

Análise de Investimentos

Faculdade de Tecnologia de Mococa

Centro Paula Souza (CPS)

Prof. Dr. Darlan Marcelo Delgado

Este material de aula foi elaborado para expor as metodologias de cálculo de viabilidade econômica de projetos de investimento em capital produtivo. Serão abordados:

- **Valor Presente Líquido (VPL)** ou *Net Present Value (NPV)*, em inglês.
- **Taxa Interna de Retorno (TIR)** ou *Internal Rate of Return (IRR)*, em inglês.
- **Taxa Interna de Retorno Modificada (TIRM)** ou *Modified Internal Rate of Return (MIRR)*, em inglês.
- **Índice de Lucratividade (IL)** ou **Índice de Valor Atual/Presente (IVA ou IVP)**.
- **Taxa de Rentabilidade (TR)**.
- **Payback**.

Utilizaremos o exemplo do capítulo 15 – **Avaliação Econômica de Investimentos**, do livro **Curso de Administração Financeira**, de Alexandre Assaf Neto e Fabiano Guasti Lima (Editora Atlas, 3 ed., 2014).

Abaixo segue uma adaptação para utilizar o exemplo de um fluxo de caixa que é apresentado logo no início do capítulo (página 394 do livro).

	Ano 0	Ano 1	Ano 2	Ano 3	Ano 4
FLUXO DE CAIXA	(\$ 145,00)	\$ 71,00	\$ 74,00	\$ 80,00	\$ 50,00

ADAPTAÇÃO: Consiste na criação de um CONTEXTO que apresenta as condições de um projeto de INVESTIMENTO em uma empresa fictícia.

Caso: Um empreendedor avalia um investimento de capital produtivo de longo prazo. O analista financeiro conta com as seguintes informações e dados. Trata-se da aquisição de uma máquina, cujo valor é de **\$ 100,00** (cem unidades monetárias). A empresa vendedora da máquina exigiu da compradora a cobertura de **seguros**, cujo custo representa uma **alíquota de 4% do valor de compra da máquina**. O **frete** de São Paulo até Mococa é de **6% do valor da máquina**. Acompanha a máquina uma equipe de funcionários da fabricante para instalá-la com **custo de 8%** do valor da máquina. O projeto de investimento exige um aporte de recursos a título de necessidades de **capital de giro** correspondente a **27% do valor da máquina**.

Uma vez entrando em funcionamento, a empresa gerará vendas dos produtos ao **preço de \$ 0,80** a unidade. Estima-se vender **500 unidades** no primeiro ano (ano 1), 506 unidades no ano 2, 518 unidades no ano 3 e 458 unidades no ano 4. Os **custos fixos** operacionais anuais são iguais a **\$ 179,00**, sem correção. Os **custos variáveis unitários** (com insumos, matérias primas e embalagens) representam o valor de **\$ 0,30** por unidade produzida. A vida útil da máquina é de 4 anos (horizonte do projeto).

O empreendedor exige um retorno esperado mínimo de **20%** para este investimento (esta é a Taxa Mínima de Atratividade **TMA**, também conhecida como custo de capital).

Com estes dados e informações, vamos iniciar a análise de viabilidade econômica de investimentos e introduzir as técnicas de cálculo do Valor Presente Líquido (VPL), Taxa Interna de Retorno (TIR), Taxa Interna de Retorno Modificada (TIRM), período de Payback (simples, médio, descontado, PaybackTIR, PaybackTotal ou *Duration*), Índice de Lucratividade (IL) e Taxa de Rentabilidade (TR).

Métodos do Valor Presente Líquido (VPL) e Taxa Interna de Retorno (TIR).

Pela Matemática Financeira, na Capitalização Composta, temos que:

$$VF = VP \cdot (1 + i)^n$$

VF → Valor Futuro (Montante)

VP → Valor Presente (Capital)

i → taxa de juros periódica

n → prazo

Para se calcular um dado **Valor Presente (VP)** a partir de um certo Valor Futuro (VF), tem-se:

$$VP = \frac{VF}{(1 + i)^n}$$

(em Matemática Financeira este processo chama-se “descontar a valor presente”).

