Первое домашнее задание: AVL, treap СПБ, Академический Университет, 11 февраля 2015

Содержание

Задачи		2
Задача А.	И снова сумма [3 sec, 256 mb]	2
Задача В.	K-ый максимум [0.5 sec, 256 mb]	3
Задача С.	Неявный Ключ [1.5 sec, 256 mb]	4
Задача D.	Range Minimum Query [1.5 sec, 256 mb]	5
Задача Е.	Вперёд! [1 sec, 256 mb]	6
Бонус		7
Задача F.	Вставка ключевых значений [2 sec, 256 mb]	7
Задача G .	Permutations [10 sec, 256 mb]	8
Задача Н.	Persistent List [3 sec, 256 mb]	9

В некоторых задачах большой ввод и вывод. Имеет смысл пользоваться супер быстрым вводом-выводом: http://acm.math.spbu.ru/~sk1/algo/input-output/

Задачи

Задача А. И снова сумма... [3 sec, 256 mb]

Реализуйте структуру данных, которая поддерживает множество S целых чисел, с котором разрешается производить следующие операции:

- add(i) добавить в множество S число i (если он там уже есть, то множество не меняется);
- sum(l,r) вывести сумму всех элементов x из S, которые удовлетворяют неравенству $l\leqslant x\leqslant r.$

Формат входных данных

Исходно множество S пусто. Первая строка входного файла содержит n — количество операций ($1 \le n \le 300\,000$). Следующие n строк содержат операции. Каждая операция имеет вид либо «+ i», либо «? l r». Операция «? l r» задает запрос sum(l,r).

Если операция «+ i» идет во входном файле в начале или после другой операции «+», то она задает операцию add(i). Если же она идет после запроса «?», и результат этого запроса был y, то выполняется операция $add((i+y) \bmod 10^9)$.

Во всех запросах и операциях добавления параметры лежат в интервале от 0 до 10^9 .

Формат выходных данных

Для каждого запроса выведите одно число — ответ на запрос.

sum2.in	sum2.out
6	3
+ 1	7
+ 3	
+ 3	
? 2 4	
+ 1	
? 2 4	

Задача В. К-ый максимум [0.5 sec, 256 mb]

Напишите программу, реализующую структуру данных, позволяющую добавлять и удалять элементы, а также находить k-й максимум.

Формат входных данных

Первая строка входного файла содержит натуральное число n — количество команд $(n \le 100\,000)$. Последующие n строк содержат по одной команде каждая. Команда записывается в виде двух чисел c_i и k_i — тип и аргумент команды соответственно $(|k_i| \le 10^9)$. Поддерживаемые команды:

- +1 (или просто 1): Добавить элемент с ключом k_i .
- 0: Найти и вывести k_i -й максимум.
- -1: Удалить элемент с ключом k_i .

Гарантируется, что в процессе работы в структуре не требуется хранить элементы с равными ключами или удалять несуществующие элементы. Также гарантируется, что при запросе k_i -го максимума, он существует.

Формат выходных данных

Для каждой команды нулевого типа в выходной файл должна быть выведена строка, содержащая единственное число — k_i -й максимум.

kthmax.in	kthmax.out
11	7
+1 5	5
+1 3	3
+1 7	10
0 1	7
0 2	3
0 3	
-1 5	
+1 10	
0 1	
0 2	
0 3	

Первое домашнее задание: AVL, treap СПБ, Академический Университет, 11 февраля 2015

Задача С. Неявный Ключ [1.5 sec, 256 mb]

Научитесь быстро делать две операции с массивом: • add i x — добавить после *i*-го элемента x $(0 \le i \le n)$ • del i — удалить *i*-й элемент $(1 \le i \le n)$

Формат входных данных

На первой строке n_0 и m ($1 \le n_0, m \le 10^5$) — длина исходного массива и количество запросов. На второй строке n_0 целых чисел от 0 до 10^9-1 — исходный массив. Далее m строк, содержащие запросы. Гарантируется, что запросы корректны: например, если просят удалить i-й элемент, он точно есть.

