

# **Transformasi Laplace**

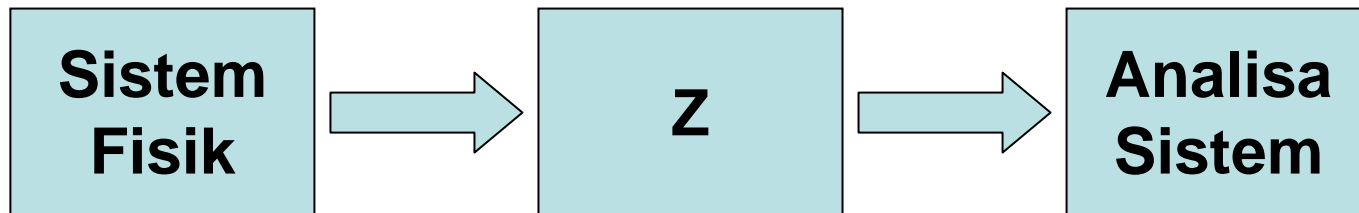
**Oleh :  
Bima Sena Bayu D.**

# Analisa

- Continuous



- Discrete



# Pendahuluan

- Transformasi Laplace, mengubah satu sinyal analog / kontinyu ke sinyal lainnya berdasarkan pada sekumpulan aturan atau persamaan yang tetap.

$$s = d/dt$$

- Transformasi Laplace mengubah sinyal dalam domain waktu ke dalam domain-s atau s-plane.
- Transformasi Laplace memungkinkan nilai dalam domain waktu ke dalam bentuk kompleks (real dan imajiner).

# Strategi Transformasi Laplace

- Menyelidiki respon impulse sinyal sinusoid dan eksponensial untuk menemukan pole dan zero dari sistem.
- Dipergunakan pada sistem koordinat rectangular.

# Analisa Rangkaian Elektrik (1)

- Transformasikan masing-masing komponen dalam domain-s. Dengan kata lain, mengganti nilai resistor dengan  $R$ , induktor dengan  $sL$  dan kapasitor dengan  $1/sC$ .
- Hitung respon sistem  $H(s)$ , keluaran dibagi dengan masukan.

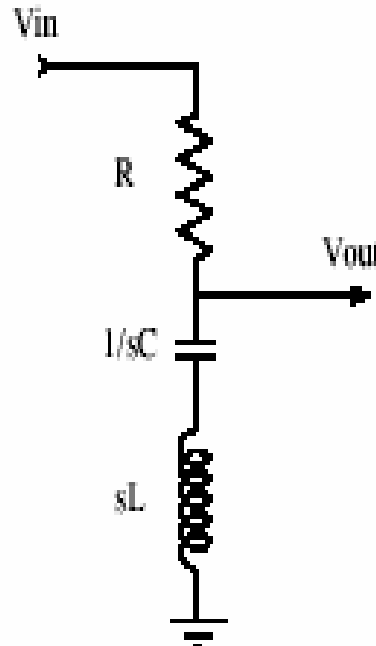
$$H(s) = \frac{V_{out}}{V_{in}}$$

- Atur  $H(s)$  menjadi satu polinomial terhadap  $s$ .
- Hitung akar-akar dari polinomial numerator dan denominator.

# Analisa Rangkaian Elektrik (2)

FIGURE 32-6

Notch filter analysis in the s-domain. The first step in this procedure is to replace the resistor, inductor & capacitor values with their s-domain equivalents.



1.  $R$ ,  $sL$  dan  $1/sC$
  2.  $H(s) = \frac{sL + 1/sC}{R + sL + 1/sC}$
  3.  $H(s) = \frac{s^2L + 1/C}{s^2L + sR + 1/C}$
- $$H(s) = \frac{as^2 + c}{as^2 + bs + c}$$

# Analisa Rangkaian Elektrik (3)

4. Hitung akar-akar persamaan dengan menggunakan rumus abc :

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

dimana pada bagian numerator,  $x_1=z_1$  dan  $x_2=z_2$  ( $z$  = zero).

dimana pada bagian denominator,  $x_1=p_1$  dan  $x_2=p_2$  ( $p$  = pole).