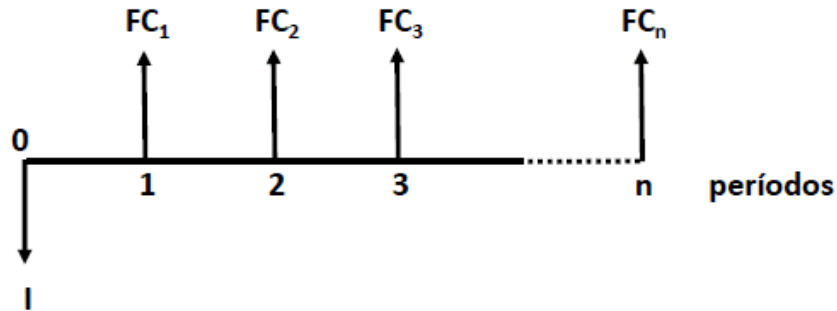
Esta fórmula é importante para entender a construção do VPL.

Valor Presente Líquido (VPL) ou Net Present Value (NPV)

O Valor Presente Líquido é um dos métodos de análise de viabilidade mais utilizados para avaliar proposta de aporte de capital produtivo em projetos de investimento. Segundo Kassai et al. (2007, p. 63-4), “reflete a riqueza em valores monetários do investimento medida pela diferença entre o valor presente das entradas de caixa e o valor presente das saídas de caixa, a determinada taxa de desconto”, que é a Taxa Mínima de Atratividade (TMA) ou custo do capital.

Vejamos o **diagrama de fluxo de caixa líquido** abaixo. Essa figura representa o Investimento (I) realizado no momento inicial (período 0), indicando uma saída de recursos financeiros, e os

respectivos fluxos de caixa líquidos (FC_n), ou seja, receitas (entradas) menos custos e despesas (saídas) em cada um dos “ n ” períodos (horizonte do projeto).



Observe que cada Fluxo de Caixa líquido (FC_n) é um valor futuro (VF_n) em relação ao momento 0.

A **fórmula** de cálculo do **VPL** pode ser apresentada como:

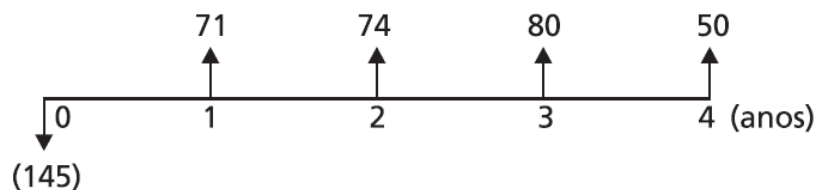
$$VP = \frac{VF}{(1+i)^n}$$

$$VPL = -I + \frac{FC1}{(1+TMA)^1} + \frac{FC2}{(1+TMA)^2} + \frac{FC3}{(1+TMA)^3} + \dots + \frac{FCn}{(1+TMA)^n}$$

No caso do Exemplo da página 394 do livro “**Curso de Administração Financeira**” (capítulo 15), de Alexandre Assaf Neto e Fabiano Guasti Lima, temos o fluxo de caixa para um projeto de investimento, para o qual o investidor deseja uma Taxa Mínima de Atratividade (**TMA**) de **20%** ao ano:

	Ano 0	Ano 1	Ano 2	Ano 3	Ano 4
FLUXO DE CAIXA	(\$ 145,00)	\$ 71,00	\$ 74,00	\$ 80,00	\$ 50,00

O correspondente diagrama de fluxo de caixa, portanto, ilustra esse fluxo de capitais:



O cálculo do VPL é dado por:

$$\text{VPL} = -I + \frac{\text{FC}_1}{(1 + \text{TMA})^1} + \frac{\text{FC}_2}{(1 + \text{TMA})^2} + \frac{\text{FC}_3}{(1 + \text{TMA})^3} + \frac{\text{FC}_4}{(1 + \text{TMA})^4}$$

$$\text{VPL} = -145 + \frac{71}{(1 + 0,20)^1} + \frac{74}{(1 + 0,20)^2} + \frac{80}{(1 + 0,20)^3} + \frac{50}{(1 + 0,20)^4}$$

$$\text{VPL} = -145 + 59,17 + 51,39 + 46,30 + 24,11$$

$$\text{VPL} = -145 + 180,96$$

VPL = \$ 35,96 → O projeto é viável, pois o VPL é maior do que zero (\$ 0,00).

Critério de Viabilidade pelo VPL: o projeto é considerado VIÁVEL somente quando o VPL for maior ou igual a ZERO (**VPL ≥ 0**).

