
Precondición: Un conjunto P de n puntos (n>=2): P_1 = (x_1, y_1), ..., P_n = (x_n, y_n) Postcondición: Los índices i1 e i2 del par más cercanos dmenor \leftarrow INF Para i=1 hasta n-1 hacer d \leftarrow (x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 Si d < dmenor entonces dmenor \leftarrow d i1 \leftarrow i i2 \leftarrow j Fin Si
 Fin Para retornar i1, i2
```

LEVITIN, A. Introduction to The Design and Analysis of Algorithms. 3ra edición. USA: Pearson, 2012. ISBN 0-13-231681-1.

Closest Pair Eficiencia

$$C(n) = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^{n} 2$$

$$= 2 \times \sum_{i=1}^{n-1} (n-i)$$

$$= 2 \times [(n-1) + (n-2) + \dots + 1] = n \times (n-1)$$

$$O(n^2)$$

Resumen

- Estrategia útil cuando el problema tiene pocos datos.
- Fácil de aplicar en casi todos los problemas, no necesariamente con las soluciones más eficientes.
- Diseñar un mejor algoritmo sólo vale la pena si los problemas a resolver tienen instancias con muchos datos.
- Ventajas: Aplicabilidad y simplicidad
- Desventaja: Ineficiencia

Resumen

Ventajas

- Amplia aplicabilidad
- Simplicidad
- Permite resolver problemas importantes como ordenamientos, manejo de cadenas, búsquedas, matrices, etc.
- Se pueden utilizar como base para desarrollar algoritmos mas eficientes

Desventaja

- No son eficientes (ineficiencia)
- Son extremadamente lentos, se incrementa con mayor cantidad de datos

Bibliografía recomendada

- LEVITIN, A. Introduction to The Design and Analysis of Algorithms. 3ra edición. USA: Pearson, 2012. ISBN 0-13-231681-1.
 - Cap3: Brute Force and Exhaustive Search
 - 3.1 Selection Sort and Bubble Sort
 - 3.2 Sequential Search and Brute-Force String Matching
 - 3.3 Closest Pair [...] Problems by Brute Force
- Diapositivas basadas en dispositivas del Prof. Fernando Alva.