

## Вопросы и задания к занятию № 6

1. Укажите, при каких значениях  $E$  и  $\mathcal{E}$  объект  $M = \langle E, \mathcal{E} \rangle$  будет являться матроидом:

- 1)  $E = \{1, 2, 3, 4\}$      $\mathcal{E} = \{ \{\emptyset\}, \{1\}, \{2\}, \{3\} \}$
- 2)  $E = \{1, 2, 3\}$      $\mathcal{E} = \{ \{\emptyset\}, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1,2\}, \{1,3\}, \{2,3\}, \{1,2,3\} \}$
- 3)  $E = \{1, 2, 3, 4, 5\}$      $\mathcal{E} = \{ \{\emptyset\}, \{1\}, \{2\}, \{4, 5\}, \{1, 2, 3\}, \{1, 3, 4, \} \}$
- 4)  $E = \{1, 2, 3, 4\}$      $\mathcal{E} = \{ \{\emptyset\}, \{1\}, \{2\}, \{4\}, \{1, 2\} \}$
- 5)  $E = \{1, 2, 3\}$      $\mathcal{E} = \{ \{\emptyset\}, \{1\}, \{2\}, \{4\}, \{1, 2\}, \{1, 4\} \}$

2. Для каждого варианта 1) – 2) семейства  $\mathcal{E}$  подберите такое разбиение  $\{E_1, \dots, E_k\}$  для множества  $E = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ , чтобы объект  $(M = \langle E, \mathcal{E} \rangle)$  стал матроидом выбранных вами разбиений:

- 1)  $\mathcal{E} = \{ \{\emptyset\}, \{2\}, \{5\}, \{1\}, \{3\}, \{4\} \}$
- 2)  $\mathcal{E} = \{ \{\emptyset\}, \{1\}, \{1, 2\}, \{4\} \}$

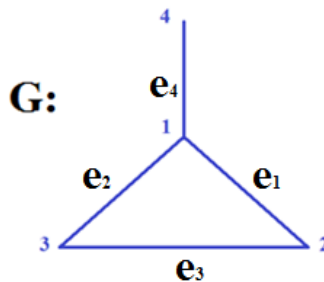
3. Постройте объекты  $M = \langle X, I \rangle$  по указанным ниже правилам. Определите, какие из них являются матроидами:

1) Пусть  $X$  – множество элементов, каждый из которых раскрашен в некоторый цвет. Множество  $A \in I$ , если все элементы множества  $A$  разного цвета.

2)  $X = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ ,  $I = \{A \subset X \mid |A| \leq k\}$ ,  $k \leq n$

3) Пусть  $G = \langle V, E \rangle$  — неориентированный граф (множество  $X = E$ ). Семейство  $I$  состоит из всех ациклических множеств ребер (то есть являющихся лесами)

Пример:



4. Пусть  $M = \langle E, \mathcal{E} \rangle$  - матроид, заданный множествами  $E$  и  $\mathcal{E}$ :

$$E = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$\mathcal{E} = \{\{\emptyset\}, \{1\}, \{2\}, \{4\}, \{1, 2\}, \{1, 4\}, \{2, 4\}, \{1, 2, 4\}\}$$

Найдите все максимальные независимые подмножества множества  $X = \{1, 2, 3, 5\}$  ( $X \subset E$ ).

5. *Задача 1:* Пусть дана матрица  $A$ . Требуется выбрать по одному элементу из каждого столбца так, чтобы их сумма была максимальна.

$$A: \begin{array}{cc} 3 & 4 \\ 7 & 5 \end{array}$$

Составьте для данной задачи объект  $M = \langle E, \mathcal{E} \rangle$ . Будем ли он являться матроидом? Примените для решения задачи «жадный» алгоритм.

6. *Задача 2:* Пусть дана матрица  $A$ . Требуется выбрать по одному элементу из каждого столбца и каждой строки так, чтобы их сумма была максимальна.

$$A: \begin{array}{ccc} 7 & 5 & 1 \\ 3 & 4 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{array}$$

Составьте для данной задачи объект  $M = \langle E, \mathcal{E} \rangle$ . Будем ли он являться матроидом? Примените для решения задачи «жадный» алгоритм.

Решите задачу 1 (из пункта 5) для этой же матрицы с использованием «жадного» алгоритма.