VPL < 0 → Projeto destrói valor econômico. Projeto não é viável.

VPL = 0 → Projeto não cria valor econômico, mas remunera o custo de oportunidade (TMA). Projeto viável.

VPL > 0 → Projeto cria valor econômico. Projeto é viável.

Taxa Interna de Retorno (TIR) ou Internal Rate of Return (IRR)

O método da Taxa Interna de Retorno (TIR) é a taxa juros (taxa de desconto a valor presente) que iguala as entradas com as saídas de caixa em determinada data focal (geralmente na data zero). Entendida dessa forma, a TIR é a raiz da equação polinomial de grau “n” (sendo “n” o número de períodos). Diferentemente da TMA, que é uma taxa dada pelo empreendedor (no cálculo do VPL) e, portanto, conhecida, a TIR é uma incógnita da equação polinomial. Observe abaixo:

$$0 = -I + \frac{\text{FC}_1}{(1 + \text{TIR})^1} + \frac{\text{FC}_2}{(1 + \text{TIR})^2} + \frac{\text{FC}_3}{(1 + \text{TIR})^3} + \dots + \frac{\text{FC}_n}{(1 + \text{TIR})^n}$$

Exemplo da página 394 do livro “**Curso de Administração Financeira**” (capítulo 15), de Alexandre Assaf Neto e Fabiano Guasti Lima, temos:

$$0 = -145 + \frac{71}{(1 + \text{TIR})^1} + \frac{74}{(1 + \text{TIR})^2} + \frac{80}{(1 + \text{TIR})^3} + \frac{50}{(1 + \text{TIR})^4}$$


Verifique que para o cálculo da TIR a “taxa” torna-se a incógnita. É a taxa intrínseca que faz com que o fluxo de caixa seja uma “verdade matemática”. Desta forma, a A TIR é a “raiz” da função polinomial de grau 4 neste caso: a taxa que faz o resultado ser igual a zero.

TIR = 33,09% → O projeto é viável, pois a TIR é maior do que a TMA (20%).

Critério de Viabilidade pela TIR: o projeto é considerado VIÁVEL somente quando a TIR for maior ou igual à TMA ($TIR \geq TMA$).

OBSERVAÇÃO 1: A TIR pode ser calculada em planilhas eletrônicas, como o **Microsoft Excel**, Calculadoras Financeiras, como a **HP 12C**, ou por meio de linguagens de programação, como **Python** (utilizando a biblioteca **Numpy Financial** e a função **irr** desta biblioteca). O seu cálculo manuscrito com calculadora científica é possível, mas moroso e exaustivo. Um dos métodos utilizados para calcular a TIR é por meio de tentativa e erro, realizando interpolação linear. Sugere-se a consulta às obras *Matemática Financeira* (VIEIRA SOBRINHO, 1988) e *Matemática Financeira* (HAZZAN; POMPEO, 2001, p. 84-88) para este procedimento de cálculo da TIR por tentativa e erro.

OBSERVAÇÃO 2: O modo de cálculo mais direto da TIR, para este caso específico, parece ser por meio da linguagem de programação Python e sem a necessidade de instalar e importar a biblioteca **Numpy Financial**. Como a equação é breve (apenas 4 períodos), é fácil utilizar o método “root” (raiz) do módulo “optimize” da biblioteca **Scipy**. Observe abaixo o código elaborado no Google Colab:



Untitled16.ipynb ☆

Arquivo Editar Ver Inserir Ambiente de execução Ferramentas Ajuda [Todas as alterações foram salvas](#)

+ Código + Texto

```

1 from scipy.optimize import root
2
3 def f(tir):
4     return -145 + (71/(1+tir)) + (74/(1+tir)**2) + (80/(1+tir)**3) + (50/(1+tir)**4)
5
6 sol = root(f, 0)
7 print(sol)

```

message: The solution converged.
success: True
status: 1
fun: [3.197e-14]
x: [3.309e-01]
nfev: 10
fjac: [[-1.000e+00]]
r: [2.273e+02]
qtf: [-1.071e-09]

```

1 tir_perc = (sol.x) * 100
2 print(tir_perc)

```

[33.08845749]

Verifique:

- Linha 1: foi importado o método **root** de “scipy.optimize”.
- Linha 3: definida a função **f(tir)**

- Linha 4: retorna: $-145 + (71/(1+tir)) + (74/(1+tir)**2) + (80/(1+tir)**3) + (50/(1+tir)**4)$
- Linha 6: criada a variável **sol** (solução) para armazenar o resultado do método para calcular a raiz ($\text{root}(f, 0)$).
- Linha 7: comando para imprimir na tela o conteúdo armazenado em **“sol”**.
- Na saída o resultado está em **“x”**: 3.309e-01 (em notação científica).

