

# दो चरों में रैखिक समीकरण (LINEAR EQUATIONS IN TWO VARIABLES)

## सामान्य नियम

1. समीकरण  $ax + by + c = 0$ , जहाँ  $a, b, c$  वास्तविक संख्याएँ हैं तथा  $x \neq 0, y \neq 0$  दो चरों  $x$  तथा  $y$  में रैखिक समीकरण कहलाता है, यहाँ  $x$  तथा  $y$  चर राशियाँ कहलाती हैं।
2.  $x = \alpha, y = \beta$  दिये गये समीकरण  $ax + by + c = 0$  को सन्तुष्ट करेंगे, यदि  $a\alpha + b\beta + c = 0$  हो।
3. माना दो समीकरण  $a_1x + b_1y + c_1 = 0$  तथा  $a_2x + b_2y + c_2 = 0$  दिये गये हैं।  
दिये गये समीकरणों:

(i) का एक अद्वितीय हल होगा, यदि  $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$  हो।

(ii) के अनन्त हल होंगे, यदि  $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$  हो।

(iii) का कोई हल नहीं होगा, यदि  $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$  हो।

4. दो समीकरणों  $a_1x + b_1y = 0, a_2x + b_2y = 0$

(i) का हल केवल  $x = 0, y = 0$  होगा, यदि  $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$  हो।

(ii) के अनन्त हल होंगे, यदि  $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}$  हो।

## साधित उदाहरण

प्रश्न 1. यदि  $3x + 7y = 75, 5x - 5y = 25$  हो, तो  $(x + y)$  का मान क्या होगा?

हल:  $3x + 7y = 75$

...(i)

$5x - 5y = 25$

...(ii)

(i) को 5 से तथा (ii) को 7 से गुणा करके जोड़ने पर:

$$(15x + 35x) = (375 + 175) \Rightarrow 50x = 550 \Rightarrow x = \frac{550}{50} \Rightarrow x = 11.$$

(i) में  $x = 11$  रखने पर  $33 + 7y = 75 \Rightarrow 7y = 42 \Rightarrow y = \frac{42}{7} = 6.$

$\therefore x = 11, y = 6.$

प्रश्न 2. यदि  $x + \frac{1}{y} = 5, 2x + \frac{3}{y} = 13$  हो, तो  $(2x - 3y)$  का मान क्या होगा?

हल:  $x + \frac{1}{y} = 5$

...(i)

$2x + \frac{3}{y} = 13$

...(ii)

$$(i) \text{ को } 2 \text{ से गुणा करके गुणनफल को (ii) में से घटाने पर : } \frac{1}{y} = (13 - 10) = 3 \Rightarrow y = \frac{1}{3}$$

$$(ii) y = \frac{1}{3} \text{ रखने पर } x + 3 = 5 \Rightarrow x = 2.$$

$$\therefore x = 2, y = \frac{1}{3}$$

प्रश्न 3. सिद्ध कीजिए कि युगपत रैखिक समीकरण  $3x + 4y = 2$ ,  $6x + 8y = 5$  का कोई हल नहीं है.

हल: दिये गये समीकरण हैं  $3x + 4y - 2 = 0$  तथा  $6x + 8y - 5 = 0$ .

इनके प्रारूप हैं क्रमशः  $a_1x + b_1y + c_1 = 0$  तथा  $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ ,

जहाँ  $a_1 = 3, b_1 = 4, c_1 = -2$  तथा  $a_2 = 6, b_2 = 8, c_2 = -5$ .

$$\therefore \frac{a_1}{a_2} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}, \frac{b_1}{b_2} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} \text{ तथा } \frac{c_1}{c_2} = \frac{-2}{-5} = \frac{2}{5}.$$

$$\text{अतः } \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}.$$

अतः दिये गये युगपत समीकरण का कोई हल नहीं है.

प्रश्न 4. युगपत रैखिक समीकरण  $3x - y = 5$ ,  $6x - 2y = 10$  के कितने हल हैं ?

(a) केवल एक (b) केवल दो (c) कोई नहीं (d) अनन्त

ठीक उत्तर को चिन्हांकित (✓) कीजिए.

