



KTH Teknikvetenskap

**SF1625 Envariabelanalys
Tentamen
2010-12-15**

Skrivtid: 5 timmar

Hjälpmittel: Inga

Examinator: Lars Filipsson

Kursansvariga lärare: Jockum Aniansson, Kristian Bjerklöv, Karim Daho, Tomas Ekholm, Lars Filipsson, Armin Halilovic, Jens Hoppe, Göran Hulth, Axel Hultman, Kirsti Mattila, Serguei Shimorin, Jan-Olov Strömberg.

Tentamen består av nio uppgifter som vardera ger maximalt fyra poäng.

På uppgifterna 1-3, som utgör del A, är det endast möjligt att få 0, 3 eller 4 poäng. Dessa tre uppgifter kan ersättas med resultat från den löpande examinationen. De två kontrollskrivningarna svarar mot uppgift 1 och 2 och seminarierna mot uppgift 3. Godkänd kontrollskrivning eller godkänd seminarieserie ger 3 poäng på motsvarande uppgift och väl godkänd kontrollskrivning eller seminarieserie ger 4 poäng. För att höja poängen från den löpande examinationen från 3 till 4 poäng krävs att hela uppgiften lösas korrekt. Resultatet från den löpande examinationen kan endast tillgodoskrivas vid ordinarie tentamen och ordinarie omtentamen för den aktuella kursomgången.

Uppgifterna 4-6 utgör del B och uppgifterna 7-9 utgör del C. Del C är främst till för de högre betygen.

Betygsgränserna vid tentamen kommer att ges av:

Betyg: A B C D E Fx

Poängsumma: 27 24 21 18 16 15

Poäng del C: 6 3 - - - -

För full poäng på en uppgift krävs att lösningen är väl presenterad och lätt att följa. Det innebär speciellt att införda beteckningar förklaras, att den logiska strukturen tydligt beskrivs i ord eller symboler och att resonemangen är väl motiverade och tydligt förklarade. Lösningar som allvarligt brister i dessa avseenden bedöms med högst två poäng. *Lycka till!*

DEL A

1. Bestäm de punkter på kurvan $y = \frac{9x^2 + 1}{x}$ där tangenten är horisontell (dvs parallell med x -axeln). Bestäm också tangenternas ekvationer i dessa punkter.
2. Betrakta integralen $\int_1^4 \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$.
 - A. Använd substitutionen $u = \sqrt{x}$ för att skriva om integralen.
 - B. Beräkna integralen med hjälp av omskrivningen i uppgift A.
3. Bestäm den lösning $y(t)$ till differentialekvationen $y''(t) + 4y(t) = 4$ som också uppfyller initialvillkoren $y(0) = 1$ och $y'(0) = 8$.

DEL B

4. Differentialekvationen $\frac{du}{dt} = -\frac{u}{RC}$ beskriver spänningen u vid tiden t när en kondensator med kapacitans C laddas ur över ett motstånd med resistans R . Lös differentialekvationen och bestäm spänningen som funktion av tiden, om $R = 1$, $C = 0.2$ och $u(0) = 10$.
5. Bestäm, för varje positivt heltal n , en primitiv funktion till funktionen f_n , som ges av $f_n(x) = x^n \ln x$.
6. Skriv upp en Riemannsumma med fyra delintervall som approximerar integralen $\int_1^3 \frac{dt}{t}$.

DEL C

7. A. Förlara i vilken mening $\int_0^\infty \frac{x \, dx}{x^4 + 1}$ är en generalisering av en normalintegral och beräkna den.
B. Avgör om serien $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k}{k^4 + 1}$ är konvergent eller divergent.
8. Bestäm en approximation av $\int_0^{1/4} e^{-x^2} dx$ som ligger högst en hundradel från det verkliga värdet.
9. Bestäm värdemängden till funktionen $f(x) = \arcsin(2x^2 - 1) + 2 \arccos x$, $0 \leq x \leq 1$.