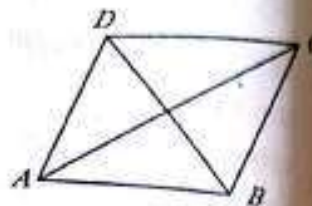


आवश्यक तथ्य

1. चतुर्भुज : चार रेखाखण्डों से घिरी आकृति को चतुर्भुज कहते हैं।

दो गई आकृति में चार रेखाखण्डों AB , BC , CD तथा DA से घिरी आकृति को चतुर्भुज $ABCD$ कहते हैं।

इसे $\square ABCD$ से व्यक्त करते हैं।



(I) इस चतुर्भुज की चार भुजायें (sides) AB , BC , CD तथा DA हैं।

(i) इनमें से (AB और DC) तथा (BC और AD) सम्मुख भुजाओं के दो युग्म हैं।

(ii) (AB और BC), (BC और CD), (CD और DA) तथा (DA और AB) संलग्न भुजाओं के जोड़े हैं।

(II) इस चतुर्भुज के चार कोण $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ तथा $\angle D$ हैं।

इनमें ($\angle A$ और $\angle C$) तथा ($\angle B$ और $\angle D$) सम्मुख कोणों के दो युग्म हैं।

($\angle A$ और $\angle B$), ($\angle B$ और $\angle C$), ($\angle C$ और $\angle D$) तथा ($\angle D$ और $\angle A$) संलग्न कोणों के जोड़े हैं।

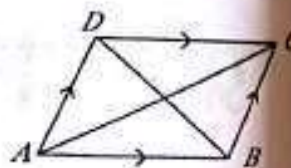
(III) इस चतुर्भुज के दो विकर्ण AC तथा BD हैं।

2. किसी चतुर्भुज के चारों कोणों का योग 360° होता है।

$\square ABCD$ में $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ$.

3. समान्तर चतुर्भुज (Parallelogram) : ऐसा चतुर्भुज जिसकी आमने-सामने की भुजायें समान्तर हों, एक समान्तर चतुर्भुज कहलाता है।

चित्र में $ABCD$ एक समान्तर चतुर्भुज है। इसमें $AB \parallel DC$ तथा $BC \parallel AD$ हैं।



(I) एक समान्तर चतुर्भुज में :

(i) विपरीत भुजायें बराबर होती हैं। यहाँ $\square ABCD$ में $AB = DC$ तथा $AD = BC$ ।

(ii) विपरीत कोण बराबर होते हैं। यहाँ $\square ABCD$ में $\angle A = \angle C$ तथा $\angle B = \angle D$ ।

(iii) प्रत्येक विकर्ण सारे चतुर्भुज को दो बराबर भागों में बाँटता है।

$ar(\triangle ABD) = ar(\triangle BCD)$, $ar(\triangle ABC) = ar(\triangle ACD)$ ।

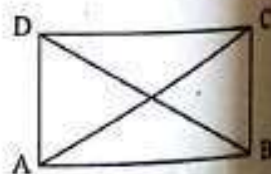
4. आयत (RECTANGLE) :

एक ऐसा समान्तर चतुर्भुज जिसका प्रत्येक कोण 90° का हो, आयत कहलाता है।

चित्र में $ABCD$ एक आयत है जिसमें

$AB = DC$, $AD = BC$, $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ$ ।

एक आयत के विकर्ण बराबर होते हैं।

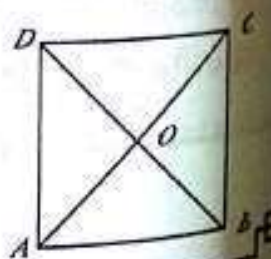


5. वर्ग (SQUARE) : एक ऐसी आकृति जिसकी चारों भुजायें बराबर हों तथा प्रत्येक कोण का माप 90° हो, वर्ग कहलाता है।

वर्ग $ABCD$ में $AB = BC = CD = DA$, $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ$ तथा विकर्ण $AC =$ विकर्ण BD ।

$\angle AOB = \angle BOC = \angle COD = \angle DOA = 90^\circ$

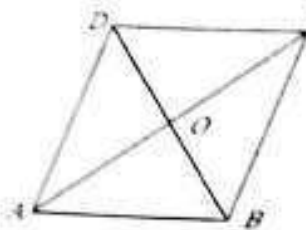
$AO = OC$ तथा $BO = OD$ ।



समचतुर्भुज (RHOMBUS) :

एक ऐसा समान्तर चतुर्भुज जिसकी सारी भुजायें बराबर हों, समचतुर्भुज कहलाता है।

चित्र में $ABCD$ एक समचतुर्भुज है।



(I) एक समचतुर्भुज में चारों भुजायें बराबर होती हैं।

यहाँ समचतुर्भुज $ABCD$ में $AB = BC = CD = DA$ ।

(II) $\angle A + \angle C = 180^\circ$ तथा $\angle B + \angle D = 180^\circ$

(III) एक समचतुर्भुज के विकर्ण एक-दूसरे को समकोण पर समद्विभाजित करते हैं।

अर्थात् $AO = OC$, $BO = OD$, $\angle AOB = \angle BOC = \angle COD = \angle DOA = 90^\circ$ ।

