



Arbetsmaterial till Seminarium 1

Uppgift 1. Lös nedanstående ekvationer. Var noga med att hitta *alla* lösningar.

- (a) $\sin 2x = -1/\sqrt{2}$.
- (b) $\tan 3x = \sqrt{3}$.
- (c) $|2x + 1| = |x|$.
- (d) $|x - 2| \leq 2$.

Uppgift 2. Bestäm definitionsmängderna till nedanstående funktioner. Avgör också om de är begränsade och om de är udda eller jämna.

- (a) $g(t) = 1/\sqrt{1-2t}$.
- (b) $h(x) = 1/(6x^2 + 12x - 48)$.

Uppgift 3. Beräkna nedanstående gränsvärden.

$$a) \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 3x + 5}{5x^2 + 2x + 3} \qquad b) \quad \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x + 3}{x^2 - 9} \qquad c) \quad \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x + 3}{x^2 - 9}.$$

Uppgift 4. Bestäm konstanten k så att funktionen

$$g(x) = \begin{cases} \frac{\sin kx}{x}, & x \neq 0 \\ 4, & x = 0 \end{cases}$$

blir kontinuerlig i origo. Är funktionen därmed kontinuerlig för alla x ?

Uppgift 5. Visa med hjälp av satsen om mellanliggande värden att $p(x) = x^5 + x^3 + 1$ har ett nollställe mellan -1 och 0 . Ligger nollstället närmare -1 eller närmare 0 ? Hur kan du vara säker på att det inte finns flera nollställen?

Uppgift 6. Förklara hur du kan veta att funktionen $f(x) = (x^3 + x \tan^9 x)^{47}$ antar ett största och ett minsta värde när x varierar i intervallet $[0, 1]$. Vad

kan du säga om samma funktion på intervallet $[0, 2]$? (Vinkelmåttet är radianer).

Uppgift 7. En parkeringsmätare tar betalt enligt följande: Den första påbörjade timmen kostar 4 kronor och därefter kostar det 2 kronor för varje ytterligare påbörjad timme, upp till det maximala beloppet 10 kronor. Låt $h(t)$ vara parkeringskostnaden som funktion av tiden t timmar. Skissa funktionsgrafén $y = h(t)$ för $0 \leq t \leq 4$. I vilka punkter är h kontinuerlig?

Uppgift 8.

- (a) Finns det någon funktion som är både udda och jämn?
- (b) Finns det någon funktion som varken är udda eller jämn?
- (c) Om f är en udda funktion, vad är $f(0)$?

Uppgift 9. En kurva i xy -planet ges av ekvationen $x^2 + 2x + y^2 - 4y = 4$. Rita kurvan! Är det en funktionskurva, $y = f(x)$, för någon funktion f ?

Uppgift 10. Avgör om nedanstående påståenden är sanna eller falska.

- (a) $x = 2 \implies x^2 = 4$.
- (b) $x^2 = 4 \implies x = 2$.
- (c) $x \sin x = x \implies \sin x = 1$.

Uppgift 11. Skylt i en mataffär: Vi säljer öl till dig som är minst 18 år. Vad menar de som skrev skylten? Vad står det egentligen på skylten? Är det samma sak? Formulera gärna med hjälp av ”om ..., så ...” eller med hjälp av implikationspil.