Лабораторная работа №1

Студент: Копорушкин Данил
Группа: МТ-301

Вариант 12

Исходный ряд

Погрешность $\mathscr{E} = 10^{-7}$

Для остатка ряда будет верна оценка:

$RN=n=N+1\infty n(n-r)(n2+r)2\ \le$

Потребуем, чтобы $-\frac{1}{2N^2}+\frac{1}{N}\le \mathscr{E}/2$. Тогда $R_N < \mathscr{E}/2$. Найдем N:

$N+\infty(-1x3+1x2)dx=-12N2+1N$, где видно, что первое слагаемое слишком мало

$N\ge 2\ast 10^7$

В частности, при N=20000000+1=20000001 заданная точность будет достигнута.

Первое ускорение сходимости

$n=1\infty n(n-r)(n2+r)2$, где r=0.3 $an=n(n-r)(n2+r)2$,

Улучшим сходимость ряда на порядок. Общий член ряда ведет себя

Найдем коэффициент λ: $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{a_n}{b_n}=\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{n(n-r)n^2}{(n^2+r)^2}=1$

Тогда ряд S примет вид:

$S=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n(n-r)}{(n^2+r)^2}=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n(n-r)}{(n^2+r)^2}+\lambda\left(\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}=\frac{\pi^2}{6}-\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}\right)=$

$=\frac{\pi^2}{6}-\frac{n^2(rn+2r)+r^2}{(n^4+2n^2\ast r+r^2)n^2}=\frac{\pi^2}{6}-P$

Теперь найдем сумму улучшенного ряда $P=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2(rn+2r)+r^2}{(n^4+2n^2\ast r+r^2)n^2}$ с точностью $\mathscr{E}$.

$M2+110M3$, где видно, что второе слагаемое слишком мало.

Найдем оценку для M:

$R_M=\frac{3}{20M^2}\le \mathscr{E}/2$. Найдем M: $M\ge\sqrt{3\ast 10^6}$

В частности, при M=2000 заданная точность будет достигнута.

Второе ускорение сходимости

Улучшим сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2(rn+2r)+r^2}{(n^4+2n^2\ast r+r^2)n^2}$. Его общий член ведет

Найдем коэффициент λ: $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{a_n}{c_n}=\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{n^2(rn+2r)+r^2}{(n^4+2n^2\ast r+r^2)n^2}=-0.3$

Тогда ряд P примет вид:

$P=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2(rn+2r)+r^2}{(n^4+2n^2\ast r+r^2)n^2}=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2(rn+2r)+r^2}{(n^4+2n^2\ast r+r^2)n^2}-0.3\ast\left(B_2-\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^3}\right)=$

$M\infty x2rx+2r+r2x4+2x2+r+r2x2dx\le M\infty(rx3+rx4)dx=$

$bn=1n2$. Поэтому эталонный ряд $n=1\infty 1n2=\pi 26=B1$.

=-0,3$B_2 + \frac{n^2(rn+2r)+r^2}{(n^4+2n^2*r+r^2)n^2}$

Найдем оценку остатка улучшенного ряда

$\sum_{n=1}^{\infty} \quad \frac{-r(2n^3-2n^2*r-r^2+nr}{n^3(n^2+r)^2}$

RL=n=1∞−r(2n3−2n2∗r−r2+nrn3(n2+r)2≤L+∞x2+1x6dx≤L+∞2x4dx=23L3

Найдем оценку для N1:$R_L = \frac{2}{3N^3} \leq \mathcal{E}/2$

Найдем L: L$\geq \sqrt[3]{\frac{4*10^7}{3}}$

В частности, при L=237 заданная точность будет достигнута.