समलम्ब चतुर्भुज (TRAPEZIUM) :

एक ऐसा चतुर्भुज जिसकी दो विपरीत भुजायें समान्तर हों तथा दो विपरीत भुजायें समान्तर न हों एक समलम्ब चतुर्भुज कहलाता है।

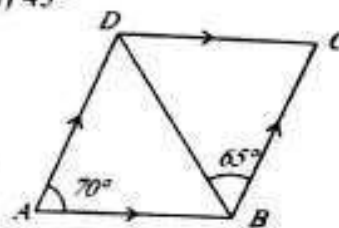
चित्र में $ABCD$ एक समलम्ब चतुर्भुज है जिसमें $AB \parallel DC$ है; AD तथा BC परस्पर समान्तर नहीं हैं। AD तथा BC के मध्य बिन्दुओं को मिलाने वाली रेखा इसकी माध्यिका (Median) कहलाती है।

**प्रश्नमाला 37**

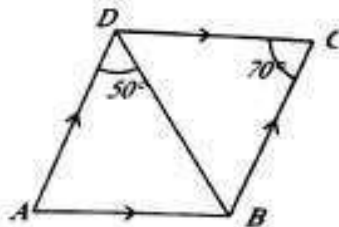
निम्नलिखित प्रश्नों में से प्रत्येक में ठीक उत्तर को चिह्नंकित (✓) कीजिए :

- एक चतुर्भुज के तीन कोण क्रमशः 110° , 85° तथा 70° हैं। चौथे कोण का माप कितना होगा ?
(a) 85° (b) 90° (c) 95° (d) 100°
- एक चतुर्भुज $ABCD$ में $\angle A : \angle B : \angle C : \angle D = 2 : 1 : 4 : 3$ हो, तो $\angle C$ का माप कितना है ?
(a) 72° (b) 100° (c) 108° (d) 144°
- एक चतुर्भुज के कोणों का अनुपात $3 : 4 : 5 : 6$ है। इनमें सबसे छोटे कोण का माप कितना है ?
(a) 90° (b) 60° (c) 30° (d) 45°

- दी गई आकृति में $ABCD$ एक समान्तर चतुर्भुज है जिसमें $\angle BAD = 70^\circ$ तथा $\angle CBD = 65^\circ$ । तब, $\angle BDC = ?$
(a) 45° (b) 35° (c) 25° (d) 55°

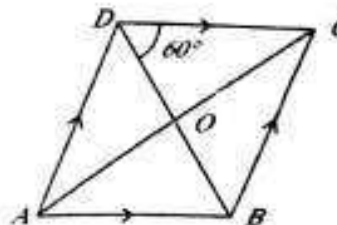


- दी गई आकृति में $ABCD$ एक समान्तर चतुर्भुज है जिसमें $\angle BCD = 70^\circ$ तथा $\angle ADB = 50^\circ$ । तब $\angle BDC = ?$
(a) 50° (b) 60° (c) 75° (d) 40°



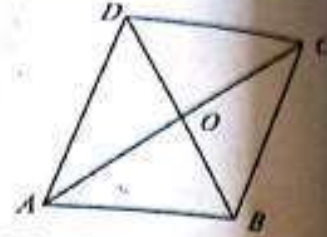
- एक समचतुर्भुज के दो विकर्णों की लम्बाई क्रमशः 16 सेमी० तथा 12 सेमी० हैं। इस समचतुर्भुज की प्रत्येक भुजा की लम्बाई कितनी है ?
(a) 8 सेमी० (b) 9 सेमी० (c) 10 सेमी० (d) 12 सेमी०

- एक समचतुर्भुज $ABCD$ के दोनों विकर्ण बिन्दु O पर काटते हैं। यदि $\angle BDC = 60^\circ$ हो, तो $\angle OAB = ?$
(a) 40° (b) 30° (c) 50° (d) 45°



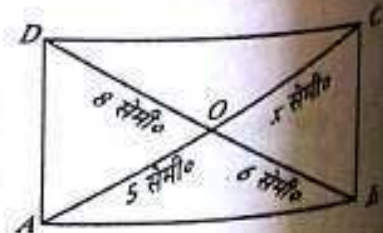
8. एक समचतुर्भुज की प्रत्येक भुजा 10 सेमी० लम्बी है तथा इसके एक विकर्ण की लम्बाई 16 सेमी० है. दूसरे विकर्ण की लम्बाई कितनी है ?
 (a) 12 सेमी० (b) 6 सेमी० (c) 13 सेमी० (d) $2\sqrt{39}$ सेमी०

