

KTH Matematik
Karim och Olle

**Tentamen i SF1625 Envariabelanalys för CELTE1, CINTE1,
CMAST1, CMIEL1, CMED1 och CSAM1,
09–06–01, kl. 8.00–13.00.**

- Inga hjälpmmedel.
- Du som har fått godkänt på kontrollskrivning i (där $i = 1, 2, 3, 4$) får automatiskt full poäng på tal i .
- Betygsgränser: 26–28 poäng ger betyget A, 23–25 poäng ger betyget B, 20–22 poäng ger betyget C, 17–19 p ger betyget D och 14–16 p ger betyget E.
- Om du har fått 13 poäng så får du betyget Fx och har då möjlighet att göra en kompletteringstentamen. Kontakta din kursledare i så fall.
- För äldre teknolger ges betygen 5, 4, 3, K med krav som för A, B/C, D/E respektive Fx.
- **Samtliga behandlade uppgifter skall förses med utförliga och tydliga lösningar! Bristande läsbarhet medför poängavdrag!!**

1. Beräkna

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{x^2 + 4x} - \sqrt{x^2 + 2x} \right). \quad (3p)$$

2. Bestäm ett värde på konstanten a så att kurvorna $y = ax^2$ och $y = \ln x$ har samma tangent i någon gemensam punkt. (3p)

3. Beräkna längden av kurvan

$$y = \sqrt{1 - x^2} + \arcsin x, \quad 0 \leq x \leq 1. \quad (3p)$$

4. Bestäm gränsvärdet

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\int_1^x \sqrt{3 + t^2} dt}{\sin(\pi x)}. \quad (3p)$$

5. Bestäm den allmänna lösningen till differentialekvationen

$$y'' - 2y' + y = 2 \sin x + 5e^{5x}. \quad (4\text{p})$$

6. Bestäm det största och det minsta värdet av funktionen

$$f(x) = \arcsin 3x + 2\sqrt{1 - 9x^2} \text{ på intervallet } -1/3 \leq x \leq 1/3. \quad (4\text{p})$$

7. Bestäm ekvationen för den räta linje som går genom punkten $(1, 2)$ och som tillsammans med de *positiva* koordinataxlarna bildar en triangel med så liten area som möjligt. (4p)

8. Bestäm den positiva konstanten a så att

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{a+2x} - \sqrt{a+x} - x}{x^2}$$

existerar ändligt, samt beräkna motsvarande gränsvärde. (4p)

**Lycka till!
Karim och Olle.**