- Na célula seguinte:

Linha 1: criada a variável **“tir_perc”** e atribuído a ela o valor armazenado em **“sol.x”** multiplicado por 100.

Linha 2: comando para imprimir na tela o resultado de **sol.x** multiplicado por 100 = 33,0884 (a TIR).

OBSERVAÇÃO 3: O método da TIR assume, implicitamente, que a taxa interna de retorno de um projeto de investimento será verdadeira somente se todos os fluxos de caixa intermediários (positivos ou negativos) forem reinvestidos à própria TIR, calculada para o próprio fluxo de caixa líquido do projeto. Esse pressuposto inerente ao método da TIR pode causar discrepâncias na análise, pois muitos projetos lucrativos em determinada época poderão deixar de ser ao longo de seu horizonte. Além disso, considerando a realidade financeira, as taxas de juros de reinvestimento de capital (aplicação de recursos) conseguidas no sistema bancário são inferiores às taxas de juros de financiamento (captação de recursos). Devido a isso, existe a metodologia da Taxa Interna de Retorno Modificada (TIRM) ou *Modified Internal Rate of Return (MIRR)*.

Taxa Interna de Retorno Modificada (TIRM) ou *Modified Internal Rate of Return (MIRR)*

A metodologia de cálculo da TIRM admite a existência de 2 (duas) taxas de juros distintas: a) taxa de financiamento; b) taxa de reinvestimento.

Taxa de financiamento: **“Taxa_financ”** (no Microsoft Excel) ou **“finance_rate”** (na biblioteca NumPy Financial para a linguagem Python) é a taxa de juros paga sobre o dinheiro utilizado em fluxos de caixa (recursos financeiros tomados emprestados ou captados no mercado financeiro).

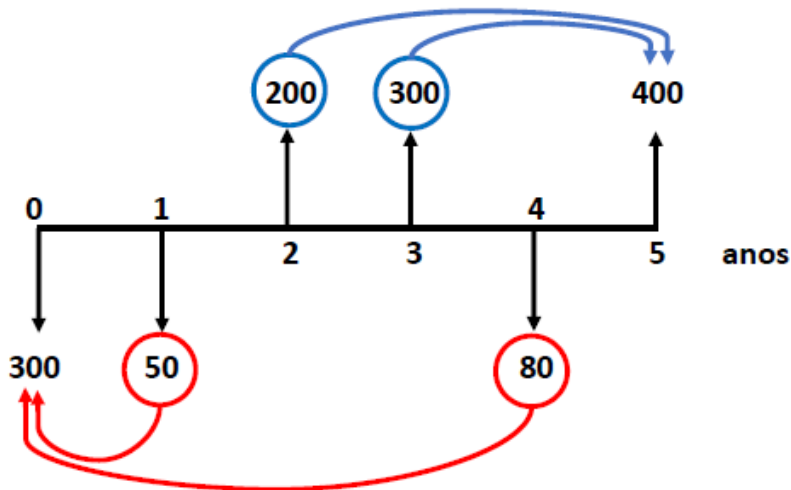
Taxa de reinvestimento: **“Taxa_reinvest”** (no Microsoft Excel) ou **“reinvest_rate”** (na biblioteca NumPy Financial para a linguagem Python) é a taxa de juros recebida sobre os fluxos de caixa à medida que estes forem sendo reinvestidos (aplicados no sistema financeiro).

Por este método, os fluxos de caixa positivos são capitalizados a valor futuro (até o período final do horizonte do projeto) pela taxa de reinvestimento, gerando um único Valor Futuro (VF) e os fluxos de caixa negativos são descontados a valor presente (data focal 0 do projeto) pela taxa de financiamento, gerando um único Valor Presente (VP).

