

Fullständiga och väl motiverade lösningar krävs. Svaren ska framgå tydligt och vara rimligt slutförenklade.

1. Bestäm med delkursens metoder (så t.ex. inte med l'Hospitals regel) gränsvärdena

(a) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + an} - \sqrt{n^2 - bn})$, där a, b är reella konstanter. (3p)

(b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - e^x}{\sin(3x)}$ (3p)

2. Undersök lokala och globala extremvärden och asymptoter för funktionen (6p)

$$f(x) = \frac{x^2 - 3}{|x - 2|},$$

samt skissera grafen. Konvexitet behöver inte undersökas.

3. (a) Bestäm $\int \frac{x}{\sqrt{x-2}} dx$. (3p)

(b) Visa att den generaliserade integralen $\int_0^\infty \frac{\arctan(3x)}{1+9x^2} dx$ är konvergent och bestäm dess värde. (3p)

4. (a) Bestäm alla tangenter till kurvan $y = \frac{x^2}{1+x^2}$ som går genom origo. (5p)
Tips: Det finns 3 sådana tangenter.

(b) Ange (med motivering) någon punkt på y -axeln som inte passeras av någon tangent till kurvan i (a). (1p)

5. Betrakta funktionen $f(x) = x|x|$ för $x \in \mathbb{R}$.

(a) Visa att $f(x)$ är deriverbar i punkten $x = 0$. (3p)

(b) Ange en (enkel) formel för $f'(x)$ som gäller för alla $x \in \mathbb{R}$. (2p)

(c) Bestäm en primitiv funktion till $g(x) = |x|$. (1p)