Восьмое домашнее задание: DP++

СПБ, Академический Университет, 21 октября 2014

Содержание

дачи		2
Задача В.	Ход конём - 2 [0.5 секунд, 256 mb]	2
Задача С.	Гроб [0.5 секунд, 256 mb]	3
Задача D.	Два шаблона [0.5 секунд, 256 mb]	4
Задача Е.	Свертка [0.5 секунд, 256 mb]	5
Задача F.	Удаление скобок — 2 [0.5 секунд, 256 mb]	6
Задача G .	Различные разбиения [1 секунда, 256 mb]	7
Задача Н.	Различные подпоследовательности [0.5 секунд, 256 mb]	8
Задача I.	Невозрастающая подпоследовательность [1 секунда, 256 mb]	9
онус		10
Задача J .	Общая подпоследовательность [1 секунда, 8 mb]	10
Задача К.	Наибольшая общая возрастающая [1 секунда, 256 mb]	11
Задача L.	Разбиения на слагаемые [0.5 секунд, 256 mb]	12
Задача М.	Ship [2 секунды, 256 mb]	13
	Задача В. Задача С. Задача D. Задача Е. Задача F. Задача G. Задача I. Энус Задача J. Задача К. Задача L.	Задача В. Ход конём - 2 [0.5 секунд, 256 mb] Задача С. Гроб [0.5 секунд, 256 mb] Задача D. Два шаблона [0.5 секунд, 256 mb] Задача Е. Свертка [0.5 секунд, 256 mb] Задача F. Удаление скобок — 2 [0.5 секунд, 256 mb] Задача G. Различные разбиения [1 секунда, 256 mb] Задача H. Различные подпоследовательности [0.5 секунд, 256 mb] Задача I. Невозрастающая подпоследовательность [1 секунда, 256 mb]

В некоторых задачах большой ввод и вывод. Имеет смысл пользоваться супер быстрым вводом-выводом: http://acm.math.spbu.ru/~sk1/algo/input-output/

Задачи

1 Задача В. Ход конём - 2 [0.5 секунд, 256 mb]

Дана прямоугольная доска $N \times M$ (N строк и M столбцов). В левом верхнем углу находится шахматный конь, которого необходимо переместить в правый нижний угол доски.

При этом конь может ходить следующим образом:



Необходимо определить, сколько существует различных маршрутов, ведущих из левого верхнего в правый нижний угол.

Формат входных данных

В первой строке входного файла находятся два натуральных числа N и M $(1 \leqslant N, M \leqslant 50).$

Формат выходных данных

В выходной файл выведите единственное число — количество способов добраться конём до правого нижнего угла доски.

knight2.in	knight2.out
4 4	2
15 14	7884330

2 Задача С. Гроб [0.5 секунд, 256 mb]

Генри Гроб — швейцарский шахматист, международный мастер. Шахматный литератор. Художник.

Википедия

Генри Гроб решил сыграть в новую игру, отдалённо напоминающую шахматы. Изначально фишка стоит в корне подвешенного дерева, затем игроки по очереди передвигают её. За ход необходимо переставить фишку в одного из детей текущей вершины. Проигрывает тот, кто не может сделать ход.

Генри начинает первым. Определите, сможет ли он выиграть, если оба игрока играют оптимально.

Формат входных данных

Все числа в файле целые.

 $1 \leqslant N \leqslant 10^5$ — количество вершин дерева.

Затем N чисел $0\leqslant p_i\leqslant N-i$ -ая вершина имеет родителя с номером p_i . Для корня дерева $p_i=0$, для остальных вершин $p_i\neq 0$.

Формат выходных данных

«YES», если Гроб выиграет, «NO» — в противном случае.

chess.in	chess.out
1	NO
0	

Задача D. Два шаблона [0.5 секунд, 256 mb]

Многие операционные системы используют шаблоны для ссылки на группы объектов: файлов, пользователей и т. д. Ваша задача — найти строку минимально возможной длины, которая подходит под два заданных шаблона.

