## Седьмое домашнее задание: DP СПБ, Академический Университет, 14 октября 2014

# Содержание

За	дачи.		2
1	Задача А.	Очередь [0.5 секунд, 256 mb]	2
2	Задача В.	Joseph Problem [0.5 секунд, 256 mb]	3
3	Задача С.	Гвоздики [0.5 секунд, 256 mb]	4
4	Задача D.	Плохая подстрока [0.5 секунд, 256 mb]	5
5	Задача Е.	Поле [0.5 секунд, 256 mb]	6
6	Задача F.	Рюкзак [0.5 секунд, 256 mb]	7
7	Задача <b>G</b> .	Шаблоны [1 секунда, 16 mb]	8
8	Задача Н.	Функция [0.5 секунд, 256 mb]	9
9	Задача I.	Котята с пирожками [0.5 секунд, 256 mb]	10
10	Задача J.	Longpath. Длиннейший путь [0.5 секунд, 256 mb]	11
Бо	онус		12
11	Задача К.	Почтовые отделения [1 секунда, 256 mb]	12
12	Задача L.	Идеальный путь [1 секунда, 256 mb]	13
13	Задача М.	Психотренинг [0.5 секунд, 256 mb]	14

В некоторых задачах большой ввод и вывод. Имеет смысл пользоваться супер быстрым вводом-выводом: http://acm.math.spbu.ru/~sk1/algo/input-output/

# Задачи

## 1 Задача А. Очередь [0.5 секунд, 256 mb]

В очереди в магазин стоят люди. Человек i хочет купить товар  $a_i$ . Изначально в магазине ничего нет. Происходят события следующих типов:

- 1. В момент времени T поступил один экземпляр товара A.
- 2. В момент времени T в конец очереди встал человек, который хочет купить товар A.

Нужно промоделировать процесс и для каждого человека определить, сколько он будет стоять в очереди. Замечание: как только первый в очереди может купить то, что хочет, он сразу мгновенно покупает и уходит.

### Формат входных данных

Число событий  $N,~1\leqslant N\leqslant 10\,000$ . Далее события в порядке возрастания времени T. Каждое событие описывается так: Type~T~A,~где Type~-тип события.  $1\leqslant A\leqslant 10\,000,~$  $1\leqslant T\leqslant 60\,000$ 

### Формат выходных данных

Для каждого человека (в том порядке, в котором люди вставали в очередь) выведите, сколько человек простоял в очереди. Если он так и остался стоять, выведите -1.

queue.in	queue.out
9	20 40 20 0 -1
2 10 1	
2 20 1	
1 30 1	
2 40 2	
1 50 2	
1 60 1	
1 70 3	
2 80 3	
2 90 1	

# 2 Задача В. Joseph Problem [0.5 секунд, 256 mb]

N мальчиков стоят по кругу. Они начинают считать себя по часовой стрелке, счет ведется с единицы. Как только количество посчитанных достигает p, последний посчитанный (p-й) мальчик покидает круг, а процесс счета начинается со следующего за ним мальчика и вновь ведется с единицы.

Последний оставшийся в кругу выигрывает.

Можете ли вы посчитать, номер выигрывшего мальчика в исходном кругу? (мальчики нумеруются числами от 1 до N по часовой стрелке, начиная с того самого мальчика, с которого начинался счет).

### Формат входных данных

Во входном файле два целых числа — N и P ( $1 \leq N, P \leq 10^6$ ).

### Формат выходных данных

Выведите номер выигрывшего мальчика.

joseph.in	joseph.out
3 4	2

# Задача С. Гвоздики [0.5 секунд, 256 mb]

На прямой дощечке вбиты гвоздики. Любые два гвоздика можно соединить ниточкой. Требуется соединить какие-то пары гвоздиков ниточками так, чтобы к каждому гвоздику была привязана хотя бы одна ниточка, а суммарная длина всех ниточек была минимальна.

### Формат входных данных

В первой строке входного файла записано число N — количество гвоздиков ( $2 \le N \le 100$ ). В следующей строке записано N чисел — координаты всех гвоздиков (неотрицательные целые числа, не превосходящие  $10\,000$ ).

### Формат выходных данных

В выходной файл нужно вывести единственное число — минимальную суммарную длину всех ниточек.

nails.in	nails.out
5	6
4 10 0 12 2	

# 4 Задача D. Плохая подстрока [0.5 секунд, 256 mb]

Найдите, сколько существует строк заданной длины n, состоящих только из символов 'a', 'b' и 'c', и не содержащих подстроки "ab".

### Формат входных данных

Во входном файле задано n ( $0 \le n \le 22$ ).

## Формат выходных данных

Выведите количество таких строк.

badsubs.in	badsubs.out
0	1
3	21
11	46368

# **5** Задача Е. Поле [0.5 секунд, 256 mb]

Отряду нужно пересечь прямоугольное поле размера  $m \times n$  квадратов, двигаясь из левого верхнего угла в правый нижний и перемещаясь между соседними квадратами только в двух направлениях—вправо и вниз. Поле не очень ровное, но у отряда есть карта, на которой отмечена высота каждого квадрата. Опасность перехода с квадрата высоты  $h_1$  на соседний квадрат высоты  $h_2$  оценивается числом  $|h_2 - h_1|$ ; опасность всех переходов в пути суммируется. Выясните, какова минимальная опасность пути из квадрата (1, 1) в квадрат (m, n).

