1.1.Задача оптимального міжгалузевого балансу

Балансові моделі широко використовують в економічних дослідженнях, аналізі, плануванні. Ці моделі будуються на підставі балансового методу, тобто узгодженні матеріальних, трудових і фінансових ресурсів. Якщо описувати економічну систему загалом, то під балансовою моделлю мають на увазі систему рівнянь, кожне з яких виражає балансові співвідношення між виробництвом окремими економічними об'єктами обсягів продукції й сукупною потребою в цій продукції. За такого підходу економічна система складається з об'єктів, кожен з яких випускає певний продукт, частина якого споживається ним же та іншими об'єктами системи, а решта виводиться за межі системи як її кінцева продукція. Якщо замість поняття "продукт" увести більш загальне поняття "ресурс", то під балансовою моделлю розуміють систему рівнянь, котрі задовольняють вимоги відповідності щодо наявності ресурсу та його використання. Можна також розглядати приклади балансової відповідності, як-от: відповідність наявної робочої сили й кількості робочих місць, платоспроможного попиту населення та продукції (товарів і послуг) тощо.

Розглянемо деякі відомі види балансових моделей:

• часткові матеріальні, трудові й фінансові баланси стосовно до народного господарства чи окремих галузей (регіонів);

• міжгалузеві баланси;

• матричні техпромфінплани підприємств і фірм.

Балансові моделі будуються як числові матриці – прямокутні таблиці чисел. У зв'язку з цим балансові моделі належать до типу матричних економіко-математичних моделей. У матричних моделях балансовий метод дістає чітке математичне вираження. Отже, матричну структуру мають міжгалузевий і міжрегіональний баланси виробництва та розподілу продукції окремих регіонів, моделі промфінпланів підприємств, фірм тощо. Попри специфіку цих моделей, їх об'єднує не лише спільний формальний (математичний) апарат побудови та єдиний алгоритм обчислень, а й аналогічність низки економічних характеристик. Це дає змогу розглядати структуру, зміст і основні залежності матричних моделей на прикладі міжгалузевого балансу та розподілу продукції в народному господарстві. Даний баланс відображає виробництво та розподіл суспільного продукту в галузевому розрізі, міжгалузевих виробничих зв'язків, використання матеріальних і трудових ресурсів, створення й розподіл національного доходу.

Принципова схема міжгалузевого балансу (МГБ) виробництва й розподілу суспільного продукту у вартісному вираженні наведена в таблиці 7.1. У підґрунтя цієї схеми покладено поділ сукупного продукту на дві частини: проміжний і кінцевий продукт; усе народне господарство подане тут як сукупність галузей (чисті галузі). Кожна з цих галузей фігурує в балансі як виробник і як споживач. Розгляньмо схему МГБ в розрізі його блоків, що мають різний економічний зміст, – їх називають квадрантами балансу (на схемі квадранти позначені римськими цифрами).

Перший квадрант МГБ – це таблиця міжгалузевих потоків. Показники, що містяться на перетині рядків і стовпців, є обсягами міжгалузевих потоків продукції xij, та j – відповідно номери галузей виробників і споживачів. Перший квадрант за формою є квадратною матрицею і-го порядку, сума всіх елементів якої дорівнює річному фонду відтворення амортизації засобів виробництва у матеріальній сфері.

У другому квадранті подана кінцева продукція всіх галузей матеріального виробництва, де під кінцевою продукцією мається на увазі продукція, що виходить зі сфери виробництва в кінцеве використання (на споживання та накопичення). У розгорнутій схемі балансу кінцевий продукт кожної галузі можна подати диференційовано за напрямами використання: на особисте споживання населення, суспільне споживання, на накопичення, покриття збитків, експорт тощо.

Третій квадрант МГБ також характеризує національний дохід, але з боку його вартісного складу – як суму чистої продукції й амортизації; чисту продукцію тлумачать як суму оплати праці та чистого доходу галузей. Обсяг амортизації (Cj) та чистої продукції $(v_j + m_j)$деякої галузі називають умовно чистою продукцією цієї галузі й позначають у подальшому через z_j .

Четвертий квадрант відбиває розподіл і використання національного доходу. В результаті перерозподілу створеного національного доходу утворюються тимчасові доходи населення, підприємств, держави.

