

Tillåtna hjälpmmedel är skrivdon. Fullständiga och väl motiverade lösningar krävs. Svaren ska framgå tydligt och vara rimligt slutförenklade. 15 poäng ger minst E.

1. Lös följande problem.
 - (a) Ge exempel på två sammansatta tal a och b så att $\text{SGD}(a, b) = 1$. (1p)
 - (b) Formulera Fermat's lilla sats. (2p)
 - (c) Beräkna resten då 4^{63} delas med 31. (2p)
2. Polynomet $2x^3 - 3x^2 - 6x + a$ har $x = \frac{3}{2}$ som nollställe. Finn talet a samt polynomets övriga nollställen. (5p)
3. Lös ekvationen $|x^2 - 1| + |x - 1| = x + 1$ för $x \in \mathbb{R}$. (5p)
4. Bestäm för vilka $z \in \mathbb{C}$ vi har att $\frac{1}{z} + \bar{z}$ är ett reellt tal. (5p)
5. Bokstäverna P, E, N, N, A, N kan man sätta samman och bilda kombinationer med 6 bokstäver (ord). Hur många ord
 - (a) kan skapas totalt? (1p)
 - (b) uppfyller att P står direkt till vänster om E? (2p)
 - (c) uppfyller att P står först eller N står sist (eller båda)? (2p)

Svaren ska anges med heltalet. Inget svar överstiger 300.

6. Visa med hjälp av induktion att (5p)

$$\sum_{k=1}^n k \cdot 2^{k-1} = (n-1) \cdot 2^n + 1 \quad (*)$$

gäller för alla heltalet $n \geq 1$. Ange tydligt basfall samt induktionsantagande.