9. किसी समचतुर्भुज ABCD में निम्नलिखित में से सत्य कथन कौन-सा है ?
 (a) $(AC^2 + BD^2) = AB^2$ (b) $(AC^2 + BD^2) = 2AB^2$
 (c) $2(AC^2 + BD^2) = 3AB^2$ (d) $(AC^2 + BD^2) = 4AB^2$



10. एक चतुर्भुज ABCD में $\angle A$ तथा $\angle B$ के द्विभाजक क्रमशः AO तथा BO हैं, $\angle C = 70^\circ$ तथा $\angle D = 30^\circ$ हो, तो $\angle AOB = ?$
 (a) 100° (b) 80° (c) 50° (d) 40°
11. यदि ABCD एक समान्तर चतुर्भुज हो जिसमें $\angle ADC = 90^\circ$ हो, तो यह होगा :
 (a) एक समचतुर्भुज (b) एक समलम्ब समचतुर्भुज (c) एक आयत (d) इनमें से कोई नहीं
12. एक चतुर्भुज ABCD में $\angle A : \angle B : \angle C : \angle D = 3 : 7 : 6 : 4$ हो, तो यह आकृति है :
 (a) एक समचतुर्भुज (b) एक समलम्ब समचतुर्भुज (c) एक समान्तर चतुर्भुज (d) एक काईट (kite)
13. किसी समान्तर चतुर्भुज के दो आसन्न कोणों के समद्विभाजकों के बीच के कोण का माप कितना होगा ?
 (a) 30° (b) 45° (c) 60° (d) 90°
14. एक चतुर्भुज की आसन्न भुजाओं के मध्य बिन्दुओं को क्रमशः मिलाने पर प्राप्त आकृति क्या होगी ?
 (a) एक समचतुर्भुज (b) एक आयत (c) एक वर्ग (d) एक समान्तर चतुर्भुज
15. एक वर्ग की आसन्न भुजाओं के मध्य बिन्दुओं को क्रमशः मिलाने पर प्राप्त आकृति क्या होगी ?
 (a) एक समचतुर्भुज (b) एक वर्ग (c) एक आयत (d) एक समान्तर चतुर्भुज
16. एक आयत की आसन्न भुजाओं के मध्य बिन्दुओं को क्रमशः मिलाने पर प्राप्त आकृति क्या होगी ?
 (a) एक समचतुर्भुज (b) एक वर्ग (c) एक आयत (d) एक समान्तर चतुर्भुज
17. एक समचतुर्भुज की आसन्न भुजाओं के मध्य बिन्दुओं को क्रमशः मिलाने पर प्राप्त आकृति क्या होगी ?
 (a) एक समचतुर्भुज (b) एक वर्ग (c) एक आयत (d) एक समान्तर चतुर्भुज
18. एक समान्तर चतुर्भुज की आसन्न भुजाओं के मध्य बिन्दुओं को क्रमशः मिलाने पर प्राप्त आकृति क्या होगी ?
 (a) एक समचतुर्भुज (b) एक वर्ग (c) एक आयत (d) एक समान्तर चतुर्भुज
19. एक समान्तर चतुर्भुज का एक कोण अपने आसन्न कोण का दो-तिहाई हो, तो इसके सबसे छोटे कोण का माप कितना होगा ?
 (a) 54° (b) 72° (c) 81° (d) 108°
20. एक समान्तर चतुर्भुज का एक कोण अपने आसन्न कोण के दुगुने से 15° कम है. इसके सबसे बड़े कोण का माप कितना होगा ?
 (a) 45° (b) 55° (c) 65° (d) 75°
21. एक समान्तर चतुर्भुज की आसन्न भुजायें a तथा b हैं तथा इसका क्षेत्रफल A वर्ग इकाई है. एक आयत की आसन्न भुजायें a तथा b हैं तथा इसका क्षेत्रफल B वर्ग इकाई है. तब निम्नलिखित में से सत्य कथन कौन-सा है ?
 (a) $A > B$ (b) $A = B$ (c) $A < B$ (d) $A \geq B$

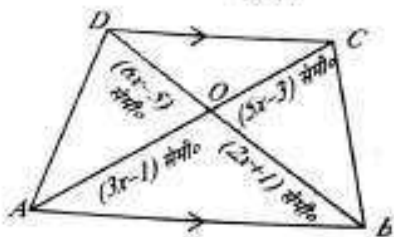
22. दी गई आकृति में एक आयत ABCD के अन्दर एक बिन्दु O है. यदि $OA = 5$ सेमी०, $OB = 6$ सेमी०, $OC = x$ सेमी० तथा $OD = 8$ सेमी० हो, तो x का मान कितना है ?
 (a) $9\sqrt{6}$ सेमी० (b) $6\sqrt{6}$ सेमी०
 (c) $5\sqrt{2}$ सेमी० (d) $5\sqrt{3}$ सेमी०