# Analisa Rangkaian Elektrik (4)

- Pada bagian numerator :  $a=L$ ,  $b=0$  dan  $c=1/C$
- Pada bagian denominator :  $a=L$ ,  $b=R$  dan  $c=1/C$
- Sehingga didapatkan :

$$z_1 = \frac{j}{\sqrt{LC}} \quad p_1 = \frac{-R + \sqrt{R^2 - 4L/C}}{2L}$$

$$z_2 = -\frac{j}{\sqrt{LC}} \quad p_2 = \frac{-R - \sqrt{R^2 - 4L/C}}{2L}$$



# Analisa Rangkaian Elektrik (5)

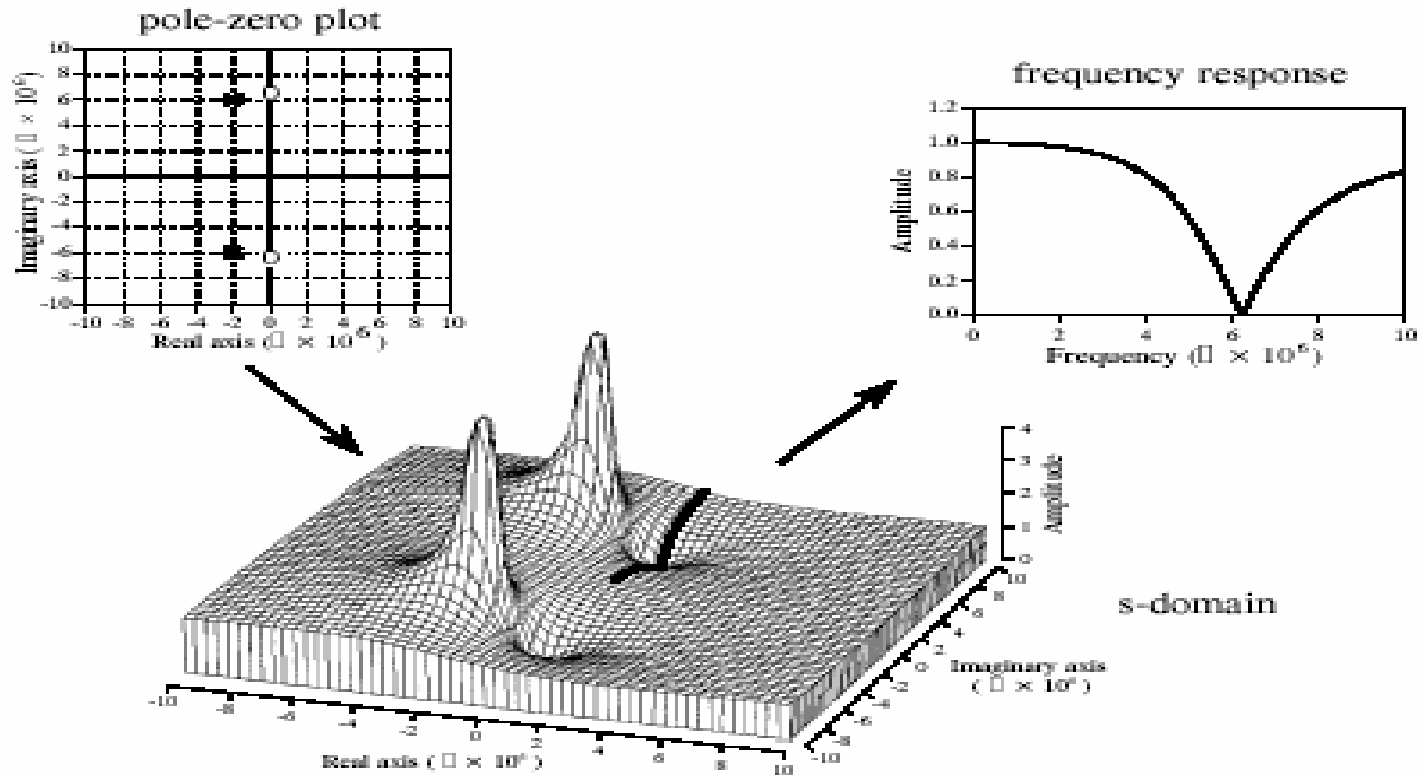


FIGURE 32-7 Poles and zeros in the s-domain. These illustrations show the relationship between the pole-zero plot, the s-domain, and the frequency response. The notch filter component values used in these graphs are:  $R=220\ \Omega$ ,  $C=470\ \text{pF}$ , and  $L=54\ \mu\text{H}$ . These values place the center of the notch at  $\omega = 6.277$  million, i.e., a frequency of approximately 1 MHz.

