

Tentamen i Envariabelanalys 1

2018-04-04 kl. 14.00–19.00

Inga hjälpmaterial. Lösningarna ska vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar. Svaren ska förstås ges på så enkel form som möjligt.

Varje uppgift kan ge högst 3 poäng. Uppgift räknas som godkänd om den bedömts med minst 2 poäng. För betyg n räcker $4(n-1)$ poäng och n godkända uppgifter ($n = 3, 4, 5$). Svar finns efter skrivningstidens slut på kursens hemsida.

1. Skissa grafen för

$$f(x) = x + \frac{3}{x} - \frac{1}{x^2}.$$

Ange alla eventuella lodräta och vågräta asymptoter samt lokala extempunkter.

2. Undersök följande gränsvärden:

(a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 3x - 10}{x^2 + 2x - 3}$ (b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x + \sqrt{x^2 - 3x})$ (c) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{\sin x} + \ln x \right)$

3. Beräkna de primitiva funktionerna:

(a) $\int x \ln(1 + x^2) dx$ (b) $\int \cos^3 2x dx$ (c) $\int \frac{x}{\sqrt{2x - x^2}} dx$

4. Beräkna $\int_3^\infty \frac{5x}{x^3 - x^2 + 4x - 4} dx$ (eller visa divergens).

5. (a) Definiera vad som menas med att f är deriverbar i punkten a .

- (b) Formulera analysens huvudsats.

(c) Beräkna $\frac{d}{dx} \int_{x^3}^5 \frac{\sin t}{1 + t^2} dt$.

6. För vilka $x \in \mathbf{R}$ gäller olikheten $x - \frac{x^3}{6} \leq \sin x$?

7. Beräkna $\int_0^\infty \frac{3x + 1}{(x^2 + 1)^2} dx$ (eller visa divergens).

Tentamen i Envariabelanalys 1

2018-04-04 kl. 14.00–19.00

Inga hjälpmaterial. Lösningarna skall vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar. Svaren ska förstås ges på så enkel form som möjligt.

Varje uppgift kan ge högst 3 poäng. Uppgift räknas som godkänd om den bedömts med minst 2 poäng. För betyg G krävs minst 8 poäng och minst 3 godkända uppgifter. För betyg VG krävs minst 14 poäng och minst 5 godkända uppgifter. Svar finns efter skrivningstidens slut på kursens hemsida.

1. Skissa grafen för

$$f(x) = x + \frac{3}{x} - \frac{1}{x^2}.$$

Ange alla eventuella lodräta och vågräta asymptoter samt lokala extempunkter.

2. Undersök följande gränsvärden:

(a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 3x - 10}{x^2 + 2x - 3}$ (b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x + \sqrt{x^2 - 3x})$ (c) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{\sin x} + \ln x \right)$

3. Beräkna de primitiva funktionerna:

(a) $\int x \ln(1 + x^2) dx$ (b) $\int \cos^3 2x dx$ (c) $\int \frac{x}{\sqrt{2x - x^2}} dx$

4. Beräkna $\int_3^\infty \frac{5x}{x^3 - x^2 + 4x - 4} dx$ (eller visa divergens).

5. (a) Definiera vad som menas med att f är deriverbar i punkten a .

- (b) Formulera analysens huvudsats.

- (c) Beräkna $\frac{d}{dx} \int_{x^3}^5 \frac{\sin t}{1+t^2} dt$.

6. För vilka $x \in \mathbf{R}$ gäller olikheten $x - \frac{x^3}{6} \leq \sin x$?

7. Beräkna $\int_0^\infty \frac{3x+1}{(x^2+1)^2} dx$ (eller visa divergens).