Suponha um projeto de investimento que apresente o seguinte fluxo de caixa líquido projetado:

	Ano 0	Ano 1	Ano 2	Ano 3	Ano 4	Ano 5
FLUXO DE CAIXA	-300	-50	200	300	-80	400

Abaixo segue o diagrama de fluxo de caixa e a demonstração do procedimento de cálculo da Taxa Interna de Retorno Modificada (TIRM). As setas vermelhas evidenciam o processo de descontar a valor presente os fluxos negativos e as setas azuis indicam o processo de capitalizar a valor futuro os fluxos positivos.



A Taxa Interna de Retorno (**TIR**) deste projeto é igual a **29,52%** a.a.

Vamos considerar, para o cálculo da Taxa Interna de Retorno Modificada (TIRM), as seguintes taxas:

- Taxa de financiamento: **36%** a.a.
- Taxa de reinvestimento: **12%** a.a.

O cálculo pode ser realizado da seguinte forma:

1ª etapa: Cálculo do Valor Presente (**VP**) dos fluxos de caixa negativos (pela taxa de financiamento).

$$VP = -300 - \frac{50}{(1 + 0,36)} - \frac{80}{(1 + 0,36)^4}$$

$$VP = -300,00 - 36,76 - 23,38$$

$$VP = -360,15$$

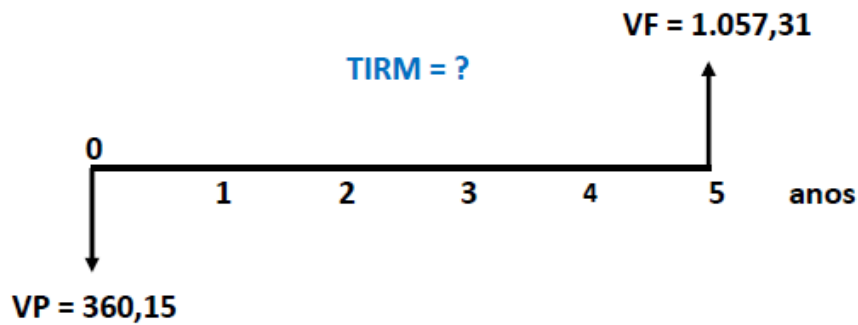
2ª etapa: Cálculo do Valor Futuro (**VF**) dos fluxos de caixa positivos (pela taxa de reinvestimento).

$$VF = 200 \cdot (1 + 0,12)^3 + 300 \cdot (1 + 0,12)^2 + 400$$

$$VF = 280,99 + 376,32 + 400,00$$

$$VF = 1.057,31$$

Com esses dois valores de VP e VF, chegamos a este diagrama de fluxo de caixa:



3ª etapa: Cálculo da TIRM. A Taxa Interna de Retorno Modificada (TIRM) é a taxa de juros que faz com que o Valor Presente (VP) de \$ 360,15 (a saída de caixa no ano 0) se torne o Valor Futuro (VF) de \$ 1.057,31 em 5 anos.

$$VF = VP \cdot (1 + TIRM)^n \text{ daí segue que:}$$

$$TIRM = \left(\frac{VF}{VP} \right)^{\frac{1}{n}} - 1$$

$$TIRM = \left(\frac{1.057,31}{360,15} \right)^{\frac{1}{5}} - 1$$

$$TIRM = 0,2403 \rightarrow TIRM = 24,03\%$$

OBSERVAÇÃO: A TIRM pode ser calculada diretamente no Microsoft Excel, pois há uma função própria para este método. Também pode ser calculada diretamente por meio da função “mirr” da biblioteca Numpy Financial para Python. Observe abaixo o código elaborado no Google Colab:

```

1 !pip install numpy_financial
2 import numpy_financial as npf

Collecting numpy_financial
  Downloading numpy_financial-1.0.0-py3-none-any.whl (14 kB)
Requirement already satisfied: numpy>=1.15 in /usr/local/lib/python3.10/dist-packages (from numpy_financial) (1.25.2)
Installing collected packages: numpy_financial
Successfully installed numpy_financial-1.0.0

1 fluxo = [-300, -50, 200, 300, -80, 400]
2 tir = npf.irr(fluxo)
3 print(tir)
4
5 tirm = npf.mirr(fluxo, 0.36, 0.12)
6 print(tirm)

0.2952080454329613
0.24034794893660494

```


Verifique:

Na primeira célula de código:

- Linha 1: foi instalada a biblioteca NumPy Financial (sempre necessário fazer quando for utilizar).
- Linha 2: foi importada para uso a biblioteca NumPy Financial.