23. यदि किसी चतुर्भुज के विकर्ण एक-दूसरे को समान अनुपात में विभक्त करें तो यह होगा ?
 (a) एक समान्तर चतुर्भुज (b) एक आयत (c) एक वर्ग (d) एक समलम्ब चतुर्भुज

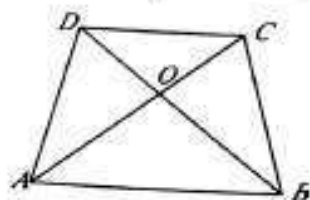
24. दो गई आकृति में ABCD एक समलम्ब चतुर्भुज है जिसके विकर्ण AC तथा BD बिन्दु O पर प्रतिच्छेद करते हैं। यदि $OA = (3x - 1)$ सेमी., $OB = (2x + 1)$ सेमी., $OC = (5x - 3)$ सेमी. तथा $OD = (6x - 5)$ सेमी. हो, तो x का मान क्या होगा ?

- (a) $x = 2$ (b) $x = 3$ (c) $x = 4$ (d) $x = 2.5$



25. दो गई आकृति में ABCD एक समलम्ब चतुर्भुज है जिसमें $AB \parallel DC$ । यदि $OA = (2x + 4)$ सेमी., $OB = (9x - 21)$ सेमी., $OC = (2x - 1)$ सेमी. तथा $OD = 3$ सेमी. हो, तो $x = ?$

- (a) $x = 1$ (b) $x = 2$ (c) $x = 3$ (d) $x = 4$



26. चतुर्भुज ABCD में $\angle A = \frac{1}{2} \angle B$, $\angle B = \angle C + 12^\circ$ तथा $\angle C = 2\angle D$ हो, तो $(\angle A + \angle D)$ का मान कितना है ?

- (a) 183° (b) 177° (c) 118° (d) 120° (e) इनमें से कोई नहीं

27. चतुर्भुज PQRS में यदि $\angle Q = 2\angle P$, $\angle R = 3\angle P$ तथा $\angle R = 150^\circ$ हो, तो $(\angle Q - \angle S) = ?$

- (a) 30° (b) 60° (c) 40° (d) 50° (e) इनमें से कोई नहीं

28. एक चतुर्भुज ABCD में $\angle A = (\angle B - 26^\circ)$, $\angle B = 2\angle C$ तथा $\angle C = \angle D + 10^\circ$ हो, तो $\angle A = ?$

- (a) 104° (b) 126° (c) 56° (d) 132° (e) 106°

29. एक चतुर्भुज के चारों कोणों का योग कितना होता है ?

- (a) 180° (b) 240° (c) 360° (d) 720°

30. किसी चतुर्भुज के कोण क्रमशः 0° , 20° , 30° तथा 40° हैं। θ का मान क्या होगा ?

- (a) 30° (b) 36° (c) 45° (d) 60°

31. किसी आयत का विकर्ण उसकी छोटी भुजा से तीन गुना है। इसकी भुजाओं का अनुपात क्या होगा ?

- (a) $3 : 2$ (b) $\sqrt{3} : 1$ (c) $2\sqrt{2} : 1$ (d) $\sqrt{2} : 1$

32. एक समान्तर चतुर्भुज के दो संलग्न कोणों का अन्तर 20° है। इस चतुर्भुज के छोटे कोण तथा बड़े कोण का अनुपात क्या होगा ?

- (a) $4 : 5$ (b) $4 : 7$ (c) $3 : 5$ (d) $5 : 6$ (e) इनमें से कोई नहीं

33. आयत निम्नलिखित में से किस विमा (dimension) की आकृति है ?

- (a) एक विमा (b) द्वि-विमा (c) त्रि-विमा (d) बहु-विमा

34. एक समचतुर्भुज की प्रत्येक भुजा 13 सेमी. है। यदि इसके एक विकर्ण की लम्बाई 24 सेमी. हो, तो दूसरे विकर्ण की लम्बाई कितनी होगी ?

- (a) 10 सेमी. (b) 12 सेमी. (c) 15 सेमी. (d) 20 सेमी.

35. एक समचतुर्भुज के दो सम्मुख कोणों में से प्रत्येक की नाप 60° है तथा इसकी प्रत्येक भुजा 10 सेमी. लम्बी है। इसके छोटे विकर्ण की लम्बाई कितनी है ?

- (a) 10 सेमी. (b) $10\sqrt{3}$ सेमी. (c) $10\sqrt{2}$ सेमी. (d) $\frac{5}{2}\sqrt{2}$ सेमी.

