

**Tentamenskrivning, 2007-03-13, kl. 08.00-13.00
5B1147, envariabelanalys för IT och ME (5p)**

Preliminära gränser för betygen 3, 4 och 5 är 14, 19 och 24 poäng. Samtliga behandlade uppgifter skall förses med utförlig och tydlig lösning. Lösningsförslaget skall textförkaras **Bristande läsbarhet medför poängavdrag. (kladdpaper skall inte lämnas in)**
Inga hjälpmedel

Den som blivit godkänd på KS X , $1 \leq X \leq 4$, hoppar över motsvarande uppgift nedan och får full poäng på uppgiften. Är man godkänd på KS X , så skall motsvarande tal X inte räknas om

3-poänguppgifter

1. Beräkna $\sin\left(\arcsin\frac{7}{8} + \arccos\frac{1}{4}\right)$
2. Bestäm det största och det minsta värdet av funktionen

$$f(x) = \arcsin 4x + 2\sqrt{1 - 16x^2}, -\frac{1}{4} \leq x \leq \frac{1}{4}$$
3. Bestäm arean av området $D = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 1, y = \arctan x\}$
4. Bestäm den minsta antal termer i serier $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^4}$ som behövs för att approximera summan med ett fel $\leq \frac{1}{3} \cdot 10^{-3}$

4-poänguppgifter

5. En behållare full med vätska har formen av den rotationskropp som uppstår då området

$$D = \left\{ (x, y) : 0 \leq y \leq \sqrt{\frac{1}{(x-2)(x-4)}}, 5 \leq x < \infty \right\} \text{ roterar ett varv kring } x\text{-axeln.}$$

I den nedersta delen av behållaren finns en kran som släpper ut vätskan med en volym enhet per sekond (1 v.e/s). Hur mycket tid behövs för att tömma ut hela behållaren.

6. En myra rör sig med en längd enhet per sekund (l.e/s) på banan $f(x) = \int_0^x \sqrt{\cos^4 x \sin^2 x - 1} dx$,

$0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$. Hur mycket tid behöver myran för att gå över hela banan (från start till slutet av banan).

7. Bestäm den allmänna lösningen till ekvationen $y'' - 8y' + 16y = 80x - 40 + 5e^{5x}$

- 8a. Bestäm ekvationen för normalen till kurvan $y = \frac{x-1}{\sqrt{1+2x-x^2}}$ i punkten $(2,1)$. (1p)

- 8b. Kurvan $y = \frac{x-1}{\sqrt{1+2x-x^2}}$ och dess normal i punkten $(2,1)$ begränsar tillsammans med x -axeln ett ändligt område. Beräkna dess area. (3p)

Lycka till