Алфавит в этой задаче состоит из маленьких букв латинского алфавита и точки ('.'). Шаблоны могут содержать любые символы алфавита, а также специальные символы '?' и '*'. Под '?' подходит любой символ алфавита, а под '*' — любая строка символов алфавита (возможно, пустая). Под символы алфавита, встречающиеся в шаблоне, подходят только такие же символы алфавита. Строка считается подходящей под шаблон, если символы шаблона можно последовательно отбразить в строку вышеуказанным способом. Например, строки "ab", "aab" и "beda." подходят под шаблон "*a?", а строки "bebe", "a" и "ba" — нет.

Формат входных данных

Входной файл состоит из одного или нескольких тестов. Первая строка входного файла — это количество тестов в нем.

Каждый тест состоит из двух строк, содержащих шаблоны P_1 и P_2 . Длина любого из шаблонов не превосходит 100 символов.

Формат выходных данных

Для каждого из тестов ответ задается одной строкой:

- Если строка, подходящая под оба шаблона, существует, выведите такую строку минимально возможной длины (если таких несколько, разрешается выводить любую).
- В противном случае выведите строку "NO".

patterns2.in	patterns2.out
2	kitten
*k*tt*n*	NO
*i*e*	
haha	
hihi	

4 Задача Е. Свертка [0.5 секунд, 256 mb]

Петя хочет сократить запись последовательности, состоящей из заглавных латинских букв. Для этого он может свернуть ее повторяющиеся подпоследовательности. Например, последовательность AAAAAAAAAABABABCCD может быть записана как 10(A)2(BA)B2(C)D.

Формальной определение свернутой последовательности и соответствующей ей операции развертки дается следующим образом:

- Последовательность, которая содержит единственный символ от 'A' до 'Z' представляет из себя свернутую последовательность. При развертке такой последовательности получается она сама.
- Если S и Q свернутые последовательности, то SQ также свернутая последовательность. Если при развертке строки S получается строка S', а при развертке Q получается Q', то при развертке SQ получается строка S'Q'.
- Если S свернутая последовательность, то X(S) также свернутая последовательность, где X это десятичное представление целого числа большего единицы. Если при развертке строки S получается строка S', то при развертке X(S) получается строка S', повторенная X раз.

Петя хочет свернуть заданную последовательность таким образом, чтобы результат содержал наименьшее число символов.

Формат входных данных

Входной файл содержит непустую строку, состоящую из заглавных латинских букв. Длина строки не превышает 100 символов.

Формат выходных данных

В выходной файл выведите одну строку, содержащую наименьшую последовательность развертка которой даст строку, заданную во входном файле.

Если ответов несколько — выведите любой из них.

folding.in	folding.out
AAAAAAAABABABCCD	9(A)3(AB)CCD
NEERCYESYESYESNEERCYESYESYES	2(NEERC3(YES))

5 Задача F. Удаление скобок — 2 [0.5 секунд, 256 mb]

Дана строка, составленная из круглых, квадратных и фигурных скобок. Определите, какое наименьшее количество символов необходимо удалить из этой строки, чтобы оставшиеся символы образовывали правильную скобочную последовательность.

Формат входных данных

Во входном файле записана строка из круглых, квадратных и фигурных скобок. Длина строки не превосходит 100 символов.

Формат выходных данных

Выведите строку максимальной длины, являющуюся правильной скобочной последовательностью, которую можно получить из исходной строки удалением некоторых символов. Если возможных ответов несколько, выведите любой из них.

erase.in	erase.out
([)]	
{([(]{)])}	([]{})
]{}[

6 Задача G. Различные разбиения [1 секунда, 256 mb]

Найдите количество различных разбиений натурального числа n на натуральные слагаемые таких, что для любых двух различных чисел $a \neq b$, входящих в разбиение, верно, что количества чисел a и b в разбиении различны. Разбиения, отличающиеся только порядком слагаемых, различными не считаются.

