

Fullständiga och väl motiverade lösningar krävs. Svaren ska framgå tydligt och vara rimligt slutförenklade. Betygsgränser:

Max	30 p	B	24 p	D	18 p
A	27 p	C	21 p	E	15 p

Bonuspoängen från terminens problemsamlingar räknas in under rättningen.

1. Beräkna gränsvärdena

(a) $\lim_{x \rightarrow \infty} x \left(1 - \sqrt{1 + \frac{3}{x}} \right)$ (2p)

(b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin(x) - \ln(1 + x^2)}{e^{x^4} - 1}$ (3p)

2. Undersök lokala och globala extremvärden, konvexitetsegenskaper och asymptoter till funktionen

$$f(x) = \arctan\left(\frac{x+1}{x}\right),$$

samt skissa grafen och ange funktionens värdemängd.

3. Beräkna dubbelintegralen (5p)

$$\iint_D \ln(1 + x^2 + y^2) dx dy,$$

där området D ges av $1 \leq x^2 + y^2 \leq 2$ och $x \geq 0$.

4. Bestäm största och minsta värdet av funktionen (5p)

$$f(x, y) = (2y + 1)e^{x^2-y}$$

i det ändliga området som begränsas av kurvorna $y = x^2$ och $y = 1$.

5. (a) Bestäm den lösning till differentialekvationen $y' = 1 + y \tan(x)$ som uppfyller $y(0) = 1$. (3p)

- (b) Bestäm den lösning till differentialekvationen $x^2 y y' = 1$ (där $x > 0$) som uppfyller $y(1) = 1$. (3p)

6. Bestäm alla gemensamma tangenter till kurvorna $y = e^x$ och $y = 2 + \ln x$. (4p)
(En av de gemensamma tangenterna går genom origo, man kan få delpoäng om man hittar den.)