

Fullständiga och väl motiverade lösningar krävs. Svaren ska framgå tydligt och vara rimligt slutförenklade. Betygsgränser:

Max	30 p	B	24 p	D	18 p
A	27 p	C	21 p	E	15 p

Bonuspoängen från terminens problemsamlingar räknas in under rätningen.

1. Beräkna gränsvärdena

$$(a) \lim_{n \rightarrow \infty} n \left(\sqrt{n^4 + 4n} - \sqrt{n^4 + n} \right) \quad (2p)$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan(x^2) - \arctan^2(x)}{x^4} \quad (3p)$$

2. Undersök lokala och globala extremvärden och asymptoter till funktionen (5p)

$$f(x) = \arctan(x) + \frac{1}{x+1},$$

samt skissa grafen. Bestäm för vilka $a \in V_f$ (dvs i värdemängden till f) som ekvationen $f(x) = a$ inte har unik lösning x .

Konvexitetsegenskaper behöver *inte* utredas.

3. I en halvcirkel med radie R inskrivs en rektangel, så att rektangelns ena sida ligger längs med halvcirkelns diameter. Beräkna rektangelns största möjliga omkrets. (5p)

4. Beräkna $\iint_D \sin(y^2) dx dy$ om D ges av $|x| \leq 2y \leq 2$. (5p)

5. Bestäm det största och minsta värdet som funktionen (5p)

$$f(x, y) = xy - 4 \ln(x^2 + y^2)$$

antar på området $1 \leq x^2 + y^2 \leq 2$.

6. (a) Bestäm den lösning till differentialekvationen (2.5p)

$$xy' + 2y - 2e^{x^2-1} = 0$$

som uppfyller $y(1) = 2$.

- (b) Bestäm den lösning till differentialekvationen (2.5p)

$$xy' + 2y^2 = 2y$$

som uppfyller $y(1) = 1/2$.