Например, если n=4, то из пяти возможных разбиений этому условию удовлетворяют все, кроме разбиения на слагаемые 1 и 3: в этом разбиении количество единиц равно количеству троек.

$$egin{array}{llll} 4&=&1+1+1+1&&4\ eдиницы\ 4&=&1+1+2&&3\ eдиницы,\ 1\ тройка\ 4&=&1+3&&1\ eдиница\ u\ 1\ тройка!\ 4&=&2+2&&2\ двойки\ 4&=&4&&1\ четвёрка \end{array}$$

Формат входных данных

В первой строке входного файла записано натуральное число $n \ (1 \le n \le 100)$.

Формат выходных данных

В первой строке выходного файла выведите количество разбиений числа n, удовлетворяющих заданным ограничениям.

numdiff.in	numdiff.out
4	4
6	7

7 Задача Н. Различные подпоследовательности [0.5 секунд, 256 mb]

Дана последовательность целых чисел длины n. Нужно найти количество различных непустых подпоследовательностей.

Система оценки

```
Подзадача 1 (25 баллов) 1 \leqslant n \leqslant 10 1 \leqslant a_i \leqslant 10 Подзадача 2 (25 баллов) 1 \leqslant n \leqslant 10^4 1 \leqslant a_i \leqslant 10 Подзадача 3 (25 баллов) 1 \leqslant n \leqslant 10^5 1 \leqslant a_i \leqslant 100 Подзадача 4 (25 баллов) 1 \leqslant n \leqslant 3 \cdot 10^5 1 \leqslant a_i \leqslant 3 \cdot 10^5
```

Формат входных данных

На первой строке n. На второй строке n целых чисел.

Формат выходных данных

Количество различных подпоследовательностей по модулю $10^9 + 7$.

distinct.in	distinct.out
3	5
1 1 2	
35	941167856
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 1 2 3 4 5 6 7	
8 9 10 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 1 2 3	
4 5	

8 Задача І. Невозрастающая подпоследовательность [1 секунда, 256 mb]

Вам требуется написать программу, которая по заданной последовательности находит максимальную невозрастающую её подпоследовательность (т.е такую последовательность чисел $a_{i_1}, a_{i_2}, \ldots, a_{i_k}$ ($i_1 < i_2 < \ldots < i_k$), что $a_{i_1} \geqslant a_{i_2} \geqslant \ldots \geqslant a_{i_k}$ и не существует последовательности с теми же свойствами длиной k+1).

Формат входных данных

В первой строке задано число n— количество элементов последовательности ($1 \leqslant n \leqslant 239\,017$). В последующих строках идут сами числа последовательности a_i , отделенные друг от друга произвольным количеством пробелов и переводов строки (все числа не превосходят по модулю $2^{31}-2$).

Формат выходных данных

Вам необходимо выдать в первой строке выходного файла число k — длину максимальной невозрастающей подпоследовательности. В последующих строках должны быть выведены (по одному числу в каждой строке) все номера элементов исходной последовательности i_j , образующих искомую подпоследовательность. Номера выводятся в порядке возрастания. Если оптимальных решений несколько, разрешается выводить любое.

subseq.in	subseq.out
5	3
5 8	2
10 4 1	4
	5

Восьмое домашнее задание: DP++ СПБ, Академический Университет, 21 октября 2014

Бонус

9 Задача J. Общая подпоследовательность [1 секунда, 8 mb]

Даны две строки, состоящих из маленьких латинских букв. Нужно найти их наибольшую общую подпоследовательность.

Формат входных данных

На первой строке первая строка.

На второй строке вторая строка.

Длины строк от 1 до 5000.

Формат выходных данных

Максимальную по длине общую подпоследовательность на отдельной строке. Если ответов несколько, выведите любой. Если ответ пуст, перевод строки выводить все равно нужно.

