

Fullständiga och väl motiverade lösningar krävs. Svaren ska framgå tydligt och vara rimligt slutförenklade.

1. Bestäm med delkursens metoder (så t ex inte med l'Hospitals regel) gränsvärdena

(a) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x^2 + 3} - 2}{|1 - x|}$, (3p)

(b) $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\ln(2x) - \ln(\sin(x)))$. (3p)

2. Undersök lokala och globala extremvärden och asymptoter till funktionen (6p)

$$f(x) = \frac{|x + 1|}{\sqrt{x^2 + 1}},$$

samt skissa grafen. Konvexitet behöver inte undersökas.

3. (a) Bestäm $\int x^3 e^x dx$. (3p)

- (b) Avgör om den generaliserade integralen $\int_0^\infty \frac{e^x}{1 + e^{2x}} dx$ är divergent eller konvergent och bestäm integralens värde om den är konvergent. (3p)

4. Bestäm alla tangenter till grafen $y = \ln(x)$ som går genom punkten $(0, 1)$. (6p)

5. Antag att $f(x)$ är en deriverbar funktion och låt $g(x) = xf(x)$.

- (a) Visa utifrån derivatans definition att (4p)

$$g'(x) = f(x) + xf'(x).$$

- (b) Om funktionen $f(x)$ dessutom uppfyller att $f(0) = 0$, måste $g(x)$ då ha en lokal extrempunkt i punkten $x = 0$? Motivera ditt svar. (2p)