

Tillåtna hjälpmmedel är skrivdon. Fullständiga och väl motiverade lösningar krävs.
Svaren ska framgå tydligt och vara rimligt slutförenklade. Betygsgränser:

Max	30 p	B	24 p	D	18 p
A	27 p	C	21 p	E	15 p

Koordinater förutsätts vara givna med avseende på en högerorienterad ON-bas.

1. Bestäm alla heltalslösningar x till kongruensen $21x \equiv 15 \pmod{57}$. Förlara (4p) även varför $21x \equiv 5 \pmod{57}$ saknar lösning.
Tips: Lös lämpliga diofantiska ekvationer.
2. (a) Bestäm alla nollställen i \mathbb{C} till polynomet $f(z) = z^6 - 64$. Svaren skall (3p) anges på rektangulär form.
(b) Hur många udda 4-siffriga tal som inte är delbara med 5 finns det? Vad (2p) blir svaret om dessutom alla 4 siffrorna i talet måste vara olika?
3. Undersök för varje värde på parametern a om ekvationssystemet (5p)
$$\begin{cases} x + ay + z = 1 \\ x + 4y + 3z = 3 \\ x + 3y + az = 2 \end{cases}$$

har precis en lösning, ingen lösning eller oändligt många lösningar.

4. (a) Vektorerna \vec{u} och \vec{v} uppfyller $|\vec{u}| = 2$, $|\vec{u} + \vec{v}| = \sqrt{7}$ och $|\vec{u} - \vec{v}| = \sqrt{19}$. (3p)
Bestäm längden av \vec{v} , samt vinkeln mellan \vec{u} och \vec{v} .
(b) Rita ellipsen (2p)
$$x^2 + 4y^2 + 2x - 8y + 1 = 0.$$

Ange speciellt medelpunkt, halvaxlar och brännpunkter.
5. Låt L vara skärningslinjen mellan planen $x + y - z = 2$ och $y + z = -1$, och låt P vara punkten $(1, 1, 1)$.
(a) Bestäm ekvationen (på normalform) för planet som innehåller L och P . (3p)
(b) Finn den punkt på L som är närmast P . (3p)

6. Låt T vara den linjära avbildningen som fås av att först projicera på planet $x + y - z = 0$, och sedan spegla i x -axeln.
- (a) Bestäm matrisen för T i standardbasen. (4p)
- (b) Avgör om avbildningen T blir en projektion på ett plan. (1p)
Ledning: Om T är en projektion, vad är då $T \circ T$?

Efter rättningen kommer tentorna finnas att hämta hos studentexpeditionen, hus 6, rum 204.