

आवश्यक तथ्य एवं सूत्र

1. बहुभुज (Polygon) : कुछ सरल रेखाओं से घिरी बन्द समतल आकृति को बहुभुज कहते हैं.
2. कोई आकृति 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 भुजाओं से घिरी हो तो उसे क्रमशः त्रिभुज, चतुर्भुज, पंचभुज, षट्भुज, सप्तभुज, अष्टभुज, नवमभुज तथा दसमभुज कहते हैं.
3. (i) उत्तल बहुभुज (Convex Polygon) : यदि किसी बहुभुज का कोई भी अन्तःकोण 180° से अधिक न हो उसे उत्तल बहुभुज कहते हैं.
(ii) अवतल बहुभुज (Concave Polygon) : यदि किसी बहुभुज का एक भी अन्तःकोण 180° से अधिक हो, तो उसे अवतल बहुभुज कहते हैं.
4. (i) समबाहु बहुभुज (Regular Polygon) : यदि किसी बहुभुज की सभी भुजायें समान हों तो उसे समबाहु बहुभुज कहते हैं.
नोट : एक समबाहु बहुभुज के सारे अन्तःकोण बराबर होते हैं.
(ii) n भुजाओं की समबाहु बहुभुज में सभी बाह्य कोणों का योग 4 समकोण होता है.
(iii) n भुजाओं की समबाहु बहुभुज में :
प्रत्येक बाह्य कोण $= \left(\frac{360}{n} \right)^\circ$
तथा प्रत्येक अन्तःकोण $= 180^\circ - (\text{बाह्य कोण})$.
(iv) n भुजाओं की बहुभुज में सभी अन्तःकोणों का योग
 $= (2n - 4) \text{ समकोण} = [(2n - 4) \times 90]^\circ$

उदाहरण :

- (I) त्रिभुज के सभी अन्तःकोणों का योग $= (2 \times 3 - 4) \text{ समकोण} = 2 \text{ समकोण} = 180^\circ$.
(II) चतुर्भुज के सभी अन्तःकोणों का योग $= (2 \times 4 - 4) \text{ समकोण} = 4 \text{ समकोण} = 360^\circ$.
(III) पंचभुज के सभी अन्तःकोणों का योग $= (2 \times 5 - 4) \text{ समकोण} = 6 \text{ समकोण} = 540^\circ$.
(v) n भुजाओं की बहुभुज में विकर्णों की संख्या $= \left\{ \frac{n(n-1)}{2} - n \right\} = \frac{n^2 - 3n}{2}$.

उदाहरण :

- (I) एक चतुर्भुज में विकर्णों की संख्या $= \left(\frac{4 \times 3}{2} - 4 \right) = 2$.
(II) एक पंचभुज में विकर्णों की संख्या $= \frac{(25 - 3 \times 5)}{2} = 5$.
(III) एक षट्भुज में विकर्णों की संख्या $= \frac{(36 - 18)}{2} = 9$.

प्रश्नमाला 39

निम्नलिखित प्रश्नों में से प्रत्येक में ठीक उत्तर को चिह्नंकित (✓) कीजिए :

1. एक त्रिभुज के दो कोणों के माप क्रमशः 40° तथा 110° हैं. तीसरे कोण का माप कितना होगा?
(a) 20° (b) 35° (c) 30° (d) 55°
2. एक चतुर्भुज के तीन कोणों के माप क्रमशः 50° , 80° तथा 90° हैं. चौथे कोण का माप कितना होगा?
(a) 60° (b) 120° (c) 140° (d) 70°

