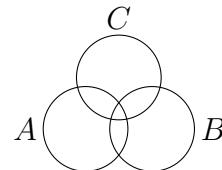


Tillåtna hjälpmmedel är skrivdon. Fullständiga och väl motiverade lösningar krävs. Svaren ska framgå tydligt och vara rimligt slutförenklade. 15 poäng ger minst E.

1. (a) Utgå ifrån att  $a, b \in \mathbb{Z}$ . Är påståendet “*Om  $ab$  är delbart med 8, så är  $a$  eller  $b$  delbart med 8*” sant? Bevisa eller ge ett motexempel. (6p)  
(b) Bestäm **en** reell lösning till ekvationen  $x^4 + 2x^3 + 5x^2 + 17x + 14 = 0$ .  
(c) Ge exempel på ett tal som tillhör mängden

$$\{z \in \mathbb{N} : z > 42 \wedge \exists x, y \in \mathbb{Z} : z = x^3 + y^3\}.$$

2. Betrakta den Diofantiska ekvationen  $35x + 21y = 2100$ . (6p)
  - (a) Bestäm den allmänna lösningen till ekvationen.
  - (b) Bestäm antalet lösningar  $(x, y)$  där  $x, y \geq 0$ .
  - (c) Bestäm summan av alla heltalet  $x$  som ingår i en lösning  $(x, y)$  där  $x, y \geq 0$ .
3. Lös ekvationen  $z^2 - 6z + (36 + 36i) = 0$  för  $z \in \mathbb{C}$ . (6p)
4. Agda, Berit och Gerd går på en gemensam promenad med sina hundar längs en gata med 144 lyktstolpar. Agda har en tax, Berit har en schäfer och Gerd har en ny pudel. Taxen kissar på var 6:e stolpe, schäfern kissar på var 8:e stolpe och pudeln nöjer sig med att kissa på var 9:e stolpe. Du ska utgå ifrån att alla tre hundar kissar på den sista stolpen.
  - (a) På hur många lyktstolpar kissar både taxen och schäfern?
  - (b) Hur många lyktstolpar kissas på av alla tre hundar?
  - (c) Hur många lyktstolpar förblir torra efter promenaden?
5. (a) Rita av Venn-diagramet (6p)



och illustrera mängden  $(A^c \cup B \cup C)^c \cup C$ . Kom ihåg att  $X^c$  betyder *komplementet till  $X$* .

- (b) Visa att följande logiska uttryck är ekvivalenta:

$$\neg(\neg P \vee Q \vee R) \vee R$$

och

$$\neg(P \wedge Q \wedge \neg R) \wedge \neg(\neg P \wedge Q \wedge \neg R) \wedge \neg(\neg P \wedge \neg Q \wedge \neg R).$$