### Формат входных данных

В первой строке входного файла заданы два числа m и n через пробел  $(1 \le m, n \le 100)$ . В следующих n строках записано по m чисел в каждой; i-ое число j-ой из этих строк соответствует высоте квадрата (i,j). Все высоты — целые числа в диапазоне от 1 до 100, включительно.

### Формат выходных данных

Выведите в выходной файл одно число — минимальную опасность пути из квадрата (1, 1) в квадрат (m, n).

field.in	field.out
2 2	0
1 1	
1 1	
4 2	6
1 2 3 5	
3 8 4 7	
2 3	4
1 2	
2 3	
3 1	

# 6 Задача F. Рюкзак [0.5 секунд, 256 mb]

Найдите максимальный вес золота, который можно унести в рюкзаке вместительностью S, если есть N золотых слитков с заданными весами.

### Формат входных данных

В первой строке входного файла запианы два числа — S и N (1  $\leqslant$  S  $\leqslant$  10 000, 1  $\leqslant$  N  $\leqslant$  300).

Далее следует N неотрицательных целых чисел, не превосходящих  $100\,000$  — веса слитков.

### Формат выходных данных

Выведите искомый максимальный вес.

knapsack.in	knapsack.out
10 3	9
1 4 8	
20 4	19
5 7 12 18	

## 7 Задача G. Шаблоны [1 секунда, 16 mb]

Многие операционные системы используют шаблоны для ссылки на группы объектов: файлов, пользователей, и т. д. Ваша задача — реализовать простейший алгоритм проверки шаблонов для имен файлов.

В этой задаче алфавит состоит из маленьких букв английского алфавита и точки ('.'). Шаблоны могут содержать произвольные символы алфавита, а также два специальных символа: '?' и '\*'. Знак вопроса ('?') соответствует ровно одному произвольному символу. Звездочка '\*' соответствует подстроке произвольной длины (возможно, нулевой). Символы алфавита, встречающиеся в шаблоне, отображаются на ровно один такой же символ в проверяемой строчке. Строка считается подходящей под шаблон, если символы шаблона можно последовательно отобразить на символы строки таким образом, как описано выше. Например, строчки "ab", "aab" и "beda. подходят под шаблон "\*a?", а строчки "bebe", "a" и "ba" — нет.

### Формат входных данных

Первая строка входного файла определяет шаблон P. Вторая строка S состоит только из символов алфавита. Ее необходимо проверить на соответствие шаблону. Длины обеих строк не превосходят  $10\,000$ . Строки могут быть пустыми — будьте внимательны!

### Формат выходных данных

Если данная строка подходит под шаблон, выведите YES. Иначе выведите NO.

patterns.in	patterns.out
k?t*n	YES
kitten	
k?t?n	NO
kitten	

# 8 Задача Н. Функция [0.5 секунд, 256 mb]

Вычислите функцию: 
$$f(n) = \begin{cases} 1 & \text{если } n \leqslant 2 \\ f(\lfloor 6*n/7 \rfloor) + f(\lfloor 2*n/3 \rfloor) & \text{если } n \bmod 2 = 1 \\ f(n-1) + f(n-3) & \text{если } n \bmod 2 = 0 \end{cases}$$

### Формат входных данных

Входные данные содержат натуральное число  $n\ (1\leqslant n\leqslant 10^{12}).$ 

### Формат выходных данных

Выведите значение функции по модулю  $2^{32}$ .

function.in	function.out
7	10

## 9 Задача І. Котята с пирожками [0.5 секунд, 256 mb]

Однажды n котят решили покушать пирожков. Однако котят много, поэтому им непросто выбрать начинку, которая всех порадует. Известно, что группа из не более чем k котят всегда может прийти к консенсусу, а вот большая группа обязательно разобъётся на две, принципиально несогласные друг с другом. Котята — существа справедливые, поэтому размеры этих групп будут отличаться не более чем на один.

 $\Gamma$ руппы, размер которых всё ещё окажется больше k после такого разделения, продолжат спорить и разделяться на меньшие по тому же принципу. Определите, сколько групп котят в итоге отправятся за пирожками.

### Формат входных данных

В единственной строке входного файла записаны целые числа n и k — количество котят и критический размер группы, соответственно  $(1 \le n, k \le 10^{18})$ . Числа записаны без ведущих нулей.

### Формат выходных данных

Выведите единственное целое число—итоговое количество групп. Число должно быть также записано без ведущих нулей.

kittens.in	kittens.out
17 4	5

# 10 Задача J. Longpath. Длиннейший путь [0.5 секунд, 256 mb]

Дан ориентированный граф без циклов. Требуется найти в нем длиннейший путь.

