



**SF1625 Envariabelanalys  
Tentamen  
Måndagen 8 januari 2018**

Skrivtid: 8.00-11.00

Tillåtna hjälpmaterial: inga

Examinator: Roy Skjelnes

Tentamen består av tre delar; A, B och C, som vardera ger maximalt 12 poäng. Till antalet erhållna poäng från del A adderas dina bonuspoäng, upp till som mest 12 poäng. Poängsumman på del A kan alltså bli högst 12 poäng, bonuspoäng medräknade. Bonuspoängen beräknas automatiskt och antalet bonuspoäng framgår av din resultatsida.

Betygsgränserna vid tentamen kommer att ges av

Betyg	A	B	C	D	E	Fx
Total poäng	27	24	21	18	16	15
varav från del C	6	3	–	–	–	–

För full poäng på en uppgift krävs att lösningen är väl presenterad och lätt att följa. Det innebär speciellt att införda beteckningar ska definieras, att den logiska strukturen tydligt beskrivs i ord eller symboler och att resonemangen är väl motiverade och tydligt förklarade. Lösningar som allvarligt brister i dessa avseenden bedöms med högst två poäng.

*Var god vänd!*

## DEL A

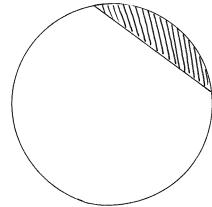
1. Rita funktionsgrafen till funktionen  $f(x) = |x - 3| + |x| - 4$ . **(6 p)**
2. Bestäm alla primitiva funktioner till  $f(x) = \frac{x-1}{x^2 - 5x + 6}$ . **(6 p)**

## DEL B

3. Vi har funktionen  $f(x) = \frac{\sin x}{\cos^3 x} \sqrt{1 + \cos^{-2}(x)}$ . Använd substitutionen  $u = 1/\cos x$  för att bestämma  $\int_0^{\pi/4} f(x) dx$ . **(5 p)**
4. Polynomet  $P(x) = \frac{2}{9} + \frac{8}{9}x - \frac{1}{9}x^2$  är Taylorpolynomet av grad 2, omkring  $x = 1$ , till funktionen  $f(x) = x^{2/3}$ .
- (a) Använd Taylors Sats för att beskriva funktionen  $E(x) = f(x) - P(x)$  omkring punkten  $x = 1$ . **(2 p)**
- (b) Visa att  $|4^{1/3} - \frac{14}{9}| \leq \frac{4}{81}$ . **(5 p)**

## DEL C

5. Avgör om integralen  $\int_2^\infty \frac{1}{\sqrt{x^3 - 1}} dx$  är konvergent eller divergent. **(6 p)**
6. Ett cirkelsegment  $S$  är en del av en cirkelskiva som begränsas av en cirkelbåge och en rät linje (korda) som skär cirkeln i två punkter. (Se skuggade området i figuren.) Låt cirkeln ha radie  $r$ , och låt cirkelbågen uppta vinkel  $t$ , sedd från cirkelns centrum ( $t < \pi$ ). Detta ger ett cirkelsegment  $S_t$ . Låt  $A(S_t)$  vara arean av cirkelsegmentet  $S_t$ . Beräkna gränsvärdet



$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{A(S_t)}{t^3}. \quad \text{(6 p)}$$