

**Inga hjälpmedel tillåtna. Varje uppgift är värd 5 poäng och 15 poäng ger garanterat betyg E.  
Motivera alla lösningar noggrant.**

1. Beräkna gränsvärdena

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^n$$

och

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x^3) - x^3 - x^4}{x^4}.$$

2. Undersök extremvärden, konvexitetsegenskaper och asymptoter till funktionen

$$f(x) = |x|e^{1-|x|} - 1.$$

Skissa även grafen till  $f$ .

3. Bestäm längden av kurvsegmentet

$$y(x) = 1 + \frac{3}{2}x^2, \quad 0 \leq x \leq 2.$$

4. Bestäm största och minsta värdet till funktionen

$$f(x, y) = x^2 - y + \ln(1 + |y|)$$

på kvadraten

$$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -1 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 1\}.$$

5. Beräkna dubbelintegralen

$$\iint_D x^2 \sin(x^2 + y^2) dx dy$$

där

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y > 0 \text{ och } 0 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}.$$

6. Bestäm den lösning till differentialekvationen

$$y'' + 2y' + 2y = x$$

som uppfyller  $y(0) = 1$  och  $y'(0) = -1$ .

Skrivningsåterlämning äger rum torsdag 17 januari klockan 15:00 utanför sal 15 i hus 5.  
Därefter kan skrivningen hämtas på studentexpeditionen i rum 204.