

# त्रिकोणमिति (TRIGONOMETRY)

## परिभाषायें तथा सूत्र

1. कोण नापने की विभिन्न इकाइयाँ :

(i) डिग्री में : 1 समकोण =  $90^\circ$ .

(ii) रेडियन में :  $\pi$  radian =  $\pi^\circ = 180^\circ$ .

2. त्रिकोणमितीय अनुपात (T-RATIOS)

माना समकोण  $\triangle ABC$  में,  $\angle B = 90^\circ$  तथा  $\angle A = \theta$ . तब,

$$(i) \sin \theta = \frac{\text{लम्ब}}{\text{कर्ण}} = \frac{y}{r};$$

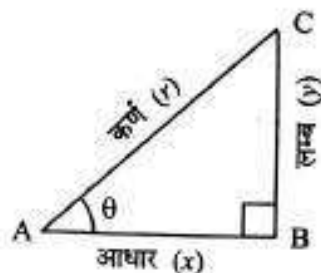
$$(ii) \cos \theta = \frac{\text{आधार}}{\text{कर्ण}} = \frac{x}{r};$$

$$(iii) \tan \theta = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}} = \frac{y}{x};$$

$$(iv) \cot \theta = \frac{1}{\tan \theta} = \frac{\text{आधार}}{\text{लम्ब}} = \frac{x}{y};$$

$$(v) \sec \theta = \frac{1}{\cos \theta} = \frac{\text{कर्ण}}{\text{आधार}} = \frac{r}{x};$$

$$(vi) \csc \theta = \frac{1}{\sin \theta} = \frac{\text{कर्ण}}{\text{लम्ब}} = \frac{r}{y}.$$



$$3. (i) \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$(ii) 1 + \tan^2 \theta = \sec^2 \theta$$

$$(iii) 1 + \cot^2 \theta = \csc^2 \theta$$

$$(iv) \tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

$$(v) \cot \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$$

4. विभिन्न कोणों के त्रिकोणमितीय अनुपात :

$\theta$	$\sin \theta$	$\cos \theta$	$\tan \theta$	$\csc \theta$	$\sec \theta$	$\cot \theta$
$30^\circ$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	2	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{3}$
$45^\circ$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	1
$60^\circ$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	2	$\frac{1}{\sqrt{3}}$
$90^\circ$	1	0	परिभाषित नहीं	1	परिभाषित नहीं	0
$0^\circ$	0	1	0	परिभाषित नहीं	1	परिभाषित नहीं

5. पूरक कोणों के त्रिकोणमितीय अनुपात :

$$(i) \sin (90^\circ - \theta) = \cos \theta$$

$$(ii) \cos (90^\circ - \theta) = \sin \theta$$

$$(iii) \tan (90^\circ - \theta) = \cot \theta$$

$$(iv) \csc (90^\circ - \theta) = \sec \theta$$

$$(v) \sec (90^\circ - \theta) = \csc \theta$$

$$(iv) \cot (90^\circ - \theta) = \tan \theta.$$

6. उन्नयन कोण (Angle of Elevation) :

यदि हम नीचे से ऊपर की ओर किसी वस्तु को देखें, तो दृष्टि रेखा क्षैतिज के साथ जो कोण बनाती है, उसे उन्नयन कोण कहते हैं.

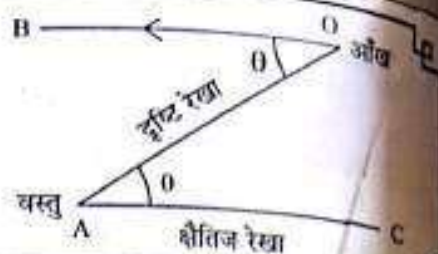
यहाँ  $\angle AOB = \theta$  एक उन्नयन कोण है.



## 7. अवनमन कोण (Angle of Depression) :

यदि हम ऊपर से नीचे की ओर किसी वस्तु को देखें तो दृष्टि रेखा क्षैतिज के साथ जो कोण बनाती है उसे अवनमन कोण कहते हैं।

यहाँ  $\angle OAC = \angle AOB = \theta$  अवनमन कोण है।



## प्रश्नमाला 34

निम्नलिखित प्रश्नों में से प्रत्येक में ठीक उत्तर को चिह्नंकित (✓) कीजिए :

- $75^\circ = (\dots)^\circ$   
 (a)  $\frac{2\pi}{3}$  (b)  $\frac{3\pi}{4}$  (c)  $\frac{5\pi}{12}$  (d) इनमें से कोई नहीं
- $40^\circ = (\dots)^\circ$   
 (a)  $\frac{\pi}{9}$  (b)  $\frac{\pi}{5}$  (c)  $\frac{2\pi}{3}$  (d)  $\frac{2\pi}{9}$
- $135^\circ = (\dots)^\circ$   
 (a)  $\frac{2\pi}{3}$  (b)  $\frac{3\pi}{4}$  (c)  $\frac{2\pi}{5}$  (d)  $\frac{3\pi}{5}$
- $\left(\frac{2\pi}{3}\right)^\circ = (\dots)^\circ$   
 (a)  $120^\circ$  (b)  $100^\circ$  (c)  $180^\circ$  (d) इनमें से कोई नहीं
- $\left(\frac{5\pi}{6}\right)^\circ = (\dots)^\circ$   
 (a)  $130^\circ$  (b)  $140^\circ$  (c)  $150^\circ$  (d)  $135^\circ$
- एक समकोण त्रिभुज के दो न्यून कोणों का अन्तर  $\left(\frac{3\pi}{10}\right)^\circ$  है। इन कोणों के माप निम्न में से कौन-से हैं ?  
 (a)  $60^\circ, 30^\circ$  (b)  $72^\circ, 18^\circ$  (c)  $70^\circ, 20^\circ$  (d) इनमें से कोई नहीं
- $(\sin A + \cos A)^2 + (\sin A - \cos A)^2 = ?$   
 (a) 1 (b) 2 (c)  $4 \sin A$  (d)  $3 \cos A$
- $\sqrt{\frac{1+\sin A}{1-\sin A}} = ?$   
 (a)  $\sec A + \tan A$  (b)  $\sec^2 A + \tan^2 A$  (c)  $\sec^2 A - \tan^2 A$  (d)  $\sec A \tan A$
- $\sqrt{\frac{1-\sin A}{1+\sin A}} = ?$   
 (a)  $1 - \sin A$  (b)  $\cos A - \sin A$  (c)  $\sec A + \tan A$  (d)  $\sec A - \tan A$
- $\sqrt{\frac{1+\cos A}{1-\cos A}} = ?$   
 (a)  $\operatorname{cosec} A + \cot A$  (b)  $\operatorname{cosec} A - \cot A$  (c)  $\cot A - \tan A$  (d)  $\sec A - \tan A$
- $\sqrt{\frac{1-\cos A}{1+\cos A}} = ?$   
 (a)  $\operatorname{cosec} A + \cot A$  (b)  $\operatorname{cosec} A - \cot A$  (c)  $\cot A - \tan A$  (d)  $\sec A - \tan A$

12.  $\frac{\sec A - \tan A}{\sec A + \tan A} = ?$   
 (a)  $\operatorname{cosec} A + \cot A$  (b)  $\operatorname{cosec} A - \cot A$  (c)  $\sec A + \tan A$  (d)  $\sec A - \tan A$
13.  $(1 + \cot A - \operatorname{cosec} A)(1 + \tan A + \sec A) = ?$   
 (a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) 4
14.  $(1 + \tan A)^2 + (1 - \tan A)^2 = ?$   
 (a)  $2 \tan^2 A$  (b)  $2 \tan A$  (c)  $4 \tan A$  (d)  $2 \sec^2 A$
15.  $\frac{(1 - \tan^2 A)}{(1 + \tan^2 A)} = ?$   
 (a)  $(\sin^2 A - \cos^2 A)$  (b)  $(\cos^2 A - \sin^2 A)$  (c)  $(\cot^2 A - \tan^2 A)$  (d)  $(\tan^2 A - \cot^2 A)$
16.  $\left( \frac{1}{\sec^2 A} + \frac{1}{\operatorname{cosec}^2 A} \right) = ?$   
 (a) 0 (b) 1 (c) -1 (d) 2
17.  $(\operatorname{cosec} A - \sin A)(\sec A - \cos A)(\tan A + \cot A) = ?$   
 (a) 0 (b) 1 (c) -1 (d) 2
18.  $\left\{ \frac{\sin A}{(1 + \cos A)} + \frac{\tan A}{(1 - \cos A)} \right\} = ?$   
 (a)  $2 \sin A$  (b)  $2 \tan A \sec A$  (c)  $2 \sec A$  (d)  $2 \operatorname{cosec} A$
19.  $\left\{ \frac{\tan A}{(\sec A - 1)} + \frac{\tan A}{(\sec A + 1)} \right\} = ?$   
 (a)  $2 \tan A$  (b)  $2 \tan A \sec A$  (c)  $2 \operatorname{cosec} A$  (d)  $2 \sec A$
20.  $\frac{\sin A}{(1 - \cot A)} + \frac{\cos A}{(1 - \tan A)} = ?$   
 (a)  $(\sin A + \cos A)$  (b)  $\tan A$  (c) 0 (d) 1
21. यदि  $\sin A + \operatorname{cosec} A = 2$  हो, तो  $(\sin^2 A + \operatorname{cosec}^2 A) = ?$   
 (a) 1 (b) 2 (c) 4 (d) इनमें से कोई नहीं
22. यदि  $\tan A + \cot A = 2$  हो, तो  $\sin A = ?$   
 (a)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  (b)  $\frac{1}{\sqrt{3}}$  (c)  $\frac{1}{2}$  (d)  $\frac{1}{3}$
23. यदि  $\frac{\sin A}{(1 + \cos A)} + \frac{\sin A}{(1 - \cos A)} = 4$  हो, तो  $A = ?$   
 (a)  $30^\circ$  (b)  $45^\circ$  (c)  $60^\circ$  (d)  $90^\circ$
24. यदि  $5 \cot \theta = 4$  हो, तो  $\left( \frac{5 \sin \theta - 3 \cos \theta}{\sin \theta + 2 \cos \theta} \right)$  का मान क्या होगा?  
 (a)  $\frac{5}{14}$  (b)  $\frac{3}{4}$  (c) 1 (d) इनमें से कोई नहीं
25. यदि  $a \tan \theta = b$  हो, तो  $\left( \frac{b \sin \theta - a \cos \theta}{b \sin \theta + a \cos \theta} \right)$  का मान क्या होगा?  
 (a)  $\frac{(a^2 + b^2)}{(a^2 - b^2)}$  (b)  $\frac{(a^2 - b^2)}{(a^2 + b^2)}$  (c)  $\frac{(b^2 - a^2)}{(b^2 + a^2)}$  (d) इनमें से कोई नहीं



26.  $\sin^3 A (1 + \cot A) + \cos^3 A (1 + \tan A) = ?$   
 (a)  $(\sin A - \cos A)$  (b)  $(\sin A + \cos A)$  (c)  $\sin A \cos A$  (d)  $\operatorname{cosec} A \sec A$
27.  $\sin^6 A + \cos^6 A + 3 \sin^2 A \cos^2 A = ?$   
 (a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 6
28. यदि  $\sec^2 A = 3$  हो, तो  $\frac{\tan^2 A - \operatorname{cosec}^2 A}{\tan^2 A + \operatorname{cosec}^2 A} = ?$   
 (a)  $\frac{1}{7}$  (b)  $\frac{2}{7}$  (c)  $\frac{3}{7}$  (d)  $\frac{4}{7}$
29. यदि  $5 \tan A = 4$  हो, तो  $\frac{(5 \sin A - 3 \cos A)}{(5 \sin A + 2 \cos A)} = ?$   
 (a)  $\frac{5}{3}$  (b)  $\frac{5}{6}$  (c)  $\frac{3}{10}$  (d)  $\frac{1}{6}$
30. यदि  $\tan A = \frac{3}{4}$  हो, तो  $(\sin A \cos A) = ?$   
 (a)  $\frac{3}{5}$  (b)  $\frac{4}{5}$  (c)  $\frac{12}{25}$  (d) इनमें से कोई नहीं
31. यदि  $\cot A = \frac{3}{4}$  हो, तो  $\left( \frac{\sin A - \cos A}{\sin A + \cos A} \right) = ?$   
 (a)  $\frac{4}{7}$  (b)  $\frac{3}{7}$  (c)  $\frac{2}{7}$  (d)  $\frac{1}{7}$
32. यदि  $\tan A = \frac{1}{\sqrt{7}}$  हो, तो  $\frac{(\operatorname{cosec}^2 A - \sec^2 A)}{(\operatorname{cosec}^2 A + \sec^2 A)} = ?$   
 (a)  $\frac{5}{7}$  (b)  $\frac{3}{7}$  (c)  $\frac{3}{4}$  (d)  $\frac{1}{12}$
33. यदि  $\cot A = \frac{1}{\sqrt{3}}$  हो, तो  $\frac{(1 - \cos^2 A)}{(2 - \sin^2 A)} = ?$   
 (a)  $\frac{2}{\sqrt{3}}$  (b)  $\frac{3}{2}$  (c)  $\frac{5}{3}$  (d)  $\frac{3}{5}$
34. यदि  $\tan A = \frac{3}{4}$  हो, तो  $(\cos^2 A - \sin^2 A) = ?$   
 (a)  $\frac{1}{4}$  (b)  $\frac{1}{2}$  (c)  $\frac{4}{25}$  (d)  $\frac{7}{25}$
35. यदि  $\tan A = \frac{4}{3}$  हो, तो  $\sqrt{\frac{1 - \sin A}{1 + \sin A}} = ?$   
 (a)  $\frac{2}{3}$  (b)  $\frac{1}{3}$  (c)  $-\frac{1}{3}$  (d)  $\frac{3}{4}$
36. यदि  $\sin A = \frac{1}{2}$  हो, तो  $\cot A = ?$   
 (a)  $\sqrt{3}$  (b)  $\frac{1}{\sqrt{3}}$  (c)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (d) 1
37. यदि  $\cos A = \frac{4}{5}$  हो, तो  $\tan A = ?$   
 (a)  $\frac{3}{4}$  (b)  $\frac{4}{3}$  (c)  $\frac{3}{5}$  (d)  $\frac{5}{3}$

