

## Tentamen i Envariabelanalys 1

2019-04-24 kl. 14.00–19.00

Inga hjälpmaterial. Lösningarna ska vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar. Svaren ska förstås ges på så enkel form som möjligt.

Varje uppgift kan ge högst 3 poäng. Uppgift räknas som godkänd om den bedöms med minst 2 poäng. För betyg  $n$  räcker  $4(n - 1)$  poäng och  $n$  godkända uppgifter ( $n = 3, 4, 5$ ). Svar finns efter skrivningstidens slut på kursens hemsida, där även tid för tentamensvisning meddelas när resultaten är klara.

1. Skissa grafen för  $f(x) = 2 \ln|x| - \arctan 3x - \ln(1 + 9x^2)$ . Ange alla eventuella lodräta och vågräta asymptoter samt lokala extrempunkter.
2. Undersök gränsvärdena
  - (a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - 1}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}$
  - (b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + \ln(1 + e^x)}{\sqrt{x^2 + 1}}$
  - (c)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{\cos(\frac{\pi x}{2})}$ .
3. Beräkna de obestämda integralerna
  - (a)  $\int x^2 \cos 2x \, dx$
  - (b)  $\int \frac{\cos^3 x}{\sin^3 x} \, dx$
  - (c)  $\int \frac{dx}{x(1 + x^{25})}$ .
4. Bestäm värdemängden till  $f(x) = x^{1/x^2}$ ,  $x > 0$ .
5. Beräkna den generaliserade integralen  $\int_1^\infty \frac{\arctan \frac{1}{x}}{x^2} \, dx$  (eller visa divergens).
6. (a) Formulera medelvärdessatsen för derivator.  
(b) Antag att  $f'(x) = 0$  för alla  $x \in I$ , där  $I$  är ett interval. Visa att  $f$  är en konstant funktion på  $I$ .  
(c) Ange en icke-konstant funktion  $f$  som uppfyller  $f'(x) = 0$  för alla  $x \in D_f$ .
7. Undersök gränsvärdet  $\lim_{k \rightarrow \infty} \sum_{m=1}^k \frac{1}{\sqrt{2k^2 - m^2}}$ .