Система оценки

Подзадача 1 (50 баллов) Длины строк до 1000. Подзадача 2 (50 баллов) Длины строк до 5000.

subseq.in	subseq.out
abacabadabacaba	bccb
dbdccdbd	

10 Задача К. Наибольшая общая возрастающая [1 секунда, 256 mb]

Даны две последовательности чисел — a и b. Нужно найти наибольшую общую возрастающую подпоследовательность. Более формально: такие $1 \leqslant i_1 < i_2 < \cdots < i_k \leqslant a.n$ и $1 \leqslant j_1 < j_2 \cdots < j_k \leqslant b.n$, что $\forall t: a_{i_t} = b_{j_t}, a_{i_t} < a_{i_{t+1}}$ и k максимально.

Формат входных данных

На первой строке целые числа n и m от 1 до $3\,000$ — длины последовательностей. Вторая строка содержит n целых чисел, задающих первую последовательность. Третья строка содержит m целых чисел, задающих вторуя последовательность. Все элементы последовательностей — целые неотрицательные числа, не превосходящие 10^9 .

Формат выходных данных

Выведите одно целое число — длину наибольшей общей возрастающей подпоследовательности.

Система оценки

Подзадача 1 (50 баллов) $n \le 400$. Подзадача 2 (50 баллов) $n \le 3000$.

lcis.in	lcis.out
6 5	2
1 2 1 2 1 3	
2 1 3 2 1	

11 Задача L. Разбиения на слагаемые [0.5 секунд, 256 mb]

Даны целые числа N и K. Нужно сказать, сколько способов разбить число N на ровно K различных положительных целых упорядоченных слагаемых.

Система оценки

Подзадача 1 (33 балла) $1 \leqslant N, K \leqslant 500.$ Подзадача 2 (33 балла) $1 \leqslant N, K \leqslant 10\,000.$ Подзадача 3 (34 балла) $1 \leqslant N, K \leqslant 50\,000.$

Формат входных данных

На первой строке через пробел записаны целые числа N и K.

Формат выходных данных

Единственное число — ответ на задачу по модулю $10^9 + 7$.

Пример

summand.in	summand.out
10 3	4

Пояснение к примеру

Способы разбить число 10 на три различных целых упорядоченных слагаемых таковы: 1+2+7, 1+3+6, 1+4+5, 2+3+5.

12 Задача М. Ship [2 секунды, 256 mb]

A ship has been assigned to transport cargo across the river Daugava (Western Dvina) that has the capacity to carry at most t tons of cargo. There is a hangar on the right bank of the river that contains n cargo containers to be transported by the ship. The weight of each container is an integer number of tons and it does not exceed t tons. The containers are arranged in a single line from the start to the end of the hangar. A container can be carried onto the ship by a liftloader that can pick only a container either at the start or at the end of the line. The total weight of the containers placed on a ship cannot exceed the capacity of the ship. None of the containers are allowed to be opened, thus it is impossible to redistribute the cargo among the containers. It is also expensive to move the containers so once the container has been picked up by the liftloader, it is then directly carried onto the ship. Only then the liftloader can pick another container from the hangar. Once the ship is loaded, it can transport the containers to the left bank and return to the right bank empty.

Write a program that calculates the minimum possible number of trips the ship has to make to transport all of the containers to the left river bank!

Формат входных данных

The first line of input contains two integers t and n ($1 \le t \le 10^9$, $1 \le n \le 10^4$), the capacity of the ship and the number of containers in the hangar, accordingly. The next line contains n integers, the weight of the containers in tons. The i-th number w_i ($1 \le w_i \le t$) denotes the weight of the i-th container from the start of the hangar. On each line the numbers are separated by spaces.

Формат выходных данных

Output a single integer: the minimum possible trip number for the ship to transport all of the containers to the other river bank.

Примеры

ship.in	ship.out
10 12	5
1 5 4 4 1 8 9 7 2 2 3 2	

Замечание

The following figure shows the remaining containers in the hangar before and after each trip in the given example.