1. एक त्रिभुज के 4 कोणों के माप क्रमशः 130° , 85° , 108° , 82° हैं। पाँचवें कोण का माप कितना होगा?
 (a) 115° (b) 125° (c) 135° (d) 145°
2. एक षष्ठभुज के कोण $1:2:3:4:5:6$ के अनुपात में हैं। इसका न्यूनतम कोण कितना है?
 (a) $22\frac{1}{2}^\circ$ (b) 24° (c) 12° (d) 24°
3. एक षष्ठभुज के सभी कोणों का योग कितना है?
 (a) 360° (b) 540° (c) 720° (d) 720°
4. एक दशभुज के सभी कोणों का योग कितना है?
 (a) 540° (b) 720° (c) 900° (d) 1080°
5. एक अष्टभुज के सभी कोणों का योग कितना है?
 (a) 720° (b) 900° (c) 1080° (d) 1260°
6. एक बहुभुज के अन्तःकोण समान्तर श्रेणी में हैं जिसका सार्वअन्तर 5° है। यदि इसका सबसे छोटा कोण 120° हो, तो इसकी भुजाओं की संख्या कितनी है?
 (a) 10 (b) 9 (c) 7 (d) 5
7. एक n भुजा वाले बहुभुज की भुजाओं को एक ही क्रम में बढ़ाने से बने बहिष्कोणों का योग कितना है?
 (a) $2n$ समकोण (b) $(2n-4)$ समकोण (c) 4 समकोण (d) 4 समकोण
8. एक अष्टभुज के कितने विकर्ण होते हैं?
 (a) 8 (b) 15 (c) 20 (d) 16
9. 100 भुजाओं वाले बहुभुज में विकर्णों की संख्या कितनी है?
 (a) 100 (b) 98 (c) 4950 (d) 4850
10. 10 भुजाओं वाले बहुभुज में विकर्णों की संख्या कितनी है?
 (a) 20 (b) 45 (c) 35 (d) 40
11. एक बहुभुज के 27 विकर्ण हैं। इसकी भुजाओं की संख्या कितनी है?
 (a) 9 (b) 10 (c) 11 (d) 12
12. एक त्रिभुज के कोणों का अनुपात $1:2:3:5:9$ है। इसके सबसे छोटे कोण का माप कितना है?
 (a) 72° (b) 45° (c) 54° (d) 27°
13. किसी समबहुभुज के बाह्य तथा अन्तःकोण $1:4$ के अनुपात में हैं। बहुभुज की भुजाओं की संख्या कितनी है?
 (a) 12 (b) 12 (c) 15 (d) 16
14. किसी समबहुभुज का प्रत्येक अन्तःकोण 150° है। इसकी भुजाओं की संख्या कितनी है?
 (a) 10 (b) 12 (c) 6 (d) 8
15. यदि किसी उत्तल समबहुभुज के एक अन्तःकोण की नाप $\frac{5\pi}{6}$ हो तो यह है :
 (a) अष्टभुज (b) षष्ठभुज (c) द्वादशभुज (d) दशभुज
16. किसी समबहुभुज के प्रत्येक कोण का माप 108° है। इस बहुभुज की भुजाओं की संख्या कितनी है?
 (a) 4 (b) 5 (c) 6 (d) 8
17. किसी समबहु पंचभुज के प्रत्येक अन्तःकोण का माप कितना है?
 (a) 72° (b) 90° (c) 108° (d) 120°
18. किसी समबहु षष्ठभुज के प्रत्येक अन्तःकोण का माप कितना है?
 (a) 60° (b) 108° (c) 120° (d) 90°
19. किसी समबहु अष्टभुज के प्रत्येक अन्तःकोण का माप कितना है?
 (a) 45° (b) 108° (c) 120° (d) 135°

(रेलवे परीक्षा, 2006)

(अध्यापक परीक्षा, 2009)

(रेलवे परीक्षा, 2005)

(रेलवे परीक्षा, 2005)

(अध्यापक परीक्षा, 2009)

(रेलवे परीक्षा, 2001)

(रेलवे परीक्षा, 2001)

(एस०एस०सी० परीक्षा, 2006)

(रेलवे परीक्षा, 2005)

(मैनेजमेंट परीक्षा, 2005)