# Kegunaan Pole dan Zero (1)

- Zero dilambangkan dengan lingkaran, pole dilambangkan dengan silang.
- Pole dan zero sangat penting karena mereka menggambarkan nilai pada setiap point pada s-plane. Kita dapat dengan mudah menggambarkan sistem hanya dengan sedikit parameter. Pada kasus RLC notch filter, kita hanya memerlukan 4 parameter kompleks untuk menyatakan sistem :  $z_1$ ,  $z_2$ ,  $p_1$  dan  $p_2$  sebagai bagian real dan imajiner.

$$H(s) = \frac{(s - z_1)(s - z_2)(s - z_3)}{(s - p_1)(s - p_2)(s - p_3)}$$

# Kegunaan Pole dan Zero (2)

- Pada persamaan diatas, jika suatu saat nilai  $s$  berada pada sebuah nilai  $z$ , maka hasil numerator / pembilang akan menjadi nol, sehingga nilai  $H(s)$  akan menjadi nol.
- Jika suatu saat nilai  $s$  berada pada sebuah nilai  $p$ , maka hasil denominator / penyebut akan menjadi nol, sehingga nilai  $H(s)$  akan menjadi tak berhingga.
- Jika nilai  $s$  mendekati nilai pole, maka nilai  $H(s)$  akan menjadi besar. Dan jika nilai  $s$  mendekati nilai zero, maka nilai  $H(s)$  akan menjadi kecil.

# Kegunaan Pole dan Zero (3)

- Frekuensi respon berhubungan dengan peletakan nilai pole dan zero.
- Frekuensi respon sebanding dengan nilai  $H(s)$  sepanjang sumbu imajiner.
- Jika jarak  $s$  terhadap pole dan zero sama, maka hal ini membuat numerator dan denominator tertunda, menghasilkan nilai unity pada frekuensi rendah. Saat mencapai zero, nilai frekuensi respon  $H(s)$  menjadi jatuh ke nol. Dan pada saat meninggalkan pasangan pole dan zero, maka nilai frekuensi respon kembali menjadi unity.