38. यदि  $\tan A = \frac{8}{15}$  हो, तो  $\operatorname{cosec} A = ?$

- (a)  $\frac{15}{17}$  (b)  $\frac{17}{15}$  (c)  $\frac{8}{17}$  (d)  $\frac{17}{8}$

39. यदि  $\operatorname{cosec} A = \sqrt{10}$  हो, तो  $\sec A = ?$

- (a)  $\frac{1}{\sqrt{10}}$  (b)  $\frac{2}{\sqrt{10}}$  (c)  $\frac{3}{\sqrt{10}}$  (d)  $\frac{\sqrt{10}}{3}$

40. यदि  $\tan A = \frac{1}{\sqrt{3}}$  हो, तो  $\sec A = ?$

- (a)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (b)  $\frac{2}{\sqrt{3}}$  (c) 2 (d)  $\frac{1}{2}$

41. यदि  $\sec A = \frac{25}{7}$  हो, तो  $\sin A = ?$

- (a)  $\frac{7}{24}$  (b)  $\frac{24}{7}$  (c)  $\frac{24}{25}$  (d)  $\frac{25}{24}$

42. यदि  $\cot A = \frac{3}{4}$  हो, तो  $\sec A = ?$

- (a)  $\frac{3}{5}$  (b)  $\frac{4}{5}$  (c)  $\frac{5}{3}$  (d)  $\frac{5}{4}$

43. यदि  $\sin \theta = \frac{a}{b}$  हो, तो  $\cos \theta = ?$

- (a)  $\frac{a}{\sqrt{b^2 - a^2}}$  (b)  $\frac{b}{\sqrt{b^2 - a^2}}$  (c)  $\frac{b}{a}$  (d)  $\frac{\sqrt{b^2 - a^2}}{b}$

44. यदि  $\sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$  हो, तो  $(\operatorname{cosec} \theta + \cot \theta) = ?$

- (a)  $\sqrt{3}$  (b)  $2\sqrt{3}$  (c)  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$  (d)  $(2 + \sqrt{3})$

45. यदि  $(\tan \theta + \cot \theta) = 5$  हो, तो  $(\tan^2 \theta + \cot^2 \theta) = ?$

- (a) 23 (b) 24 (c) 25 (d) 27

46. यदि  $7 \tan \theta = 4$  हो, तो  $\frac{(7 \sin \theta - 3 \cos \theta)}{(7 \sin \theta + 3 \cos \theta)}$  का मान क्या होगा?

- (a)  $\frac{5}{7}$  (b)  $\frac{5}{14}$  (c)  $\frac{1}{7}$  (d)  $\frac{3}{7}$

47. यदि  $\cot \theta = \frac{b}{a}$  हो, तो  $\frac{(a \sin \theta - b \cos \theta)}{(a \sin \theta + b \cos \theta)} = ?$

- (a)  $\frac{(a^2 + b^2)}{(a^2 - b^2)}$  (b)  $\frac{(a^2 - b^2)}{(a^2 + b^2)}$  (c)  $\frac{a^2}{(a^2 + b^2)}$  (d)  $\frac{b^2}{(a^2 + b^2)}$

48. यदि  $\tan \theta = \frac{8}{15}$  हो, तो  $\frac{(2 + 2 \sin \theta)(1 - \sin \theta)}{(1 + \cos \theta)(2 - 2 \cos \theta)} = ?$

- (a)  $\frac{64}{289}$  (b)  $\frac{289}{64}$  (c)  $\frac{64}{225}$  (d)  $\frac{225}{64}$

49. यदि  $7 \sin^2 \theta + 3 \cos^2 \theta = 4$  हो, तो  $\tan \theta = ?$

- (a)  $\sqrt{3}$  (b)  $\frac{1}{\sqrt{3}}$  (c) 1 (d) 0

50. यदि  $\cos \theta = 0.6$  हो, तो  $(5 \sin \theta - 3 \tan \theta) = ?$   
 (a) 2 (b)  $\sqrt{2}$  (c) 0 (d)  $\frac{1}{2}$
51. यदि  $(\cos x + \sin x) = \sqrt{2} \cos x$  हो, तो  $(\cos x - \sin x) = ?$   
 (a)  $-\sqrt{2} \cos x$  (b)  $\sqrt{2} \sin x$  (c)  $\frac{1}{\sqrt{2}} \sec x$  (d)  $\frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{cosec} x$
52. यदि  $a \cos \theta + b \sin \theta = 8$  तथा  $a \sin \theta - b \cos \theta = 5$  हो, तो  $(a^2 + b^2) = ?$   
 (a) 13 (b) 40 (c) 89 (d) 39
53. यदि  $x = a \sec \theta$  तथा  $y = b \tan \theta$  हो, तो  $\left( \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} \right)$  का मान क्या होगा?  
 (a) 1 (b) -1 (c) 2 (d) -2
54. यदि  $\frac{x}{a} \cos \theta + \frac{y}{b} \sin \theta = 1$  तथा  $\frac{x}{a} \sin \theta - \frac{y}{b} \cos \theta = -1$  हो, तो  $\left( \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \right) = ?$   
 (a) 1 (b) 2 (c) -1 (d) -2
55. यदि  $(a \cot \theta + b \operatorname{cosec} \theta) = x$  तथा  $(b \cot \theta + a \operatorname{cosec} \theta) = y$  हो, तो  $x^2 - y^2 = ?$   
 (a)  $a^2 + b^2$  (b)  $a^2 - b^2$  (c)  $b^2 - a^2$  (d)  $(a - b)^2$
56. यदि  $(\tan x + \sin x) = m$  तथा  $(\tan x - \sin x) = n$  हो, तो  $(m^2 - n^2) = ?$   
 (a)  $\sqrt{mn}$  (b)  $2\sqrt{mn}$  (c)  $4\sqrt{mn}$  (d)  $4mn$
57. यदि  $x = r \sin A \cos B$ ,  $y = r \sin A \sin B$  तथा  $z = r \cos A$  हो, तो  $x^2 + y^2 + z^2 = ?$   
 (a)  $3r^2$  (b)  $r^3$  (c)  $r^2$  (d)  $3r$
58.  $(\sin^2 30^\circ + 4 \cot^2 45^\circ - \sec^2 60^\circ)$  का मान है :  
 (a) 0 (b)  $\frac{1}{4}$  (c) 1 (d) 2
59.  $(3 \cos^2 60^\circ + 2 \cot^2 30^\circ - 5 \sin^2 45^\circ)$  का मान है :  
 (a)  $\frac{13}{6}$  (b)  $\frac{17}{4}$  (c) 4 (d) 1
60.  $(\sec^2 60^\circ - 1)$  का मान है :  
 (a) 2 (b) 3 (c) 4 (d) 5
61. यदि  $x \tan 45^\circ \cos 60^\circ = \sin 60^\circ \cot 60^\circ$  हो, तो  $x = ?$   
 (a) 1 (b)  $\frac{1}{2}$  (c)  $\sqrt{3}$  (d)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$
62. यदि  $\tan^2 45^\circ - \cos^2 30^\circ = x \sin 45^\circ \cos 45^\circ$  हो, तो  $x = ?$   
 (a) 2 (b) -2 (c)  $\frac{1}{2}$  (d)  $-\frac{1}{2}$
63. यदि  $\tan x = 3 \cot x$  हो, तो  $x = ?$   
 (a)  $15^\circ$  (b)  $30^\circ$  (c)  $45^\circ$  (d)  $60^\circ$
64. यदि  $\sin 2A = \cos 3A$  हो, तो  $A = ?$   
 (a)  $18^\circ$  (b)  $20^\circ$  (c)  $24^\circ$  (d)  $36^\circ$
65.  $\sin 60^\circ \cos 30^\circ - \cos 60^\circ \sin 30^\circ = ?$   
 (a) 2 (b)  $\frac{1}{2}$  (c)  $\frac{3}{2}$  (d)  $-\frac{1}{2}$



$$60. \tan 30^\circ \operatorname{cosec} 60^\circ + \tan 60^\circ \sec 30^\circ = ?$$

- (a) 3 (b)  $\frac{4}{3}$  (c) 2 (d)  $\frac{8}{3}$

$$61. \sin^2 30^\circ \cos^2 45^\circ + 4 \tan^2 30^\circ + \frac{1}{2} \sin^2 90^\circ + \frac{1}{8} \cot^2 60^\circ = ?$$

- (a) 2 (b)  $2\frac{1}{3}$  (c)  $3\frac{1}{2}$  (d)  $3\frac{3}{4}$

$$62. (\cos 60^\circ \cos 30^\circ - \sin 60^\circ \sin 30^\circ) = ?$$

- (a) 1 (b)  $\frac{1}{2}$  (c) 0 (d) 2

$$63. \frac{(\tan 60^\circ - \tan 30^\circ)}{1 + \tan 60^\circ \tan 30^\circ} = ?$$

- (a)  $\sqrt{3}$  (b)  $\frac{2}{\sqrt{3}}$  (c)  $\frac{1}{\sqrt{3}}$  (d)  $\frac{1}{2\sqrt{3}}$

$$64. \cot^2 30^\circ - 2 \cos^2 30^\circ - \frac{3}{4} \sec^2 45^\circ + \frac{1}{4} \operatorname{cosec}^2 30^\circ = ?$$

- (a)  $1\frac{3}{4}$  (b) 1 (c)  $2\frac{3}{4}$  (d)  $\frac{3}{4}$

$$65. 2 \cos^2 60^\circ + 3 \sin^2 45^\circ - 3 \sin^2 30^\circ + 2 \cos^2 90^\circ = ?$$

- (a)  $1\frac{3}{4}$  (b)  $1\frac{1}{2}$  (c)  $1\frac{1}{4}$  (d)  $2\frac{1}{4}$

$$66. \frac{\tan^2 60^\circ + 4 \cos^2 45^\circ + 3 \operatorname{cosec}^2 60^\circ + 2 \cos^2 90^\circ}{2 \operatorname{cosec} 30^\circ + 3 \sec 60^\circ - \frac{7}{3} \cot^2 30^\circ} = ?$$

- (a)  $1\frac{1}{3}$  (b)  $2\frac{1}{3}$  (c)  $3\frac{1}{3}$  (d) 3

$$67. \text{ यदि } \sqrt{3} \tan 2\theta - 3 = 0 \text{ हो, तो } \theta = ?$$

- (a)  $15^\circ$  (b)  $30^\circ$  (c)  $45^\circ$  (d)  $60^\circ$

$$68. \text{ यदि } 2 \sin 2\theta = \sqrt{3} \text{ हो, तो } \theta = ?$$

- (a)  $30^\circ$  (b)  $45^\circ$  (c)  $60^\circ$  (d)  $90^\circ$

$$69. \text{ यदि } 2 \cos 3\theta = 1 \text{ हो, तो } \theta = ?$$

- (a)  $10^\circ$  (b)  $15^\circ$  (c)  $20^\circ$  (d)  $30^\circ$

$$70. \left( \frac{4}{3} \cot^2 30^\circ + 3 \sin^2 60^\circ - 2 \operatorname{cosec} 60^\circ - \frac{3}{4} \tan^2 30^\circ \right) = ?$$

- (a) 3 (b)  $\frac{8}{3}$  (c)  $\frac{10}{3}$  (d)  $\frac{9}{4}$

$$71. \frac{(\tan^2 60^\circ + 4 \sin^2 45^\circ + 3 \sec^2 30^\circ + 5 \cos^2 90^\circ)}{(\operatorname{cosec} 30^\circ + \sec 60^\circ - \cot^2 30^\circ)} = ?$$

- (a)  $\frac{7}{9}$  (b)  $\frac{9}{7}$  (c) 6 (d) 9

$$72. \left( \sin^2 30^\circ \cos^2 45^\circ + 4 \tan^2 30^\circ + \frac{1}{2} \sin^2 90^\circ + \frac{1}{8} \cot^2 60^\circ \right) = ?$$