22. एक समबाहु पंचभुज के सभी अन्तःकोणों का योग कितना है ?
 (a) 360° (b) 540° (c) 720° (d) 900°
23. एक समबाहु षट्भुज के सभी अन्तःकोणों का योग कितना है ?
 (a) 360° (b) 540° (c) 720° (d) 450°
24. एक समबाहु बहुभुज का प्रत्येक बाह्यकोण 40° है. इस बहुभुज की भुजाओं की संख्या कितनी है ?
 (a) 6 (b) 8 (c) 9 (d) 10
25. एक समबाहु बहुभुज के प्रत्येक अन्तःकोण तथा बाह्यकोण का अन्तर 60° है. इस बहुभुज की भुजाओं की संख्या कितनी है ?
 (a) 5 (b) 6 (c) 8 (d) 10
26. एक समबाहु बहुभुज के अन्तःकोण तथा बाह्यकोण का अनुपात 7 : 2 है. इस बहुभुज की भुजाओं की संख्या कितनी है ?
 (a) 6 (b) 7 (c) 8 (d) 9
27. एक समबाहु बहुभुज का प्रत्येक अन्तःकोण उसके बाह्यकोण का 11 गुना है. इस बहुभुज में भुजाओं की संख्या कितनी है ?
 (a) 11 (b) 18 (c) 22 (d) 24
28. एक समबाहु बहुभुज के सभी अन्तःकोणों का योग 1080° है. इस बहुभुज की भुजाओं की संख्या कितनी है ?
 (a) 6 (b) 7 (c) 8 (d) 9
29. किसी समबाहु अष्टभुज के प्रत्येक अन्तःकोण तथा बाह्यकोण का अनुपात कितना है ?
 (a) 1 : 2 (b) 1 : 3 (c) 3 : 1 (d) 2 : 3
30. दो समबाहु बहुभुजों की भुजाओं की संख्या का अनुपात 1 : 2 तथा उसके अन्तःकोणों के माप 2 : 3 के अनुपात में हैं. इन बहुभुजों की भुजाओं की संख्या है, क्रमशः
 (a) 4, 8 (b) 5, 10 (c) 6, 12 (d) 8, 16
31. एक समबाहु बहुभुज के सभी अन्तःकोणों का योग उसके सभी बाह्य कोणों के योग का दुगुना है. यह बहुभुज क्या है ?
 (a) अष्टभुज (b) नवम्भुज (c) षट्भुज (d) इनमें से कोई नहीं
32. किसी समबाहु बहुभुज का प्रत्येक अन्तःकोण एक समबाहु षट्भुज के प्रत्येक अन्तःकोण का $\frac{9}{8}$ है. इस बहुभुज में भुजाओं की संख्या कितनी है ?
 (a) 4 (b) 5 (c) 7 (d) 8

उत्तरमाला (प्रश्नमाला 39)

1. (c) 2. (c) 3. (d) 4. (a) 5. (d) 6. (b) 7. (d) 8. (b) 9. (d) 10. (c)
 11. (d) 12. (c) 13. (a) 14. (d) 15. (a) 16. (b) 17. (c) 18. (b) 19. (c) 20. (c)
 21. (d) 22. (b) 23. (c) 24. (c) 25. (b) 26. (d) 27. (d) 28. (c) 29. (b) 30. (a)
 31. (c) 32. (d)

दिये गये प्रश्नों के हल प्रश्नमाला 39

1. किसी त्रिभुज के तीनों कोणों का योग = 180° .
 \therefore तीसरा कोण = $180^\circ - (40^\circ + 110^\circ) = (180^\circ - 150^\circ) = 30^\circ$.
2. किसी चतुर्भुज के चारों कोणों का योग = $[(2 \times 4 - 4) \times 90]^\circ = 360^\circ$.
 \therefore चौथा कोण = $360^\circ - (50^\circ + 80^\circ + 90^\circ) = (360^\circ - 220^\circ) = 140^\circ$.
3. किसी पंचभुज के 5 कोणों का योग = $[(2 \times 5 - 4) \times 90]^\circ = 540^\circ$.
 \therefore 5वाँ कोण = $540^\circ - (130^\circ + 85^\circ + 108^\circ + 82^\circ) = (540^\circ - 405^\circ) = 135^\circ$.

