



Konsep Kalkulus

Limit, Differential & Integral

Achmad Basuki

MENGAPA KALKULUS

- Penggunaan kalkulus memberikan pengaruh kuat terhadap fisika (Isaac Newton dan Gottfried Wilhelm Leibniz)
- Penggunaan differensial banyak pada perhitungan mekanika, kemiringan sebuah pola/kurva dan optimalisasi
- Penggunaan integral banyak pada perhitungan luas, volume, panjang, pusat massa, rata-rata, kerja dan tekanan.
- Kalkulus juga digunakan untuk mendapatkan pemahaman yang lebih rinci mengenai ruang, waktu, dan gerak.
- Adanya beberapa paradok seperti Paradok Zero dan tak terhingga.



LIMIT

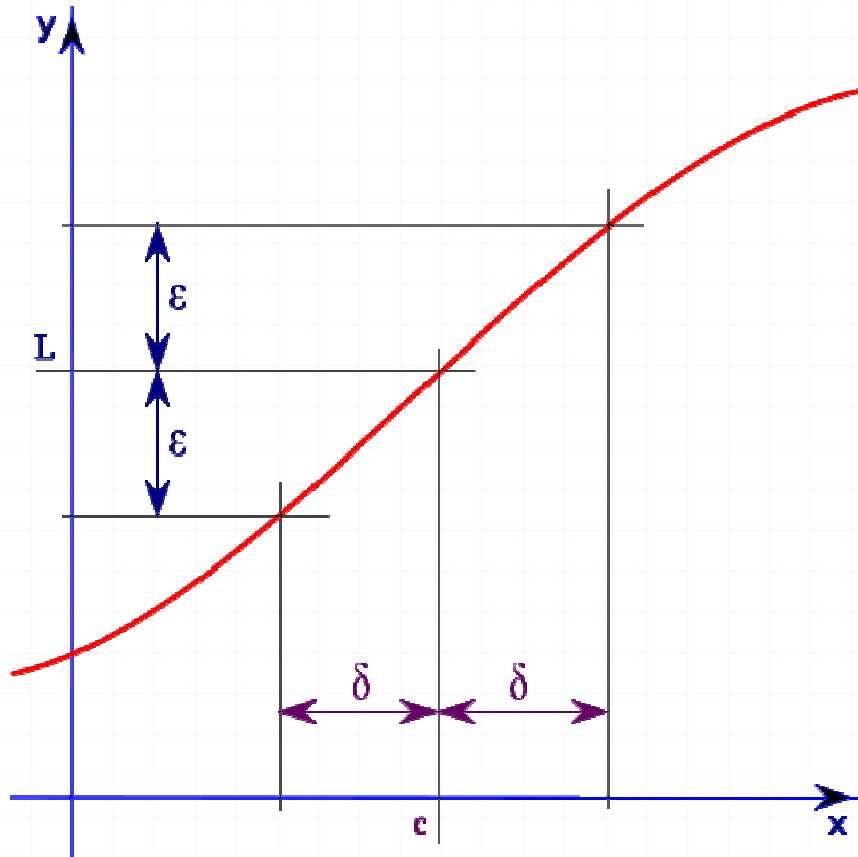
LIMIT

- Dasar dari kalkulus untuk menyatakan bagian-bagian kecil
- Melibatkan angka yang sangat kecil x , karena kecilnya sampai dikalikan dengan sembarang angka a tetap sangat kecil.

$$x \approx a \cdot x$$

- Limit menjelaskan konsep tak berhingga kecil.

LIMIT SEBUAH FUNGSI $f(x)$



ϵ dan δ adalah angka yang sangat kecil, maka:

