

## Tentamen i Envariabelanalys 1

2017-06-05 kl. 8.00–13.00

Inga hjälpmmedel. Lösningarna ska vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar. Svaren ska förstås ges på så enkel form som möjligt.

Varje uppgift kan ge högst 3 poäng. Uppgift räknas som godkänd om den bedömts med minst 2 poäng. För betyg  $n$  räcker  $4(n - 1)$  poäng och  $n$  godkända uppgifter ( $n = 3, 4, 5$ ). Svar finns efter skrivningstidens slut på kursens hemsida.

1. Undersök gränsvärdena

$$(a) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(2x - 1)}{x^2 + x - 2} \quad (b) \lim_{x \rightarrow \infty} (x - \ln(x + 3e^x)) \quad (c) \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( x + \sqrt{x^2 - 17x} \right).$$

2. Beräkna de obestämda integralerna

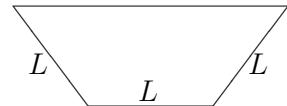
$$(a) \int x \arctan x \, dx \quad (b) \int \frac{x+2}{\sqrt{x+3}} \, dx \quad (c) \int \sin 2x \cos^3 x \, dx.$$

3. Beräkna de generaliserade integralerna (eller visa divergens)

$$(a) \int_0^\infty \frac{2x}{1+x^2} \, dx \quad (b) \int_0^1 \ln x \, dx \quad (c) \int_0^\infty \frac{\cos x}{1+\sin^2 x} \, dx.$$

4. Hur många reella lösningar har ekvationen  $(x+6)e^{1/x} = k$  för olika reella värden på konstanten  $k$ ?

5. Ett paralleltrapets är som bekant en fyrhörning med två parallella sidor. Vilken är den största area som ett paralleltrapets kan ha om tre av dess sidor har längd  $L$ ?



6. Visa att  $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k^3 + k} < \frac{1 + \ln 2}{2}$  för alla heltal  $n \geq 1$ .

7. Antag att  $0 < a < b < 1$ . Visa att  $\ln \frac{(1-a)(1+b)}{(1+a)(1-b)} > 2(b-a)$ .