4. किसी सप्तभुज के 7 कोणों का योग $= [(2 \times 7 - 4) \times 90^\circ]^\circ = 900^\circ$.
माना ये कोण $x^\circ, 2x^\circ, 3x^\circ, 4x^\circ, 5x^\circ, 7x^\circ$ तथा $8x^\circ$ है.
तब $(x + 2x + 3x + 4x + 5x + 7x + 8x) = 900 \Rightarrow 30x = 900 \Rightarrow x = 30$.
 \therefore इस सप्तभुज का न्यूनतम कोण $= x = 30^\circ$.
5. किसी षट्भुज के सभी 6 कोणों का योग $= [(2 \times 6 - 4) \times 90]^\circ = 720^\circ$.
6. किसी पंचभुज के सभी 5 कोणों का योग $= [(2 \times 5 - 4) \times 90]^\circ = 540^\circ$.
7. किसी अष्टभुज के सभी 8 कोणों का योग $= [(2 \times 8 - 4) \times 90]^\circ = 1080^\circ$.
8. माना बहुभुज में भुजाओं की संख्या $= n$.
तब $\frac{n}{2}[2a + (n-1)d] = (2n-4) \times 90$, जहाँ $a = 120$ तथा $d = 5$.
 $\therefore \frac{n}{2}[240 + 5(n-1)] = (2n-4) \times 90$
 $\Rightarrow n(235 + 5n) = (2n-4) \times 180 \Rightarrow 5n^2 + 235n = 360n - 720$
 $\Rightarrow 5n^2 - 125n + 720 = 0 \Rightarrow n^2 - 25n + 144 = 0 \Rightarrow n^2 - 16n - 9n + 144 = 0$
 $\Rightarrow n(n-16) - 9(n-16) = 0 \Rightarrow (n-9)(n-16) = 0 \Rightarrow n = 9$ अथवा $n = 16$.
परन्तु $n = 16$ पर सबसे बड़ा कोण $= a + (n-1)d = (120 + 15 \times 5)^\circ = 195^\circ$, जो संभव नहीं है.
अतः $n = 9$.
9. एक n भुजा वाले बहुभुज की भुजाओं को एक ही क्रम में बढ़ाने से बने सभी बहिष्कोणों का योग $= 4$ समकोण.
10. एक अष्टभुज में विकर्णों की संख्या $= \frac{(n^2 - 3n)}{2} = \frac{(8^2 - 3 \times 8)}{2}$
 $= \frac{(64 - 24)}{2} = \frac{40}{2} = 20$.
11. 100 भुजाओं वाले बहुभुज में विकर्णों की संख्या $= \frac{(n^2 - 3n)}{2}$
 $= \left\{ \frac{(100)^2 - (3 \times 100)}{2} \right\} = \frac{(10000 - 300)}{2} = \frac{9700}{2} = 4850$.
12. 10 भुजाओं वाले बहुभुज में विकर्णों की संख्या $= \frac{[(10)^2 - (3 \times 10)]}{2} = \frac{70}{2} = 35$.
13. माना भुजाओं की संख्या $= n$. तब
 $\frac{(n^2 - 3n)}{2} = 27 \Rightarrow n^2 - 3n - 54 = 0 \Rightarrow n^2 - 9n + 6n - 54 = 0$
 $\Rightarrow n(n-9) + 6(n-9) = 0 \Rightarrow (n-9)(n+6) = 0 \Rightarrow n = 9$ $[\because n \neq -6]$.
14. किसी पंचभुज के सभी कोणों का योग $= [(2 \times 5 - 4) \times 90]^\circ = 540^\circ$.
माना दी गई पंचभुज के कोण $x^\circ, 2x^\circ, 3x^\circ, 5x^\circ$ तथा $9x^\circ$ है.
 $\therefore (x + 2x + 3x + 5x + 9x) = 540 \Rightarrow 20x = 540 \Rightarrow x = 27$.
इनमें सबसे छोटे कोण का माप $= x = 27^\circ$.
15. माना बाह्य कोण $= x^\circ$. तब, अन्तःकोण $= 4x^\circ$.
 $\therefore x + 4x = 180 \Rightarrow 5x = 180 \Rightarrow x = 36$.
अतः प्रत्येक बाह्य कोण $= 36^\circ$. सभी बाह्य कोणों का योग $= 360^\circ$.
बहुभुज में भुजाओं की संख्या $= \frac{360}{36} = 10$.