- (a) 2 (b)  $\frac{5}{2}$  (c) 3 (d) 4

79.  $\tan 9^\circ \tan 43^\circ \tan 60^\circ \tan 47^\circ \tan 81^\circ = ?$   
 (a)  $\sqrt{2}$  (b)  $\sqrt{3}$  (c)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  (d)  $\frac{1}{\sqrt{3}}$
80.  $\cot 16^\circ \cot 48^\circ \cot 42^\circ \cot 60^\circ \cot 74^\circ = ?$   
 (a)  $\sqrt{2}$  (b)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  (c)  $\sqrt{3}$  (d)  $\frac{1}{\sqrt{3}}$
81.  $\tan 1^\circ \tan 2^\circ \tan 3^\circ \tan 4^\circ \dots \tan 89^\circ = ?$   
 (a)  $\sqrt{3}$  (b)  $\frac{1}{\sqrt{3}}$  (c) 0 (d) 1
82.  $\frac{\tan 50^\circ + \sec 50^\circ}{\cot 40^\circ + \operatorname{cosec} 40^\circ} + \cos 40^\circ \operatorname{cosec} 50^\circ = ?$   
 (a) 2 (b)  $1\frac{1}{2}$  (c)  $2\frac{1}{2}$  (d) 1
83.  $\frac{2 \sin^2 53^\circ + 1 + 2 \sin^2 37^\circ}{3 \cos^2 27^\circ - 2 + 3 \cos^2 63^\circ} = ?$   
 (a)  $\frac{1}{3}$  (b)  $\frac{2}{3}$  (c) 3 (d)  $\frac{3}{2}$
84.  $\frac{\cos^2 20^\circ + \cos^2 70^\circ}{\sec^2 40^\circ - \cot^2 50^\circ} + 2 \operatorname{cosec}^2 58^\circ - 2 \cot 58^\circ \tan 32^\circ = ?$   
 (a) 1 (b) 3 (c) 2 (d) -2
85.  $\frac{\cos 58^\circ}{\sin 32^\circ} + \frac{\sin 42^\circ}{\cos 48^\circ} - \frac{\cos 38^\circ \operatorname{cosec} 52^\circ}{\tan 18^\circ \tan 45^\circ \tan 72^\circ} = ?$   
 (a) 1 (b) -1 (c)  $\frac{3}{2}$  (d)  $\frac{2}{3}$
86.  $\frac{\sec 29^\circ}{\operatorname{cosec} 61^\circ} - 3(\sin^2 59^\circ + \sin^2 31^\circ) + \frac{2}{\sqrt{3}} \tan 27^\circ \tan 60^\circ \tan 63^\circ = ?$   
 (a) -1 (b) 1 (c)  $\sqrt{3}$  (d) 0
87.  $\sin(50^\circ + \theta) - \cos(40^\circ - \theta) = ?$   
 (a) 1 (b)  $\sin 10^\circ$  (c) 0 (d)  $\cos 10^\circ$
88. यदि  $\sin 3A = \cos(A - 10^\circ)$  हो तथा  $3A$  एक न्यून कोण हो, तो  $A = ?$   
 (a)  $40^\circ$  (b)  $25^\circ$  (c)  $50^\circ$  (d)  $30^\circ$
89. यदि  $\tan 2A = \cot(A - 21^\circ)$  हो तथा  $2A$  एक न्यून कोण हो, तो  $A = ?$   
 (a)  $37^\circ$  (b)  $69^\circ$  (c)  $21^\circ$  (d) इनमें से कोई नहीं
90. यदि  $\sec 5A = \operatorname{cosec}(A - 30^\circ)$  हो तथा  $5A$  एक न्यून कोण हो, तो  $A = ?$   
 (a)  $60^\circ$  (b)  $12^\circ$  (c)  $20^\circ$  (d)  $30^\circ$
91. यदि  $\sin(\theta + 32^\circ) = \cos \theta$  हो तथा  $(\theta + 32^\circ)$  एक न्यून कोण हो, तो  $\theta = ?$   
 (a)  $58^\circ$  (b)  $29^\circ$  (c)  $43^\circ$  (d)  $23^\circ$
92. यदि  $A$  तथा  $B$  न्यूनकोण हैं तथा  $\sin A = \cos B$  हो, तो  $A + B = ?$   
 (a)  $90^\circ$  (b)  $45^\circ$  (c)  $30^\circ$  (d)  $60^\circ$
93. यदि  $2 \sin 2\theta = \sqrt{3}$  हो, तो  $\theta = ?$   
 (a)  $60^\circ$  (b)  $30^\circ$  (c)  $15^\circ$  (d)  $45^\circ$



44. यदि  $\sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$  हो, तो  $(\operatorname{cosec} \theta + \cot \theta) = ?$   
 (a)  $(2 + \sqrt{3})$  (b)  $2\sqrt{3}$  (c)  $\sqrt{2}$  (d)  $\sqrt{3}$
45. दिन के एक निश्चित समय पर एक स्तम्भ तथा इसकी परछाई की ऊँचाईयों का अनुपात क्रमशः  $1 : \sqrt{3}$  है। उस समय सूर्य का उन्नयन कोण क्या होगा?  
 (a)  $30^\circ$  (b)  $45^\circ$  (c)  $60^\circ$  (d) इनमें से कोई नहीं
46. किसी समय सूर्य का उन्नतांश  $60^\circ$  है। उसी समय एक उर्ध्वाधर खड़े खम्भे की परछाई 100 मीटर लम्बी है। इस खम्भे की ऊँचाई कितनी है?  
 (a)  $100\sqrt{3}$  मीटर (b)  $50\sqrt{3}$  मीटर (c)  $\frac{100}{\sqrt{3}}$  मीटर (d) 50 मीटर
47. सूर्य का उन्नतांश  $45^\circ$  से  $30^\circ$  हो जाने पर एक उर्ध्वाधर खड़े खम्भे की परछाई में 10 मीटर की वृद्धि हो जाती है। इस खम्भे की ऊँचाई कितनी है?  
 (a) 9 मीटर (b) 13 मीटर (c)  $5(\sqrt{3} + 1)$  मीटर (d)  $10(\sqrt{3} - 1)$  मीटर
48. किसी समय एक 6 मीटर ऊँचे बांस की परछाई  $2\sqrt{3}$  मीटर लम्बी है। उस समय सूर्य का उन्नयन कोण कितना है?  
 (a)  $30^\circ$  (b)  $45^\circ$  (c)  $60^\circ$  (d)  $15^\circ$
49. एक मीनार की ऊँचाई  $100\sqrt{3}$  मीटर है। इस मीनार की पाद से 100 मीटर दूरी पर स्थित बिन्दु से इसकी चोटी का उन्नयन कोण कितना है?  
 (a)  $45^\circ$  (b)  $60^\circ$  (c)  $30^\circ$  (d)  $75^\circ$
100. एक मीनार की पाद से 30 मीटर दूरी पर स्थित बिन्दु से इसकी चोटी का उन्नयन कोण  $30^\circ$  है। इस मीनार की ऊँचाई कितनी है?  
 (a) 30 मीटर (b) 20 मीटर (c)  $10\sqrt{2}$  मीटर (d)  $10\sqrt{3}$  मीटर
101. एक पतंग की डोर 100 मीटर लम्बी है तथा यह क्षैतिज तल से  $60^\circ$  का कोण बनाती है। भूतल से पतंग की ऊँचाई कितनी है?  
 (a)  $50\sqrt{2}$  मीटर (b)  $50\sqrt{3}$  मीटर (c) 100 मीटर (d)  $100\sqrt{3}$  मीटर
102. भूतल पर स्थित किसी बिन्दु से एक मीनार की चोटी का उन्नयन कोण  $30^\circ$  है। इस बिन्दु से मीनार की ओर 20 मीटर की दूरी पर स्थित एक दूसरे बिन्दु से इसकी चोटी का उन्नयन कोण  $60^\circ$  है। मीनार की ऊँचाई कितनी है?  
 (a)  $10\sqrt{3}$  मीटर (b) 10 मीटर (c) 15 मीटर (d) 20 मीटर
103. एक आयत के विकर्ण की लम्बाई 8 सेमी० है। इस आयत की एक भुजा तथा विकर्ण के बीच का कोण  $30^\circ$  है। इस आयत का क्षेत्रफल कितना है?  
 (a) 16 वर्ग सेमी० (b)  $16\sqrt{3}$  वर्ग सेमी० (c)  $8\sqrt{3}$  वर्ग सेमी० (d)  $\frac{16}{\sqrt{3}}$  वर्ग सेमी०
104. एक मीनार की पाद से क्रमशः  $a$  तथा  $b$  दूरी पर एक ही रेखा पर स्थित दो बिन्दुओं से मीनार की चोटी के उन्नयन कोण एक दूसरे के पूरक हैं। इस मीनार की ऊँचाई कितनी है?  
 (a)  $\sqrt{a+b}$  (b)  $\sqrt{a-b}$  (c)  $\sqrt{ab}$  (d)  $\sqrt{\frac{a}{b}}$
105. 7 मीटर ऊँचे एक भवन के शिखर से किसी मीनार के शीर्ष का उन्नयन कोण  $60^\circ$  है तथा मीनार के पाद का अवनति कोण  $30^\circ$  है। मीनार की ऊँचाई कितनी है?  
 (a) 21 मीटर (b) 28 मीटर (c) 24 मीटर (d) 35 मीटर

106. एक पहाड़ी की चोटी से नीचे देखने पर पूर्व में स्थित दो क्रमागत किमी० के पथरों के अवनमन कोण क्रमशः  $30^\circ$  तथा  $45^\circ$  हैं. इस पहाड़ी की ऊँचाई कितनी है ?  
 (a)  $\frac{1}{2}(\sqrt{3}-1)$  किमी० (b)  $\frac{1}{2}(\sqrt{3}+1)$  किमी० (c)  $(\sqrt{3}-1)$  किमी० (d)  $(\sqrt{3}+1)$  किमी०
107. 1.5 मीटर ऊँचा एक व्यक्ति एक मीनार से 28.5 मीटर की दूरी पर सीधा खड़ा है. इस व्यक्ति की आँख मीनार की चोटी से  $45^\circ$  का उन्नयन कोण बनाती है. मीनार की ऊँचाई कितनी है ?  
 (a) 27 मीटर (b) 30 मीटर (c) 28.5 मीटर (d) इनमें से कोई नहीं
108. दो व्यक्ति एक मीनार के दोनों ओर एक दूसरे की विपरीत दिशा में खड़े हैं. वे मीनार की चोटी से क्रमशः  $30^\circ$  तथा  $60^\circ$  का उन्नयन कोण बनाते हैं. यदि मीनार की ऊँचाई 18 मीटर हो, तो इन व्यक्तियों के बीच की दूरी कितनी है ?  
 (a) 24 मीटर (b)  $24\sqrt{3}$  मीटर (c)  $8\sqrt{3}$  मीटर (d) 31.2 मीटर
109. एक व्यक्ति एक भवन से 50 मीटर दूरी पर खड़ा है. वह भवन पर लगे झण्डे की चोटी तथा पाद से क्रमशः  $60^\circ$  तथा  $45^\circ$  के कोण बनाता है. इस झण्डे की लम्बाई कितनी है ?  
 (a)  $50\sqrt{3}$  मीटर (b)  $\frac{50}{\sqrt{3}}$  मीटर (c)  $50(\sqrt{3}+1)$  मीटर (d)  $50(\sqrt{3}-1)$  मीटर
110. 200 मीटर की ऊँचाई पर उड़े जा रहे एक हवाई जहाज में बैठा व्यक्ति एक नदी के दो विपरीत किनारों पर स्थित दो बिन्दुओं से क्रमशः  $45^\circ$  तथा  $60^\circ$  के अवनमन कोण बनाता है. नदी की चौड़ाई कितनी है ?  
 (a)  $\left(200 + \frac{200}{\sqrt{3}}\right)$  मीटर (b)  $\left(200 - \frac{200}{\sqrt{3}}\right)$  मीटर (c)  $\frac{400}{\sqrt{3}}$  मीटर (d)  $400\sqrt{3}$  मीटर
111. हवा के झोंके से एक पेड़ का ऊपरी भाग टूटकर 15 मीटर की दूरी पर  $30^\circ$  के कोण पर पृथ्वी को छूता है. पेड़ की कुल ऊँचाई कितनी थी ?  
 (a)  $15\sqrt{3}$  मीटर (b)  $5\sqrt{3}$  मीटर (c)  $15(\sqrt{3}+1)$  मीटर (d)  $15(\sqrt{3}-1)$  मीटर
112. 60 मीटर ऊँचे भवन की चोटी से एक मीनार की चोटी और पाद के अवनमन कोण क्रमशः  $30^\circ$  तथा  $60^\circ$  हैं. मीनार की ऊँचाई कितनी है ?  
 (a) 45 मीटर (b) 30 मीटर (c) 36 मीटर (d) 40 मीटर
113. एक प्रकाश-स्तम्भ से पूर्व की ओर दो जहाजों के अवनमन कोण  $45^\circ$  तथा  $30^\circ$  के हैं. यदि दोनों जहाजों के बीच की दूरी 200 मीटर हो, तो प्रकाश-स्तम्भ की ऊँचाई कितनी है ?  
 (a)  $100(\sqrt{3}+1)$  मीटर (b)  $100(\sqrt{3}-1)$  मीटर  
 (c)  $\left(100 + \frac{100}{\sqrt{3}}\right)$  मीटर (d)  $\left(100 - \frac{100}{\sqrt{3}}\right)$  मीटर
114. एक मीनार की ऊँचाई  $100\sqrt{3}$  मीटर है. मीनार की तली से 100 मीटर की दूरी पर स्थित एक बिन्दु से मीनार की चोटी का उन्नयन कोण कितना होगा ?  
 (a)  $30^\circ$  (b)  $45^\circ$  (c)  $60^\circ$  (d) इनमें से कोई नहीं