हल: दिये गये समीकरण हैं  $3x - y - 5 = 0$ ,  $6x - 2y - 10 = 0$ .

इनके प्रारूप हैं क्रमशः  $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ ,  $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ .

जहाँ  $a_1 = 3, b_1 = -1, c_1 = -5$  तथा  $a_2 = 6, b_2 = -2, c_2 = -10$ .

$$\therefore \frac{a_1}{a_2} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}, \frac{b_1}{b_2} = \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2} \text{ तथा } \frac{c_1}{c_2} = \frac{-5}{-10} = \frac{1}{2}.$$

$$\text{अतः } \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}.$$

अतः दिये गये युगपत समीकरण के अनन्त हल हैं.

$\therefore$  उत्तर (d) सही है.

प्रश्न 5. युगपत रैखिक समीकरण  $2x + 5y = 17$ ,  $5x + 3y = 14$  के कितने हल हैं?

(a) अद्वितीय (b) केवल दो (c) कोई नहीं (d) अनन्त

ठीक उत्तर को चिन्हांकित (✓) कीजिए.

हल: दिये गये समीकरण हैं  $2x + 5y - 17 = 0$ ,  $5x + 3y - 14 = 0$ .

इसके प्रारूप हैं क्रमशः  $a_1x + b_1y + c_1 = 0$  तथा  $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ , जहाँ

$a_1 = 2, b_1 = 5, c_1 = -17$  तथा  $a_2 = 5, b_2 = 3, c_2 = -14$ .

$$\therefore \frac{a_1}{a_2} = \frac{2}{5}, \frac{b_1}{b_2} = \frac{5}{3} \text{ तथा } \frac{c_1}{c_2} = \frac{-17}{-14} = \frac{17}{14}.$$

$$\therefore \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}.$$

अतः दिये गये युगपत समीकरण का अद्वितीय हल है.

$\therefore$  उत्तर (a) सही है.

हल: दिये गये समीकरण हैं:  $23x - 29y = 98$

$$29x - 23y = 110$$

$$(i) \text{ तथा } (ii) \text{ को जोड़ने पर: } 52x - 52y = 208 \Rightarrow 52(x - y) = 208 \quad \dots(i)$$

$$\Rightarrow (x - y) = 4 \quad \dots(ii)$$

$$(ii) \text{ में से } (i) \text{ घटाने पर: } 6x + 6y = 12 \Rightarrow 6(x + y) = 12 \quad \dots(iii)$$

$$\Rightarrow (x + y) = 2 \quad \dots(iv)$$

$$(iii) \text{ तथा } (iv) \text{ को जोड़ने पर: } 2x = 6 \Rightarrow x = 3.$$

$$(iv) \text{ में से } (iii) \text{ घटाने पर, } 2y = -2 \Rightarrow y = -1.$$

$\therefore x = 3, y = -1$  अभीष्ट हल है.

### प्रश्नमाला 32

प्रत्येक प्रश्न में ठीक उत्तर को चिह्नांकित ( $\checkmark$ ) कीजिए:

1. यदि  $\frac{2x+7}{5} - \frac{3x+11}{2} = \frac{2x+8}{3} - 5$  हो, तो  $x = ?$

(a) 1

(b) -1

(c) 2

(d) -2

2. यदि  $\frac{5x-4}{6} = 4x+1 - \frac{3x+10}{2}$  हो, तो  $x = ?$

(a) 3

(b) -3

(c) 2

(d) -2

3. यदि  $5x - \frac{1}{3}(x+1) = 6\left(x + \frac{1}{30}\right)$  हो, तो  $x = ?$

