

Fullständiga och väl motiverade lösningar krävs. Svaren ska framgå tydligt och vara rimligt slutförenklade.

1. Bestäm med delkursens metoder (så t ex inte med l'Hospitals regel) gränsvärdena

(a)  $\lim_{x \rightarrow 1+} \frac{\sqrt{x^2 + 3} - 2}{|1 - x|},$  (3p)

(b)  $\lim_{x \rightarrow 0+} (\ln(2x) - \ln(\sin(x))).$  (3p)

2. Undersök lokala och globala extremvärden och asymptoter till funktionen (6p)

$$f(x) = \frac{|x + 1|}{\sqrt{x^2 + 1}},$$

samt skissera grafen. Konvexitet behöver inte undersökas.

3. (a) Bestäm  $\int x^3 e^x dx.$  (3p)

- (b) Avgör om den generaliserade integralen  $\int_0^\infty \frac{e^x}{1 + e^{2x}} dx$  är divergent eller konvergent och bestäm integralens värde om den är konvergent. (3p)

4. Bestäm alla tangenter till grafen  $y = \ln(x)$  som går genom punkten  $(0, 1).$  (6p)

5. Antag att  $f(x)$  är en deriverbar funktion och låt  $g(x) = xf(x).$

- (a) Visa utifrån derivatans definition att (4p)

$$g'(x) = f(x) + xf'(x).$$

- (b) Om funktionen  $f(x)$  dessutom uppfyller att  $f(0) = 0$ , måste  $g(x)$  då ha en lokal extrempunkt i punkten  $x = 0$ ? Motivera ditt svar. (2p)