## उत्तरमाला (प्रश्नमाला 34)

- |         |         |         |         |         |         |         |         |         |         |
|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 1. (c)  | 2. (a)  | 3. (b)  | 4. (a)  | 5. (c)  | 6. (b)  | 7. (b)  | 8. (a)  | 9. (d)  | 10. (a) |
| 11. (b) | 12. (d) | 13. (c) | 14. (d) | 15. (b) | 16. (b) | 17. (b) | 18. (d) | 19. (c) | 20. (a) |
| 21. (b) | 22. (a) | 23. (a) | 24. (c) | 25. (c) | 26. (b) | 27. (a) | 28. (a) | 29. (d) | 30. (c) |
| 31. (d) | 32. (c) | 33. (d) | 34. (d) | 35. (b) | 36. (a) | 37. (a) | 38. (d) | 39. (d) | 40. (b) |
| 41. (c) | 42. (c) | 43. (d) | 44. (a) | 45. (a) | 46. (c) | 47. (b) | 48. (d) | 49. (b) | 50. (c) |
| 51. (b) | 52. (c) | 53. (a) | 54. (b) | 55. (c) | 56. (c) | 57. (c) | 58. (b) | 59. (b) | 60. (b) |
| 61. (a) | 62. (c) | 63. (d) | 64. (a) | 65. (b) | 66. (d) | 67. (a) | 68. (c) | 69. (c) | 70. (b) |
| 71. (c) | 72. (d) | 73. (b) | 74. (a) | 75. (b) | 76. (c) | 77. (d) | 78. (a) | 79. (b) | 80. (d) |



81. (a) 82. (a) 83. (c) 84. (b) 85. (a) 86. (d) 87. (c) 88. (b) 89. (a) 90. (c)  
 91. (b) 92. (a) 93. (b) 94. (d) 95. (a) 96. (a) 97. (c) 98. (c) 99. (b) 100. (d)  
 101. (b) 102. (a) 103. (b) 104. (c) 105. (b) 106. (b) 107. (b) 108. (b) 109. (d) 110. (a)  
 111. (a) 112. (d) 113. (a) 114. (c)

### दिये गये प्रश्नों के हल प्रश्नमाला 34

मान लें कि  $x^\circ = \left(\frac{\pi}{180} \times x\right)^c$  तथा  $y^c = \left(\frac{180}{\pi} \times y\right)^\circ$ .

$$1. 75^\circ = \left(\frac{\pi}{180} \times 75\right)^c = \left(\frac{5\pi}{12}\right)^c.$$

$$2. 40^\circ = \left(\frac{\pi}{180} \times 40\right)^c = \left(\frac{2\pi}{9}\right)^c.$$

$$3. 135^\circ = \left(\frac{\pi}{180} \times 135\right)^c = \left(\frac{3\pi}{4}\right)^c.$$

$$4. \left(\frac{2\pi}{3}\right)^c = \left(\frac{180}{\pi} \times \frac{2\pi}{3}\right)^\circ = 120^\circ.$$

$$5. \left(\frac{5\pi}{6}\right)^c = \left(\frac{180}{\pi} \times \frac{5\pi}{6}\right)^\circ = 150^\circ.$$

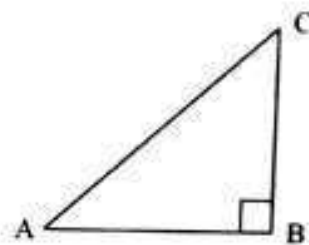
माना दी गई  $\triangle ABC$  है जिसमें  $\angle B = 90^\circ$ .

$$\left(\frac{3\pi}{10}\right)^c = \left(\frac{180}{\pi} \times \frac{3\pi}{10}\right)^\circ = 54^\circ.$$

$$\therefore A - C = 54 \text{ तथा } A + C = 90.$$

इन्हें हल करने पर  $A = 72$  तथा  $C = 18$ .

अतः इन कोणों के माप  $72^\circ$  तथा  $18^\circ$  हैं.



$$7. (\sin A + \cos A)^2 + (\sin A - \cos A)^2$$

$$= \sin^2 A + \cos^2 A + 2 \sin A \cos A + \sin^2 A + \cos^2 A - 2 \sin A \cos A$$

$$= 2(\sin^2 A + \cos^2 A) = (2 \times 1) = 2.$$

$$8. \frac{\sqrt{1+\sin A}}{\sqrt{1-\sin A}} = \frac{\sqrt{1+\sin A}}{\sqrt{1-\sin A}} \times \frac{\sqrt{1+\sin A}}{\sqrt{1+\sin A}} = \frac{(1+\sin A)}{\sqrt{1-\sin^2 A}} = \frac{(1+\sin A)}{\cos A}$$

$$= \left(\frac{1}{\cos A} + \frac{\sin A}{\cos A}\right) = (\sec A + \tan A).$$

$$9. \frac{\sqrt{1-\sin A}}{\sqrt{1+\sin A}} = \frac{\sqrt{1-\sin A}}{\sqrt{1+\sin A}} \times \frac{\sqrt{1-\sin A}}{\sqrt{1-\sin A}} = \frac{(1-\sin A)}{\sqrt{1-\sin^2 A}} = \frac{(1-\sin A)}{\cos A}$$

$$= \left(\frac{1}{\cos A} - \frac{\sin A}{\cos A}\right) = (\sec A - \tan A).$$

$$10. \frac{\sqrt{1+\cos A}}{\sqrt{1-\cos A}} = \frac{\sqrt{1+\cos A}}{\sqrt{1-\cos A}} \times \frac{\sqrt{1+\cos A}}{\sqrt{1+\cos A}} = \frac{(1+\cos A)}{\sqrt{1-\cos^2 A}} = \frac{(1+\cos A)}{\sin A}$$

$$= \left(\frac{1}{\sin A} + \frac{\cos A}{\sin A}\right) = (\operatorname{cosec} A + \cot A).$$

$$11. \frac{\sqrt{1-\cos A}}{\sqrt{1+\cos A}} = \frac{\sqrt{1-\cos A}}{\sqrt{1+\cos A}} \times \frac{\sqrt{1-\cos A}}{\sqrt{1-\cos A}} = \frac{(1-\cos A)}{\sqrt{1-\cos^2 A}} = \frac{(1-\cos A)}{\sin A}$$

$$= \left(\frac{1}{\sin A} - \frac{\cos A}{\sin A}\right) = (\operatorname{cosec} A - \cot A).$$



$$12. \sqrt{\frac{\sec A - \tan A}{\sec A + \tan A}} = \frac{\sqrt{\sec A - \tan A}}{\sqrt{\sec A + \tan A}} \times \frac{\sqrt{\sec A - \tan A}}{\sqrt{\sec A - \tan A}} = \frac{(\sec A - \tan A)}{\sqrt{\sec^2 A - \tan^2 A}}$$

$$= (\sec A - \tan A) \left[ \because (\sec^2 A - \tan^2 A) = 1 \right]$$

$$13. \text{ दिया गया व्यंजक } = \left( 1 + \frac{\cos A}{\sin A} - \frac{1}{\sin A} \right) \left( 1 + \frac{\sin A}{\cos A} + \frac{1}{\cos A} \right)$$

$$= \frac{(\sin A + \cos A - 1)}{\sin A} \times \frac{(\sin A + \cos A + 1)}{\cos A} = \frac{(\sin A + \cos A)^2 - 1}{\sin A \cos A}$$

$$= \frac{\sin^2 A + \cos^2 A + 2 \sin A \cos A - 1}{\sin A \cos A} = \frac{2 \sin A \cos A}{\sin A \cos A} = 2.$$

$$14. \text{ दिया गया व्यंजक } = (1 + \tan^2 A + 2 \tan A) + (1 + \tan^2 A - 2 \tan A)$$

$$= 2(1 + \tan^2 A) = 2 \sec^2 A.$$

$$15. \text{ दिया गया व्यंजक } = \frac{\left( 1 - \frac{\sin^2 A}{\cos^2 A} \right)}{\left( 1 + \frac{\sin^2 A}{\cos^2 A} \right)} = \frac{(\cos^2 A - \sin^2 A)}{(\cos^2 A + \sin^2 A)} = (\cos^2 A - \sin^2 A).$$

$$16. \text{ दिया गया व्यंजक } = (\cos^2 A + \sin^2 A) = 1.$$

$$17. \text{ दिया गया व्यंजक } = \left( \frac{1}{\sin A} - \sin A \right) \left( \frac{1}{\cos A} - \cos A \right) \left( \frac{\sin A}{\cos A} + \frac{\cos A}{\sin A} \right)$$

$$= \frac{(1 - \sin^2 A)}{\sin A} \times \frac{(1 - \cos^2 A)}{\cos A} \times \frac{(\sin^2 A + \cos^2 A)}{\sin A \cos A}$$

$$= \frac{\cos^2 A \sin^2 A}{\sin^2 A \cos^2 A} = 1.$$

$$18. \text{ दिया गया व्यंजक } = \frac{\sin A (1 - \cos A) - \sin A (1 + \cos A)}{(1 - \cos^2 A)} = \frac{2 \sin A}{\sin^2 A} = \frac{2}{\sin A} = 2 \operatorname{cosec} A.$$

$$19. \text{ दिया गया व्यंजक } = \frac{\tan A (\sec A + 1) + \tan A (\sec A - 1)}{(\sec^2 A - 1)} = \frac{2 \tan A \sec A}{(1 + \tan^2 A - 1)}$$

$$= \frac{2 \tan A \sec A}{\tan^2 A} = \frac{2 \sec A}{\tan A} = \left( \frac{2}{\cos A} \times \frac{\cos A}{\sin A} \right) = \frac{2}{\sin A} = 2 \operatorname{cosec} A.$$

$$20. \text{ दिया गया व्यंजक } = \frac{\sin A}{\left( 1 - \frac{\cos A}{\sin A} \right)} + \frac{\cos A}{\left( 1 - \frac{\sin A}{\cos A} \right)} = \frac{\sin^2 A}{(\sin A - \cos A)} + \frac{\cos^2 A}{(\cos A - \sin A)}$$

$$= \frac{\sin^2 A}{(\sin A - \cos A)} - \frac{\cos^2 A}{(\sin A - \cos A)} = \frac{(\sin^2 A - \cos^2 A)}{(\sin A - \cos A)} = (\sin A + \cos A).$$

$$21. \text{ वर्ग करने पर : } (\sin A + \operatorname{cosec} A)^2 = 4.$$

$$\therefore \sin^2 A + \operatorname{cosec}^2 A + 2 \sin A \operatorname{cosec} A = 4 \Rightarrow \sin^2 A + \operatorname{cosec}^2 A + 2 = 4.$$

$$\therefore \sin^2 A + \operatorname{cosec}^2 A = 2.$$

$$22. \tan A + \frac{1}{\tan A} = 2 \Rightarrow \tan^2 A - 2 \tan A + 1 = 0$$

$$\Rightarrow (\tan A - 1)^2 = 0 \Rightarrow \tan A - 1 = 0 \Rightarrow \tan A = 1 \Rightarrow A = 45^\circ.$$

$$\therefore \sin A = \sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

$$23. \text{ दिया है : } \sin A \cdot \left[ \frac{1}{(1 + \cos A)} + \frac{1}{(1 - \cos A)} \right] = 4$$

$$\Rightarrow \sin A \cdot \left\{ \frac{(1 - \cos A) + (1 + \cos A)}{(1 - \cos^2 A)} \right\} = 4 \Rightarrow \frac{2 \sin A}{\sin^2 A} = 4 \Rightarrow \sin A = \frac{1}{2}.$$

$$\therefore A = 30^\circ.$$

$$24. \left( \frac{5 \sin \theta - 3 \cos \theta}{\sin \theta + 2 \cos \theta} \right) = \left( \frac{5 - 3 \cot \theta}{1 + 2 \cot \theta} \right) \quad [\text{अंश तथा हर को } \sin \theta \text{ से भाग देने पर}]$$

$$= \left( \frac{5 - 3 \times \frac{4}{5}}{1 + 2 \times \frac{4}{5}} \right) = \frac{(25 - 12)}{(5 + 8)} = \frac{13}{13} = 1. \quad \left[ \therefore \cot \theta = \frac{4}{5} \right]$$

$$25. \frac{(b \sin \theta - a \cos \theta)}{(b \sin \theta + a \cos \theta)} = \frac{(b \tan \theta - a)}{(b \tan \theta + a)} \quad [\text{अंश तथा हर को } \cos \theta \text{ से भाग देने पर}]$$

$$= \frac{\left( b \times \frac{b}{a} - a \right)}{\left( b \times \frac{b}{a} + a \right)} = \frac{(b^2 - a^2)}{(b^2 + a^2)}. \quad \left[ \therefore \tan \theta = \frac{b}{a} \right]$$

$$26. \text{ दिया गया व्यंजक} = \sin^3 A \left( 1 + \frac{\cos A}{\sin A} \right) + \cos^3 A \left( 1 + \frac{\sin A}{\cos A} \right)$$

$$= \sin^2 A (\sin A + \cos A) + \cos^2 A (\cos A + \sin A) = (\sin A + \cos A) (\sin^2 A + \cos^2 A)$$

$$= (\sin A + \cos A).$$

$$27. \text{ दिया गया व्यंजक} = \sin^6 A + \cos^6 A + 3 \sin^2 A \cos^2 A (\sin^2 A + \cos^2 A)$$

$$= (\sin^2 A + \cos^2 A)^3 = 1^3 = 1.$$

$$28. \tan^2 A = (\sec^2 A - 1) = (3 - 1) = 2, \quad \operatorname{cosec}^2 A = (1 + \cot^2 A) = \left( 1 + \frac{1}{2} \right) = \frac{3}{2}.$$

$$\therefore \frac{\tan^2 A - \operatorname{cosec}^2 A}{\tan^2 A + \operatorname{cosec}^2 A} = \frac{\left( 2 - \frac{3}{2} \right)}{\left( 2 + \frac{3}{2} \right)} = \frac{(4 - 3)}{(4 + 3)} = \frac{1}{7}.$$