(a)  $\frac{1}{5}$

(b)  $\frac{2}{5}$

(c)  $-\frac{1}{5}$

(d)  $-\frac{2}{5}$

4. यदि  $\frac{3(x-5)}{4} - 4x = 3 - \frac{(x-3)}{2}$  हो, तो  $x = ?$

(a) -3

(b) 3

(c) 5

(d) -5

5. यदि  $\frac{2}{x-1} + \frac{1}{x-3} = \frac{3}{x-2}$  हो, तो  $x = ?$

(a) 3

(b) 4

(c) 5

(d) -3

6. यदि  $\frac{x-1}{x} + \frac{x}{x+1} = 2\frac{1}{2}$  हो, तो  $x = ?$

(a) 2 अथवा -1

(b) -2 अथवा 1

(c) -2 अथवा -1

(d) 2 अथवा 1

7. यदि  $\frac{x-7}{x-3} + \frac{x-2}{x-9} = 2$  हो, तो  $x = ?$

(a) -5

(b) 5

(c) 4

(d) -4

8. यदि  $\frac{x+1}{x-1} + \frac{x+2}{x-2} = \frac{22x+30}{11x-18}$  हो, तो  $x = ?$

(a) 6

(b) -6

(c) 5

(d) -5

9. यदि  $2x + 3y = 13$ ,  $4x - y = 5$  हो, तो  $x$  तथा  $y$  के मान क्या होंगे ?

(a)  $x = 2, y = 3$

(b)  $x = 3, y = -2$

(c)  $x = -3, y = -2$

(d)  $x = -2, y = -3$

10. यदि  $x + 2y = -1$ ,  $2x - 3y = 12$ , हो, तो  $x$  तथा  $y$  के मान क्या होंगे?

- (a)  $x = 2, y = -3$  (b)  $x = 3, y = -2$  (c)  $x = 3, y = -1$  (d)  $x = -3, y = 1$

11. यदि  $\frac{2x}{a} + \frac{y}{b} = 2$ ,  $\frac{x}{a} - \frac{y}{b} = 4$  हो, तो  $x$  तथा  $y$  के मान क्या होंगे?

- (a)  $x = a, y = -b$  (b)  $x = -2a, y = 2b$  (c)  $x = 2a, y = -2b$  (d)  $x = -a, y = b$

12. यदि  $x + y = a + b$ ,  $ax - by = a^2 - b^2$  हो, तो  $x$  तथा  $y$  के मान क्या होंगे?

- (a)  $x = a, y = b$  (b)  $x = -a, y = b$  (c)  $x = a, y = -b$  (d)  $x = -a, y = -b$

13. यदि  $148x + 231y = 527$ ,  $231x + 148y = 610$  हो, तो  $x$  तथा  $y$  के मान क्या होंगे?

- (a)  $x = 1, y = 2$  (b)  $x = 2, y = 1$  (c)  $x = 3, y = 2$  (d)  $x = 2, y = 3$

14. यदि  $47x + 31y = 63$ ,  $31x + 47y = 15$  हो, तो  $x$  तथा  $y$  के मान क्या होंगे?

- (a)  $x = 2, y = 1$  (b)  $x = -2, y = 1$  (c)  $x = 2, y = -1$  (d)  $x = -2, y = -1$

15. यदि  $(a - b)x + (a + b)y = a^2 - 2ab - b^2$ ,  $(a + b)(x + y) = a^2 + b^2$  हो, तो

- (a)  $x = (a + b), y = \frac{2ab}{(a + b)}$  (b)  $x = (a - b), y = \frac{2ab}{(a - b)}$

- (c)  $x = (a + b), y = \frac{-2ab}{(a + b)}$  (d) इनमें से कोई नहीं

16. यदि  $\frac{4}{x} + 3y = 14$ ,  $\frac{3}{x} - 4y = 23$  हो तथा  $x \neq 0$  हो, तो  $x$  तथा  $y$  के मान क्या होंगे?

- (a)  $x = 5, y = \frac{-1}{2}$  (b)  $x = \frac{1}{5}, y = -2$  (c)  $x = 5, y = -2$  (d)  $x = -5, y = 2$

17. यदि  $\frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 13$ ,  $\frac{5}{x} - \frac{4}{y} = -2$  हो तथा  $x \neq 0, y \neq 0$  हो, तो  $x$  तथा  $y$  के मान क्या होंगे?