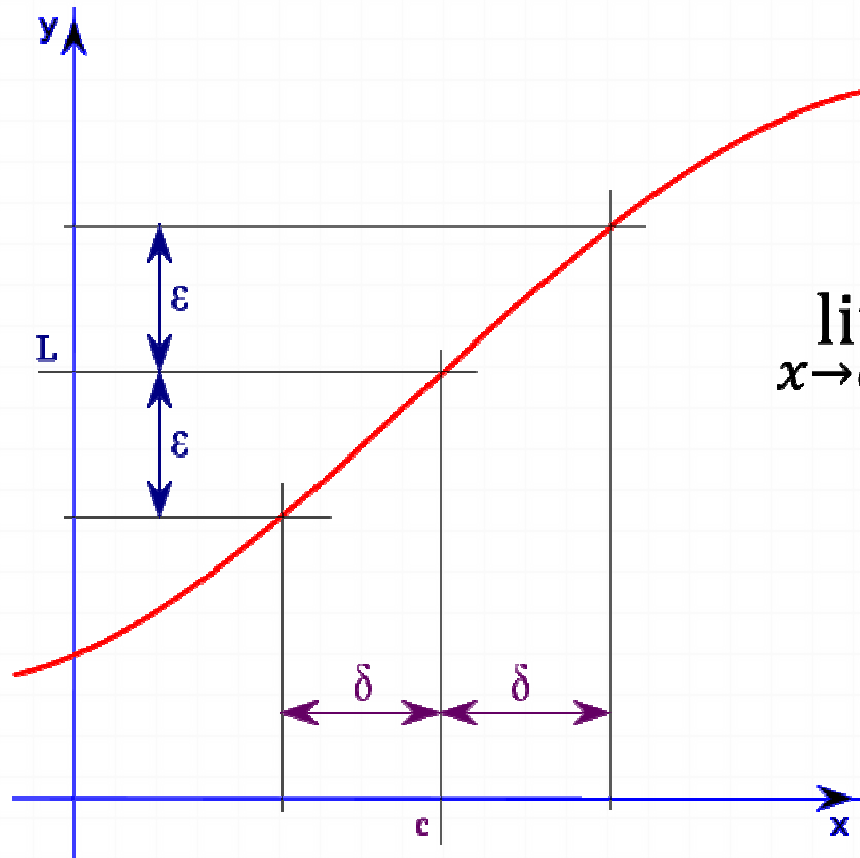
$$c \pm \delta \approx c$$

$$L \pm \epsilon \approx L$$

sehingga

$$\lim_{x \rightarrow c} f(x) = L$$

KONTINUITAS



Sebuah fungsi $f(x)$
dikatakan kontinu bila:

$$\lim_{x \rightarrow c - \delta} f(x) = \lim_{x \rightarrow c + \delta} f(x) = L$$

PENTINGNYA LIMIT

Setiap operator kalkulus bisa bekerja bila fungsi $f(x)$ yang digunakan adalah fungsi kontinu



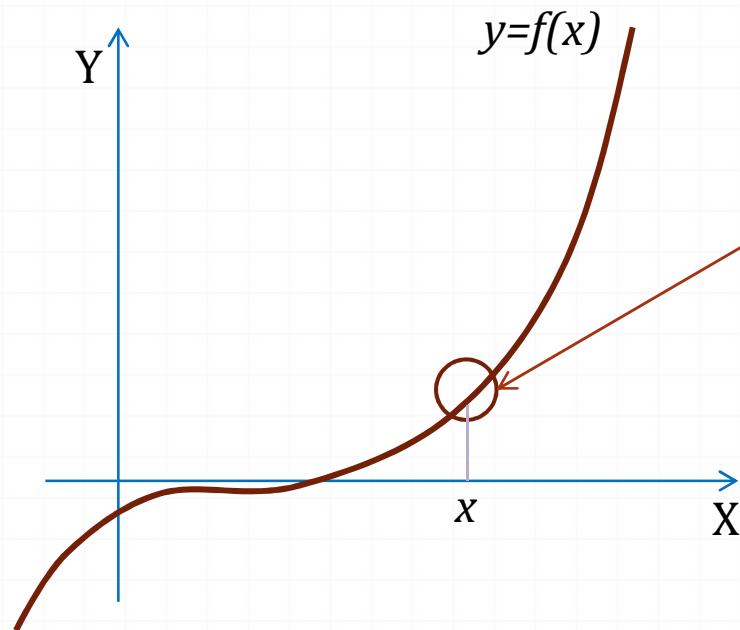
DIFFERENTIAL

DIFFERENSIAL

- Differensial dari suatu fungsi $f(x)$ mewakili perubahan yang sangat kecil dari fungsi tersebut terhadap variabelnya.
- Differensial fungsi $f(x)$ dituliskan dengan $f'(x)$ adalah:

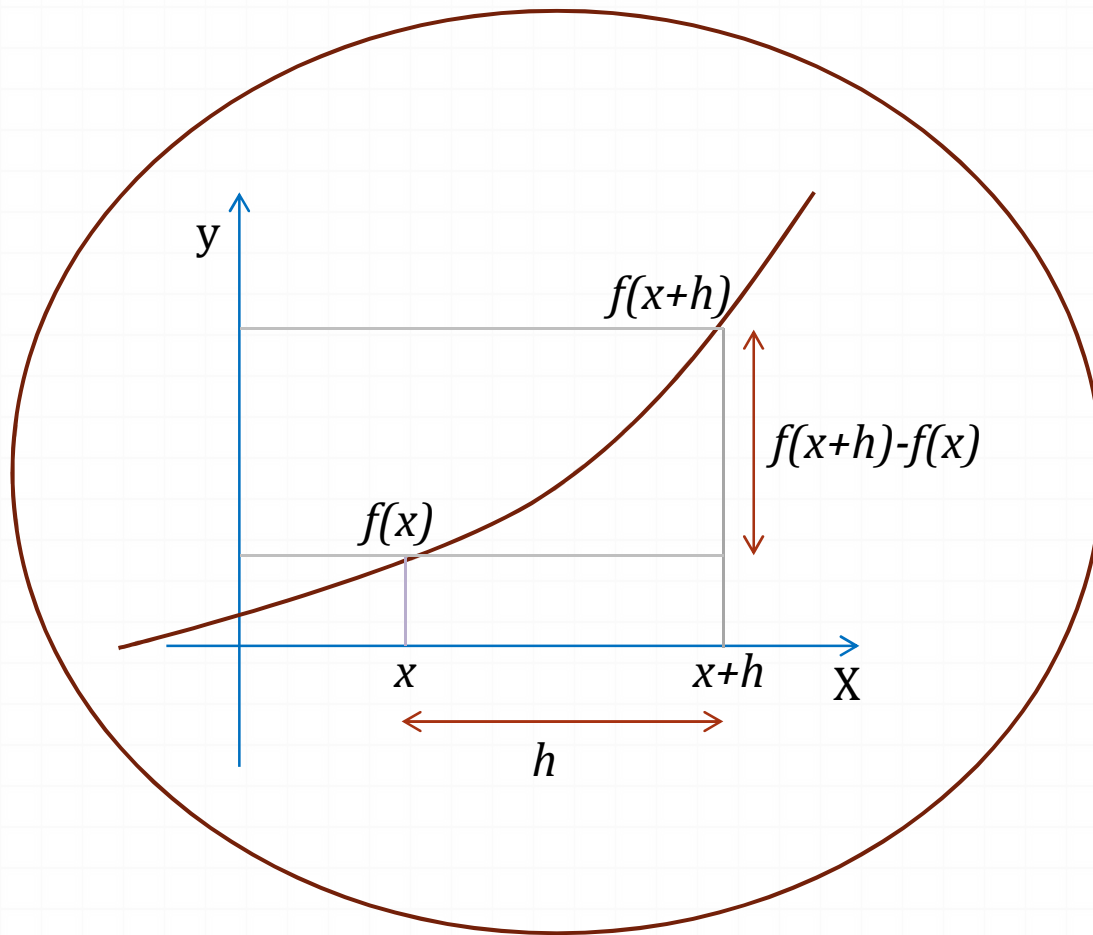
$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x + h) - f(x)}{h}$$

DIFFERENSIAL



Perubahan fungsi di titik x ini?

DIFFERENSIAL



Perubahan $f(x)$ pada titik x adalah perubahan di sekitar x dengan range h yang sangat kecil, sehingga bisa dikatakan sebagai perubahan fungsi dalam satu titik.

Notasi Differensial

o Notasi Leibniz: $\frac{dy}{dx}$, $\frac{df}{dx}(x)$, $\frac{d}{dx}f(x)$.

o Notasi Lagrange: f' atau $f'(x)$

o Notasi Euler: $D_x y$ atau $D_x f(x)$

DIFFERENSIAL

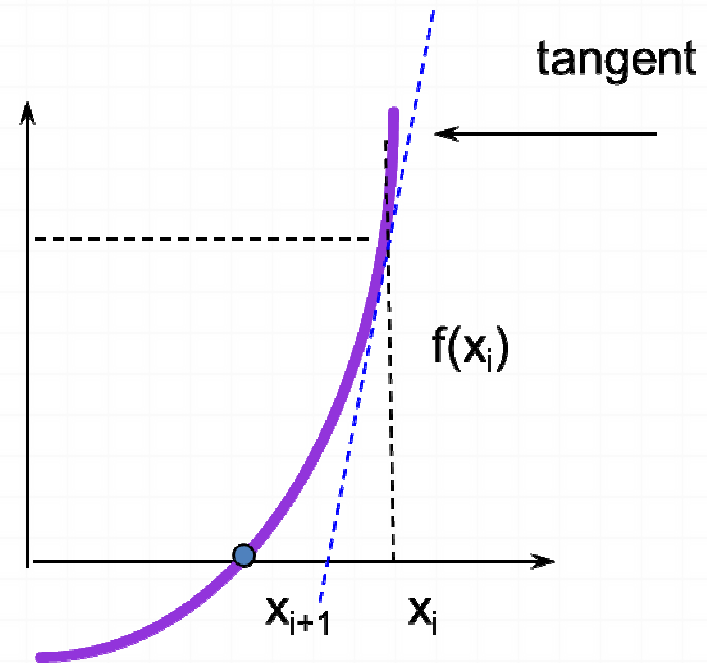
- Differensial menyatakan perbandingan perubahan fungsi/kurva terhadap perubahan absis yang sangat kecil.
- Nilai differensial $f'(x)$ menyatakan kemiringan kurva di titik x .
- Nilai perubahan yang ditunjukkan:
 - $f'(x) > 0 \rightarrow$ kurva bergerak naik
 - $f'(x) < 0 \rightarrow$ kurva bergerak turun
 - $f'(x) = 0 \rightarrow$ kurva tidak naik dan tidak turun atau stasioner

DIFFERENSIAL

Differensial menyatakan perubahan atau kemiringan pada sebuah titik observasi.