$$29. \text{ दिया है : } \tan A = \frac{4}{5}.$$

$$\therefore \frac{(5 \sin A - 3 \cos A)}{(5 \sin A + 2 \cos A)} = \frac{(5 \tan A - 3)}{(5 \tan A + 2)} \quad [\text{अंश तथा हर को } \cos A \text{ से भाग देने पर}]$$

$$= \frac{\left( 5 \times \frac{4}{5} - 3 \right)}{\left( 5 \times \frac{4}{5} + 2 \right)} = \frac{(4 - 3)}{(4 + 2)} = \frac{1}{6}.$$

$$30. \sec^2 A = (1 + \tan^2 A) = \left(1 + \frac{9}{16}\right) = \frac{25}{16} = \left(\frac{5}{4}\right)^2 \Rightarrow \sec A = \frac{5}{4}.$$

$$\operatorname{cosec}^2 A = (1 + \cot^2 A) = \left(1 + \frac{16}{9}\right) = \frac{25}{9} = \left(\frac{5}{3}\right)^2 \Rightarrow \operatorname{cosec} A = \frac{5}{3}.$$

$$\therefore \sin A = \frac{3}{5} \text{ तथा } \cos A = \frac{4}{5}.$$

$$\text{अतः } \sin A \cos A = \left(\frac{3}{5} \times \frac{4}{5}\right) = \frac{12}{25}.$$

$$31. \frac{(\sin A - \cos A)}{(\sin A + \cos A)} = \frac{(1 - \cot A)}{(1 + \cot A)} \quad [\text{अंश तथा हर को } \sin A \text{ से भाग देने पर}]$$

$$= \frac{\left(1 - \frac{3}{4}\right)}{\left(1 + \frac{3}{4}\right)} = \frac{1}{7}.$$

$$32. \sec^2 A = 1 + \tan^2 A = \left(1 + \frac{1}{7}\right) = \frac{8}{7}.$$

$$\operatorname{cosec}^2 A = 1 + \cot^2 A = (1 + 7) = 8.$$

$$\frac{(\operatorname{cosec}^2 A + \sec^2 A)}{(\operatorname{cosec}^2 A - \sec^2 A)} = \frac{\left(8 - \frac{8}{7}\right)}{\left(8 + \frac{8}{7}\right)} = \frac{48}{64} = \frac{3}{4}.$$

$$33. \operatorname{cosec}^2 A = (1 + \cot^2 A) = \left(1 + \frac{1}{3}\right) = \frac{4}{3} \Rightarrow \sin^2 A = \frac{3}{4}.$$

$$\frac{(1 - \cos^2 A)}{(2 - \sin^2 A)} = \frac{\sin^2 A}{(2 - \sin^2 A)} = \frac{(3/4)}{\left(2 - \frac{3}{4}\right)} = \left(\frac{3}{4} \times \frac{4}{5}\right) = \frac{3}{5}.$$

$$34. \sec^2 A = (1 + \tan^2 A) = \left(1 + \frac{9}{16}\right) = \frac{25}{16} \Rightarrow \cos^2 A = \frac{16}{25}.$$

$$(\cos^2 A - \sin^2 A) = \cos^2 A - (1 - \cos^2 A) = (2 \cos^2 A - 1)$$

$$= \left(2 \times \frac{16}{25} - 1\right) = \left(\frac{32}{25} - 1\right) = \frac{(32 - 25)}{25} = \frac{7}{25}.$$

$$35. \operatorname{cosec}^2 A = (1 + \cot^2 A) = \left(1 + \frac{9}{16}\right) = \frac{25}{16}.$$

$$\therefore \operatorname{cosec} A = \sqrt{\frac{25}{16}} = \frac{5}{4} \Rightarrow \sin A = \frac{4}{5}.$$

$$\therefore \sqrt{\frac{1 - \sin A}{1 + \sin A}} = \sqrt{\frac{\left(1 - \frac{4}{5}\right)}{\left(1 + \frac{4}{5}\right)}} = \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}.$$



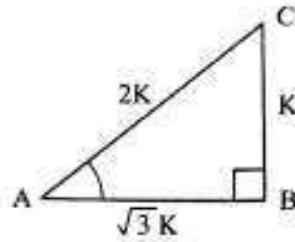
$$\sin A = \frac{BC}{AC} = \frac{1}{2} = \frac{K}{2K}$$

$$\therefore BC = K \text{ तथा } AC = 2K$$

$$AB^2 = (AC^2 - BC^2) = (4K^2 - K^2) = 3K^2$$

$$\Rightarrow AB = \sqrt{3}K$$

$$\therefore \cot A = \frac{AB}{BC} = \frac{\sqrt{3}K}{K} = \sqrt{3}$$



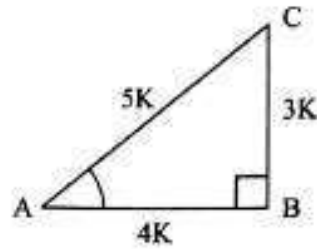
$$37. \cos A = \frac{AB}{AC} = \frac{4}{5} = \frac{4K}{5K}$$

$$\therefore AB = 4K \text{ तथा } AC = 5K$$

$$BC^2 = (AC^2 - AB^2) = (5K)^2 - (4K)^2 = (25K^2 - 16K^2) = 9K^2$$

$$\Rightarrow BC = 3K$$

$$\Rightarrow \tan A = \frac{BC}{AB} = \frac{3K}{4K} = \frac{3}{4}$$



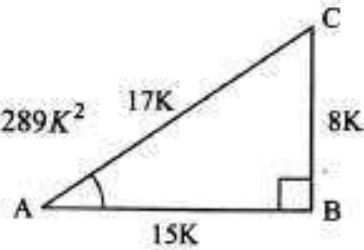
$$38. \tan A = \frac{BC}{AB} = \frac{8}{15} = \frac{8K}{15K}$$

$$\therefore BC = 8K \text{ तथा } AB = 15K$$

$$\Rightarrow AC^2 = (AB^2 + BC^2) = (15K)^2 + (8K)^2 = (225K^2 + 64K^2) = 289K^2$$

$$\Rightarrow AC = 17K$$

$$\therefore \operatorname{cosec} A = \frac{AC}{BC} = \frac{17K}{8K} = \frac{17}{8}$$



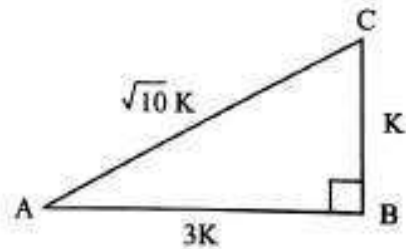
$$39. \operatorname{cosec} A = \frac{AC}{BC} = \frac{\sqrt{10}}{1} = \frac{\sqrt{10}K}{K}$$

$$\therefore AC = \sqrt{10}K \text{ तथा } BC = K$$

$$AB^2 = AC^2 - BC^2 = (\sqrt{10}K)^2 - K^2 = (10K^2 - K^2) = 9K^2$$

$$\Rightarrow AB = 3K$$

$$\therefore \sec A = \frac{AC}{AB} = \frac{\sqrt{10}K}{3K} = \frac{\sqrt{10}}{3}$$

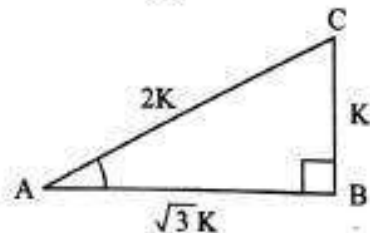


$$40. \tan A = \frac{BC}{AB} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{K}{\sqrt{3}K}$$

$$\therefore BC = K \text{ तथा } AB = \sqrt{3}K$$

$$AC^2 = (BC^2 + AB^2) = (K^2 + 3K^2) = 4K^2 \Rightarrow AC = 2K$$

$$\therefore \sec A = \frac{AC}{AB} = \frac{2K}{\sqrt{3}K} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

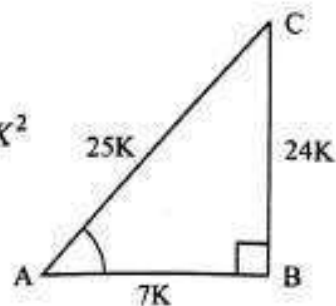


$$41. \sec A = \frac{AC}{AB} = \frac{25}{7} = \frac{25K}{7K} \Rightarrow AC = 25K \text{ तथा } AB = 7K$$

$$BC^2 = (AC^2 - AB^2) = (25K)^2 - (7K)^2 = (625K^2 - 49K^2) = 576K^2$$

$$\Rightarrow BC = \sqrt{576K^2} = 24K$$

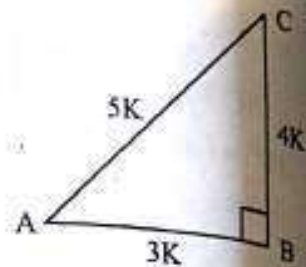
$$\therefore \sin A = \frac{BC}{AC} = \frac{24K}{25K} = \frac{24}{25}$$



$$42. \cot A = \frac{AB}{BC} = \frac{3}{4} = \frac{3K}{4K}.$$

$$\therefore AC^2 = AB^2 + BC^2 = (3K)^2 + (4K)^2 = 25K^2 \Rightarrow AC = 5K.$$

$$\therefore \sec A = \frac{AC}{AB} = \frac{5K}{3K} = \frac{5}{3}.$$



$$43. \cos \theta = \sqrt{1 - \sin^2 \theta} = \sqrt{1 - \frac{a^2}{b^2}} = \frac{\sqrt{b^2 - a^2}}{b}.$$

$$44. \operatorname{cosec} \theta = \frac{1}{\sin \theta} = \frac{2}{\sqrt{3}}, \operatorname{cosec}^2 \theta = (1 + \cot^2 \theta).$$

$$\therefore \cot^2 \theta = (\operatorname{cosec}^2 \theta - 1) = \left(\frac{4}{3} - 1\right) = \frac{1}{3} \Rightarrow \cot \theta = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

$$\therefore (\operatorname{cosec} \theta + \cot \theta) = \left(\frac{2}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}}\right) = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}.$$

$$45. (\tan \theta + \cot \theta)^2 = 5^2 = 25 \Rightarrow \tan^2 \theta + \cot^2 \theta + 2 = 25.$$

$$\therefore (\tan^2 \theta + \cot^2 \theta) = 23.$$

$$46. \text{दिया है : } \tan \theta = \frac{4}{7}.$$

$$\frac{(7 \sin \theta - 3 \cos \theta)}{(7 \sin \theta + 3 \cos \theta)} = \frac{(7 \tan \theta - 3)}{(7 \tan \theta + 3)} \quad [\text{अंश तथा हर को } \cos \theta \text{ से भाग देने पर}]$$

$$= \frac{\left(7 \times \frac{4}{7} - 3\right)}{\left(7 \times \frac{4}{7} + 3\right)} = \frac{(4 - 3)}{(4 + 3)} = \frac{1}{7}.$$

$$47. \frac{(a \sin \theta - b \cos \theta)}{(a \sin \theta + b \cos \theta)} = \frac{(a - b \cot \theta)}{(a + b \cot \theta)} = \frac{\left(a - b \times \frac{b}{a}\right)}{\left(a + b \times \frac{b}{a}\right)} = \frac{(a^2 - b^2)}{(a^2 + b^2)}.$$

$$48. \text{दिया गया व्यंजक} = \frac{2(1 + \sin \theta)(1 - \sin \theta)}{(1 + \cos \theta) \cdot 2(1 - \cos \theta)} = \frac{(1 - \sin^2 \theta)}{(1 - \cos^2 \theta)} = \frac{\cos^2 \theta}{\sin^2 \theta}$$

$$= \cot^2 \theta = (\cot \theta)^2 = \left(\frac{15}{8}\right)^2 = \frac{225}{64}.$$

$$49. 7 \sin^2 \theta + 3 \cos^2 \theta = 4 \Rightarrow 4 \sin^2 \theta + 3 \sin^2 \theta + 3 \cos^2 \theta = 4$$

$$\Rightarrow 4 \sin^2 \theta + 3(\sin^2 \theta + \cos^2 \theta) = 4$$

$$\Rightarrow 4 \sin^2 \theta + 3 = 4 \Rightarrow 4 \sin^2 \theta = 1 \Rightarrow \sin^2 \theta = \frac{1}{4}.$$

$$\therefore \cos^2 \theta = (1 - \sin^2 \theta) = \left(1 - \frac{1}{4}\right) = \frac{3}{4}.$$

$$\tan^2 \theta = \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} = \left(\frac{1}{4} \times \frac{4}{3}\right) = \frac{1}{3} \Rightarrow \tan \theta = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

$$40. \sin^2 \theta = (1 - \cos^2 \theta) = (1 - 0.36) = 0.64 = (0.8)^2 \Rightarrow \sin \theta = 0.8.$$

$$\therefore \tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{0.8}{0.6} = \frac{4}{3}.$$

$$(5 \sin \theta - 3 \tan \theta) = \left( 5 \times 0.8 - 3 \times \frac{4}{3} \right) = (4 - 4) = 0.$$

$$41. (\cos x + \sin x)^2 + (\cos x - \sin x)^2 = 2(\cos^2 x + \sin^2 x)$$

$$\Rightarrow (\sqrt{2} \cos x)^2 + (\cos x - \sin x)^2 = 2 \Rightarrow (\cos x - \sin x)^2 = (2 - 2 \cos^2 x)$$

$$\Rightarrow (\cos x - \sin x)^2 = 2(1 - \cos^2 x) = 2 \sin^2 x \Rightarrow (\cos x - \sin x) = \sqrt{2} \sin x.$$