- (a)  $x = \frac{1}{2}, y = \frac{1}{3}$  (b)  $x = 2, y = 3$  (c)  $x = \frac{-1}{2}, y = \frac{-1}{3}$  (d)  $x = -2, y = -3$

18. यदि  $\frac{1}{7x} + \frac{1}{6y} = 3$ ,  $\frac{1}{2x} - \frac{1}{3y} = 5$  तथा  $x \neq 0, y \neq 0$  हो, तो  $x$  तथा  $y$  के मान क्या होंगे?

- (a)  $x = \frac{1}{2}, y = \frac{1}{6}$  (b)  $x = \frac{1}{7}, y = \frac{1}{3}$  (c)  $x = \frac{1}{14}, y = \frac{1}{6}$  (d) इनमें से कोई नहीं

19. समीकरण  $x + 2y = 5$  का आलेख खींचें तथा ज्ञात करें कि निम्न में से इसका सही हल कौन सा है?

- (a)  $x = 2, y = 3$  (b)  $x = 3, y = -1$  (c)  $x = 1, y = 2$  (d)  $x = 2, y = 1$

20.  $3x - 2y = 12$  का आलेख खींचें तथा आलेख से ज्ञात करें कि निम्न में से इसका सही हल कौन सा है?

- (a)  $x = 3, y = 2$  (b)  $x = 2, y = -3$  (c)  $x = 3, y = -2$  (d)  $x = 4, y = -1$

21. युगपत रैखिक समीकरण  $2x - 3y = 3$ ,  $6x - 9y = 12$  के कितने हल हैं?

- (a) केवल एक (b) केवल दो (c) अनन्त (d) कोई नहीं

22. युगपत रैखिक समीकरण  $4x + 3y = 2$ ,  $8x + 6y = 4$  के कितने हल हैं?

- (a) केवल एक (b) केवल दो (c) कोई नहीं (d) अनन्त

23. युगपत रैखिक समीकरण  $5x + y = 7$ ,  $3x - 4y = 18$  के कितने हल हैं?

- (a) केवल एक (b) केवल दो (c) कोई नहीं (d) अनन्त

उत्तरमाला ( प्रश्नमाला 32 )

1. (b)	2. (c)	3. (d)	4. (a)	5. (c)	6. (b)	7. (a)
8. (b)	9. (a)	10. (b)	11. (c)	12. (a)	13. (b)	14. (c)
15. (c)	16. (b)	17. (a)	18. (c)	19. (c)	20. (b)	21. (d)
22. (d)	23. (a)					

दिये गये प्रश्नों के हल प्रश्नमाला 32

1. दिये गये समीकरण को लिख सकते हैं:

$$6(2x + 7) - 15(3x + 11) = 10(2x + 8) - 150$$

$$\Rightarrow 12x + 42 - 45x - 165 = 20x + 80 - 150$$

$$\Rightarrow 20x + 45x - 12x = 42 - 165 - 80 + 150$$

$$\Rightarrow 53x = -53 \Rightarrow x = -1.$$

2. दिये गये समीकरण को लिख सकते हैं

$$5x - 4 = 6(4x + 1) - 3(3x + 10)$$

$$\Rightarrow 5x - 4 = 24x + 6 - 9x - 30 \Rightarrow 24x - 9x - 5x = 30 - 6 - 4$$

$$\Rightarrow 10x = 20 \Rightarrow x = 2.$$

3. दिये गये समीकरण को लिख सकते हैं:

$$5x - \frac{1}{3}(x + 1) = 6\left(\frac{30x + 1}{30}\right)$$

$$\Rightarrow 150x - 10(x + 1) = 6(30x + 1)$$

$$\Rightarrow 150x - 10x - 10 = 180x + 6 \Rightarrow 180x - 150x + 10x = -10 - 6$$

$$\Rightarrow 40x = -16 \Rightarrow x = \frac{-16}{40} = \frac{-2}{5}.$$

4. दिये गये समीकरण को लिख सकते हैं:

$$3(x - 5) - 16x = 12 - 2(x - 3)$$

$$\Rightarrow 3x - 15 - 16x = 12 - 2x + 6 \Rightarrow 16x - 3x - 2x = -15 - 12 - 6$$

$$\Rightarrow 11x = -33 \Rightarrow x = -3.$$

5. दिये गये समीकरण को लिख सकते हैं:

$$\frac{2}{x-1} + \frac{1}{x-3} = \frac{2}{x-2} + \frac{1}{x-2}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{x-1} - \frac{2}{x-2} = \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x-3} \Rightarrow \frac{2(x-2) - 2(x-1)}{(x-1)(x-2)} = \frac{(x-3) - (x-2)}{(x-2)(x-3)}$$

$$\Rightarrow \frac{2x - 4 - 2x + 2}{(x-1)(x-2)} = \frac{x - 3 - x + 2}{(x-2)(x-3)} \Rightarrow \frac{-2}{(x-1)(x-2)} = \frac{-1}{(x-3)}$$

$$\Rightarrow -2(x-3) = -(x-1) \Rightarrow -2x + 6 = -x + 1 \Rightarrow 2x - x = 6 - 1 \Rightarrow x = 5.$$

6.  $\frac{x+1}{x} = y$  रखने पर:

$$y + \frac{1}{y} = \frac{5}{2} \Rightarrow 2y^2 + 2 = 5y \Rightarrow 2y^2 - 5y + 2 = 0$$

$$\Rightarrow 2y^2 - 4y - y + 2 = 0 \Rightarrow 2y(y-2) - (y-2) = 0$$

$$\Rightarrow (y-2)(2y-1) = 0 \Rightarrow y = 2 \text{ अथवा } y = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \frac{x+1}{x} = 2 \text{ अथवा } \frac{x+1}{x} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow x+1 = 2x \text{ अथवा } 2x+2 = x \Rightarrow x = 1 \text{ अथवा } x = -2$$

$$7. \left( \frac{x-7}{x-3} - 1 \right) + \left( \frac{x-2}{x-9} - 1 \right) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{(x-7)-(x-3)}{(x-3)} + \frac{(x-2)-(x-9)}{(x-9)} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{(x-7-x+3)}{(x-3)} + \frac{(x-2-x+9)}{(x-9)} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{-4}{(x-3)} + \frac{7}{(x-9)} = 0 \Rightarrow \frac{7}{x-9} = \frac{4}{x-3}$$

$$\Rightarrow 7(x-3) = 4(x-9) \Rightarrow 7x-21 = 4x-36 \Rightarrow 3x = -15 \Rightarrow x = -5$$

8. दिये गये समीकरण को लिख सकते हैं:

$$\left( \frac{x+1}{x-1} - 1 \right) + \left( \frac{x+2}{x-2} - 1 \right) = \frac{22x+30}{11x-18} - 2$$

$$\Rightarrow \frac{(x+1)-(x-1)}{(x-1)} + \frac{(x+2)-(x-2)}{(x-2)} = \frac{(22x+30)-2(11x-18)}{(11x-18)}$$

$$\Rightarrow \frac{(x+1-x+1)}{(x-1)} + \frac{(x+2-x+2)}{(x-2)} = \frac{(22x+30-22x+36)}{11x-18}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{(x-1)} + \frac{4}{x-2} = \frac{66}{(11x-18)} \Rightarrow \frac{2(x-2)+4(x-1)}{(x-1)(x-2)} = \frac{66}{(11x-18)}$$

$$\Rightarrow \frac{(2x-4+4x-4)}{(x^2-3x+2)} = \frac{66}{(11x-18)} \Rightarrow \frac{(6x-8)}{(x^2-3x+2)} = \frac{66}{(11x-18)}$$

$$\Rightarrow (6x-8)(11x-18) = 66(x^2-3x+2)$$

$$\Rightarrow 66x^2 - 108x - 88x + 144 = 66x^2 - 198x + 132$$

$$\Rightarrow 198x - 108x - 88x = 132 - 144 \Rightarrow 2x = -12 \Rightarrow x = -6$$

$$9. 2x + 3y = 13 \quad \dots(i)$$

$$4x - y = 5 \quad \dots(ii)$$

(ii) को 3 से गुणा करके (i) में जोड़ने पर:

$$(2x + 12x) = (13 + 15) \Rightarrow 14x = 28 \Rightarrow x = 2$$

$$(ii) \text{ में } x = 2 \text{ रखने पर } 8 - y = 5 \Rightarrow y = (8 - 5) \Rightarrow y = 3$$

$$\therefore x = 2, y = 3$$

$$10. x + 2y = -1$$

$$2x - 3y = 12$$

...(i)