Metode Newton Raphson untuk mencari akar persamaan

$$f_{n+1} = f_n + \frac{f_n(x)}{f'_n(x)}$$





INTEGRAL

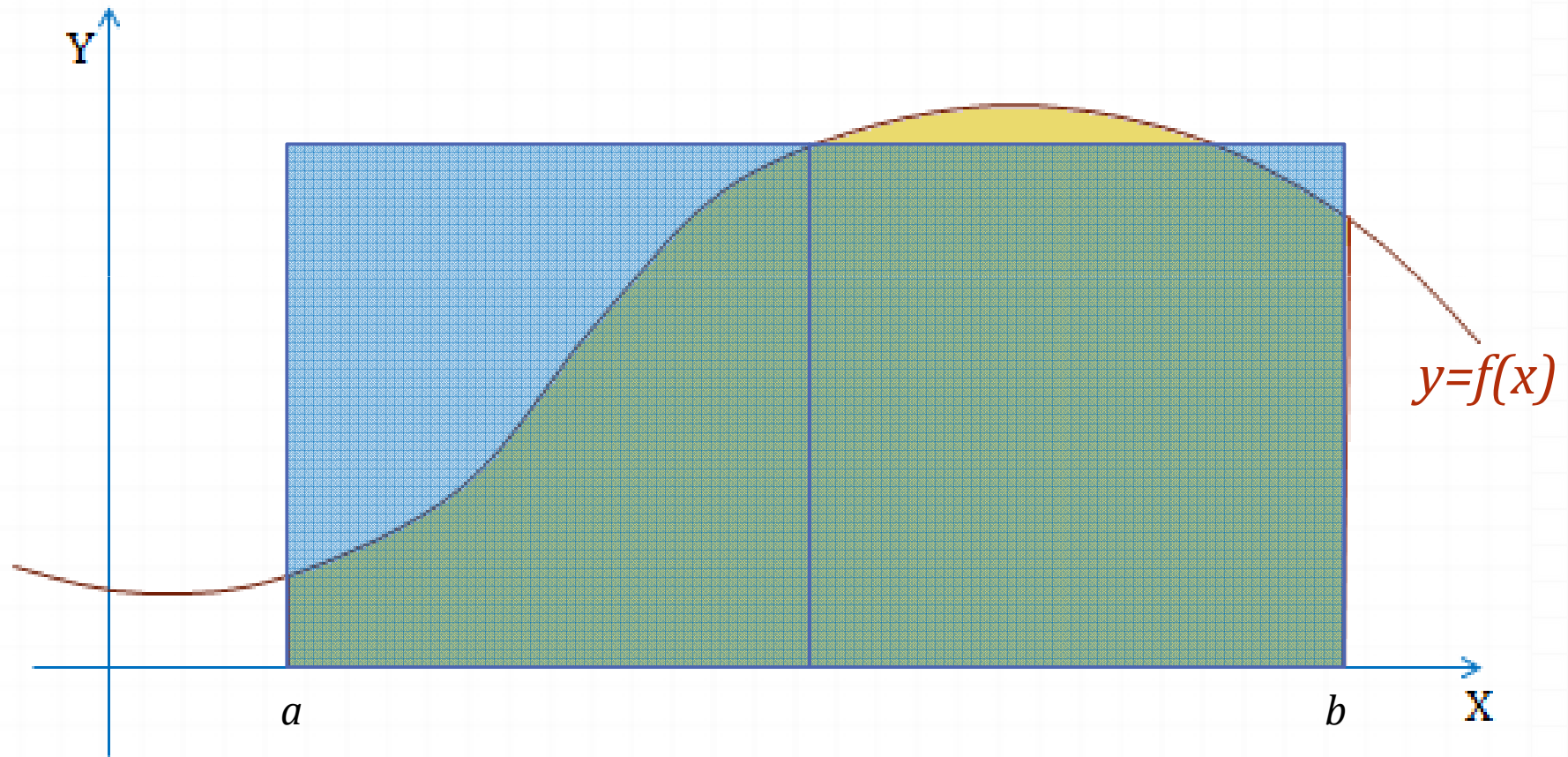
INTEGRAL

- Integral merupakan suatu objek matematika yang dapat diinterpretasikan sebagai luas wilayah ataupun generalisasi suatu wilayah.
- Integral dibagi menjadi dua, yaitu: integral tertentu dan integral tak tentu.
- Notasi matematika yang digunakan untuk menyatakan integral adalah \int , seperti huruf S yang memanjang (S singkatan dari "*Sum*" yang berarti penjumlahan).

