

Fullständiga och väl motiverade lösningar krävs. Svaren ska framgå tydligt och vara rimligt slutförenklade.

1. Betrakta den reella funktionen

$$f(x) = \sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}.$$

- (a) Bestäm funktionens definitionsmängd. (2p)
(b) Avgör med noggrann motivering om funktionen är jämn, udda, eller varken eller. (2p)
(c) Visa att funktionen är monoton. (2p)

2. Bestäm derivatan av (4p)

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1}}, \quad x > 0,$$

direkt utifrån derivatans definition.

3. (a) Bestäm $\int x^4 \ln|x| dx$. (3p)
(b) Avgör om den generaliserade integralen $\int_e^\infty \frac{dx}{x(\ln(x))^3}$ är divergent eller konvergent och bestäm i så fall dess värde.
4. Bestäm alla asymptoter till funktionen $f(x) = \frac{x^2}{|x+1|}$. (4p)
5. Undersök lokala och globala extremvärden, asymptoter samt konvexitetsegenskaper till funktionen (6p)

$$f(x) = xe^{-x^2/2},$$

samt skissa grafen. Bestäm funktionens värdemängd.

6. Bestäm alla tangenter till kurvan $y = \frac{1}{1+x^2}$ som går genom punkten $(0, 1)$. (4p)
Tips: Det finns mer än en sådan tangent.