...(ii)

(i) को 2 से गुणा करके गुणनफल में से (ii) घटाने पर:

$$(2x + 4y) - (2x - 3y) = (-2 - 12) \Rightarrow 7y = -14 \Rightarrow y = -2$$



(i) में  $y = -2$  रखने पर  $x - 4 = -1 \Rightarrow x = 3$ .

$$\therefore x = 3, y = -2.$$

$$11. \frac{2x}{a} + \frac{y}{b} = 2$$

...(i)

$$\frac{x}{a} - \frac{y}{b} = 4$$

...(ii)

(i) तथा (ii) को जोड़ने पर:

$$\frac{3x}{a} = 6 \Rightarrow 3x = 6a \Rightarrow x = 2a.$$

(i) में  $x = 2a$  रखने पर:  $\frac{4a}{a} + \frac{y}{b} = 2 \Rightarrow 4 + \frac{y}{b} = 2$

$$\therefore \frac{y}{b} = -2 \Rightarrow y = -2b.$$

$$\text{अतः } x = 2a, y = -2b.$$

$$12. x + y = a + b$$

...(i)

$$ax - by = a^2 - b^2$$

...(ii)

(i) को  $b$  से गुणा करके गुणनफल में (ii) जोड़ने पर:

$$(bx + ax) = (ab + b^2 + a^2 - b^2) \Rightarrow x(b + a) = (ab + a^2)$$

$$\Rightarrow x = \frac{a(b + a)}{(b + a)} \Rightarrow x = a.$$

(i) में  $x = a$  रखने पर,  $y = b$ .

$$\therefore x = a, y = b.$$

13. ध्यान रखें यहाँ दूसरे समीकरण में पहले समीकरण के  $x$  तथा  $y$  के गुणों परस्पर बदल दिये गये हैं। ऐसे प्रश्नों में एक बार दोनों समीकरणों को जोड़ देते हैं तथा दूसरी बार घटा देते हैं।

$$148x + 231y = 527$$

...(i)

$$231x + 148y = 610$$

...(ii)

(i) तथा (ii) को जोड़ने पर:

$$379x + 379y = 1137 \Rightarrow 379(x + y) = 1137$$

$$\Rightarrow (x + y) = \frac{1137}{379} \Rightarrow x + y = 3 \quad \text{...(iii)}$$

(i) को (ii) में से घटाने पर :

$$83x - 83y = (610 - 527) \Rightarrow 83(x - y) = 83 \Rightarrow x - y = 1 \quad \text{...(iv)}$$

(iii) तथा (iv) को जोड़ने पर:  $2x = 4 \Rightarrow x = 2$ .

(iii) में  $x = 2$  रखने पर  $2 + y = 3 \Rightarrow y = 1$ .

$$\therefore x = 2, y = 1.$$

$$14. 47x + 31y = 63$$

...(i)

$$31x + 47y = 15$$

...(ii)

(i) तथा (ii) को जोड़ने पर  $78x + 78y = 78$

$$\Rightarrow 78(x + y) = 78 \Rightarrow x + y = 1 \quad \text{...(iii)}$$

(i) में से (ii) घटाने पर:  $16x - 16y = 48$

$$\Rightarrow 16(x - y) = 48 \Rightarrow x - y = 3 \quad \dots(iv)$$

(iii) तथा (iv) को जोड़ने पर:  $2x = 4 \Rightarrow x = 2$ .