Дані четвертого квадранта важливі для відображення в міжгалузевій моделі балансу доходів і витрат населення, джерел фінансування капіталовкладень, поточних витрат невиробничої сфери, для аналізу загальної структури доходів за групами споживачів. Загалом МГБ у межах єдиної моделі об'єднує баланси галузей матеріального виробництва, баланс сукупного суспільного продукту, баланс національного доходу, баланс доходів і витрат населення.

По-перше, розглядаючи схему балансу по стовпчиках, можна зробити висновок, що сума матеріальних витрат будь-якої галузі-споживача та її чистий продукт дорівнює валовій продукції цієї галузі:

$$X_j = \sum_{i=1}^{n} x_{ij} + Z_j, j = 1 \dots n \tag{4.1.1}$$

По-друге, розглядаючи МГБ по рядках для кожної галузі-виробника, бачимо, що валова продукція будь-якої галузі дорівнює сумі матеріальних витрат галузей, які споживають її продукцію, і кінцевої продукції даної галузі:

$$X_j = \sum_{i=1}^{n} x_{ij} + Y_j, j = 1 \dots n \tag{4.1.2}$$

Підсумовуючи систему рівнянь (4.1.2), дістаємо:

$$\sum_{j=1}^{n} X_i = \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{n} x_{ij} + \sum_{j=1}^{n} Z_j \tag{4.1.3}$$

Аналогічно, підсумовуючи за і систему рівнянь (4.1.3), дістаємо:

$$\sum_{j=1}^{n} X_i = \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{n} x_{ij} + \sum_{j=1}^{n} Y_j \tag{4.1.3}$$

Звідси легко помітити, що

$$\sum_{j=1}^{n} Z_j = \sum_{i=1}^{n} Y_i \tag{4.1.4}$$

Це рівняння доводить, що в міжгалузевому балансі виконується принцип еквівалентності матеріального та вартісного складу національного доходу.

1.2.Задача оптимізації інвестиційного портфеля

Мета оптимізації портфеля цінних паперів – формування такого портфеля, який би відповідав вимогам підприємства як по прибутковості, так і по ризиках. Вона досягається шляхом збільшення кількості різних видів цінних паперів в портфелі.

Задача оптимізації формулюється наступним чином. Нехай дохідність портфеля з N цінних паперів Rp та його показник ризику σp визначаються такими функціями:

$$\begin{aligned} R_p &= (W_i, \sigma_i, r_i; i = 1..N) \\ \sigma_p &= (W_i, \sigma_i, r_i; i = 1..N) \end{aligned} \quad (4.2.1)$$

де Wi – питома вага цінного папера в портфелі у відсотках;

σ_i – характеристика ризику даного цінного папера (часто – середнє квадратичне відхилення дохідності цінного папера); r_i – доходність цінного папера.

При побудові моделі слід ураховувати природні обмеження: сума часток усіх цінних паперів Wi становить 100%, кількість цінних паперів не може бути від'ємною. При вирішенні задачі введемо критеріальні обмеження.

I варіант – задається певна максимально допустима величина ризику σreg. Тоді задача оптимізації зводиться до вибору такої структури портфеля, при якій його ризик не перевищує заданого значення, а дохідність є максимальною,

$$\begin{cases} R_p \to max; \\ \sigma_p \le \sigma reg; \\ W_i \ge 0; \\ \sum W_i = 0. \end{cases} \quad (4.2.2)$$

II варіант – задається певна мінімально прийнятна величина прибутковості Rreg. У цьому випадку задача оптимізації зводиться до вибору структури такого портфеля, дохідність якого вища або дорівнює заданому значенню, а ризик мінімальний,

$$\begin{cases} R_p \ge Rreg; \\ \sigma_p \to min; \\ W_i \ge 0; \\ \sum W_i = 1. \end{cases} \quad (4.2.3)$$

Вирішивши щ задачі щодо оптимізації портфеля з N цінних паперів, корпорація може отримати інформацію щодо кількості та видів цінних паперів, які потрібно придбати, щоб сформувати портфель з досить високою прибутковістю та прийнятним ступенем ризику.

Модель Марковиця має такі припущення:

– як розрахунковий показник прибутковості цінного папера приймається математичне очікування прибутковості;

– за ризик приймається середнє квадратичне відхилення прибутковості;

– допускається, що дані минулих періодів, які використовуються при розрахунках прибутковості та ризику, повною мірою відображають майбутнє значення прибутковості;

– ступінь і характер взаємозв'язку між цінними паперами виражається коефіцієнтом лінійної кореляції.

