

(Förklarande text i rött kommer inte att finnas med på de riktiga tentorna.)

Nedanstående regler gäller fr.o.m. mars 2024. (Själva tentan är den som gick i mars 2023.)

Använd denna tenta mest till att få en detaljerad förklaring av hur godkända frivilliga digitala kontrollskrivningar (KTR) tillgodosräknas.

Tentamen i Envariabelanalys 2

2024-??-?? kl ??.**00–13.??**

Inga hjälpmmedel. Fullständiga lösningar krävs, om inget annat sägs i uppgifterna.

Tentamen består av två delar: A och B.

- **Del A** består av 4 uppgifter, numrerade 1–4, värda 3 poäng var.
- **Del B** består av 2 uppgifter, numrerade 5–6, värda 3 poäng var.

Med **godkänd uppgift** menas en uppgift som bedömts med minst 2 poäng.

För godkänd tentamen (**betyg 3/4/5**) räcker krav K1 och K2, där

K1: 1 poäng på uppgift n eller – men inte för överbetyg – KTR n godkänd ($n = 1, 2, 3, 4$).

Godkänd KTR n är i första hand en försäkring som gör att ni inte blir underkända på hela tentan ifall ni får 0 poäng på uppgift n ; ni kan dock inte få överbetyg i så fall.

(Till följd av ett centralt beslut om att införa bedömningskriterier i alla våra kurser måste vi examinatorer kräva att ni presterar något inom varje del av kursen.)

Observera att godkänd KTR n inte ger någon extra poäng på uppgift n . Det är fortfarande det ni presterar på själva tentan som avgör poängen på uppgift n .

K2: 3/4/5 godkända uppgifter och 8/12/16 poäng totalt, där 1/2 bonuspoäng upp till 8 poäng för betyg 3 erhålls vid behov om 2/4 KTR är godkända.

Förutsatt att ni har 3 godkända uppgifter (och uppfyller krav K1) kan godkända KTR således ge extra poäng ifall ni inte har nått upp till 8 poäng.

Svar finns tidigast xxxxxx på kursens hemsida.

Del A

Här på del A hör uppgifterna till specifika delar av kursen: uppgift 1 tas från kapitel 8, uppgift 2 från kapitel 9, uppgift 3 från kapitel 10 och uppgift 4 från kapitel 7. Uppgifterna här *kan*, men *måste inte*, vara uppdelade.

Ni får som sagt inte nolla uppgift n om ni inte har KTR n godkänd ($n = 1, 2, 3, 4$).

1. (a) Härled Maclaurinutvecklingen av ordning 2 till funktionen

$$f(x) = \sqrt{1+x},$$

med restterm i Lagranges form (ordning 3).

(b) Beräkna

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \ln(1+x)}{e^x - x - \cos x}.$$

(c) Bestäm Maclaurinutvecklingen till

$$f(x) = \sqrt{1 + \arctan x}$$

av ordning 3 med restterm på ordoform (av ordning 4).

2. (a) Lös differentialekvationen

$$y' - 3x^2y = 8x e^{x^3}$$

med bivillkoret $y(0) = 2$.

(1p)

(b) Bestäm en lösning till differentialekvationen

$$y' - x e^y = 0, \quad y(0) = 0,$$

och ange största öppna intervall där $y(x)$ är en lösning.

(2p)

3. (a) Avgör konvergens: $\int_1^\infty \frac{2x}{4x^5 + 1} dx$.

(b) Visa att $\sum_{k=2}^{\infty} \frac{1}{k^3} \leq \frac{1}{2}$.

(c) Bestäm konvergensradien R till potensserien

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{8^k k}{k^2 + 100} x^{3k}.$$

(OBS! Ändpunkterna $x = \pm R$ ska alltså ej undersökas.)

4. (a) Teckna som en integral, som inte ska beräknas, längden av kurvan

$$y = \frac{x^4}{4} - 7, \quad 2 \leq x \leq 4. \quad (1p)$$

(b) Beräkna volymen av den kropp som uppstår då det begränsade området som ges av olikheterna

$$0 \leq x \leq 1, \quad 1 \leq y \leq 2 + x^3,$$

roterar ett varv kring linjen $x = -1$.

Inkludera en principskiss som motiverar formeln som används. (2p)

Var god vänd!

Del B

Här på del B kan uppgifterna tas från hela kurserna, utan någon särskild ordning. Uppgifterna här är i regel lite svårare eller mera teoretiska.

5. Beräkna summan

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n 2^n}.$$

6. Bestäm alla lösningar till differentialekvationen

$$y''' - y'' - y' + y = -x^3 + 3x^2 + 6x - 5$$

som har lokalt minimum i $x = 0$.