(i) में  $x = 2$  रखने पर:  $2 + y = 1 \Rightarrow y = -1$ .

$$\therefore x = 2, y = -1.$$

$$15. (a - b)x + (a + b)y = a^2 - 2ab - b^2 \quad \dots(i)$$

$$(a + b)x + (a + b)y = a^2 + b^2 \quad \dots(ii)$$

(ii) में से (i) घटाने पर:

$$(a + b)x - (a - b)x = (a^2 + b^2) - (a^2 - 2ab - b^2)$$

$$\Rightarrow [(a + b) - (a - b)]x = 2b^2 + 2ab$$

$$\Rightarrow (a + b - a + b)x = 2b(a + b) \Rightarrow 2bx = 2b(a + b) \Rightarrow x = (a + b).$$

(i) में  $x = (a + b)$  रखने पर:  $(a - b)(a + b) + (a + b)y = a^2 - 2ab - b^2$

$$\Rightarrow (a + b)y = (a^2 - 2ab - b^2) - (a^2 - b^2) \Rightarrow (a + b)y = -2ab$$

$$\Rightarrow y = \frac{-2ab}{(a + b)}.$$

$$\therefore x = (a + b), y = \frac{-2ab}{(a + b)}.$$

$$16. \frac{4}{x} + 3y = 14 \quad \dots(i)$$

$$\frac{3}{x} - 4y = 23 \quad \dots(ii)$$

(i) को 4 से तथा (ii) को 3 से गुणा करके जोड़ने पर:

$$\frac{16}{x} + \frac{9}{x} = 56 + 69 \Rightarrow \frac{25}{x} = 125 \Rightarrow 125x = 25 \Rightarrow x = \frac{25}{125} \Rightarrow x = \frac{1}{5}.$$

(i) में  $x = \frac{1}{5}$  रखने पर:  $20 + 3y = 14 \Rightarrow 3y = -6 \Rightarrow y = -2$ .

$$\therefore x = \frac{1}{5}, y = -2.$$

$$17. \frac{1}{x} = u \text{ तथा } \frac{1}{y} = v \text{ रखने पर:}$$

$$2u + 3v = 13 \quad \dots(i)$$

$$5u - 4v = -2 \quad \dots(ii)$$

(i) को 4 से तथा (ii) को 3 से गुणा करके जोड़ने पर:

$$(8u + 15u) = (52 - 6) \Rightarrow 23u = 46 \Rightarrow u = \frac{46}{23} \Rightarrow u = 2.$$

(i) में  $u = 2$  रखने पर  $4 + 3v = 13 \Rightarrow 3v = 9 \Rightarrow v = 3$ .

$$\therefore u = 2, v = 3 \Rightarrow \frac{1}{x} = 2, \frac{1}{y} = 3 \Rightarrow x = \frac{1}{2}, y = \frac{1}{3}.$$



$$18. \frac{1}{x} = u \text{ तथा } \frac{1}{y} = v \text{ रखने पर:}$$

$$\frac{1}{7}u - \frac{1}{6}v = 3 \Rightarrow 6u - 7v = 126 \quad \dots (i)$$

$$\frac{1}{2}u - \frac{1}{3}v = 5 \Rightarrow 3u - 2v = 30 \quad \dots (ii)$$

(ii) को 2 से गुणा करके गुणनफल को (i) में से घटाने पर:

$$(7v - 4v) = (126 - 60) \Rightarrow 3v = 66 \Rightarrow v = 6$$

$$(ii) \text{ में } v = 6 \text{ रखने पर: } 3u - 12 = 30 \Rightarrow 3u = 42 \Rightarrow u = 14$$

$$\therefore u = 14, v = 6 \Rightarrow \frac{1}{x} = 14, \frac{1}{y} = 6 \Rightarrow x = \frac{1}{14}, y = \frac{1}{6}$$

$$19. x + 2y = 5 \text{ में } x = 0 \text{ रखने पर } y = \frac{5}{2}$$

$$x + 2y = 5 \text{ में } y = 0 \text{ रखने पर } x = 5$$

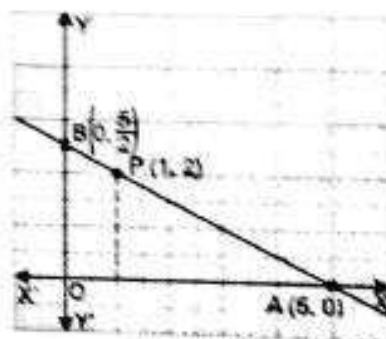
$$x\text{-अक्ष पर } A(5, 0) \text{ लें तथा } y\text{-अक्ष पर } B(0, \frac{5}{2}) \text{ लें}$$