Формат выходных данных

Выведите конечное состояние массива. На первой строке количество элементов, на второй строке сам массив.

implicitkey.in	implicitkey.out
3 4	3
1 2 3	9 2 8
del 3	
add 0 9	
add 3 8	
del 2	

Задача D. Range Minimum Query [1.5 sec, 256 mb]

Компания *Giggle* открывает свой новый офис в Судиславле, и вы приглашены на собеседование. Ваша задача — решить поставленную задачу.

Вам нужно создать структуру данных, которая представляет из себя массив целых чисел. Изначально массив пуст. Вам нужно поддерживать две операции:

- запрос: «? і j» возвращает минимальный элемент между i-ым и j-м, включительно;
- изменение: «+ і \mathbf{x} » добавить элемент x после i-го элемента списка. Если i=0, то элемент добавляется в начало массива.

Конечно, эта структура должна быть достаточно хорошей.

Формат входных данных

Первая строка входного файла содержит единственное целое число n — число операций над массивом ($1 \le n \le 200\,000$). Следующие n строк описывают сами операции. Все операции добавления являются корректными. Все числа, хранящиеся в массиве, по модулю не превосходят 10^9 .

Формат выходных данных

Для каждой операции в отдельной строке выведите её результат.

rmq.in	rmq.out
8	4
+ 0 5	3
+ 1 3	1
+ 1 4	
? 1 2	
+ 0 2	
? 2 4	
+ 4 1	
? 3 5	

Задача Е. Вперёд! [1 sec, 256 mb]

Капрал Дукар любит раздавать приказы своей роте. Самый любимый его приказ — "Вперёд!". Капрал строит солдат в ряд и отдаёт некоторое количество приказов, каждый из них звучит так: "Рядовые с l_i по l_j — вперёд!"

Перед тем, как Дукар отдал первый приказ, солдаты были пронумерованы от 1 до n, слева направо. Услышав приказ "Рядовые с l_i по l_j — вперёд!", солдаты, стоящие на местах с l_i по l_j включительно, продвигаются в начало ряда, в том же порядке, в котором были.

Например, если в какой-то момент солдаты стоят в порядке 1, 3, 6, 2, 5, 4, то после приказа "Рядовые с 2 по 3 — вперёд!", порядок будет таким: 3, 6, 1, 2, 5, 4. А если потом Капрал вышлет вперёд солдат с 3 по 4, то порядок будет уже таким: 1, 2, 3, 6, 5, 4.

Вам дана последовательность из приказов Капрала. Найдите порядок, в котором будут стоять солдаты после исполнения всех приказов.

Формат входных данных

В первой строке входного файла указаны числа n и m ($2 \le n \le 100\,000$, $1 \le m \le 100\,000$) — число солдат и число приказов. Следующие m строк содержат приказы в виде двух целых чисел: l_i и r_i ($1 \le l_i \le r_i \le n$).

Формат выходных данных

Выведите в выходной файл n целых чисел — порядок, в котором будут стоять солдаты после исполнения всех приказов.

movetofront.in	movetofront.out
6 3	1 4 5 2 3 6
2 4	
3 5	
2 2	

Бонус

Задача F. Вставка ключевых значений [2 sec, 256 mb]

Bac наняла на работу компания MacroHard, чтобы вы разработали новую структуру данных для хранения целых ключевых значений.

Эта структура выглядит как массив A бесконечной длины, ячейки которого нумеруются с единицы. Изначально все ячейки пусты. Единственная операция, которую необходимо поддерживать — это операция Insert(L,K), где L — положение в массиве, а K — некоторое положительное целое ключевое значение.

Операция выполняется следующим образом:

- Если ячейка A[L] пуста, то присвоить A[L] := K.
- Если ячейка A[L] непуста, выполнить Insert(L+1,A[L]), а затем присвоить A[L]:=K.

