

**Inga hjälpmmedel tillåtna. Varje uppgift är värd 5 poäng och 15 poäng ger garanterat betyg E.  
Motivera alla lösningar noggrant.**

1. Beräkna gränsvärdena

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + 2x^2) - 2x^2}{3x^4}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x^2 + x) \sin x}{x^3 + 1}$$

och

$$c) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{(x - \frac{\pi}{2}) \sin x}{x^2 - \frac{\pi^2}{4}}.$$

2. Undersök extremvärden, konvexitetsegenskaper och asymptoter till funktionen

$$f(x) = \frac{2x^2 + 1}{x^2 - 1}.$$

Skissa även grafen för  $f$ .

3. Bestäm Taylorpolynomet av ordning fyra i punkten  $x = -\pi/2$  till funktionen

$$f(x) = x \sin x.$$

4. Bestäm största och minsta värdet till funktionen

$$f(x, y) = x^2 + 2x + y^3$$

på kvadraten

$$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -2 \leq x \leq 2, -2 \leq y \leq 2\}$$

och ange i vilka punkter dessa värden antas.

5. a) Avgör huruvida följande generaliserade integral är konvergent:

$$\int_1^\infty \frac{dx}{(x+1) \ln(x+1)}.$$

- b) Avgör huruvida följande serie konvergerar:

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k^2 + k}{k^3 + k^2 - 1}.$$

6. Bestäm den lösning till differentialekvationen

$$y'' - y' - 2y = x^2 - 1$$

som uppfyller  $y(0) = 0$  och  $y'(0) = -3$ .

Skrivningsåterlämning äger rum fredag 3 januari 2020 klockan 15:00 utanför sal 15 i hus 5.  
Därefter kan skrivningen hämtas på studentexpeditionen i rum 204.