

Tillåtna hjälpmmedel är skrivdon. Fullständiga och väl motiverade lösningar krävs. Svaren ska framgå tydligt och vara rimligt slutförenklade. 15 poäng ger minst E.

1. Lös följande problem.

- (a) Bestäm det minsta positiva heltalet  $A$ , som gör att den Diofantiska ekvationen  $Ax - 143y = 1$  inte går att lösa. (2p)

- (b) Avgör om påståendet nedan är sant eller inte: (2p)

$$\forall y \in \mathbb{R} \exists x \in \mathbb{R} : x^3 + y^2x - y + 100000 = 0.$$

- (c) Om man ska visa identiteten  $\sum_{k=0}^n (k+1) \cdot 2^k = 1 + n \cdot 2^{n+1}$  för  $n \geq 0$  med induktion behövs ett basfall. Vad är basfallet? Om formeln ovan för ett visst  $n$  är induktionsantagandet, vilket påstående vill man därefter visa?

2. Formulera binomialsatsen. Bestäm därefter koefficienten för  $z^9$  i polynomet  $(\frac{1}{16} + (1 + i\sqrt{3})z)^{12}$ . (6p)

3. Finn alla komplexa lösningar till ekvationen  $x^2 + (4 - 6i)x - (5 + 10i) = 0$ . (6p)

4. Bestäm alla  $x \in \mathbb{R}$  som löser ekvationen  $|x(x - 1)| = 2|(x - 1)(x + 2)|$ . (6p)

5. Kjell Andersson, Kjell Bertilsson, Kjell Carlsson, Kjell Davidsson och Kjell Eriksson har gått ned i källaren för att kjell-sortera. På hur många sätt kan de 5 stå i kö,

- (a) utan några extra villkor?

- (b) så att Carlsson står någonstans mellan Andersson och Eriksson (men inte nödvändigtvis direkt intill någon av dessa)?

- (c) så att Andersson inte är först och Bertilsson inte står direkt bakom Andersson?

Alla svar ska anges som heltal.