

# DM2: optimisation du routage

Ensimag 3a, Cours Evaluation de Performances

à rendre pour le 11 Janvier 2016.

## 1 Routage Bernoulli

On considère le réseau de deux files d'attente en parallèle, montré dans la Figure 1.

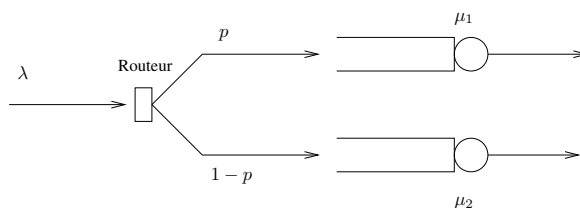


Figure 1: Deux files en parallèle.

Les deux buffers ont une capacité infinie. Les temps de service dans le premier serveur sont exponentiellement distribués de taux  $\mu_1$  paquets par seconde. Les temps de service dans le deuxième serveur sont exponentiellement distribués de taux  $\mu_2$  paquets par seconde. Les paquets arrivent dans le routeur selon un processus de Poisson de taux  $\lambda$  paquets par seconde.

Dans le routeur chaque paquet est envoyé sans délai dans une des deux files. Dans un premier temps, ce routage est probabiliste. Chaque paquet est envoyé dans la première file avec probabilité  $p$  (et donc dans la deuxième avec probabilité  $1-p$ ).

1. Montrer que les paquets qui arrivent dans la file 1 forment un processus de Poisson. Donner son taux.
2. À quelles conditions sur  $\lambda, p, \mu_1, \mu_2$  le système est-il stable?
3. Pour un système stable, calculer en fonction de  $\lambda, \mu_1, \mu_2$  la probabilité  $p^*$  qui minimise le nombre moyen total de paquets dans le système.
4. Application numérique:  $\mu_1 = 1, \mu_2 = 1, \lambda = 1$ . Est-ce que le résultat vous paraît intuitif? Même question avec  $\mu_1 = 2, \mu_2 = 1, \lambda = 1$ .

## 2 Routage Périodique

On se demande si on peut faire mieux que  $p^*$ , pour minimiser le nombre moyen de paquets. Pour cela on explore une autre piste pour le routage des paquets. On décide de router les paquets selon une stratégie de routage périodique:

Envoyer  $n$  paquets vers la file la plus rapide (par exemple la file 1) puis 1 paquet vers la file 2, et on recommence.

1. Expliquer pourquoi le processus d'arrivée dans la file 1 n'est plus Poisson.
2. Donner en fonction de  $n, \lambda, \mu_1, \mu_2$  les conditions de stabilité.

3. Écrire un simulateur qui permet de mesurer le nombre total de paquets en attente. Calculer des intervalles de confiance.
4. Calculer par simulation la valeur  $n^*$  de  $n$  qui minimise le nombre moyen de paquets dans les deux cas,  $\mu_1 = 1, \mu_2 = 1, \lambda = 1$  et  $\mu_1 = 2, \mu_2 = 1, \lambda = 1$ .
5. Est-ce que les performances sont meilleures que dans le cas Bernoulli? (On s'en assurera en calculant des intervalles de confiance suffisamment précis pour comparer les performances des deux stratégies). Est-ce toujours le cas, quels que soient  $\lambda, \mu_1, \mu_2$  ?

### 3 Routage Optimal

Si au moment de router un paquet vers la file 1 ou la file 2, le routeur voit l'état du système c'est à dire le nombre de paquets en attente dans chaque file, peut-il prendre une décision meilleure que les deux précédentes?

1. Confirmer votre idée par une simulation.