

Inga hjälpmmedel är tillåtna. För att du ska erhålla full poäng skall dina lösningar vara läsbara och försedda med ordentliga motiveringar. Lämna tydliga svar. Varje uppgift kan som mest ge 3 poäng.

Godkäntdel

För att bli godkänd krävs dels högst en uppgift med 0 poäng av dessa sex uppgifter, dels minst 9 poäng av 18 möjliga på godkäntdelen.

1. Till denna uppgift krävs endast svar. Eventuella fullständiga lösningar kommer inte att bedömas. 0-3 rätt ger 0 poäng på uppgiften, 4 rätt ger 1 poäng, 5 rätt ger 2 poäng och 6 rätt ger 3 poäng.
 - a) Låt l vara linjen som går genom punkten $(4, -4)$ och har riktningskoefficient -2 . Ange en ekvation för l på formen $y = kx + m$.
 - b) Förenkla $\frac{9^4 \cdot 3^3}{3^9}$ till en potens av 3. Svara på formen 3^a .
 - c) Vad är $\tan 180^\circ$? Ange det exakta värdet.
 - d) Lös ekvationen $\ln(x - 2) = \ln 3 - \ln x$.
 - e) Förenkla uttrycket $\sin(x + y) - \sin(x - y)$.
 - f) Beräkna derivatan av $\ln(\sin(x))$.

2. a) Finn den konstanta termen i utvecklingen av $\left(\frac{x^3}{2} - \frac{1}{x^2}\right)^{10}$.

b) Lös ekvationen $|x - 1| - 2|x + 2| = 0$.

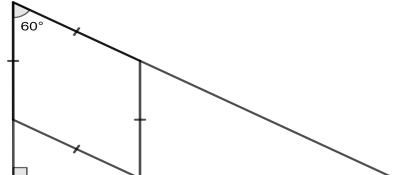
3. Beräkna nedanstående gränsvärdena:

a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x}{1-\sqrt{x}}$,

b) $\lim_{t \rightarrow 0} t \sin\left(\frac{1}{t}\right)$,

c) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{k=0}^n \left(\frac{4}{5}\right)^k$.

4. I en rätvinklig triangel med en vinkel 60° är en romb med sidolängd 6 inskriven (dvs. alla rombens hörn ligger på triangelns sidor). Vinkeln 60° är gemensam. Bestäm triangelns sidor.



5. Visa att om $p > 1$ så gäller det att $x^p - px + p \geq 1$ för alla $x \geq 0$.
6. Ett rätblocks tre sidor benämns längd, bredd och höjd. Vilka värden kan dess volym anta om höjden + bredden = 5 dm och höjden + längden = 8 dm?

VAR GOD VÄND!

Överbetygsdel

Om du klarat godkäntdelen har du chans på överbetyg. För att få betyg 4 krävs minst 4 poäng på denna del. För betyg 5 krävs minst 7 poäng.

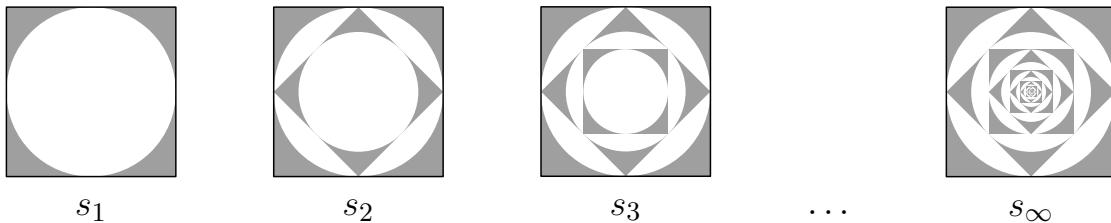
7. Formulera och bevisa faktorsatsen för polynom.

8. Låt f vara en funktion som är definierad för alla reella tal.

Utred och motivera alla möjliga implikationer mellan följande påståenden:

- A: $xf(x)$ är udda. B: $f(x)$ är jämn.
C: $(x^2 + 1)f(x)$ är jämn. D: $f(x) = \sqrt{|x|}$.

9. Allt som ser ut som kvadrater och cirklar i figuren nedan är det. Låt a_k beteckna förhållandet mellan den grå och den vita arean i figur s_k . Bestäm gränsvärdet $\lim_{k \rightarrow \infty} a_k$, vilket kan tolkas som förhållandet mellan den grå och den vita arean i figur s_∞ .



10. Vilken term i binomialutveklingen av $(1 + \sqrt{2})^{99}$ är störst?

Man vet att $\sqrt{2} = 1.4142135 \dots$

LYCKA TILL!