16. प्रत्येक बाह्य कोण $= (180^\circ - 150^\circ) = 30^\circ$.
 सभी बाह्य कोणों का योग $= 360^\circ$.
 भुजाओं की संख्या $= \frac{360}{30} = 12$.
17. प्रत्येक अन्तःकोण $= \left(\frac{5}{6} \times 180\right)^\circ = 150^\circ$.
 प्रत्येक बाह्य कोण $= (180^\circ - 150^\circ) = 30^\circ$.
 सभी बाह्य कोणों का योग $= 360^\circ$.
 भुजाओं की संख्या $= \frac{360}{30} = 12$. अतः दी गई आकृति एक द्वादशभुज है.
18. प्रत्येक अन्तःकोण $= 108^\circ$.
 प्रत्येक बाह्यकोण $= (180^\circ - 108^\circ) = 72^\circ$.
 सभी बाह्यकोणों का योग $= 360^\circ$.
 भुजाओं की संख्या $= \frac{360}{72} = 5$.
19. किसी समबाहु पंचभुज का प्रत्येक बाह्यकोण $= \left(\frac{360}{5}\right)^\circ = 72^\circ$.
 \therefore इस पंचभुज का प्रत्येक अन्तःकोण $= (180^\circ - 72^\circ) = 108^\circ$.
20. किसी समबाहु षट्भुज का प्रत्येक बाह्यकोण $= \left(\frac{360}{6}\right)^\circ = 60^\circ$.
 इस षट्भुज का प्रत्येक अन्तःकोण $= (180^\circ - 60^\circ) = 120^\circ$.
21. किसी समबाहु अष्टभुज का प्रत्येक बाह्यकोण $= \left(\frac{360}{8}\right)^\circ = 45^\circ$.
 इस अष्टभुज का प्रत्येक अन्तःकोण $= (180^\circ - 45^\circ) = 135^\circ$.
22. किसी समबाहु पंचभुज का प्रत्येक बाह्यकोण $= \left(\frac{360}{5}\right)^\circ = 72^\circ$.
 इस समबाहु पंचभुज का प्रत्येक अन्तःकोण $= (180^\circ - 72^\circ) = 108^\circ$.
23. किसी समबाहु षट्भुज का प्रत्येक बाह्यकोण $= \left(\frac{360}{6}\right)^\circ = 60^\circ$.
 इस समबाहु षट्भुज का प्रत्येक अन्तःकोण $= (180^\circ - 60^\circ) = 120^\circ$.
24. प्रत्येक बाह्यकोण $= 40^\circ$. सभी बाह्यकोणों का योग $= 360^\circ$.
 भुजाओं की संख्या $= \frac{360}{40} = 9$.
25. माना प्रत्येक अन्तःकोण $= x^\circ$. तब, प्रत्येक बाह्यकोण $= (180^\circ - x)$.
 $\therefore x - (180 - x) = 60 \Rightarrow 2x - 180 = 60 \Rightarrow 2x = 240 \Rightarrow x = 120$.
 अतः प्रत्येक बाह्यकोण $= (180^\circ - 120^\circ) = 60^\circ$. सभी बाह्यकोणों का योग $= 360^\circ$.
 \therefore भुजाओं की संख्या $= \frac{360}{60} = 6$.
26. माना प्रत्येक अन्तःकोण $= 7x^\circ$ तथा प्रत्येक बाह्यकोण $= 2x^\circ$.
 $\therefore 7x + 2x = 180 \Rightarrow 9x = 180 \Rightarrow x = 20$.
 अतः प्रत्येक बाह्यकोण $= (2 \times 20)^\circ = 40^\circ$.
 भुजाओं की संख्या $= \frac{360}{40} = 9$.

