

Fullständiga och väl motiverade lösningar krävs. Svaren ska framgå tydligt och vara rimligt slutförenklade. Betygsgränser:

Max	30 p	B	24 p	D	18 p
A	27 p	C	21 p	E	15 p

1. (a) Beräkna gränsvärdet $\lim_{n \rightarrow \infty} n^3 \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{\sqrt{n^2 + 4}} \right)$. (2p)
(b) Beräkna gränsvärdet $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\pi \arctan(x) - \arctan(\pi x)}{2 \sin(x) - \sin(2x)}$. (3p)
2. Undersök lokala och globala extremvärden, konvexitetsegenskaper och asymptoter till funktionen (5p)
$$f(x) = \frac{x^2 - 3|x|}{x - 1},$$
samt skissa grafen. Bestäm även funktionens värdemängd.
3. Beräkna dubbelintegralen $\iint_D \sin(y^2) dx dy$, där D är området som består av de punkter $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ som uppfyller $2|x| \leq y \leq \sqrt{\pi}$. (5p)
4. Låt D vara området (5p)
$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y \geq x^4 \text{ och } x \geq y^2\}.$$

Beräkna volymerna av de rotationskroppar som uppstår om D får rotera runt x - respektive y -axeln.

5. Bestäm det största och minsta värdet som funktionen (5p)
$$f(x, y) = x^2 - y^2 + \ln(x^2 + y^2)$$
antar på området $1 \leq x^2 + y^2 \leq 4$.
6. (a) Bestäm den lösning till differentialekvationen (2.5p)
$$(1 + x^2)y' + 2xy = xy^2,$$
som uppfyller $y(0) = 1$.
(b) Bestäm den lösning till differentialekvationen (2.5p)
$$y'' - 3y' + 2y = e^{-x}$$
som uppfyller $y(0) = y'(0) = 0$.