

**Inga hjälpmedel tillåtna. Varje uppgift är värd 5 poäng och 15 poäng ger garanterat betyg E.**  
**Motivera alla lösningar noggrant.**

1. Beräkna gränsvärdena

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin(n^2)}{n^4}$$

och

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{xe^{2x} + \sin x - 2x - 2x^2}{x^3}.$$

2. Undersök extremvärden, konvexitetsegenskaper och asymptoter till funktionen

$$f(x) = \frac{x^3 + 6x}{1 + x^2}.$$

Skissa även grafen till  $f$ .

3. Bestäm volymen av den rotationskropp som erhålls då kurvan

$$y = x + x^2, \quad 0 \leq x \leq 4,$$

får rotera runt  $x$ -axeln.

4. Bestäm största och minsta värdet till funktionen

$$f(x, y) = |xy| - 1$$

på cirkelskivan

$$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 4\}$$

och ange samtliga punkter där dessa värden antas.

5. Beräkna dubbelintegralen

$$\iint_D xe^{x^2} e^{-\frac{y}{2}} dx dy$$

där

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 4, -x^2 \leq y \leq x^2\}.$$

6. Bestäm den lösning till differentialekvationen

$$y'' + y' - 2y = 1$$

som uppfyller  $y(0) = -1$  och  $y'(0) = 0$ .

Skrivningsåterlämning äger rum torsdag 28 februari klockan 10:00 utanför sal 15 i hus 5.  
Därefter kan skrivningen hämtas på studentexpeditionen i rum 204.