36. एक समान्तर चतुर्भुज का एक कोण उसके सबसे छोटे कोण के दुगुने से 30° कम है. इसके सबसे बड़े कोण का नाप कितना है ?
 (a) 70° (b) 110° (c) 100° (d) 170° (रेलवे परीक्षा, 2005)
37. निम्नलिखित में से किस आकृति में कर्ण आपस में समद्विभाजन नहीं करते ?
 (a) समलम्ब चतुर्भुज (b) समान्तर चतुर्भुज (c) समचतुर्भुज (d) आयत
38. निम्नलिखित में से किस आकृति में कर्ण आपस में लम्बवत् होते हैं ?
 (a) समलम्ब चतुर्भुज (b) समान्तर चतुर्भुज (c) समचतुर्भुज (d) आयत
39. निम्नलिखित में से किस आकृति में कर्ण सदैव बराबर होते हैं ?
 (a) समलम्ब चतुर्भुज (b) समान्तर चतुर्भुज (c) समचतुर्भुज (d) आयत
40. एक समचतुर्भुज के विकर्णों की लम्बाई क्रमशः 8 सेमी० तथा 6 सेमी० हैं. इसकी प्रत्येक भुजा की लम्बाई कितनी है ?
 (a) 14 सेमी० (b) 5 सेमी० (c) 10 सेमी० (d) 2 सेमी० (रेलवे परीक्षा, 2002)
41. एक वर्ग में प्रत्येक भुजा x सेमी० लम्बी है. इसके विकर्ण की लम्बाई कितनी होगी ?
 (a) x सेमी० (b) $2x$ सेमी० (c) $4x$ सेमी० (d) $x\sqrt{2}$ सेमी०
42. किसी समलम्ब चतुर्भुज $ABCD$ की असमान्तर भुजाओं AD तथा BC के मध्य बिन्दु क्रमशः E तथा F हैं. तब, $EF =$?
 (a) $\frac{(AB+CD)}{2}$ (b) $\frac{(AB+CD)}{3}$ (c) $\frac{(AB+CD)}{4}$ (d) $\frac{(AB-CD)}{2}$
43. एक समान्तर चतुर्भुज के सम्मुख कोणों का एक जोड़ा क्रमशः $(3x-10)^\circ$ तथा $(x-80)^\circ$ है. x का मान है :
 (a) $x = 25$ (b) $x = 45$ (c) $x = 60$ (d) $x = 75$

उत्तरमाला (प्रश्नमाला 37)

1. (c) 2. (d) 3. (b) 4. (a) 5. (b) 6. (c) 7. (b) 8. (a) 9. (d) 10. (c)
 11. (c) 12. (c) 13. (d) 14. (d) 15. (b) 16. (a) 17. (c) 18. (d) 19. (b) 20. (c)
 21. (c) 22. (d) 23. (d) 24. (a) 25. (c) 26. (d) 27. (c) 28. (e) 29. (c) 30. (b)
 31. (c) 32. (a) 33. (b) 34. (a) 35. (a) 36. (b) 37. (a) 38. (c) 39. (d) 40. (b)
 41. (d) 42. (a) 43. (b)

दिये गये प्रश्नों के हल प्रश्नमाला 37

1. माना चौथा कोण $= x^\circ$, तब
 $110 + 85 + 70 + x = 360 \Rightarrow 265 + x = 360 \Rightarrow x = (360 - 265) = 95$.
 \therefore चौथा कोण $= 95^\circ$.
2. माना $\angle A = (2x)^\circ$, $\angle B = x^\circ$, $\angle C = (4x)^\circ$ तथा $\angle D = (3x)^\circ$. तब
 $2x + x + 4x + 3x = 360 \Rightarrow 10x = 360 \Rightarrow x = 36$.
 $\therefore \angle C = (4 \times 36)^\circ = 144^\circ$.
3. माना दिये गये कोण $(3x)^\circ$, $(4x)^\circ$, $(5x)^\circ$ तथा $(6x)^\circ$ हैं. तब
 $3x + 4x + 5x + 6x = 360 \Rightarrow 18x = 360 \Rightarrow x = 20$.
 \therefore सबसे छोटा कोण $= (3 \times 20)^\circ = 60^\circ$.
4. $\angle BCD = \angle A = 70^\circ$ [समान्तर चतुर्भुज के विपरीत कोण]
 ΔBCD में $\angle CBD + \angle BCD + \angle BDC = 180^\circ$
 $\Rightarrow 65^\circ + 70^\circ + \angle BDC = 180^\circ \Rightarrow \angle BDC = (180^\circ - 135^\circ) = 45^\circ$.

5. $\angle DBC = \angle ADB = 50^\circ$ [एकान्तर कोण]

$\triangle BCD$ में, $\angle DBC + \angle BCD + \angle BDC = 180^\circ$

$\Rightarrow 50^\circ + 70^\circ + \angle BDC = 180^\circ \Rightarrow \angle BDC = (180^\circ - 120^\circ) = 60^\circ$

माना दिया गया समचतुर्भुज $ABCD$ है जिसमें विकर्ण $AC = 16$ सेमी० तथा विकर्ण $BD = 12$ सेमी०, AC तथा BD का प्रतिच्छेद बिन्दु इन्हें 90° पर समद्विभाजित करता है।

$\therefore AO = OC = 8$ सेमी०, $BO = OD = 6$ सेमी० तथा $\angle AOB = 90^\circ$,

$AB^2 = OA^2 + OB^2 = (8)^2 + (6)^2 = (64 + 36) = 100 = (10)^2$
 $\Rightarrow AB = 10$ सेमी०.

