

CURSO ONLINE - PROVAS DE MATEMÁTICA BÁSICA

ALTERNATIVAS E INVESTIGATIVAS

Material elaborado por:

Jenifer C. da S. Oliveira - jenifer.09.oliveira@gmail.com

Exemplo de conjectura

Abaixo segue um exemplo de uma afirmação matemática que inicialmente parecia ser verdadeira para "todos" os casos mas na realidade não é.

I. Exemplo de conjectura: Todos os números da forma $2^{2^n} + 1$, com n sendo um número natural incluindo o zero ($n = 0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots$), são primos.

A conjectura acima foi realizada por um matemático chamado Pierre de Fermat (1601-1665) e foi lançada por volta de 1640.

Se testarmos alguns números naturais incluindo o zero, vamos verificar que o resultado realmente é um número primo, veja:

(lembrando que os números primos são aqueles que são naturais, maiores que 1 e que são divisíveis somente por 1 e por ele mesmo (exemplos de números primos: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, ...)).

- Para $n = 0 \rightarrow 2^{2^{(0)}} + 1 = 2^0 + 1 = 1 + 1 = 2$ (conjectura válida para $n = 0$, pois 2 é primo).
- Para $n = 1 \rightarrow 2^{2^{(1)}} = 2^2 + 1 = 4 + 1 = 5$ (conjectura válida para $n=1$, pois 5 é primo).
- Para $n = 2 \rightarrow 2^{2^{(2)}} + 1 = 2^4 + 1 = 16 + 1 = 17$ (conjectura válida para $n = 2$, pois 17 é primo).

Testamos para o número zero e para os primeiros números naturais e vimos que a conjectura é válida. Mas será que ela é válida para os demais números naturais?

Essa pergunta ficou em aberto por cerca de 92 anos, pois somente por volta do ano de 1732 outro matemático, Leonhard Euler (1707–1783), conseguiu demonstrar que para $n = 5$ a

conjectura é falsa, pois $2^{2^{(5)}} + 1 = 2^{32} + 1 = 4.294.967.296 + 1 = 4.294.967.297$ resulta em número que não é primo, afinal 641 e 6.700.417 também são seus divisores.

Perceba que testar exemplos numéricos que validam a sentença não é suficiente para afirmar que ela é válida para todos os casos. Por outro lado, se encontramos algum exemplo que mostra que a sentença não é válida, é suficiente para afirmarmos que não podemos provar a validade da sentença, pois para um determinado caso ela já falhou.