

Talteori 6hp, Kurskod TATA54, Provkod TEN1

22 aug 2024 kl 14-18

LINKÖPINGS UNIVERSITET

Matematiska Institutionen

Examinator: Jan Snellman

Alla problem ger maximalt 3 poäng. Full poäng kräver fullständig lösning.
8p räcker för betyg 3, 11p för betyg 4, 14p för betyg 5.

- 1) Hur många lösningar har kongruensen

$$x^4 + 2x + 4 \equiv 0 \pmod{625}$$

- 2) Hitta alla rationella punkter på kurvan

$$x^2 + 2y^2 - 1 = 0.$$

Annorlunda uttryckt, hitta alla rationella lösningar till ekvationen (inte bara heltalslösningar).

- 3) Hur många lösningar har kongruensen $x^2 \equiv 187 \pmod{23}$?
4) Hur många lösningar har kongruensen $x^2 \equiv 23 \pmod{187}$?
5) Låt $r = 117/119$. Hitta positiva heltal a, b med $b < 119$ så att

$$|a/b - r| \leq |c/d - r|$$

för alla positiva heltal c, d med $d < 119$.

- 6) Låt $\tau(n)$ beteckna antalet positiva delare till det positiva heltalet n , och låt $[r]$ beteckna heltalsdelen av r . Gäller det att

$$\sum_{k=1}^n \tau(k) = \sum_{k=1}^n \left\lfloor \frac{n}{k} \right\rfloor$$

för alla positiva heltalet n ? Ge bevis eller motexempel.