# Kegunaan Pole dan Zero (4)

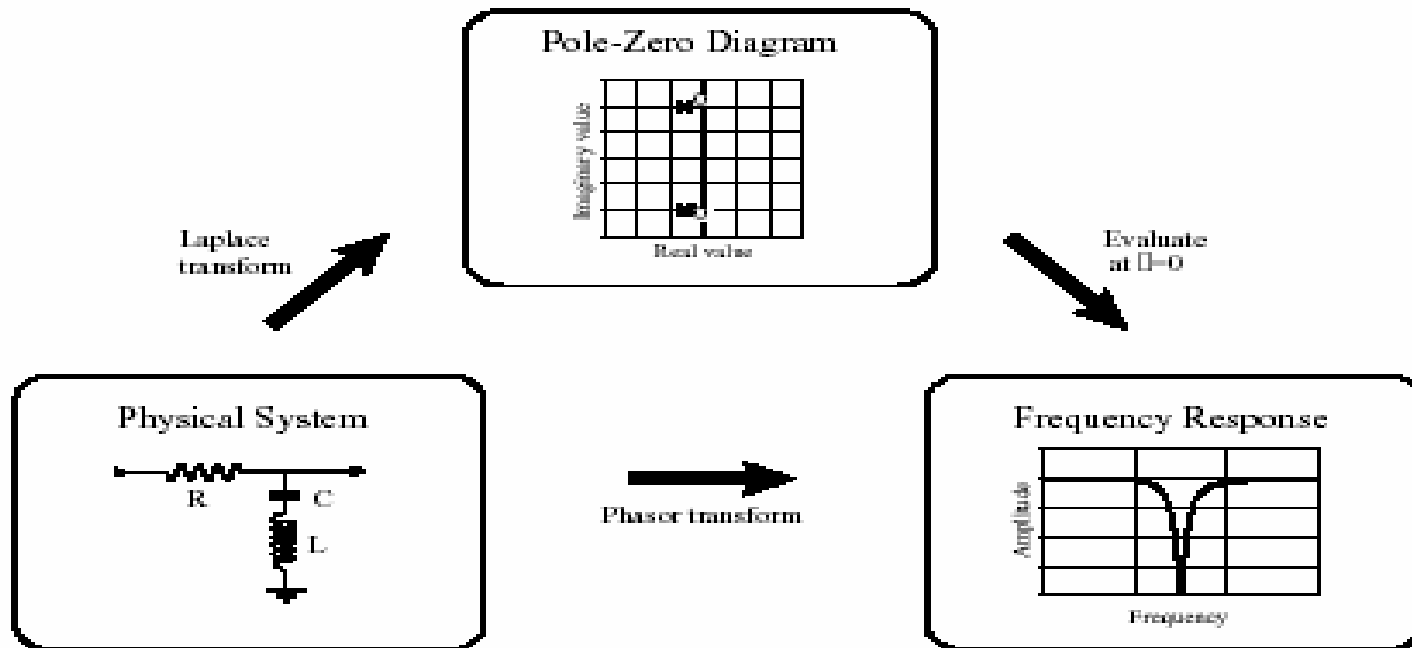


FIGURE 32-8

Strategy for using the Laplace transform. The phasor transform presented in Chapter 30 (the method using  $R$ ,  $j\omega L$ , &  $1/j\omega C$ ) allows the frequency response to be directly calculated from the parameters of the physical system. In comparison, the Laplace transform calculates an  $s$ -domain representation from the physical system, usually displayed in the form of a pole-zero diagram. In turn, the frequency response can be obtained from the  $s$ -domain by evaluating the transfer function along the imaginary axis. While both methods provide the same end result, the intermediate step of the  $s$ -domain provides insight into why the frequency response behaves as it does.

# Kesimpulan

- Nilai pole dan zero yang terletak di sebelah kiri dari s-plane menyatakan bahwa sistem dalam kondisi stabil.
- Nilai pole dan zero yang terletak di sebelah kanan dari s-plane menyatakan bahwa sistem dalam kondisi tak stabil.

# Soal Latihan 1

Hitunglah persamaan rectangular berikut ini :