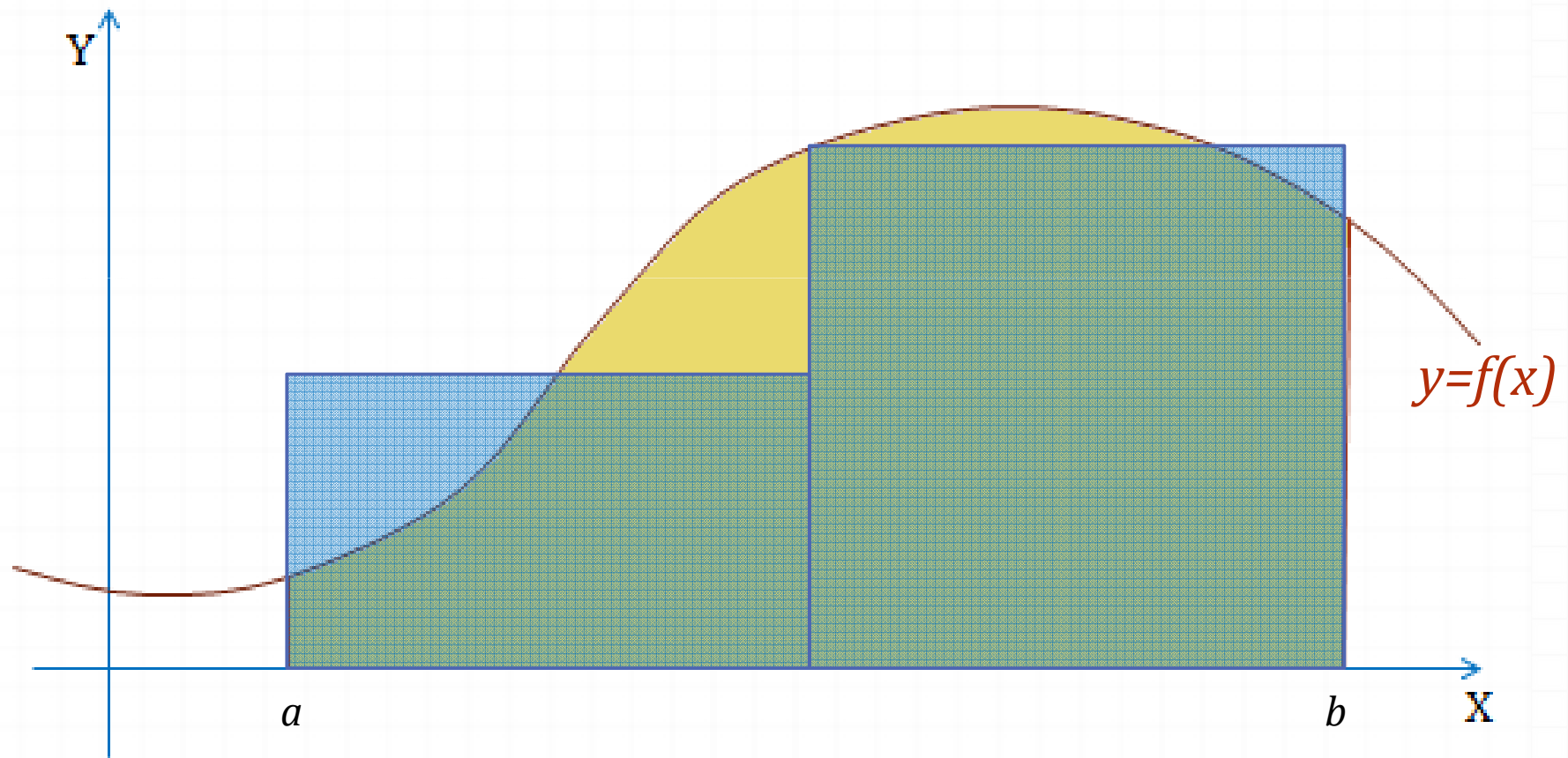
INTEGRAL

PROSES MENGHITUNG LUAS AREA YANG
DIBATASI OLEH KURVA $f(x)$

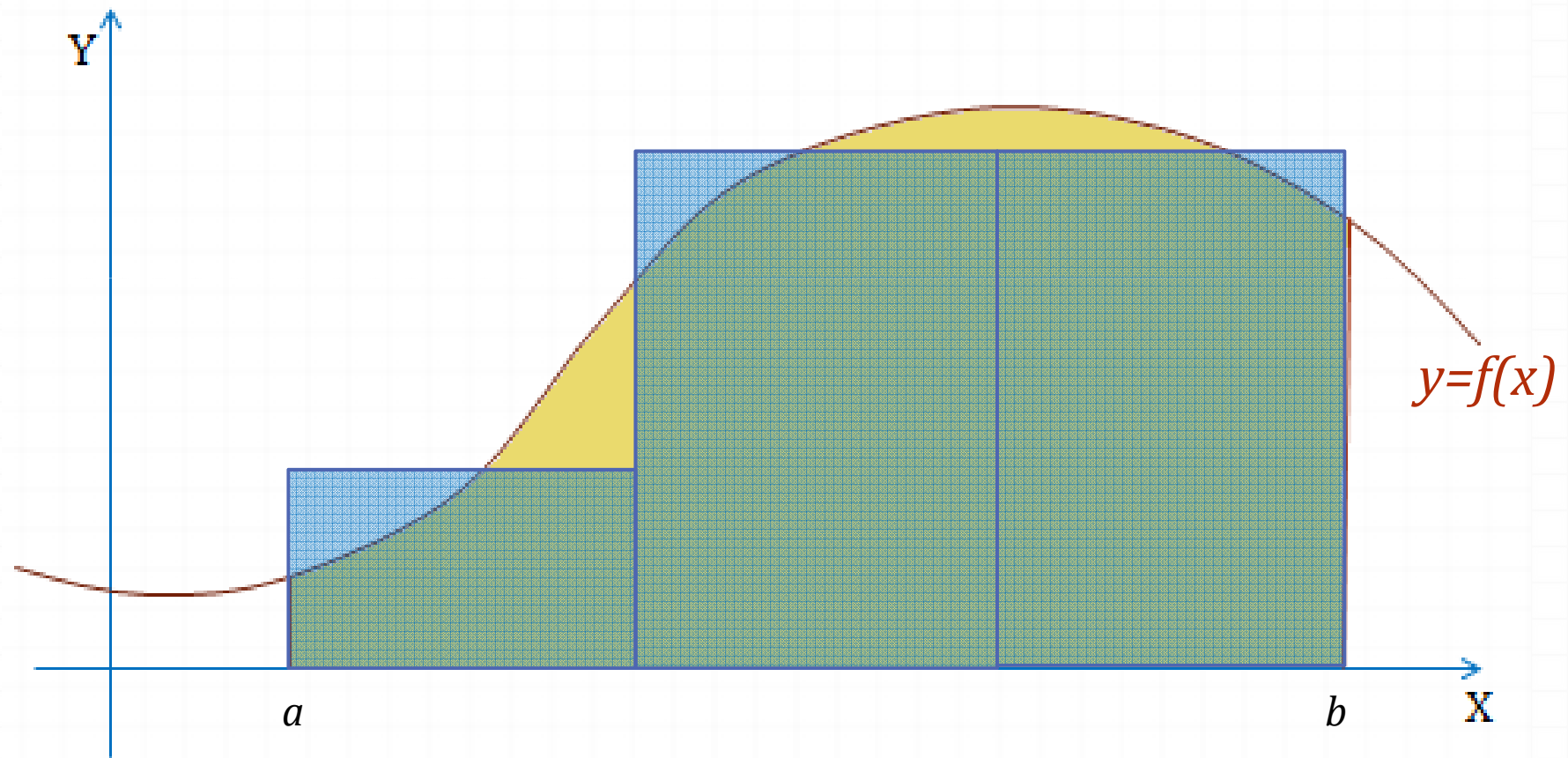
Menghitung Luas



