

Fullständiga och väl motiverade lösningar krävs. Svaren ska framgå tydligt och vara rimligt slutförenklade. Betygsgränser:

Max	30 p	B	24 p	D	18 p
A	27 p	C	21 p	E	15 p

1. Beräkna gränsvärdena

$$(a) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2 + 3} - n}{\sqrt{n^2 - 1} - n} \quad (2p)$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - \arctan^2(x) - 1}{x^4} \quad (3p)$$

2. Undersök lokala och globala extremvärden, konvexitetsegenskaper och asymptoter till funktionen

$$f(x) = \frac{x^2}{|x+1|},$$

samt skissa grafen.

3. Beräkna dubbelintegralen $\iint_D \frac{x^3 y}{x^2 + y^2} dx dy$, där

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 \leq x^2 + y^2 \leq 3, 0 \leq x \leq y\}. \quad (5p)$$

4. Låt D vara området $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^3 \leq y \leq \sqrt{x}\}$. Beräkna volymerna av de rotationskroppar som uppstår om D får rotera runt x - respektive y -axlarna.

5. Bestäm det största och minsta värdet som funktionen

$$f(x, y) = x^2 y^2 + x^3 y - 4x^2 y$$

antar på triangeln som begränsas av koordinataxlarna och linjen $x + y = 6$.

6. (a) Bestäm den lösning till differentialekvationen

$$xy' = y^2 \ln(x)$$

som uppfyller $y(1) = 1$.

- (b) Bestäm den lösning till differentialekvationen

$$y'' - 2y' + y = x$$

som uppfyller $y(0) = y'(0) = 0$.