$$42. \text{दोनों में से प्रत्येक का वर्ग करके जोड़ने पर :}$$

$$(a \cos \theta + b \sin \theta)^2 + (a \sin \theta - b \cos \theta)^2 = (64 + 25)$$

$$\Rightarrow a^2 (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta) + b^2 (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta) = 89 \Rightarrow a^2 + b^2 = 89.$$

$$43. \text{हम जानते हैं कि } \sec^2 \theta - \tan^2 \theta = 1.$$

$$\therefore \left( \frac{x}{a} \right)^2 - \left( \frac{y}{b} \right)^2 = 1 \Rightarrow \left( \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} \right) = 1.$$

$$44. \text{वर्ग करके जोड़ने पर : } \left( \frac{x}{a} \cos \theta + \frac{y}{b} \sin \theta \right)^2 + \left( \frac{x}{a} \sin \theta - \frac{y}{b} \cos \theta \right)^2 = 2$$

$$\frac{x^2}{a^2} (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta) + \frac{y^2}{b^2} (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta) = 2$$

$$\therefore \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 2.$$

$$45. \text{वर्ग करके घटाने पर : } (x^2 - y^2) = (a \cot \theta + b \operatorname{cosec} \theta)^2 - (b \cot \theta + a \operatorname{cosec} \theta)^2$$

$$\Rightarrow (x^2 - y^2) = a^2 (\cot^2 \theta - \operatorname{cosec}^2 \theta) + b^2 (\operatorname{cosec}^2 \theta - \cot^2 \theta) = (b^2 - a^2).$$

$$46. m = \tan x (1 + \cos x) \text{ तथा } n = \tan x (1 - \cos x)$$

$$\Rightarrow mn = \tan^2 x (1 - \cos^2 x) = \tan^2 x \sin^2 x$$

$$\Rightarrow \sqrt{mn} = \tan x \sin x$$

$$\text{पुनः } (m^2 - n^2) = \tan^2 x [(1 + \cos x)^2 - (1 - \cos x)^2] = 4 \tan^2 x \cos x = 4 \tan x \sin x = 4\sqrt{mn}$$

$$\Rightarrow (m^2 - n^2) = 4\sqrt{mn}.$$

$$47. x^2 + y^2 + z^2 = r^2 \sin^2 A \cos^2 B + r^2 \sin^2 A \sin^2 B + r^2 \cos^2 A$$

$$= r^2 \sin^2 A (\cos^2 B + \sin^2 B) + r^2 \cos^2 A = r^2 \sin^2 A + r^2 \cos^2 A$$

$$= r^2 (\sin^2 A + \cos^2 A) = r^2.$$

$$48. (\sin^2 30^\circ + 4 \cot^2 45^\circ - \sec^2 60^\circ) = \left( \frac{1}{2} \right)^2 + 4 \times (1)^2 - 2^2 = \left( \frac{1}{4} + 4 - 4 \right) = \frac{1}{4}.$$

$$49. (3 \cos^2 60^\circ + 2 \cot^2 30^\circ - 5 \sin^2 45^\circ) = 3 \times \left( \frac{1}{2} \right)^2 + 2 \times (\sqrt{3})^2 - 5 \times \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \right)^2$$

$$= \left( \frac{3}{4} + 6 - \frac{5}{2} \right) = \frac{(3 + 24 - 10)}{4} = \frac{17}{4}.$$



$$60. (\sec^2 60^\circ - 1) = (2^2 - 1) = (4 - 1) = 3.$$

$$61. x = \frac{\sin 60^\circ \cot 60^\circ}{\tan 45^\circ \cos 60^\circ} = \frac{\left(\frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{\sqrt{3}}\right)}{\left(1 \times \frac{1}{2}\right)} = \left(\frac{1}{2} \times 2\right) = 1.$$

$$62. x = \frac{\tan^2 45^\circ - \cos^2 30^\circ}{\sin 45^\circ \cos 45^\circ} = \frac{1 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}{\left(1 \times \frac{1}{2}\right)} = \frac{\left(1 - \frac{3}{4}\right)}{\left(\frac{1}{2}\right)} = \left(\frac{1}{4} \times 2\right) = \frac{1}{2}.$$

$$63. \tan x = 3 \cot x = \frac{3}{\tan x} \Rightarrow \tan^2 x = 3 \Rightarrow \tan x = \sqrt{3} = \tan 60^\circ \Rightarrow x = 60^\circ.$$

$$64. \sin 2A = \cos 3A = \sin (90^\circ - 3A) \Rightarrow 2A = 90 - 3A \Rightarrow 5A = 90 \Rightarrow A = 18^\circ.$$

$$65. \sin 60^\circ \cos 30^\circ - \cos 60^\circ \sin 30^\circ = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2}\right) - \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\right) = \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{4}\right) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}.$$

$$66. \tan 30^\circ \operatorname{cosec} 60^\circ + \tan 60^\circ \sec 30^\circ = \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{2}{\sqrt{3}}\right) + \left(\sqrt{3} \times \frac{2}{\sqrt{3}}\right) = \left(\frac{2}{3} + 2\right) = \frac{8}{3}.$$

$$67. \sin^2 30^\circ \cos^2 45^\circ + 4 \tan^2 30^\circ + \frac{1}{2} \sin^2 90^\circ + \frac{1}{8} \cot^2 60^\circ$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + 4 \times \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 + \frac{1}{2} \times (1)^2 + \frac{1}{8} \times \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2$$

$$= \left(\frac{1}{4} \times \frac{1}{2}\right) + \left(4 \times \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{2} \times 1\right) + \left(\frac{1}{8} \times \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{8} + \frac{4}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{24} = \frac{48}{24} = 2.$$

$$68. \cos 60^\circ \cos 30^\circ - \sin 60^\circ \sin 30^\circ = \left(\frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2}\right) - \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{2}\right) = 0.$$

$$69. \frac{(\tan 60^\circ - \tan 30^\circ)}{(1 + \tan 60^\circ \tan 30^\circ)} = \frac{\left(\sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3}}\right)}{\left(1 + \sqrt{3} \times \frac{1}{\sqrt{3}}\right)} = \left(\frac{2}{\sqrt{3}} \times \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

$$70. \cot^2 30^\circ - 2 \cos^2 30^\circ - \frac{3}{4} \sec^2 45^\circ + \frac{1}{4} \operatorname{cosec}^2 30^\circ$$

$$= (\sqrt{3})^2 - 2 \times \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \frac{3}{4} \times (\sqrt{2})^2 + \frac{1}{4} \times (2)^2$$

$$= 3 - \left(2 \times \frac{3}{4}\right) - \left(\frac{3}{4} \times 2\right) + \left(\frac{1}{4} \times 4\right) = \left(3 - \frac{3}{2} - \frac{3}{2} + 1\right) = 1.$$

$$71. 2 \cos^2 60^\circ + 3 \sin^2 45^\circ - 3 \sin^2 30^\circ + 2 \cos^2 90^\circ$$

$$= \left[2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 3 \times \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 - 3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 2 \times (0)^2\right]$$

$$= \left(2 \times \frac{1}{4}\right) + \left(3 \times \frac{1}{2}\right) - \left(3 \times \frac{1}{4}\right) + 0 = \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{2} - \frac{3}{4}\right) = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}.$$

$$\begin{aligned}
 72. \text{ दिया गया व्यंजक} &= \frac{(\sqrt{3})^2 + 4 \times \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + 3 \times \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2}{(2 \times 2) + (3 \times 2) - \left[\frac{7}{3} \times (\sqrt{3})^2\right]} \\
 &= \frac{3 + \left(4 \times \frac{1}{2}\right) + \left(3 \times \frac{4}{3}\right)}{4 + 6 - \left(\frac{7}{3} \times 3\right)} = \frac{(3+2+4)}{(4+6-7)} = \frac{9}{3} = 3.
 \end{aligned}$$

$$73. \sqrt{3} \tan 2\theta = 3 \Rightarrow \tan 2\theta = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} = \tan 60^\circ \Rightarrow 2\theta = 60^\circ \Rightarrow \theta = 30^\circ.$$

$$74. 2 \sin 2\theta = \sqrt{3} \Rightarrow \sin 2\theta = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin 60^\circ \Rightarrow 2\theta = 60^\circ \Rightarrow \theta = 30^\circ.$$

$$75. 2 \cos 3\theta = 1 \Rightarrow \cos 3\theta = \frac{1}{2} = \cos 60^\circ \Rightarrow 3\theta = 60^\circ \Rightarrow \theta = 20^\circ.$$

$$\begin{aligned}
 76. \text{ दिया गया व्यंजक} &= \frac{4}{3} \times (\sqrt{3})^2 + 3 \times \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - 2 \times \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2 - \frac{3}{4} \times \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 \\
 &= \left(\frac{4}{3} \times 3\right) + \left(3 \times \frac{3}{4}\right) - \left(2 \times \frac{4}{3}\right) - \left(\frac{3}{4} \times \frac{1}{3}\right) = \left(4 + \frac{9}{4} - \frac{8}{3} - \frac{1}{4}\right) \\
 &= \frac{(48+27-32-3)}{12} = \frac{40}{12} = \frac{10}{3}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 77. \text{ दिया गया व्यंजक} &= \frac{(\sqrt{3})^2 + 4 \times \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + 3 \times \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2 + 5 \times 0^2}{2 + 2 - (\sqrt{3})^2} \\
 &= \frac{3 + \left(4 \times \frac{1}{2}\right) + \left(3 \times \frac{4}{3}\right) + 0}{(4-3)} = (3+2+4+0) = 9.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 78. \text{ दिया गया व्यंजक} &= \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + 4 \times \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{1}{2} \times 1^2\right) + \left\{\frac{1}{8} \times \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2\right\} \\
 &= \left(\frac{1}{4} \times \frac{1}{2}\right) + \left(4 \times \frac{1}{3}\right) + \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{8} \times \frac{1}{3}\right) = \left(\frac{1}{8} + \frac{4}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{24}\right) \\
 &= \frac{(3+32+12+1)}{24} = \frac{48}{24} = 2.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 79. \text{ दिया गया व्यंजक} &= (\tan 9^\circ \tan 81^\circ) (\tan 43^\circ \tan 47^\circ) \tan 60^\circ \\
 &= \tan 9^\circ \cdot \tan (90^\circ - 9^\circ) \cdot \tan 43^\circ \cdot \tan (90^\circ - 43^\circ) \cdot \tan 60^\circ \\
 &= (\tan 9^\circ \cdot \cot 9^\circ) (\tan 43^\circ \cdot \cot 43^\circ) \cdot \tan 60^\circ = (1 \times 1 \times \sqrt{3}) = \sqrt{3}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 80. \text{ दिया गया व्यंजक} &= (\cot 16^\circ \cdot \cot 74^\circ) (\cot 48^\circ \cdot \cot 42^\circ) \cdot \cot 60^\circ \\
 &= \cot 16^\circ \cdot \cot (90^\circ - 16^\circ) \cdot \cot 48^\circ \cdot \cot (90^\circ - 48^\circ) \cdot \cot 60^\circ \\
 &= (\cot 16^\circ \cdot \tan 16^\circ) (\cot 48^\circ \cdot \tan 48^\circ) \cdot \cot 60^\circ \\
 &= \left(1 \times 1 \times \frac{1}{\sqrt{3}}\right) = \frac{1}{\sqrt{3}}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 81. \text{ दिया गया व्यंजक} &= (\tan 1^\circ \tan 89^\circ) (\tan 2^\circ \tan 88^\circ) \dots (\tan 44^\circ \tan 46^\circ) \cdot \tan 45^\circ \\
 &= \{\tan 1^\circ \cdot \tan (90^\circ - 1^\circ)\} \cdot \{\tan 2^\circ \cdot \tan (90^\circ - 2^\circ)\} \dots \{\tan 44^\circ \cdot \tan (90^\circ - 44^\circ)\} \cdot \tan 45^\circ \\
 &= (\tan 1^\circ \cdot \cot 1^\circ) (\tan 2^\circ \cdot \cot 2^\circ) \dots (\tan 44^\circ \cdot \cot 44^\circ) \cdot 1 \\
 &= (1 \times 1) \cdot (1 \times 1) \dots (1 \times 1) \times 1 = 1.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 82. \text{ दिया गया व्यंजक} &= \frac{\tan (90^\circ - 40^\circ) + \sec (90^\circ - 40^\circ)}{\cot 40^\circ + \operatorname{cosec} 40^\circ} + \cos 40^\circ \operatorname{cosec} (90^\circ - 40^\circ) \\
 &= \frac{\cot 40^\circ + \operatorname{cosec} 40^\circ}{\cot 40^\circ + \operatorname{cosec} 40^\circ} + \cos 40^\circ \sec 40^\circ = (1 + 1) = 2.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 83. \text{ दिया गया व्यंजक} &= \frac{2 \sin^2 53^\circ + 1 + 2 [\sin (90^\circ - 53^\circ)]^2}{3 \cos^2 27^\circ - 2 + 3 [\cos (90^\circ - 27^\circ)]^2} \\
 &= \frac{2 \sin^2 53^\circ + 1 + 2 \cos^2 53^\circ}{3 \cos^2 27^\circ - 2 + 3 \sin^2 27^\circ} = \frac{2 (\sin^2 53^\circ + \cos^2 53^\circ) + 1}{3 (\cos^2 27^\circ + \sin^2 27^\circ) - 2} \\
 &= \frac{(2 \times 1) + 1}{(3 \times 1) - 2} = \frac{3}{1} = 3.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 84. \text{ दिया गया व्यंजक} &= \frac{\cos^2 20^\circ + [\cos (90^\circ - 20^\circ)]^2}{\sec^2 40^\circ - [\cot (90^\circ - 40^\circ)]^2} + 2 \operatorname{cosec}^2 58^\circ - 2 \cot 58^\circ \cdot \tan (90^\circ - 58^\circ) \\
 &= \frac{\cos^2 20^\circ + \sin^2 20^\circ}{\sec^2 40^\circ - \tan^2 40^\circ} + 2 (\operatorname{cosec}^2 58^\circ - \cot^2 58^\circ) \\
 &= \left( \frac{1}{1} + 2 \times 1 \right) = (1 + 2) = 3.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 85. \text{ दिया गया व्यंजक} &= \frac{\cos 58^\circ}{\sin (90^\circ - 58^\circ)} + \frac{\sin 42^\circ}{\cos (90^\circ - 42^\circ)} - \frac{\cos 38^\circ \operatorname{cosec} (90^\circ - 38^\circ)}{\tan 18^\circ \tan (90^\circ - 18^\circ) \cdot \tan 45^\circ} \\
 &= \frac{\cos 58^\circ}{\cos 58^\circ} + \frac{\sin 42^\circ}{\sin 42^\circ} - \frac{\cos 38^\circ \cdot \sec 38^\circ}{\tan 18^\circ \cdot \cot 18^\circ \cdot 1} = \left( 1 + 1 - \frac{1}{1} \right) = (2 - 1) = 1.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 86. \text{ दिया गया व्यंजक} &= \frac{\sec 29^\circ}{\operatorname{cosec} (90^\circ - 29^\circ)} - 3 [\sin^2 59^\circ + \sin^2 (90^\circ - 59^\circ)] + \frac{2}{\sqrt{3}} \tan 27^\circ \cdot \sqrt{3} \tan (90^\circ - 27^\circ) \\
 &= \frac{\sec 29^\circ}{\sec 29^\circ} - 3 (\sin^2 59^\circ + \cos^2 59^\circ) + 2 \tan 27^\circ \cdot \cot 27^\circ \\
 &= [1 - (3 \times 1) + 2] = 0.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 87. \sin (50^\circ + \theta) - \cos (40^\circ - \theta) &= \sin (50^\circ + \theta) - \sin [90^\circ - (40^\circ - \theta)] \\
 &= \sin (50^\circ + \theta) - \sin (50^\circ + \theta) = 0.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 88. \sin 3A = \cos (A - 10^\circ) &\Rightarrow \sin 3A = \sin [90^\circ - (A - 10^\circ)] = \sin (100^\circ - A) \\
 &\Rightarrow 3A = 100 - A \Rightarrow 4A = 100 \Rightarrow A = 25^\circ.
 \end{aligned}$$