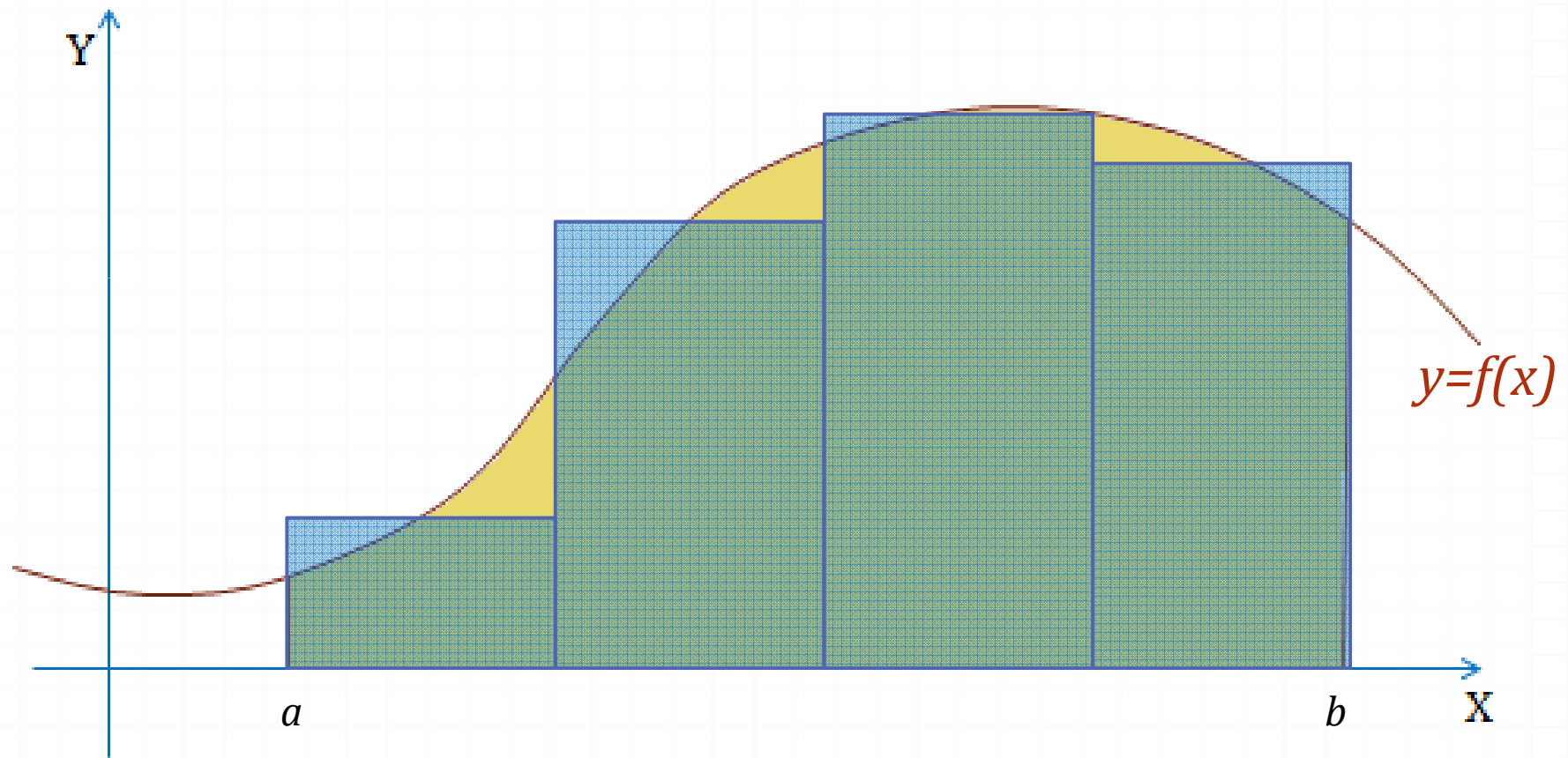
Menghitung Luas



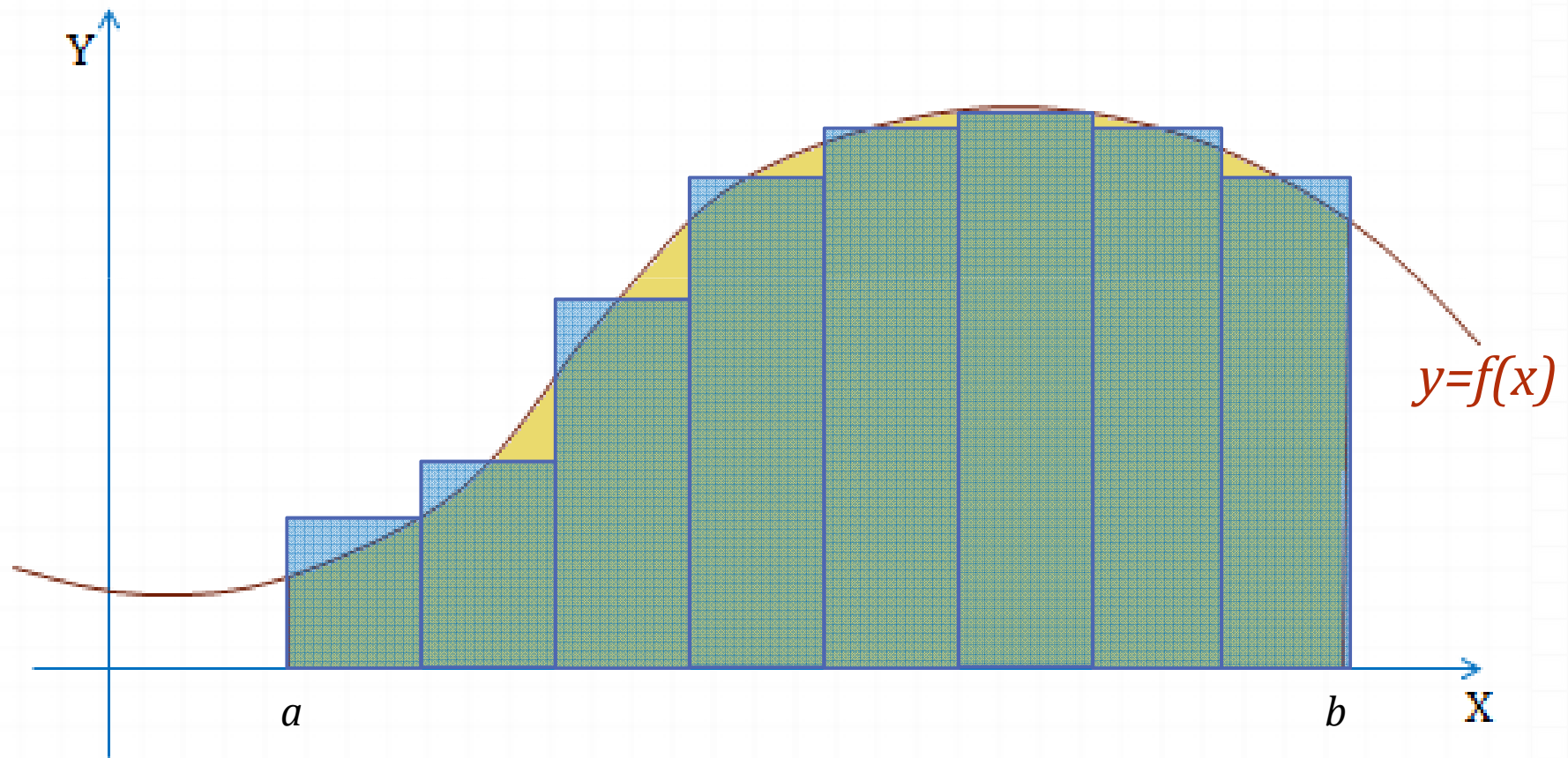
Menghitung Luas



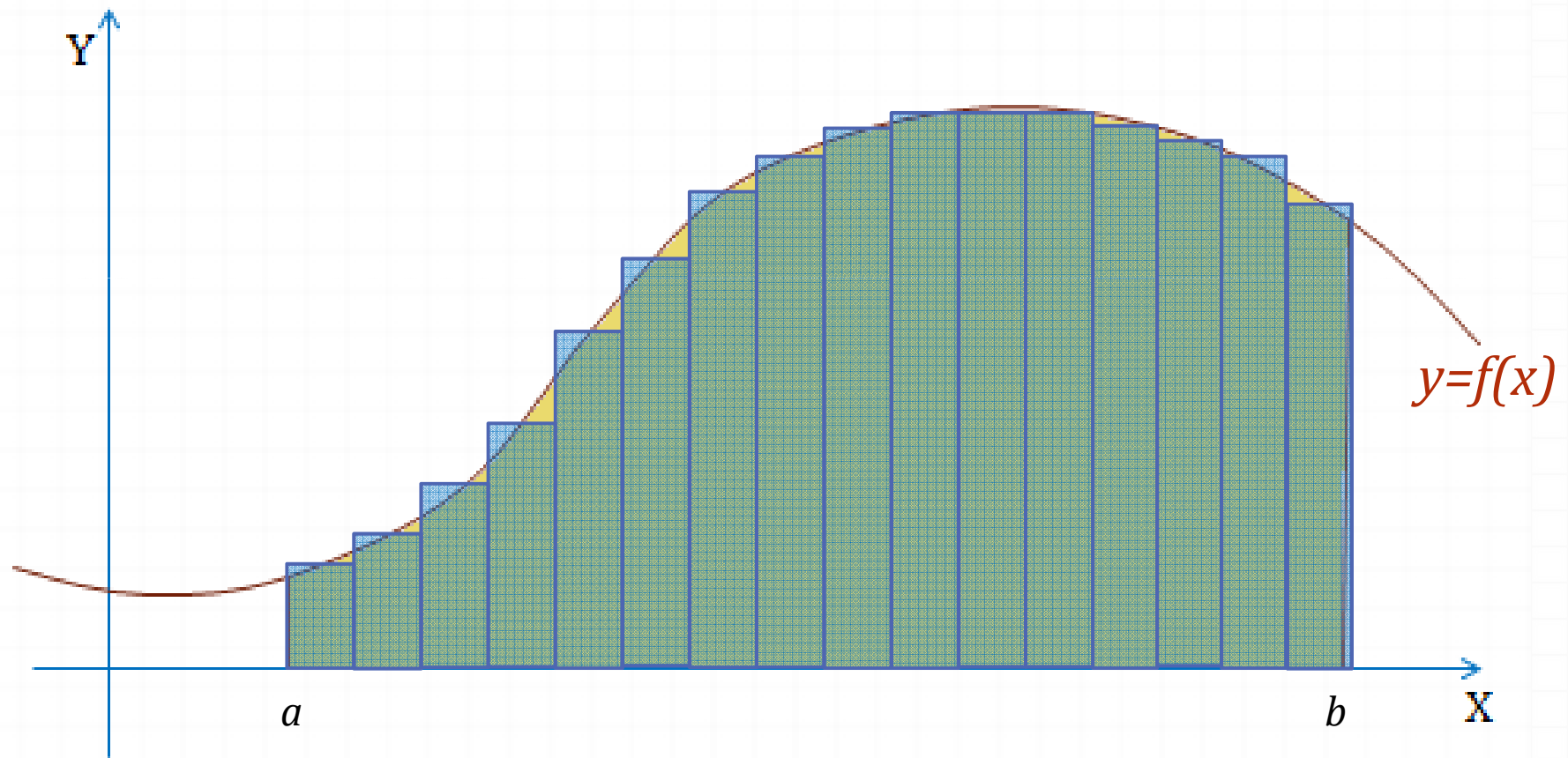
Menghitung Luas



Menghitung Luas



Menghitung Luas



INTEGRAL

Proses menghitung luas area yang dibatasi kurva

$$LUAS = \int_a^b f(x)dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n f(x_i) \cdot \Delta x_i$$

←—————→
Integral Reimann

RATA-RATA FUNGSI

Mencari nilai ambang normal dari sebuah kurva

$$A = \frac{1}{b - a} \int_a^b f(x) dx$$