17. माना प्रत्येक बाह्यकोण $= x^\circ$, तब, प्रत्येक अन्तःकोण $= 11x^\circ$.
 $x + 11x = 180 \Rightarrow 12x = 180 \Rightarrow x = 15$.

प्रत्येक बाह्यकोण $= 15^\circ$, सभी बाह्यकोणों का योग $= 360^\circ$.

दो गई बहुभुज में भुजाओं की संख्या $= \frac{360}{15} = 24$.

18. माना बहुभुज की भुजाओं की संख्या $= n$.

तब, सभी अन्तःकोणों का योग $= [(2n-4) \times 90]^\circ$.

$\therefore (2n-4) \times 90 = 1080 \Rightarrow (2n-4) = \frac{1080}{90} = 12 \Rightarrow 2n = 16 \Rightarrow n = 8$.

अतः भुजाओं की अभीष्ट संख्या $= 8$.

19. समबाहु अष्टभुज का प्रत्येक बाह्यकोण $= \left(\frac{360}{8}\right)^\circ = 45^\circ$.

तथा संगत अन्तःकोण $= (180^\circ - 45^\circ) = 135^\circ$.

$\therefore (\text{अन्तःकोण}) : (\text{बाह्यकोण}) = 45 : 135 = 1 : 3$.

20. माना इन बहुभुजों में भुजाओं की संख्या क्रमशः n तथा $2n$ हैं तथा इनके अन्तःकोण क्रमशः $(2x)^\circ$ तथा $(3x)^\circ$ हैं.

तब, इनके बाह्यकोण क्रमशः $(180 - 2x)^\circ$ तथा $(180 - 3x)^\circ$.

$\therefore 180 - 2x = \frac{360}{n}$ तथा $180 - 3x = \frac{360}{2n}$.

$\Rightarrow \frac{360}{n} + 2x = 180 \dots (i)$ तथा $\frac{180}{n} + 3x = 180 \dots (ii)$

(i) को 3 से तथा (ii) को 2 से गुणा करके घटाने पर :

$\left(\frac{1080}{n} - \frac{360}{n}\right) = (540 - 360) \Rightarrow \frac{720}{n} = 180 \Rightarrow n = \frac{720}{180} = 4$.

अतः इन बहुभुजों की भुजाओं की संख्या क्रमशः 4 तथा 8 है.

21. माना दिये गये बहुभुज में भुजाओं की संख्या $= n$, तब

$(2n-4) \times 90 = 360 \times 2 \Rightarrow (2n-4) = \frac{720}{90} = 8$

$\Rightarrow 2n = 12 \Rightarrow n = 6$.

अतः दिया गया बहुभुज एक षट्भुज है.

22. समबाहु षट्भुज का प्रत्येक बाह्यकोण $= \left(\frac{360}{6}\right)^\circ = 60^\circ$.

समबाहु षट्भुज का प्रत्येक अन्तःकोण $= (180^\circ - 60^\circ) = 120^\circ$.

दिये गये समबाहु बहुभुज का प्रत्येक अन्तःकोण $= \left(120 \times \frac{9}{8}\right)^\circ = 135^\circ$.

दिये गये समबाहु बहुभुज का प्रत्येक बाह्यकोण $= (180^\circ - 135^\circ) = 45^\circ$.

इस बहुभुज में भुजाओं की संख्या $= \frac{360}{45} = 8$.