

KTH-Matematik

Tentamenskrivning, 2008-03-10, kl. 14.00-19.00

SF1625, Envariabelanalys för CINTE1(IT) och CMIEL1(ME) (7,5hp)

Preliminära gränser. Registrerade på kursen SF1625 får graderat betyg enligt skalan A (högsta betyg), B, C, D, E (lägsta godkända betyg), F (underkänt). Betygsgränserna är

26-28p för betyg A;23-25p för betyg B;20-22p för betyg C;17-19p för betyg D;14-16p för betyg E.

Den som fick 13p får tillfälligt betyg Fx som kan kompletteras till betyg E. Om kompletteringen misslyckas förvandlas betyget Fx till F. Kontakta i så fall läraren!

De som är redan registrerade på 5B1147 får betyg 5, 4, 3,K, U enligt det gamla systemet. Betygsgränserna då är 26p för betyg 5;22p för betyg 4;14p för betyg 3. Den som fick 13p får tillfälligt att kompletteras till betyg 3

**Samtliga behandlade uppgifter shall förses med utförlig och tydlig lösning. Lösningsförslaget shall textförförklaras. Bristande läsbarhet medför poängavdrag. (Kladdpaper shall inte lämnas in.)
Inga hjälpmmedel!**

Den som blivit godkänd på KS X , $1 \leq X \leq 4$, hoppar över motsvarande uppgift nedan och får full poäng på uppgiften. Är man godkänd på KS X, så skall motsvarande tal X inte räknas om.

3-poänguppgifter

1. Bestäm alla sneda asymptoter till kurvan $f(x) = \frac{2x^3 + 2x}{3x^2 - 3}$.

2. Undersök om $\ln x \leq x - 1$ för $x > 0$.

3. En behållare full med en viss vätska har formen av den kropp som uppstår då det ändliga området som begränsas av kurvorna $y = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$ och $y = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$ roterar ett varv kring x -axeln. I nedersta delen av behållaren finns en kran som släpper ut vätskan med 1(v.e/s). Hur lång tid tar det att tömma behållaren?

4. Hur många riskorn behövs för att på ett schackbrädes 64 rutor lägga 1 riskorn på brädets första ruta, 3 på dess andra, 9 på dess tredje och så vidare, genom att vi varje gång multiplicerar antalet från föregående ruta med 3, till och med dess 64:e och sista ruta.

4-poängsuppgifter

5. Bestäm den lösning till differentialekvationen $y'' - 2y' + 4y = 13\sin x$ som uppfyller $y(0) = 0$ och $y'(0) = 0$.

6. Bestäm värdemängden till funktionen $f(x) = \arctan(2x^2 + 1) - \arctan\left(\frac{x^2}{x^2 + 1}\right)$.

7. Bestäm det minsta antal termer i serier $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{1+k^4}$ som behövs för att approximera summan med ett fel $\leq \frac{1}{3}10^{-3}$. Förklara vad du gör med en figur.

8. Vilket av talen $\sqrt[n]{n}$ $n = 2, 3, 4, \dots$ är störst?

(Tips: studera funktionen $f(x) = x^{\frac{1}{x}} = e^{\frac{\ln x}{x}}$ för $x > 0$)