

Fullständiga och väl motiverade lösningar krävs. Svaren ska framgå tydligt och vara rimligt slutförenklade. Betygsgränser:

| | | | | | |
|-----|------|---|------|---|------|
| Max | 30 p | B | 24 p | D | 18 p |
| A | 27 p | C | 21 p | E | 15 p |

Bonuspoängen från terminens problemsamlingar räknas in under rättningen.

1. (a) Beräkna gränsvärdet $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{e^{2n} + 2^{3n}}$. (2p)

- (b) Beräkna gränsvärdet (3p)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \ln(1 + x^3) - \ln(1 + 2x^3)}{3 \sin(x^2) - \sin(3x^2)}.$$

2. Undersök lokala och globala extremvärden, konvexitetsegenskaper och asymptoter till funktionen $f(x) = x^3 e^x$, samt skissa grafen. (5p)

3. Bestäm största och minsta värde till funktionen $f(x, y) = (x + y)^2 - 6xy^2$ i området $x, y \geq 0, x+y \leq 3$. Ange även i vilka punkter respektive extremvärde antas. (5p)

4. Låt D vara rektangeln i xy -planet som bestäms av olikheterna $0 \leq x + y \leq 3$ och $-1 \leq x - y \leq 1$. Beräkna dubbelintegralen

$$\iint_D (x + y) e^{x^2 - y^2} dx dy.$$

5. (a) Bestäm den lösning till differentialekvationen $y'' - 3y' + 2y = e^x$ som uppfyller villkoret $y(0) = y'(0) = 0$. (3p)

- (b) Bestäm den lösning till differentialekvationen $xy' = 2x^2 + 2y$ (för $x > 0$) som uppfyller villkoret $y(1) = 1$. (3p)

6. Bestäm alla gemensamma tangenter till graferna $y = x^2$ och $y = x^2 - 4x + 5$. (4p)