

Fullständiga och väl motiverade lösningar krävs. Svaren ska framgå tydligt och vara rimligt slutförenklade. Betygsgränser:

Max	30 p	B	24 p	D	18 p
A	27 p	C	21 p	E	15 p

Bonuspoängen från terminens problemsamlingar räknas in under rätningen.

1. (a) Beräkna gränsvärdet $\lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt{x^2 + x})$. (2p)
(b) Beräkna gränsvärdet (3p)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - (\arctan(x))^2 - 1}{x^4}.$$

2. (a) Beräkna volymen av den rotationskropp som erhålls om det ändliga område som begränsas av x -axeln, kurvan $y = \frac{\ln(x)}{\sqrt{x}}$ och linjen $x = \sqrt{e}$ roterar kring x -axeln. (3p)
(b) Avgör om den generaliserade integralen $\int_2^\infty \frac{dx}{x(\ln(3x))^2}$ är divergent eller konvergent, och ange i så fall dess värde. (2p)

3. Undersök lokala och globala extremvärden, konvexitetsegenskaper och asymptoter till funktionen (6p)

$$f(x) = \frac{|2x - 1| - x^2}{x^2 - 1},$$

samt skissa grafen.

4. Beräkna dubbelintegralen $\iint_D ye^{\sqrt{x^2+y^2}} dxdy$, där (5p)

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 4, x \leq y\}.$$

5. Bestäm största och minsta värde till funktionen $f(x, y) = x^2 - 3x + y^2 + 3y$ i området $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 8\}$. Ange även i vilka punkter respektive extremvärde antas. (5p)

6. Bestäm den lösning till differentialekvationen $2e^{-x}y' - y^3 = 0$ som uppfyller villkoret $y(0) = 1/2$. Vilket är det största interval som lösningen är definierad på? (4p)