अतः $ABCD$ की प्रत्येक भुजा 10 सेमी० है।

7. $\angle ABO = \angle CDO = 60^\circ$, $\angle AOB = 90^\circ$.

अब $\angle OAB + \angle AOB + \angle ABO = 180^\circ \Rightarrow \angle OAB + 90^\circ + 60^\circ = 180^\circ$
 $\therefore \angle OAB = (180^\circ - 150^\circ) = 30^\circ$.

8. माना समचतुर्भुज $ABCD$ है जिसके विकर्ण बिन्दु O पर काटते हैं। माना विकर्ण $AC = 16$ सेमी०.

तब $AB = 10$ सेमी०, $OA = 8$ सेमी० तथा $\angle AOB = 90^\circ$.

$\therefore OB^2 = (AB^2 - OA^2) = [(10)^2 - (8)^2] = (100 - 64) = 36 = 6^2$
 $\Rightarrow OB = 6$ सेमी० $\Rightarrow BD = 2 \times OB = (2 \times 6)$ सेमी० = 12 सेमी०.

9. $OA^2 + OB^2 = AB^2 \Rightarrow \left(\frac{1}{2}AC\right)^2 + \left(\frac{1}{2}BD\right)^2 = AB^2$

$\therefore \frac{1}{4}AC^2 + \frac{1}{4}BD^2 = AB^2 \Rightarrow AC^2 + BD^2 = 4AB^2$.

10. हम जानते हैं कि एक चतुर्भुज के चारों कोणों का योग 360° होता है।

$\therefore \angle A + \angle B + 30^\circ + 70^\circ = 360^\circ \Rightarrow \angle A + \angle B = 260^\circ$

$\Rightarrow \frac{1}{2}\angle A + \frac{1}{2}\angle B = 130^\circ \Rightarrow \angle AOB = (180^\circ - 130^\circ) = 50^\circ$.

11. $\angle A + \angle B = 180^\circ$ क $\angle A = \angle B \Rightarrow \angle A = \angle B = 90^\circ$.

$\therefore ABCD$ एक आयत है।

12. $3x + 7x + 6x + 4x = 360 \Rightarrow 20x = 360 \Rightarrow x = 18$.

$\therefore \angle A = 54^\circ$, $\angle B = 126^\circ$, $\angle C = 108^\circ$ तथा $\angle D = 72^\circ$.

अतः $ABCD$ एक समान्तर चतुर्भुज है।

13. $\angle A + \angle B = 180^\circ \Rightarrow \frac{1}{2}\angle A + \frac{1}{2}\angle B = 90^\circ$

$\frac{1}{2}\angle A + \frac{1}{2}\angle B + \angle AOB = 180^\circ \Rightarrow 90^\circ + \angle AOB = 180^\circ$

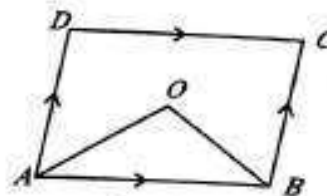
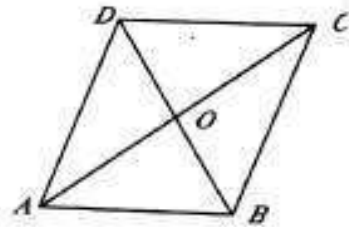
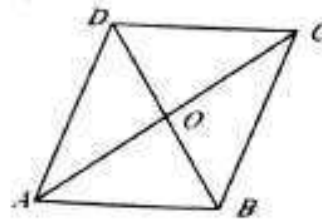
अतः $\angle AOB = 90^\circ$.

14. एक चतुर्भुज की आसन्न भुजाओं के मध्य बिन्दुओं को क्रमशः मिलाने पर प्राप्त आकृति एक समान्तर चतुर्भुज होती है।

15. एक वर्ग की आसन्न भुजाओं के मध्य बिन्दुओं को क्रमशः मिलाने पर प्राप्त आकृति एक वर्ग होगी।

16. एक आयत की आसन्न भुजाओं के मध्य बिन्दुओं को क्रमशः मिलाने पर प्राप्त आकृति एक समचतुर्भुज होती है।

17. एक समचतुर्भुज की आसन्न भुजाओं के मध्य बिन्दुओं को क्रमशः मिलाने पर प्राप्त आकृति एक आयत होती है।



18. एक समान्तर चतुर्भुज की आसन्न भुजाओं के मध्य बिन्दुओं को क्रमशः मिलाने पर प्राप्त आकृति एक समान्तर चतुर्भुज होती है।

ध्यान रहे : ऊपर वाली आकृति की आसन्न भुजाओं के मध्य बिन्दुओं को मिलाने पर नीचे वाली आकृति प्राप्त होती है।