$$a. \frac{10 + j6}{2}$$

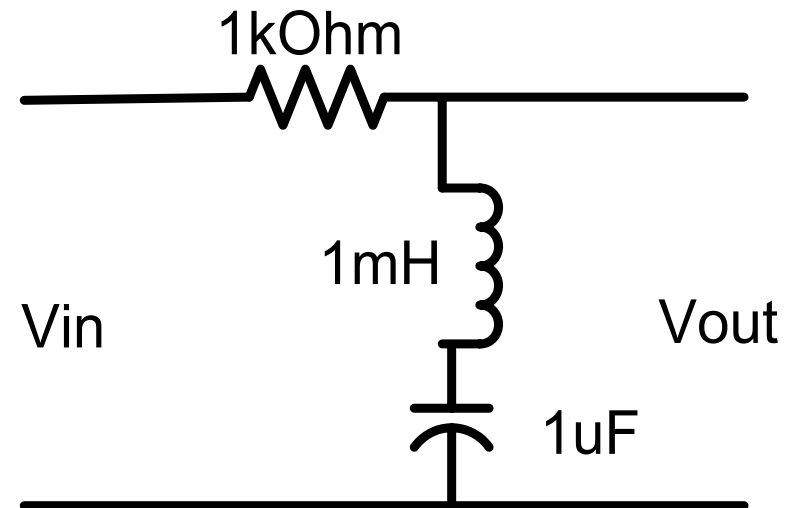
$$b. (5 - j10) + (2 + j5)$$

$$c. \frac{2}{1 + j2}$$

$$d. (1 - j2) \times (1 + j2)$$

# Soal Latihan 2

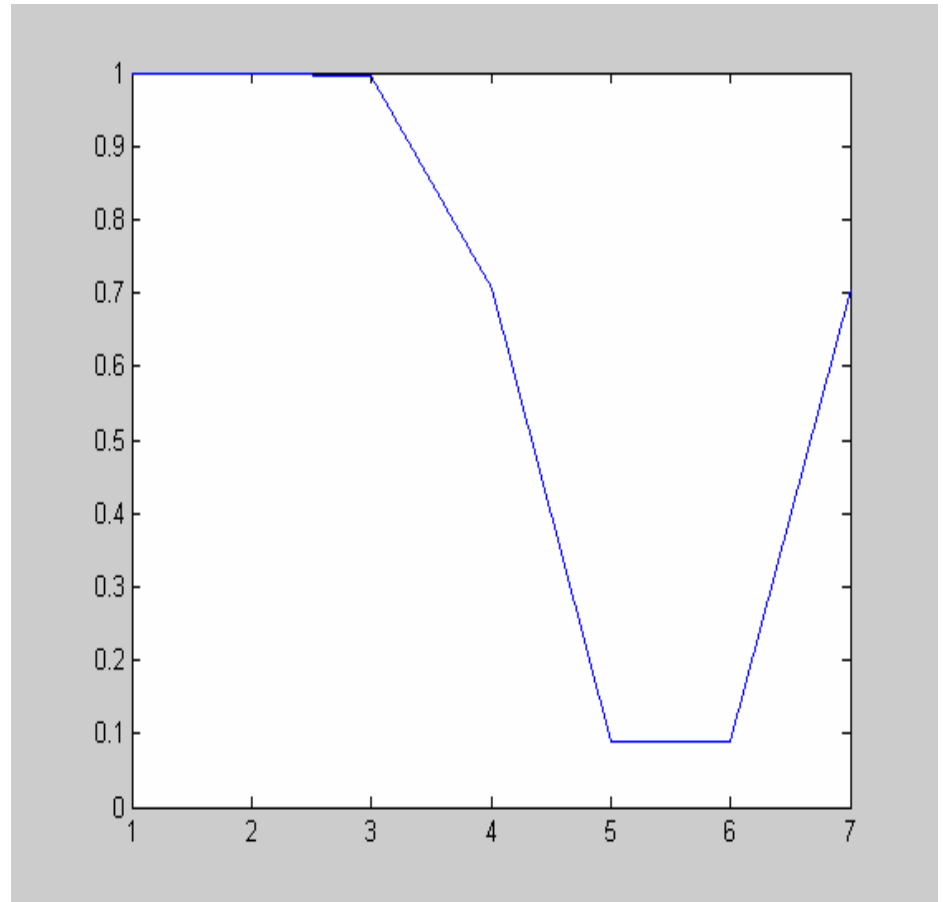
- Jika diketahui rangkaian RLC disamping memiliki konfigurasi dan nilai seperti tertera pada rangkaian, maka tentukan:
  - $Z_1$ ,  $Z_2$ ,  $P_1$ , dan  $P_2$
  - Apakah sistem dalam keadaan stabil?
  - Gambarkan grafik respon frekuensinya!