Вычисление суммы ряда S

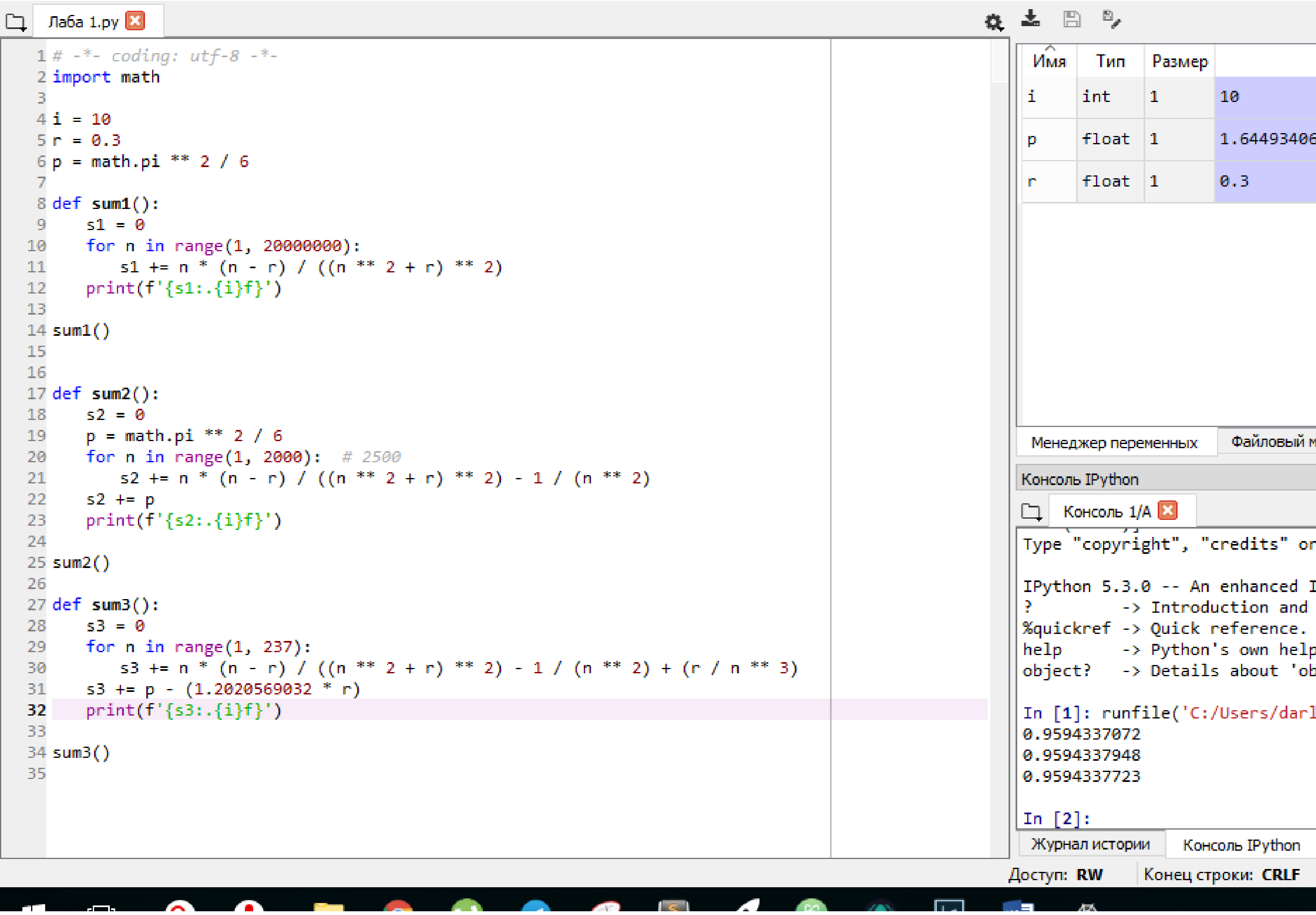
Ряд S примет вид:$\frac{\pi^2}{6} + Q_{237} - 0,3 * B = 0.9594337723$

N	S_N=0.9594337072	S≈ 0.9594337072
M	P_M=-0.6855002721	S≈ 0.9594337948
L	Q_L=-0.3248832236	S≈ 0.9594337723

Вывод: дважды улучшив сходимость ряда, мы получили возможность просуммировав 237 слагаемых, вычислить заданный
р
я
д

с

т
о
ч
н
о
с
т
ь
ю
−7.


Лаба 1.py
# -*- coding: utf-8 -*-
import math
i = 10
r = 0.3
p = math.pi ** 2 / 6
def sum1():
    s1 = 0
    for n in range(1, 20000000):
        s1 += n * (n - r) / ((n ** 2 + r) ** 2)
    print(f'{s1:.{i}f}')
sum1()
def sum2():
    s2 = 0
    p = math.pi ** 2 / 6
    for n in range(1, 2000): # 2500
        s2 += n * (n - r) / ((n ** 2 + r) ** 2) - 1 / (n ** 2)
    s2 += p
    print(f'{s2:.{i}f}')
sum2()
def sum3():
    s3 = 0
    for n in range(1, 237):
        s3 += n * (n - r) / ((n ** 2 + r) ** 2) - 1 / (n ** 2) + (r / n ** 3)
    s3 += p - (1.2020569032 * r)
    print(f'{s3:.{i}f}')
sum3()
Имя
Тип
Размер
i
int
1
10
p
float
1
1.64493406
r
float
1
0.3
Менеджер переменных
Файловый м
Консоль IPython
Консоль 1/A
Type "copyright", "credits" or
IPython 5.3.0 -- An enhanced I
? -> Introduction and
%quickref -> Quick reference.
help -> Python's own help
object? -> Details about 'ob
In [1]: runfile('C:/Users/darl
0.9594337072
0.9594337948
0.9594337723
In [2]:
Журнал истории
Консоль IPython
Доступ: RW
Конец строки: CRLF