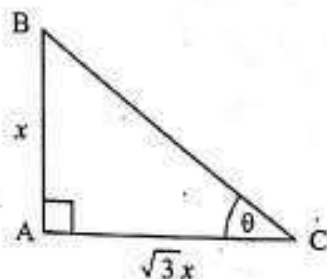
$$\begin{aligned}
 89. \tan 2A = \cot (A - 21^\circ) &= \tan \{90^\circ - (A - 21^\circ)\} = \tan (111^\circ - A) \\
 &\Rightarrow 2A = 111 - A \Rightarrow 3A = 111 \Rightarrow A = 37.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 90. \sec 5A = \operatorname{cosec} (A - 30^\circ) &= \sec [90^\circ - (A - 30^\circ)] = \sec (120^\circ - A) \\
 &\Rightarrow 5A = (120^\circ - A) \Rightarrow 6A = 120 \Rightarrow A = 20^\circ.
 \end{aligned}$$

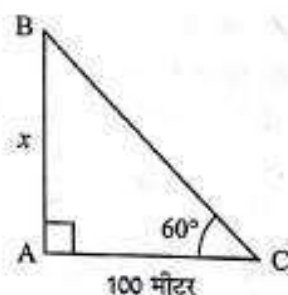


91.  $\sin(\theta + 32^\circ) = \cos \theta = \sin(90^\circ - \theta) \Rightarrow \theta + 32 = 90 - \theta$   
 $\Rightarrow 2\theta = (90 - 32) = 58 \Rightarrow \theta = 29^\circ$ .
92.  $\sin A = \cos B = \sin(90^\circ - B) \Rightarrow A = 90^\circ - B \Rightarrow A + B = 90^\circ$ .
93.  $\sin 2\theta = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin 60^\circ \Rightarrow 2\theta = 60^\circ \Rightarrow \theta = 30^\circ$ .
94.  $\sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin 60^\circ \Rightarrow \theta = 60^\circ$ .
- $\therefore (\operatorname{cosec} \theta + \cot \theta) = (\operatorname{cosec} 60^\circ + \cot 60^\circ) = \left( \frac{2}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}} \right) = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$ .

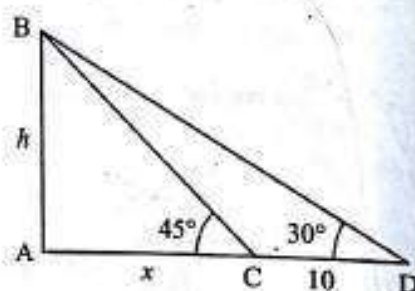
95. माना  $AB$  एक स्तम्भ है तथा  $AC$  इसकी परछाई है.  
 माना  $AB = x$  मीटर. तब,  $AC = \sqrt{3}x$  मीटर.  
 माना उस समय सूर्य का उन्नयन कोण  $= \theta$ . तब,  
 $\tan \theta = \frac{AB}{AC} = \frac{x}{\sqrt{3}x} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \tan 30^\circ \Rightarrow \theta = 30^\circ$ .



96. माना खम्भा  $AB$  तथा इसकी परछाई  $AC$  है.  
 तब,  $AC = 100$  मीटर तथा  $\angle ACB = 60^\circ$ .  
 माना  $AB = x$  मीटर. तब,  
 $\frac{AB}{AC} = \tan 60^\circ \Rightarrow \frac{x}{100} = \sqrt{3} \Rightarrow x = 100\sqrt{3}$  मीटर  
 अतः खम्भे की ऊँचाई  $= 100\sqrt{3}$  मीटर.



97. माना खम्भा  $AB$  तथा  $AC$  एवं  $AD$  इसकी परछाईयाँ हैं.  
 तब,  $\angle ACB = 45^\circ$  तथा  $\angle ADB = 30^\circ$ .  
 माना  $AB = h$  मीटर तथा  $AC = x$  मीटर.  
 स्पष्ट है कि  $CD = 10$  मीटर.



अब,  $\frac{x}{h} = \tan 45^\circ = 1 \Rightarrow x = h$ .

तथा  $\frac{(x+10)}{h} = \cot 30^\circ = \sqrt{3} \Rightarrow (x+10) = \sqrt{3}h$ .

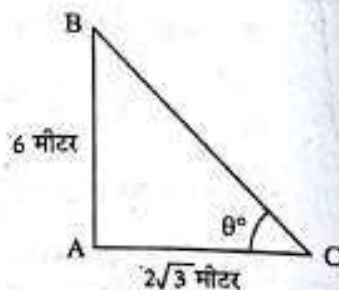
$\therefore h+10 = \sqrt{3}h$  [ $\because x = h$ ]

$\Rightarrow (\sqrt{3}-1)h = 10 \Rightarrow h = \frac{10}{(\sqrt{3}-1)} \times \frac{(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}+1)} = 5(\sqrt{3}+1)$  मीटर.

98. माना  $AB$  एक बांस है जिसकी परछाई  $AC$  है.  
 तब,  $AB = 6$  मीटर तथा  $AC = 2\sqrt{3}$  मीटर. माना  $\angle ACB = \theta^\circ$ .

$\frac{AB}{AC} = \tan \theta \Rightarrow \tan \theta = \frac{6}{2\sqrt{3}} = \sqrt{3} \Rightarrow \theta = 60^\circ$ .

$\therefore$  अभीष्ट कोण  $= 60^\circ$ .

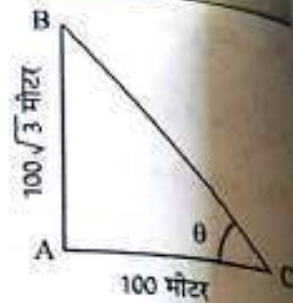


99. माना  $AB$  एक मीनार है तथा बिन्दु  $C$  से इसकी चोटी का उन्नयन कोण  $\theta$  है.

तब,  $AC = 100$  मीटर तथा  $AB = 100\sqrt{3}$  मीटर.

$$\therefore \tan \theta = \frac{AB}{AC} = \frac{100\sqrt{3}}{100} = \sqrt{3} \Rightarrow \theta = 60^\circ$$

$\therefore$  अभीष्ट कोण  $= 60^\circ$ .

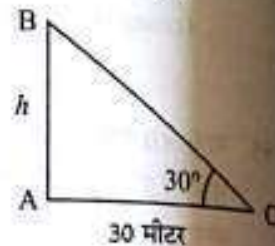


100. माना  $AB$  एक मीनार है तथा इसके पाद  $A$  से 30 मीटर की दूरी पर स्थित बिन्दु  $C$  से इसकी चोटी का उन्नयन कोण  $30^\circ$  है. माना  $AB = h$  मीटर. तब,  $AC = 30$  मीटर तथा  $\angle ACB = 30^\circ$ .

$$\frac{AB}{AC} = \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{h}{30} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow h = \left( 30 \times \frac{1}{\sqrt{3}} \right) = 10\sqrt{3}.$$

$\therefore$  मीनार की ऊँचाई  $= 10\sqrt{3}$  मीटर.

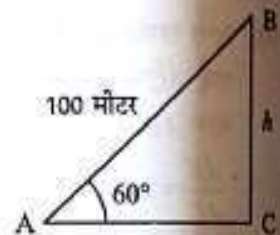


101. माना  $AB$  एक पतंग को डोर है जिससे पतंग  $B$  बँधी है.

माना  $AC$  भूतल है तथा  $BC \perp AC$ .

तब,  $\angle BAC = 60^\circ$  तथा  $AB = 100$  मीटर. माना  $BC = h$  मीटर.

$$\text{अब, } \frac{BC}{AB} = \sin 60^\circ \Rightarrow \frac{h}{100} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow h = \left( \frac{\sqrt{3}}{2} \times 100 \right) = 50\sqrt{3} \text{ मीटर.}$$



102. माना भूतल पर स्थित बिन्दु  $C$  से एक मीनार  $AB$  का उन्नयन कोण  $30^\circ$  है.

माना  $CA$  भूतल पर स्थित है.

तब,  $CD = 20$  मीटर,  $\angle ADB = 60^\circ$ .

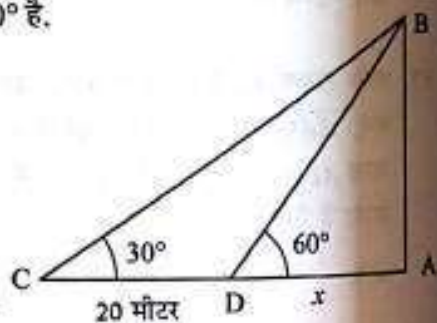
माना  $AD = x$  मीटर, तब

$$\frac{AB}{AD} = \tan 60^\circ = \sqrt{3} \Rightarrow \frac{AB}{x} = \sqrt{3} \Rightarrow AB = \sqrt{3}x.$$

$$\frac{AB}{AC} = \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{AB}{(20+x)} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow AB = \frac{(20+x)}{\sqrt{3}}.$$

$$\therefore \sqrt{3}x = \frac{(20+x)}{\sqrt{3}} \Rightarrow 3x = 20+x \Rightarrow 2x = 20 \Rightarrow x = 10.$$

अतः  $AB = 10\sqrt{3}$  मीटर.



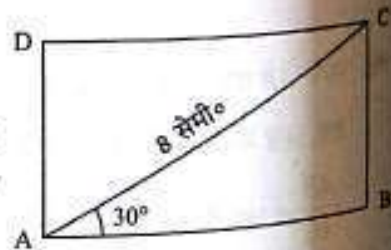
103. माना आयत  $ABCD$  में विकर्ण  $AC = 8$  सेमी.

तथा  $\angle BAC = 30^\circ$ . तब

$$\frac{AB}{AC} = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \frac{AB}{8} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AB = \left( \frac{\sqrt{3}}{2} \times 8 \right) = 4\sqrt{3}.$$

$$\frac{BC}{AC} = \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{BC}{8} = \frac{1}{2} \Rightarrow BC = \left( 8 \times \frac{1}{2} \right) = 4.$$

आयत  $ABCD$  का क्षेत्रफल  $= (AB \times BC) = (4\sqrt{3} \times 4) = 16\sqrt{3}$  वर्ग सेमी.

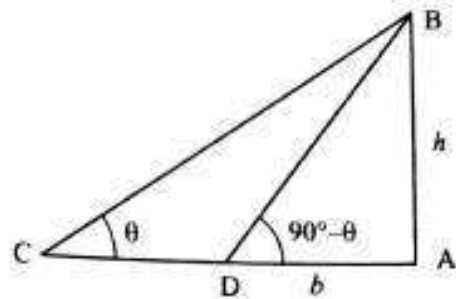


14. माना  $AB$  दो गई मीनार है तथा  $C$  तथा  $D$  भूतल पर स्थित ऐसे बिन्दु हैं कि  $AC = a$  तथा  $AD = b$ .

