

Fullständiga och väl motiverade lösningar krävs. Svaren ska framgå tydligt och vara rimligt slutförenklade.

1. (a) Beräkna gränsvärdet $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - x - 2}$. (2p)
(b) Beräkna gränsvärdet $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^4 + 3n^2 + 2} - n^2)$. (3p)
2. Visa att $f(x) = 3 + \frac{2}{1 + e^x}$ är en monoton funktion på \mathbb{R} , och bestäm dess invers. Ange speciellt inversens definitions- och värdemängder. (5p)
3. (a) Bestäm $\int e^{3x} \sin(x) dx$. (3p)
(b) Avgör om den generaliserade integralen $\int_0^\infty \frac{x^2}{1 + x^6} dx$ är divergent eller konvergent och bestäm i så fall dess värde. (3p)
4. Bestäm alla asymptoter till funktionen $f(x) = \ln(3x^2) - 2 \ln|x + 1|$. (4p)
5. Undersök lokala och globala extremvärden samt konvexitetsegenskaper till funktionen $f(x) = \arcsin(x) - \sqrt{2} \cdot x$, samt skissa grafen. (6p)
6. Betrakta funktionen $f(x) = |x|^3$. (4p)

Visa utifrån derivatans definition (och med noggranna motiveringar) att $f(x)$ är deriverbar i punkten $x = 0$. Ange sedan en så kort och enkel formel som möjligt för $f'(x)$ som gäller för alla $x \in \mathbb{R}$.