

Fullständiga och väl motiverade lösningar krävs. Svaren ska framgå tydligt och vara rimligt slutförenklade. Betygsgränser:

Max	30 p	B	24 p	D	18 p
A	27 p	C	21 p	E	15 p

Bonuspoängen från terminens problemsamlingar räknas in under rätningen.

1. (a) Beräkna gränsvärdet  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2 + a} - n}{\sqrt{n^2 - 3} - n}$ , där  $a$  är en reell konstant. (2p)  
(b) Beräkna gränsvärdet  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2(x) - x^2}{2 \cos(x) - e^{-x^2} - 1}$ . (3p)
2. Undersök lokala och globala extremvärden, konvexitetsegenskaper och asymptoter till funktionen (5p)

$$f(x) = \frac{e^x}{|x - 1|},$$

samt skissa grafen.

3. Bestäm för varje  $a \in \mathbb{R}$  antalet lösningar  $x$  till ekvationen (5p)  
$$4 \ln(x) - 6x + x^2 = a.$$
4. Bestäm största och minsta värdet som funktionen (5p)  
$$f(x, y) = x^2 + 2y^2 - x$$
 antar i cirkelskivan  $x^2 + y^2 \leq 1$ .
5. Beräkna dubbelintegralen  $\iint_D e^{\sqrt{x^2+y^2}} dx dy$ , där (5p)  
$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, y \leq |x|\}.$$

6. (a) Bestäm den lösning till differentialekvationen (2.5p)  
$$y' \ln(y) = xy$$
  
som uppfyller  $y(0) = e$ .  
(b) Bestäm den lösning till differentialekvationen (2.5p)  
$$xy' = x^2 - 2y,$$
  
för  $x > 0$ , som uppfyller  $y(1) = 0$ .