माना  $\angle ACB = \theta$ . तब,  $\angle ADB = (90^\circ - \theta)$ . माना  $AB = h$ .

$$\text{अब, } \frac{h}{a} = \tan \theta \text{ तथा } \frac{h}{b} = \tan (90^\circ - \theta) = \cot \theta.$$

$$\therefore \frac{h}{a} \times \frac{h}{b} = 1 \Rightarrow h^2 = ab \Rightarrow h = \sqrt{ab}.$$



15. माना  $AB$  भवन है तथा  $CD$  एक मीनार है तथा  $BE \perp CD$ . तब  $\angle EBD = 60^\circ$  तथा  $\angle CBE = 30^\circ$ .

स्पष्ट है कि  $CE = AB = 7$  मीटर.

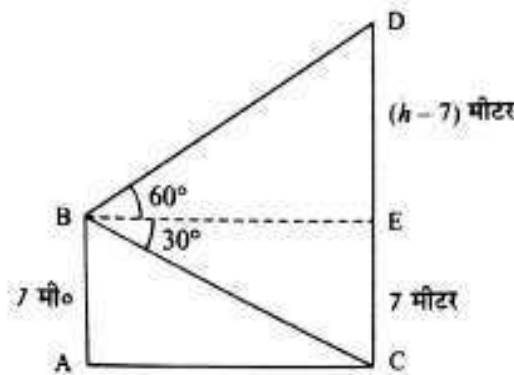
माना  $CD = h$  मीटर. तब  $DE = (h - 7)$  मीटर.

$$\text{अब, } \frac{BE}{DE} = \cot 60^\circ \Rightarrow \frac{BE}{(h-7)} = \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \Rightarrow BE = \frac{(h-7)}{\sqrt{3}}$$

$$\text{पुनः } \frac{BE}{CE} = \cot 30^\circ = \sqrt{3} \Rightarrow \frac{BE}{7} = \sqrt{3} \Rightarrow BE = 7\sqrt{3}.$$

$$\therefore \frac{(h-7)}{\sqrt{3}} = 7\sqrt{3} \Rightarrow (h-7) = 21 \Rightarrow h = 28.$$

मीनार की ऊँचाई = 28 मीटर.



16. माना दी गई पहाड़ी  $AB$  है तथा  $C$  एवं  $D$  ऐसे बिन्दु हैं कि

$\angle ADB = 45^\circ$ ,  $\angle ACB = 30^\circ$  तथा  $CD = 1$  किमी.

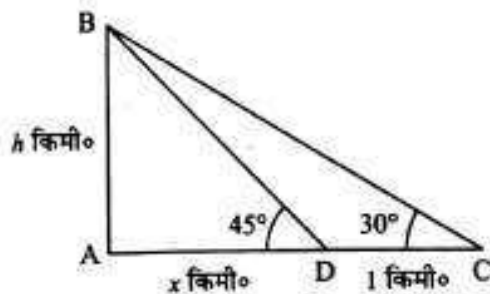
माना  $AB = h$  किमी. तथा  $AD = x$  किमी.

$$\text{अब, } \frac{AB}{AD} = \tan 45^\circ = 1 \Rightarrow \frac{h}{x} = 1 \Rightarrow x = h.$$

$$\text{तथा } \frac{AB}{AC} = \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{h}{(x+1)} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore \frac{h}{(h+1)} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \sqrt{3}h = h+1 \Rightarrow (\sqrt{3}-1)h = 1$$

$$\Rightarrow h = \frac{1}{(\sqrt{3}-1)} \times \frac{(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}+1)} = \frac{1}{2}(\sqrt{3}+1).$$



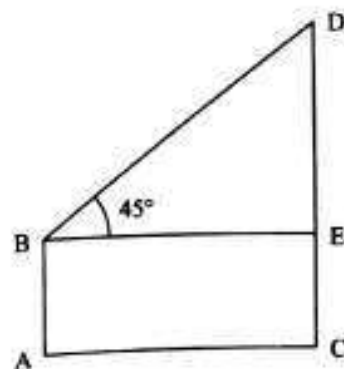
17. माना  $AB$  व्यक्ति खड़ा है तथा  $CD$  मीनार है.

$BE \perp CD$  खींचें. तब  $\angle DBE = 45^\circ$ .

माना  $CD = h$  मीटर. अतः  $DE = (h - 1.5)$  मीटर.

$$\text{अब, } \frac{DE}{BE} = \tan 45^\circ \Rightarrow \frac{(h-1.5)}{28.5} = 1 \Rightarrow h-1.5 = 28.5 \Rightarrow h = 30.$$

अतः मीनार की ऊँचाई = 30 मीटर.





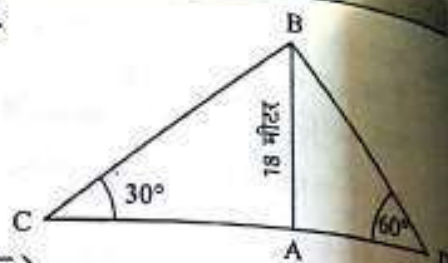
108. माना  $AB$  मौनार है तथा  $C$  तथा  $D$  बिन्दुओं पर ये व्यक्ति खड़े हैं.

तब,  $AB = 18$  मीटर,  $\angle ACB = 30^\circ$  तथा  $\angle ADB = 60^\circ$ .

$$\text{अब, } \frac{AC}{AB} = \cot 30^\circ \Rightarrow \frac{AC}{18} = \sqrt{3} \Rightarrow AC = 18\sqrt{3} \text{ मीटर}$$

$$\text{तथा, } \frac{AD}{AB} = \cot 60^\circ \Rightarrow \frac{AD}{18} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow AD = \frac{18}{\sqrt{3}} \text{ मीटर}$$

$$\therefore CD = (AC + AD) = \left(18\sqrt{3} + \frac{18}{\sqrt{3}}\right) \text{ मीटर} = \left(\frac{72}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}\right) \text{ मीटर} = 24\sqrt{3} \text{ मीटर}$$



109. माना  $AB$  भवन है तथा इसको चोटी पर झंडा  $BC$  लगा है.

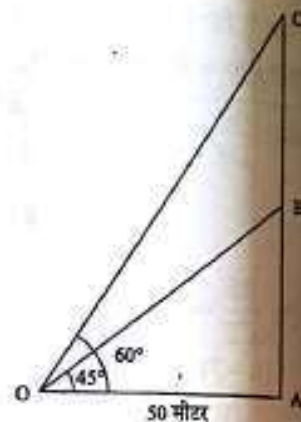
माना दर्शक की आँख बिन्दु  $O$  पर है.

तब,  $OA = 50$  मीटर,  $\angle AOB = 45^\circ$  तथा  $\angle AOC = 60^\circ$ .

$$\frac{AB}{OA} = \tan 45^\circ \Rightarrow \frac{AB}{50} = 1 \Rightarrow AB = 50 \text{ मी०}$$

$$\frac{AC}{OA} = \tan 60^\circ \Rightarrow \frac{AC}{50} = \sqrt{3} \Rightarrow AC = 50\sqrt{3} \text{ मी०}$$

$$\begin{aligned} \text{झंडे की लम्बाई} &= BC = (AC - AB) \\ &= (50\sqrt{3} - 50) \text{ मी०} = 50(\sqrt{3} - 1) \text{ मीटर} \end{aligned}$$



110. माना हवाई जहाज बिन्दु  $A$  पर है तथा नदी के विपरीत किनारों पर स्थित दो बिन्दु  $B$  तथा  $C$  इस प्रकार हैं कि :

$\angle XAB = 45^\circ$  तथा  $\angle YAC = 60^\circ$ .

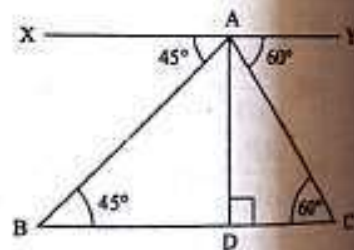
$$\therefore \angle ABD = \angle XAB = 45^\circ \text{ तथा } \angle ACB = \angle YAC = 60^\circ.$$

अब  $AD \perp BC$  खींचें. तब  $AD = 200$  मीटर.

$$\frac{BD}{AD} = \cot 45^\circ = 1 \Rightarrow \frac{BD}{200} = 1 \Rightarrow BD = 200.$$

$$\frac{CD}{AD} = \cot 60^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{CD}{200} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow CD = \frac{200}{\sqrt{3}}.$$

$$\therefore \text{अभीष्ट दूरी} = BC = BD + CD = \left(200 + \frac{200}{\sqrt{3}}\right) \text{ मीटर}$$



111. माना  $AB$  एक पेड़ है जो बिन्दु  $C$  पर टूट जाता है तथा इस पेड़ का ऊपरी भाग  $CB$  टूट कर  $CD$  की दशा में आ जाता है तथा पृथ्वी को बिन्दु  $D$  पर छूता है.

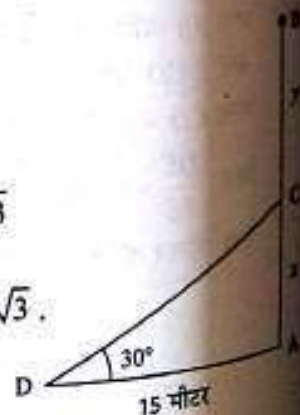
तब,  $AD = 15$  मीटर तथा  $\angle ADC = 30^\circ$ .

माना  $AC = x$  मीटर तथा  $CB = CD = y$  मीटर.

$$\text{तब, } \frac{AC}{AD} = \tan 30^\circ \Rightarrow \frac{x}{15} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow x = \left(15 \times \frac{1}{\sqrt{3}}\right) = \frac{(15 \times \sqrt{3})}{3} = 5\sqrt{3}$$

$$\text{तथा } \frac{CD}{AD} = \sec 30^\circ \Rightarrow \frac{y}{15} = \frac{2}{\sqrt{3}} \Rightarrow y = \left(30 \times \frac{1}{\sqrt{3}}\right) = \frac{(30 \times \sqrt{3})}{3} = 10\sqrt{3}.$$

$$\therefore \text{पेड़ की कुल ऊँचाई} = (x + y) = (5\sqrt{3} + 10\sqrt{3}) = 15\sqrt{3} \text{ मीटर}$$

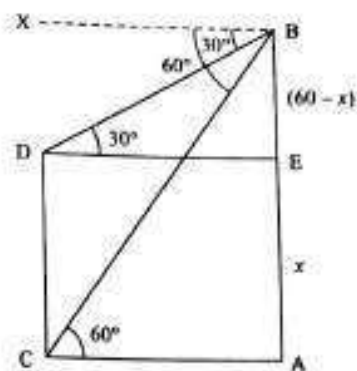


112. माना  $AB$  भवन है तथा  $CD$  मीनार है,  
 माना  $XB \parallel CA$ . बिन्दु  $D$  से  $DE \perp AB$  खींचें,  
 तब,  $\angle ACB = \angle CBX = 60^\circ$  तथा  $\angle EDB = \angle DBX = 30^\circ$ ,  
 $AB = 60$  मीटर. माना  $BE = x$  मीटर,  
 तब,  $CD = AE = (60 - x)$  मीटर.  
 $\frac{AC}{AB} = \cot 60^\circ \Rightarrow \frac{AC}{60} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow AC = \frac{60}{\sqrt{3}}$  मी०.  
 $\triangle BED$  में  $DE = AC = \frac{60}{\sqrt{3}}$  मी०.

$$\frac{BE}{DE} = \tan 30^\circ \Rightarrow \frac{(60 - x)}{(60/\sqrt{3})} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore (60 - x) = \left( \frac{60}{\sqrt{3}} \times \frac{1}{\sqrt{3}} \right) = 20 \Rightarrow x = (60 - 20) = 40 \text{ मीटर.}$$

अतः मीनार की ऊँचाई = 40 मीटर.



113. माना  $AB$  एक प्रकाश-स्तम्भ है तथा  $C$  तथा  $D$  दो जहाज हैं,  
 $\angle ACB = \angle XBC = 45^\circ$ ,  $\angle ADB = \angle XBD = 30^\circ$   
 तथा  $CD = 200$  मीटर.

माना  $AC = x$  मीटर तथा  $AB = h$  मीटर.

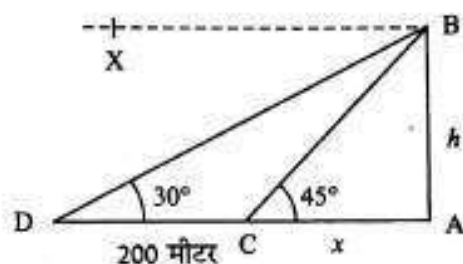
$$\text{तब, } \frac{AC}{AB} = \cot 45^\circ = 1 \Rightarrow \frac{x}{h} = 1 \Rightarrow x = h.$$

$$\text{तथा } \frac{AB}{AD} = \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{h}{x + 200} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore \frac{x}{x + 200} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \sqrt{3}x = x + 200$$

$$\Rightarrow (\sqrt{3} - 1)x = 200$$

$$\Rightarrow x = \frac{200}{(\sqrt{3} - 1)} \times \frac{(\sqrt{3} + 1)}{(\sqrt{3} + 1)} = \frac{200 \times (\sqrt{3} + 1)}{2} = 100(\sqrt{3} + 1) \text{ मीटर.}$$



114. माना  $AB$  दी गई मीनार है जिसकी ऊँचाई  $100\sqrt{3}$  मीटर है.  
 माना  $A$  से 100 मीटर दूरी पर स्थित बिन्दु  $C$  से उन्नयन कोण  
 $\angle ACB = \theta^\circ$  बनता है.

$$\text{तब } \tan \theta = \frac{AB}{AC} = \frac{100\sqrt{3}}{100} = \sqrt{3} \Rightarrow \theta = 60^\circ.$$