За цією моделлю прибутковість портфеля – це рівнозважена прибутковість паперів, які в ньому містяться; визначається за формулою

$$R_p = \sum_{i=1}^{N} W_i \times r_i$$

де N – кількість цінних паперів в портфелі;

Wi – відсоткова частка відповідного папера в портфелі;

ri – прибутковість відповідного папера.

Ризик: портфеля визначається середнім квадратичним відхиленням його прибутковості

$$\sigma_p = \sqrt{\sum_{\alpha=1}^{n} \sum_{\beta=0}^{n} [(w_\alpha \times \sigma_\alpha \times w_\beta] \times \sigma_\beta \times \rho_{\alpha\beta})}$$

Аналогічно представляється й обернена задача.

Модель Шарпа розглядає взаємозв'язок прибутковості кожного цінного папера з прибутковістю ринку в цілому.

Модель Квазі-Шарпа здатна працювати в умовах нашого фондового ринку та за деякими характеристиками подібна до моделі Шарпа.

Основні припущення моделі полягають у такому:

– як прибутковість цінного папера приймається математичне очікування прибутковості;

– під одиничним портфелем цінних паперів розглядається портфель, який складається з усіх цінних паперів, що взяті у рівній пропорції;

– взаємозв'язок прибутковості цінного папера та прибутковості одиничного портфеля описується лінійною функцією;

– під ризиком цінного папера розуміють ступінь його прибутковості залежно від змін прибутковості одиничного портфеля;

– вважається, що дані минулих періодів, які використовуються при розрахунку прибутковості і ризику, відображають повною мірою значення прибутковості.

Згідно з моделлю Квазі-Шарпа прибутковість цінного папера пов'язується з прибутковістю одиничного портфеля функцією лінійної регресії

$$R_i = R_i + \beta_i(\overline{R_\iota} - \overline{R_{sp}}), \tag{4.2.4}$$

де R_i - прибутковість цінного папера; β_i- коефіцієнт регресії; $\overline{R_\iota}$ - середня прибутковість цінного папера за минулі періоди; $\overline{R_{sp}}$ - середня прибутковість одиничного портфеля за минулі періоди. Коефіцієнт β характеризує ступінь залежності прибутковості цінного папера від прибутковості одиничного портфеля, і чим він вищий, тим сильніша залежність коливань прибутковості цінного папера від коливань прибутковості одиничного портфеля. Коефіцієнт β називають β-ризиком.

Рівняння, яке встановлює зв'язок між ризиком акції, що вимірюється β_i, і прибутковістю акції, називається рівнянням ринку цінних паперів – SLM

$$k_i = kRF + (k_m - k_{RF}) \times \beta_i, \tag{4.2.5}$$

де k_i – необхідна прибутковість акції; kRF – безризикова прибутковість; k_m – необхідна дохідність портфеля.

Згідно моделі Квазі-Шарпа прибутковість портфеля цінних паперів – це середньозважена прибутковостей цінних паперів, що входять до нього.

$$R_p = \sum_{i=1}^{N}(R_i \times W_i) + (R_{sp} - R_{sp}) \times \sum_{i=1}^{N}(\beta_i \times W_i), \tag{4.2.6}$$

де Rsp – очікувана прибутковість одиничного портфеля.Ризик портфеля цінних паперів визначається за формулою:

$$\sigma_p = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}[[(\beta_i] \times W_i)^2 \times \sigma_{spi^2} + \sum_{i=1}^{n}(\blacksquare]\,\sigma_{i^2} \times) W_{i^2}}, \tag{4.2.7}$$

де σ_{spi^2} – очікувана прибутковість одиничного портфеля, σ_{i^2} – кінцевий ризик i-го цінного папера. З використанням моделі пряма задача набуває вигляду:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n}[(R_i] \times W_i) + (R_{sp} - \overline{R_{sp}}) \times \sum_{i=1}^{n}[(\beta_i] \times W_i) \to max \\ \sqrt{\sum_{i=1}^{n}[[(\beta_i \times W_i)^2 \times \sigma_{sp^2} + \sum_{i=1}^{n}(\blacksquare]\sigma_{i^2} \times)\, W_{i^2}} \le R_{reg} \end{cases} \tag{4.2.8}$$

Відповідного вигляду набуває обернена задача.