AB को मिलाकर बढ़ाये।

तब AB, दिये गये समीकरण का ग्राफ है।

$$x = 1 \text{ लेने पर, } y = 2$$

अतः  $x = 1, y = 2$  इसका अभीष्ट हल है।



$$20. \text{ दिया गया समीकरण है : } 3x - 2y = 12$$

$$\text{इसमें } x = 0 \text{ रखने पर } -2y = 12 \Rightarrow y = -6$$

$$\text{तथा } y = 0 \text{ रखने पर } 3x = 12 \Rightarrow x = 4$$

अतः  $A(4, 0)$  तथा  $B(0, -6)$  दिये गये समीकरण को सन्तुष्ट करते हैं।

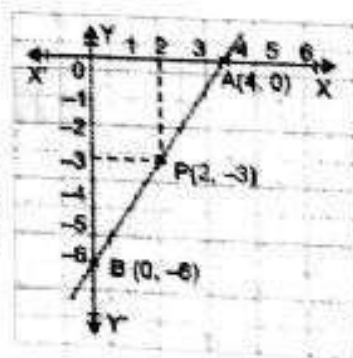
ग्राफ पेपर पर  $X'OX$  तथा  $YOY'$  क्रमशः  $x$ -अक्ष तथा  $y$ -अक्ष लें।

इस पर बिन्दु  $A(4, 0)$  तथा  $B(0, -6)$  निरूपित करके AB को मिलाये।

यह इस दिये गये समीकरण का ग्राफ है।

स्पष्ट है कि बिन्दु  $P(2, -3)$  इस ग्राफ की रेखा पर स्थित है।

$$\text{अतः } x = 2, y = -3 \text{ इसका अभीष्ट हल है।}$$



$$21. \text{ दिये गये समीकरण हैं } 2x - 3y - 3 = 0 \text{ तथा } 6x - 9y - 12 = 0$$

$$\text{इनके प्रारूप हैं } a_1x + b_1y + c_1 = 0 \text{ तथा } a_2x + b_2y + c_2 = 0$$

$$\text{जहाँ } a_1 = 2, b_1 = -3, c_1 = -3 \text{ तथा } a_2 = 6, b_2 = -9, c_2 = -12$$

$$\therefore \frac{a_1}{a_2} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}, \frac{b_1}{b_2} = \frac{-3}{-9} = \frac{1}{3} \text{ तथा } \frac{c_1}{c_2} = \frac{-3}{-12} = \frac{1}{4}$$

$$\text{अतः } \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$$

अतः दिये गये समीकरणों का कोई हल नहीं होगा।

22. दिये गये समीकरण हैं  $4x + 3y - 2 = 0$  तथा  $8x + 6y - 4 = 0$ .

इनके प्रारूप हैं  $a_1x + b_1y + c_1 = 0$  तथा  $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ ,

जहाँ  $a_1 = 4, b_1 = 3, c_1 = -2$  तथा  $a_2 = 8, b_2 = 6, c_2 = -4$ .

$$\therefore \frac{a_1}{a_2} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}, \frac{b_1}{b_2} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \text{ तथा } \frac{c_1}{c_2} = \frac{-2}{-4} = \frac{1}{2}.$$

$$\therefore \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}.$$

अतः दिये गये समीकरणों के अनन्त हल हैं.

23. दिये गये समीकरण हैं  $5x + y - 7 = 0$  तथा  $3x - 4y - 18 = 0$ .

इनके प्रारूप हैं  $a_1x + b_1y + c_1 = 0$  तथा  $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ ,

जहाँ  $a_1 = 5, b_1 = 1, c_1 = -7$  तथा  $a_2 = 3, b_2 = -4, c_2 = -18$ .

$$\therefore \frac{a_1}{a_2} = \frac{5}{3}, \frac{b_1}{b_2} = \frac{1}{-4} = -\frac{1}{4} \text{ तथा } \frac{c_1}{c_2} = \frac{-7}{-18} = \frac{7}{18}.$$

$$\therefore \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}.$$

अतः दिये गये समीकरणों का एक अद्वितीय हल है.

---