

## Tentamen i Envariabelanalys 1

2017-01-11 kl. 8.00–13.00

Inga hjälpmaterial. Lösningarna ska vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar. Svaren ska förstås ges på så enkel form som möjligt.

Varje uppgift kan ge högst 3 poäng. Uppgift räknas som godkänd om den bedöms med minst 2 poäng. För betyg  $n$  räcker  $4(n - 1)$  poäng och  $n$  godkända uppgifter ( $n = 3, 4, 5$ ). Svar finns efter skrivningstidens slut på kursens hemsida.

- Skissa grafen för  $f(x) = \left(\frac{1}{x} - 2\right)e^{-x}$ . Ange alla eventuella lodräta och vågräta asymptoter samt lokala extempunkter.

- Beräkna följande bestämda respektive obestämda integraler:

$$(a) \int_0^{\pi/2} \cos x \sin 2x \, dx \quad (b) \int_{-1}^1 x^7 e^{x^4} \, dx \quad (c) \int \arcsin 2x \, dx.$$

- Linus och Linnea ska konstruera en nyårsrektangel som omfattar 1 areaenhet. Kanterna ska kläs med två sorters gurlanger. Ett par av motstående sidor pyntas med budgetvarianten som väger 1 gram per längdenhet. Det andra paret draperas i lyxgurlanger om 2 gram per längdenhet. Vad väger gurlangerna på Linus och Linneas rektangel som minst?

- (a) Definiera vad som menas med att funktionen  $f$  är kontinuerlig i punkten  $a$ .  
(b) Finn konstanter  $A$  och  $B$  så att följande funktion är kontinuerlig på hela  $\mathbb{R}$ :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x \sin Ax}{e^{x^2} - 1} & \text{om } x < 0, \\ B & \text{om } x = 0, \\ \arctan(x 2^{1/x}) & \text{om } x > 0. \end{cases}$$

- Beräkna den generaliserade integralen  $\int_1^\infty \frac{8}{x^3 - x^2 + 3x + 5} \, dx$  (eller visa att den divergerar).
- Visa med definitionen av gränsvärde att  $\lim_{x \rightarrow 3} (x^2 - 6x) = -9$ .
- Antag att funktionerna  $f$  och  $g$  är kontinuerliga i en omgivning till  $a$  och att  $f$  och produkten  $fg$  är deriverbara i  $a$  medan  $g$  inte är det. Visa att  $f(a) = 0$ .