चतुर्भुज	वर्ग	समान्तर चतुर्भुज	आयत	समचतुर्भुज
समान्तर चतुर्भुज	वर्ग	समान्तर चतुर्भुज	समचतुर्भुज	आयत

19. माना एक कोण $= x^\circ$, तब संगत कोण $= \left(\frac{2x}{3}\right)^\circ$.

$$\therefore x + \frac{2x}{3} = 180 \Rightarrow \frac{5x}{3} = 180 \Rightarrow x = \left(180 \times \frac{3}{5}\right) = 108.$$

$$\text{छोटे से छोटा कोण} = \left(\frac{2}{3} \times 108\right)^\circ = 72^\circ.$$

20. माना सबसे छोटा कोण $= x^\circ$, तब इसका आसन्न कोण $= (2x - 15)^\circ$.

$$\therefore x + (2x - 15) = 180 \Rightarrow 3x = 195 \Rightarrow x = 65.$$

$$\text{एक कोण} = 65^\circ, \text{दूसरा कोण} = (180^\circ - 65^\circ) = 115^\circ.$$

$$\text{सबसे छोटा कोण} = 65^\circ.$$

21. माना समान्तर चतुर्भुज की ऊँचाई h है, तब $h < b$.

$$\therefore A = a \times h < a \times b = B \Rightarrow A < B.$$

22. $OA^2 + OC^2 = OB^2 + OD^2 \Rightarrow 5^2 + x^2 = 6^2 + 8^2$

$$\therefore x^2 = (36 + 64 - 25) = 75 \Rightarrow x = \sqrt{75} = 5\sqrt{3} \text{ सेमी.}$$

23. किसी समलम्ब चतुर्भुज के विकर्ण एक-दूसरे को समान अनुपात में विभक्त करते हैं।

24. $\frac{OA}{OC} = \frac{OB}{OD} \Rightarrow \frac{3x-1}{5x-3} = \frac{2x+1}{6x-5}$

$$\therefore (3x-1)(6x-5) = (5x-3)(2x+1) \Rightarrow 18x^2 - 21x + 5 = 10x^2 - x - 3$$

$$\Rightarrow 8x^2 - 20x + 8 = 0 \Rightarrow 2x^2 - 5x + 2 = 0 \Rightarrow 2x^2 - 4x - x + 2 = 0$$

$$\Rightarrow 2x(x-2) - (x-2) = 0 \Rightarrow (x-2)(2x-1) = 0 \Rightarrow x = 2 \left[\because x = \frac{1}{2} \Rightarrow (6x-5) < 0 \right]$$

25. $\frac{OA}{OB} = \frac{OC}{OD} \Rightarrow \frac{2x+4}{9x-21} = \frac{2x-1}{3}$

$$\Rightarrow 3(2x+4) = (9x-21)(2x-1) \Rightarrow 6x+12 = 18x^2 - 51x + 21$$

$$\Rightarrow 18x^2 - 57x + 9 = 0 \Rightarrow 6x^2 - 19x + 3 = 0 \Rightarrow 6x^2 - 18x - x + 3 = 0$$

$$\Rightarrow 6x(x-3) - (x-3) = 0 \Rightarrow (x-3)(6x-1) = 0 \Rightarrow x = 3 \text{ अथवा } x = \frac{1}{6}.$$

$$\text{परन्तु } x = \frac{1}{6} \Rightarrow (2x-1) = \left(2 \times \frac{1}{6} - 1\right) < 0. \text{ अतः } x = 3.$$

26. माना $\angle D = x^\circ$, तब $\angle C = (2x)^\circ$, $\angle B = (x+12)^\circ$, $\angle A = \frac{1}{2}(x+12)^\circ$.

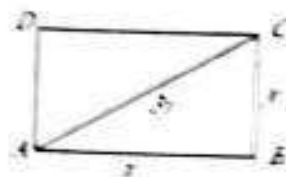
$$\text{परन्तु } \angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}(x+12) + (x+12) + (2x) + x = 360 \Rightarrow \frac{1}{2}(x+12) + (4x+12) = 360$$

$$\Rightarrow \left(4x + \frac{1}{2}x\right) + 18 = 360 \Rightarrow \frac{9x}{2} = 342 \Rightarrow x = \frac{342 \times 2}{9} = 76.$$

$$\therefore (\angle A + \angle D) = \left\{\frac{1}{2}(x+12) + x\right\}^\circ = \left[\frac{1}{2}(76+12) + 76\right]^\circ = 120^\circ.$$

