

## KTH-Matematik

### Tentamenskrivning, 2009-03-09, kl. 08.00-13.00

### SF1625, envariabel analys för CINTE1(IT) och CMIEL1(ME ) (7,5hp)

**Preliminära gränser.** Registrerade på kursen SF1625 får graderat betyg enligt skalan A (högsta betyg), B, C, D, E (lägsta godkända betyg), F (underkänt). Betygsgränserna är

26-28p för betyg A;23-25p för betyg B;20-22p för betyg C;17-19p för betyg D;14-16p för betyg E.

Den som fick 13p får tillfälligt betyg Fx som kan kompletteras till betyg E. Om kompletteringen misslyckas förvandlas betyget Fx till F. Kontakta i så fall läraren!

De som är redan registrerade på 5B1147 får betyg 5, 4, 3, K, U enligt det gamla systemet. Betygsgränserna då är 26p för betyg 5;22p för betyg 4;14p för betyg 3. Den som fick 13p får tillfälligt att kompletteras till betyg 3

**Samtliga behandlade uppgifter skall förses med utförlig och tydlig lösning. Lösningsförslaget skall textförklaras. Bristande läsbarhet medför poängavdrag. ( Kladdpaper skall inte lämnas in.)  
Inga hjälpmedel!**

Den som blivit godkänd på KS  $X$ ,  $1 \leq X \leq 4$ , hoppar över motsvarande uppgift nedan och får full poäng på uppgiften. Är man godkänd på KS X, så skall motsvarande tal X inte räknas om.

#### 3-poänguppgifter

1. Låt  $f(x) = \frac{\sin x}{x} + A \arctan x + B$ .

Bestäm konstanterna  $A$  och  $B$  så att  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 3$  och  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$ .

2. Beräkna största och minsta värdet av funktionen  $f(x) = \sqrt{1-x} + \arcsin x$ ,  $-1 \leq x \leq 1$ .

3. En behållare full med en viss vätska har formen av den kropp som uppstår då det  
ändliga område som begränsas av  $y = \sqrt{\frac{x+1}{x^2+1}}$ ,  $0 \leq x \leq 1$  roterar ett varv kring  $x$ -  
axeln. I nedersta del av behållaren finns en kran som släpper ut vätskan med 1v.e/s.  
Hur lång tid tar det att tömma ut behållaren ?

4. Använd t ex uppskattning av summor med integraler för att finna minsta antal termer i  
serier  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{1+k^5}$  som behövs för att approximera summan med ett fel  $\leq \frac{1}{4} 10^{-4}$ .

**Var god vänd**

## 4-poängsuppgifter

5. Bestäm den lösning till differentialekvationen  $y'' - 2y' + 2y = 2x^2 - 2$  som uppfyller  $y(0) = 0$  och  $y'(0) = 0$ .

6. Bestäm *arean* av området  $D = \left\{ (x, y) : 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}, 0 \leq y \leq \frac{4 \cos x}{4 - \sin^2 x} \right\}$

(Tips sätt  $t = \sin x$  i integralen).

7. Låt  $f(x) = e^x + e^{-x} - x$ .

(a) Bestäm funktionens eventuella stationära punkter.

(b) Har funktionen ett minsta värde?. Bestäm i så fall i vilken punkt detta värde antas.

8. Antag att  $f(0) = 2, f'(0) = 1, f'(1) = 0$  samt att  $\int_0^1 f(x)e^x dx = \int_0^1 f''(x)e^x dx$ . Beräkna  $f(1)$ .