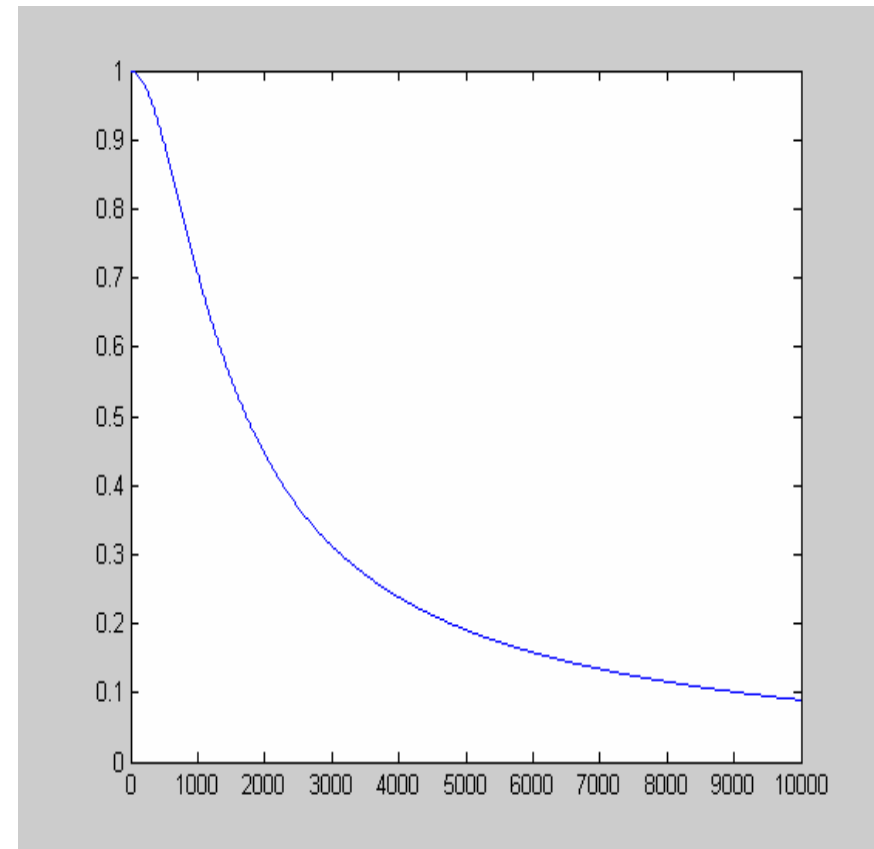
# Test Program Matlab 1

- % Uji Respon Frequency terhadap Pole dan Zero Pada Domain S
- % Oleh : Bima Sena Bayu D., S.ST.
- % Tanggal : 22 Nopember 2006
- % Pukul : 05.00
- num=[0.001 0 1000000];
- den=[0.001 1000 1000000];
- h=tf(num,den);
- w=[1 10 100 1000 10000 100000 1000000]; % freq
- freq=freqresp(h,w);
- freq(1)
- a(1)=abs(freq(1))
- freq(2)
- a(2)=abs(freq(2))
- freq(3)
- a(3)=abs(freq(3))
- freq(4)
- a(4)=abs(freq(4))
- freq(5)
- a(5)=abs(freq(5))
- freq(6)
- a(6)=abs(freq(6))
- freq(7)
- a(7)=abs(freq(7))
- n=1:7
- figure(1)
- plot(a(n))



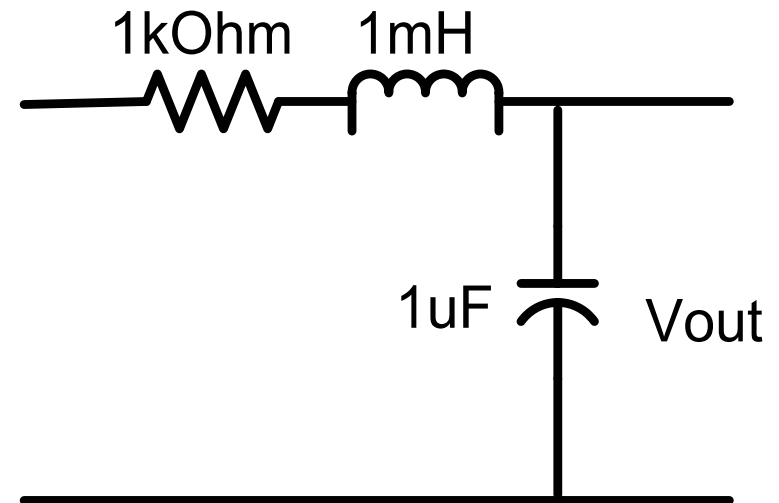
# Test Program Matlab 2

- % Uji Respon Frequency terhadap Pole dan Zero Pada Domain S
- % Oleh : Bima Sena Bayu D., S.ST.
- % Tanggal : 22 Nopember 2006
- % Pukul : 06.00
- num=[0.001 0 1000000];
- den=[0.001 1000 1000000];
- h=tf(num,den);
- w=1:10000 % ganti freq disini
- freq=freqresp(h,w);
- a(w)=abs(freq(w))
- figure(2)
- plot(a(w))



# Soal Latihan 3

- Jika diketahui rangkaian RLC disamping memiliki konfigurasi dan nilai seperti tertera pada rangkaian, maka tentukan:
  - $Z_1$ ,  $Z_2$ ,  $P_1$ , dan  $P_2$
  - Apakah sistem dalam keadaan stabil?
  - Gambarkan grafik respon frekuensinya!



# Jawaban Soal 2

$$H(s) = \frac{1/sC}{sL + R + 1/sC}$$

$$H(s) = \frac{1/C}{s^2L + sR + 1/C}$$

$$H(s) = \frac{1000000}{0.001s^2 + 1000s + 1000000}$$