### Формат входных данных

Первая строка входного файла содержит два натуральных числа n и m — количество вершин и дуг графа соответственно. Следующие m строк содержат описания дуг по одной на строке. Ребро номер i описывается двумя натуральными числами  $b_i$  и  $e_i$  — началом и концом дуги соответственно  $(1 \leq b_i, e_i \leq n)$ .

Входной граф не содержит циклов и петель.

 $n \le 10\,000, m \le 100\,000.$ 

## Формат выходных данных

Первая строка выходного файла должна содержать одно натуральное число — количество дуг в длиннейшем пути.

longpath.in	longpath.out
5 5	3
1 2	
2 3	
3 4	
3 5	
1 5	

## Бонус

# 11 Задача К. Почтовые отделения [1 секунда, 256 mb]

Вдоль прямой дороги расположены деревни. Дорога представляется целочисленной осью, а расположение каждой деревни задается одним целым числом — координатой на этой оси. Никакие две деревни не имеют одинаковых координат. Расстояние между двумя деревнями вычисляется как модуль разности их координат.

В некоторых, не обязательно во всех, деревнях будут построены почтовые отделения. Деревня и расположенное в ней почтовое отделение имеют одинаковые координаты. Почтовые отделения необходимо расположить в деревнях таким образом, чтобы общая сумма расстояний от каждой деревни до ближайшего к ней почтового отделения была минимальной.

### Формат входных данных

В первой строке содержатся два целых числа: количество деревень n ( $1 \le n \le 300$ ) и количество почтовых отделений m ( $1 \le m \le 30$ ),  $m \le n$ . Вторая строка содержит n целых чисел в возрастающем порядке, являющихся координатами деревень. Для каждой координаты x верно  $1 \le x \le 10^4$ .

### Формат выходных данных

Первая строка выходного файла должна содержать одно целое число — общую сумму расстояний от каждой деревни до её ближайшего почтового отделения. Вторая строка должна содержать m целых чисел в возрастающем порядке. Эти числа являются искомыми координатами почтовых отделений. Если для заданного расположения деревень есть несколько решений, необходимо найти любое из них.

post.in	post.out
10 5	9
1 2 3 6 7 9 11 22 44 50	2 7 22 44 50

## 12 Задача L. Идеальный путь [1 секунда, 256 mb]

Есть лабиринт развлечений из n комнат и m цветных переходов между комнатами. Участник изначально попадает в комнату 1, цель — добраться до комнаты n. Несколько участников одновременно стартуют из комнаты 1. Каждый участник пройдет некоторым путем из комнаты 1 в комнату n, записывая цвета переходов, по которым прошел. Выиграет участник с кратчайшей последовательностью, а если таких несколько, с лексикографически меньшей среди кратчайших. Эндрю тоже участвует и очень хочеть выиграть. Помогите ему, найдите кратчайшую, а из таких лексикографически минимальную последовательность переходов из 1 в n.

#### Замечание

Последовательность  $(a_1, a_2, \ldots, a_k)$  лексикографически меньше последовательности  $(b_1, b_2, \ldots, b_k)$  если существует i такое, что  $a_i < b_i$  и  $a_j = b_j$  для всех j < i.

## Формат входных данных

Первая строка содержит целые числа n и m — количество комнат и переходов соответственно ( $2 \le n \le 100\,000$ ,  $1 \le m \le 200\,000$ ). Следующие m строк содержат описания переходов. Каждый переход задается тремя целыми числами:  $a_i$ ,  $b_i$  и  $c_i$  — номера комнат, которые он соединяет, и цвет перехода ( $1 \le a_i, b_i \le n, 1 \le c_i \le 10^9$ ). Каждый переход может быть использован в обоих направлениях. Две комнаты могут быть соединены несколькими переходами, также может быть переход из комнаты в саму себя. Гарантируется, что из комнаты 1 можно как-нибудь попасть в комнату n.

## Формат выходных данных

На первой строке выведите k — длину кратчайшей последовательности переходов из комнаты 1 в комнату n. На следующей строке k чисел — цвета переходов в порядке их прохождения.

ideal.in	ideal.out
4 6	2
1 2 1	1 3
1 3 2	
3 4 3	
2 3 1	
2 4 4	
3 1 1	

# 13 Задача М. Психотренинг [0.5 секунд, 256 mb]

На очередном психологическом тренинге n участников сборов играют в занимательную игру. Участники игры рассаживаются по кругу и получают номера от 1 до n против часовой стрелки. После этого главный психолог отсчитывает против часовой стрелки k-го участника игры, начиная с первого. Этот участник выходит из круга и может идти на ужин. А остальные продолжают участие в тренинге. Главный психолог отсчитывает еще k участников, начиная со следующего после выбывшего. Участник, который оказался k-ым, тоже покидает тренинг, и так далее.

Участники сборов решили сесть в круг таким образом, чтобы один вредный тип пошел ужинать последним. Для этого они хотят установить, какой номер он должен для этого получить. Помогите им.

### Формат входных данных

Входной файл содержит два целых числа: n и k ( $1 \le n \le 10^{18}$ ,  $1 \le k \le 1000$ ).

### Формат выходных данных

Выведите в выходной файл одно число — номер участника, который пойдет на ужин последним.

psyche.in	psyche.out
5 3	4