

Hemtentamen i Envariabelanalys 1

2020-03-25 kl. 8.00–13.00

Observera att andra regler än normalt gäller. Följ instruktionerna noggrant.

- Hjälpmittel är tillåtna (böcker, miniräknare, dator, osv.). Men det är naturligtvis inte tillåtet att på något sätt samarbeta med eller ta hjälp av annan person.
- Lösningarna ska vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt **handskrivna** – om inte särskilda skäl såsom funktionshinder föreligger – och avslutade med ett svar. (Det är också tillåtet att skriva för hand med ritpenna på ritplatta eller surfplatta, men endast handskriven text.) **Även om räknehjälpmittel är tillåtna ska uträkningar redovisas lika noga som vanligt, dvs. som om man inte hade några hjälpmittel.**
- Använd inte rödpenna. Lös högst en uppgift per sida. Numrera sidorna (sorterade i uppgiftsordning).

Jourhavande lärare: Se kurshemsidan <http://courses.mai.liu.se/GU/TATA41/>

När du är **klar med tentan**, gör följande:

1. Märk varje sida med utbildningskod, program, namn och personnummer, t.ex.

TATA41 Yi Anna Andersson 900101-0000

2. Fotografera (eller skanna) varje sida. Kontrollera att bilderna är så pass tydliga att text och symboler går att läsa, annars kan vi inte rätta tentan.
3. Skicka bilderna med epost till

- tata41@mai.liu.se för TATA41
- mai-tenta@mai.liu.se för 91MA14, 92MA14 eller 9GMA02.

Skriv utbildningskod, program, namn och personnummer även i ämnesraden på ditt mejl. Mejlet får inte vara större än 25 MB (annars kommer det inte fram). Om nödvändigt, dela upp i flera mejl – meddela i så fall detta i varje mejl. Du får ett bekräftelsesvar på varje mejl.

Tentan måste ha inkommit till MAI senast 30 minuter efter skrivtidens slut, alltså kl. 13.30 om du ej har förlängd skrivtid. Observera att dessa 30 extra minuter **inte är skrivtid** utan avsedda för att hantera ovanstående punkter.

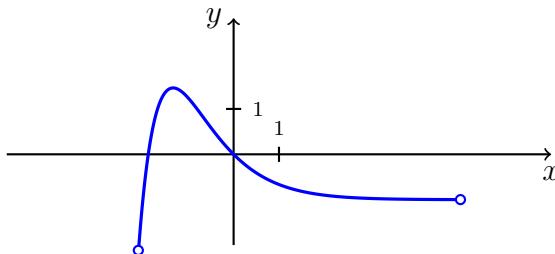
Det är ditt eget ansvar att **läsliga** bilder/filer skickas in **i tid** i enlighet med ovanstående instruktioner.

Tentamen innehåller denna gång bara 6 uppgifter, och inga överbetyg delas ut.

Godkänd uppgift ger 3 eller 2 poäng. Underkänd uppgift ger 1 eller 0 poäng. För betyg 3 på TATA41 resp. betyg G på 91MA14/92MA14/9GMA02 krävs minst 3 godkända uppgifter och minst 8 poäng.

Svar kommer att publiceras på kurshemsidan. Det blir ingen tentavisning, men skrivningarna kommer att vara tillgängliga via MAI:s studerandeexpedition.

1. Ange antalet **positiva** lösningar till ekvationen $(16 - x^2)e^{-x/3} = k$ för olika värden på parametern $k \in \mathbf{R}$. (Positiv = strängt större än noll.)
2. (a) Skissa grafen för en funktion som har positiv derivata på hela sin definitionsmängd, men inte är växande.
(b) Skissa grafen för en funktion som har definitionsmängd $[0, 3]$ och saknar största värde.
(c) Skissa grafen för någon (vilken som helst) primitiv funktion till f , om kurvan $y = f(x)$ ser ut så här:



3. Använd derivatans definition för att beräkna $f'(x)$ om

$$(a) \quad f(x) = e^{3x} \quad (b) \quad f(x) = \sqrt{x^2 + 1} \quad (c) \quad f(x) = \frac{2x}{2 - x}.$$

4. Låt $A = \int_1^2 \frac{\sin t}{\sqrt{t}} dt$ och $B = \int_2^4 \frac{\sin t}{\sqrt{t}} dt$. Beräkna, uttryckt i A och B :

$$(a) \quad \int_2^4 \sqrt{t} \cos t dt \quad (b) \quad \int_1^2 \sin(x^2) dx \quad (c) \quad \int_{-2}^{-1} \sin(x^2) dx.$$

5. Visa att $\sum_{k=1}^n \frac{\arctan k}{k^2} < \frac{\pi + \ln 2}{2}$ för alla positiva heltal n .

6. För $a > 0$, dra tangentlinjen till kurvan $y = x^2$ i punkten (a, a^2) och tangentlinjen till kurvan $y = \frac{1}{x}$ i punkten $(-a, -\frac{1}{a})$. Dessa linjer möts i en punkt P . Vilka värden kan P :s y -koordinat ha?