17. $\angle A = 100^\circ$, $\angle B = 80^\circ$, $\angle C = 120^\circ$, $\angle D = 60^\circ$
 $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 100^\circ + 80^\circ + 120^\circ + 60^\circ = 360^\circ$
 \therefore चतुर्भुज एक वक्रचतुर्भुज है।
18. $\angle A = 100^\circ$, $\angle B = 80^\circ$, $\angle C = 120^\circ$, $\angle D = 60^\circ$
 $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 100^\circ + 80^\circ + 120^\circ + 60^\circ = 360^\circ$
 \therefore चतुर्भुज एक वक्रचतुर्भुज है।
19. एक वक्रचतुर्भुज के चारों कोणों का योग 360° होता है।
20. हम जानते हैं कि किसी वक्रचतुर्भुज के चारों कोणों का योग 360° होता है।
 अतः $80 + 20 + 30 + 40 = 170 \neq 360$ \therefore यह चतुर्भुज नहीं है।
21. माना आयत की बड़ी भुजा = x इकाई तथा छोटी भुजा = y इकाई।
 तब विकर्ण = $3y$ ।
 $16^2 = 15^2 + 8^2 \Rightarrow (3y)^2 = x^2 + y^2 \Rightarrow x^2 = 8y^2 \Rightarrow x = 2\sqrt{2}y$
 $\Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{2\sqrt{2}}{1} \Rightarrow x:y = 2\sqrt{2}:1$



22. माना समांतर चतुर्भुज ABCD है जिसमें
 $\angle A = 20^\circ$ तथा $\angle B = 180^\circ$
 इसे हल करने पर $\angle A = 100^\circ$ तथा $\angle B = 80^\circ$
 अभीष्ट अनुपात = $80:100 = 4:5$



23. आयत एक द्वि-विमा चित्र है।
24. $AB = 13$ सेमी, $OB = \frac{1}{2} \times BD = \left(\frac{1}{2} \times 24\right)$ सेमी = 12 सेमी
 तथा $\angle AOB = 90^\circ$, माना $OA = x$ सेमी,
 तब, $AB^2 = OA^2 + OB^2 \Rightarrow (13)^2 = x^2 + (12)^2$
 $\Rightarrow x^2 = (169 - 144) = 25 = 5^2 \Rightarrow x = 5$
 $\therefore AC = 2 \times OA = (2 \times 5)$ सेमी = 10 सेमी
25. समचतुर्भुज ABCD में माना प्रत्येक भुजा = 10 सेमी
 तथा $\angle A = \angle C = 60^\circ$, तब $\angle B = \angle D = 120^\circ$
 स्पष्ट है कि $\angle A = 60^\circ$ तथा $AB = BD$
 $\therefore \angle ABD = \angle ADB = 60^\circ$, अतः $\triangle ABD$ समबहु त्रिभुज है
 अतः $BD = AB = AD = 10$ सेमी



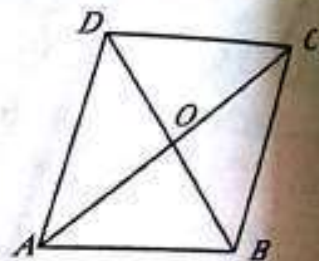
26. माना सबसे छोटा कोण = α° , तब, सबसे बड़ा कोण = $(180^\circ - \alpha)$
 $\therefore (180^\circ - \alpha) = 2\alpha - 30 \Rightarrow 3\alpha = 210 \Rightarrow \alpha = 70$
 सबसे बड़ा कोण = $(180^\circ - 70^\circ) = 110^\circ$
27. समलम्ब चतुर्भुज में कर्ण आपस में समद्विभाजन नहीं करते।
28. समचतुर्भुज में कर्ण आपस में लम्बवत् होते हैं।
29. आयत में कर्ण सदैव बराबर होते हैं।

40. $OA = \frac{1}{2} AC = \left(\frac{1}{2} \times 8\right)$ सेमी० = 4 सेमी०,

$OB = \left(\frac{1}{2} \times 6\right)$ सेमी० = 3 सेमी० तथा $\angle AOB = 90^\circ$.

$\therefore AB^2 = OA^2 + OB^2 = (4)^2 + (3)^2 = (16 + 9) = 25 = 5^2$
 $\Rightarrow AB = 5$ सेमी०.

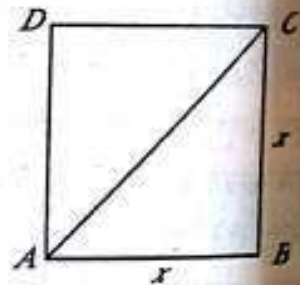
अतः दिये गये समचतुर्भुज की प्रत्येक भुजा 5 सेमी० है.



41. माना वर्ग ABCD की प्रत्येक भुजा x सेमी० है. तब

$AC^2 = AB^2 + BC^2 = x^2 + x^2 = 2x^2 \Rightarrow AC = \sqrt{2}x$ सेमी०.

अतः विकर्ण की लम्बाई $= \sqrt{2}x$ सेमी०.



42. याद रखें $EF = \frac{(AB + CD)}{2}$.

43. समान्तर चतुर्भुज में सम्मुख कोण बराबर होते हैं.

$\therefore 3x - 10 = x + 80 \Rightarrow 2x = 90 \Rightarrow x = 45$.