

## Tentamen i Envariabelanalys 1

2019-03-21 kl. 8.00–13.00

Inga hjälpmaterial. Lösningarna ska vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar. Svaren ska förstås ges på så enkel form som möjligt.

Varje uppgift kan ge högst 3 poäng. Uppgift räknas som godkänd om den bedömts med minst 2 poäng. För betyg  $n$  räcker  $4(n - 1)$  poäng och  $n$  godkända uppgifter ( $n = 3, 4, 5$ ). Svar finns efter skrivningstidens slut på kursens hemsida, där även tid för tentamensvisning meddelas när resultaten är klara.

1. Skissa grafen för  $f(x) = \ln|2x+1| + \frac{2}{x+1}$ . Ange alla eventuella lodräta och vågräta asymptoter samt lokala extrempunkter.
2. Beräkna
  - (a)  $\int \frac{x \, dx}{x^2 - 5x + 6}$
  - (b)  $\int \cos x \sin x e^{\cos x} \, dx$
  - (c)  $\int \ln(1 + 2x^2) \, dx$ .
3. (a) Definiera vad som menas med att funktionen  $f$  är strängt växande på  $\mathbf{R}$ .  
(b) Ange en funktion som är strängt växande på  $\mathbf{R}$  men inte deriverbar överallt.  
(c) Ange en funktion som är deriverbar och strängt växande på  $\mathbf{R}$ , med en derivata som inte är positiv överallt.
4. Hur många reella lösningar har ekvationen  $(x - 1)e^{x-x^2} = k$  för olika värden på konstanten  $k \in \mathbf{R}$ ?
5. Beräkna den generaliserade integralen  $\int_0^\infty \frac{e^x + 1}{e^{2x} + 2e^x + 2} \, dx$  (eller visa divergens).
6. (a) Definiera vad som menas med att funktionen  $f$  är deriverbar i punkten  $a$ .  
(b) Härled derivatan av  $f(x) = \sin x$  utifrån definitionen och kända standardgränsvärden.
7. Beräkna  $\int \ln x \arcsin x \, dx$ .