По заданной последовательности из N целых чисел L_1, L_2, \ldots, L_N вам необходимо вывести содержимое этого массива после выполнения следующей последовательности операций:

```
Insert(L_1, 1)

Insert(L_2, 2)

...

Insert(L_N, N)
```

Формат входных данных

В первой строке входного файла содержится N — число операций Insert и M — максимальный номер позиции, которую можно использовать в операции Insert. ($1 \le N \le 131\,072$, $1 \le M \le 131\,072$).

В следующей строке даны N целых чисел L_i , которые описывают операции Insert $(1 \leq L_i \leq M)$.

Формат выходных данных

Выведите содержимое массива после выполнения данной последовательности операций Insert. На первой строке выведите W — номер последней несвободной позиции в массиве. Далее выведите W целых чисел — $A[1], A[2], \ldots, A[W]$. Для пустых ячеек выводите нули.

key.in	key.out
5 4	6
3 3 4 1 3	4 0 5 2 3 1

Задача G. Permutations [10 sec, 256 mb]

Consider a cyclic alphabet which consists of the first ten letters of the usual Latin alphabet. It is called cyclic because the next letter after 'a' is 'b', the next after 'b' is 'c' and so on. The last letter 'j' is followed by the first letter 'a'.

You are given an initial string S which contains only the letters of this cyclic alphabet. You should process queries of three kinds:

- \bullet Reverse substring of S from L to R, inclusive.
- For substring of S from L to R, inclusive, replace each character with the D-th next character in the cyclic alphabetical order.
- For substring of S from L to R, inclusive, return the number of distinct permutations of the characters of this substring modulo $10^9 + 7$.

Формат входных данных

The first line of input contains one integer N ($1 \le N \le 10^5$) — the length of the string S, followed by the string S on the second line. The string contains only lowercase Latin letters from 'a' to 'j', inclusive. The third line contains an integer M ($1 \le M \le 10^5$) — the number of queries. It is followed by M lines, each of which represents one of the following three types of queries:

- -1 L R $(1 \le L \le R \le N)$ reverse substring from L to R.
- 0 L R D $(1 \le L \le R \le N, 0 < D \le N)$ replace each letter with the *D*-th next letter in the cyclic alphabetical order.
- 1 L R $(1 \le L \le R \le N)$ return the number of distinct permutations of the characters of substring [L, R] of S.

Формат выходных данных

For each query of type "1 L R", return the answer modulo $10^9 + 7$.

permutations.in	permutations.out
6	180
abcabc	
3	
-1 1 6	
0 1 3 1	
1 1 6	

Задача H. Persistent List [3 sec, 256 mb]

Даны N списков. Каждый состоит из одного элемента.

Нужно научитсья совершать следующие операции:

- merge взять два каких-то уже существующих списка и породить новый, равный их конкатенации.
- head взять какой-то уже существующий список L и породить два новых, в одном первый элемент L, во втором весь L кроме первого элемента.
- \bullet tail взять какой-то уже существующий список L и породить два новых, в одном весь L кроме последнего элемента, во втором последний элемент L.

Для свежесозданных списков нужно говорить сумму элементов в них по модулю 10^9+7 .

Формат входных данных

Число N ($1 \le N \le 10^5$). Далее N целых чисел от 1 до 10^9 — элементы списков. Исходные списки имеют номера — $1, 2, \cdots, N$.

Затем число M $(1\leqslant M\leqslant 10^5)$ — количество операций. Далее даны операции в следующем формате:

- merge i j
- head i
- tail i

 Γ де і и ј — номера уже существующих списков. Если в текущий момент имеется K списков, новый список получает номер K+1.

Для операций head и tail считается, что сперва порождается левая часть, затем правая (см. пример). Также вам гарантируется, что никогда не будут порождаться пустые списки.

Формат выходных данных

Для каждого нового списка нужно вывести сумму элементов по модулю $10^9 + 7$.

plist.in	plist.out
4	3
1 2 3 4	7
7	10
merge 1 2	3
merge 3 4	7
merge 6 5	5
head 7	2
tail 9	5
merge 2 3	2
merge 1 1	