Na segunda célula de código:

- Linha 1: criada a variável `fluxo` e passados os valores na forma de Lista em Python
 - Linha 2: criada a variável `tir` para armazenar o resultado do método “`irr`” para calcular a TIR, passado o fluxo.
 - Linha 3: comando para imprimir na tela o conteúdo armazenado em “`tir`”.
 - Linha 5: criada a variável `tirm` para armazenar o resultado do método “`mirr`” para calcular a TIR, sendo passados o fluxo, a taxa de financiamento, a taxa de reinvestimento.
 - Linha 6: comando para imprimir na tela o conteúdo armazenado em “`mtir`”.
- Na saída os dois resultados em formato decimal: TIR = 0,2952 (29,52%) e TIRM = 0,2403 (24,03%).

Índice de Lucratividade (IL) ou Índice do Valor Atual (IVA)

É um método empregado para analisar a viabilidade econômica de um projeto de investimento por meio da razão (ou seja, da divisão) do valor presente dos fluxos de caixa positivos pelo valor presente dos fluxos de caixa negativos (investimentos e, eventualmente, fluxos negativos ao longo do horizonte do projeto). Lembrando-se que o fluxo de caixa líquido é descontado a VALOR PRESENTE por meio da Taxa Mínima de Atratividade (TMA), ou seja, o custo de capital. Na obra *Retorno de Investimento: abordagens matemática e contábil do lucro empresarial* (KASSAI et al., 2007) os autores empregam o nome “Índice de Lucratividade (IL)” para este método. Já na obra *projetos: planejamento, elaboração e análise* (WOILER; MATHIAS, 1996) seus autores utilizam a terminologia “Índice do Valor Atual (IVA)”.

Significado e critério de viabilidade: o resultado do IL, para conferir viabilidade a um projeto, deve ser MAIOR OU IGUAL A 1 (UM). Dessa forma, o resultado indica quantas unidades monetárias estariam sendo retornadas para cada unidade monetária investida.

Operacionalização: deve-se utilizar os valores calculados a valor presente (descontados pela TMA) e que foram empregados no cálculo do Valor Presente Líquido (VPL).

$$IL = \frac{\sum VP \text{ fluxos positivos}}{\sum VP \text{ fluxos negativos}} \quad \text{ou} \quad IL = \frac{\sum VP(+)}{\sum VP(-)}$$

OBSERVAÇÃO: o \sum (Somatório) do Valor Presente (VP) dos fluxos negativos deve ser considerado apenas em sua magnitude (número, sem o sinal de negativo).

A partir do exemplo do estudo de caso que estamos utilizando:

O Somatório (\sum) dos valores presentes (VP) positivos = **180,96**

O Somatório (\sum) dos valores presentes (VP) negativos = **145,00** (somente o Investimento na data 0).

Então, o Índice de Lucratividade (IL) é dado por:

$$IL = \frac{\sum VP(+)}{\sum VP(-)} = \frac{180,96}{145,00} = 1,2480 \cong 1,25$$

Esse número significa que **para cada R\$ 1,00 investido o projeto está retornando R\$ 1,25**.

Taxa de Rentabilidade (TR)

É a expressão percentual do **Índice de Lucratividade (IL)**.

Significado e critério de viabilidade: o resultado da TR, para conferir viabilidade a um projeto, deve ser MAIOR OU IGUAL A 0 (ZERO). Dessa forma, o percentual indicará a rentabilidade obtida ao longo do projeto a partir do total investido (no momento zero) ou gasto (ao longo do horizonte de vida do projeto).

$$TR = (IL - 1) \times 100$$

A partir do exemplo do estudo de caso que estamos utilizando:

$$TR = (1,2480 - 1) \times 100$$

$$TR = (0,2480) \times 100$$

$$TR = 24,80\%$$

Esse número significa que **o projeto está gerando uma Taxa de Rentabilidade de 24,80% (em torno de 25%)**.

Payback (ou período de payback)

O período de *payback* de um investimento é o tempo necessário para recuperar, por meio dos fluxos de caixa projetados, o valor inicialmente investido. Como definido por Assaf e Lima (2014, p. 394), o método mais simples é o Payback Efetivo.

O tempo do *payback* é calculado fazendo-se as deduções, a partir do valor investido inicialmente, dos fluxos de caixa dos anos ao longo do horizonte do projeto. Em relação à fração do período final, emprega-se o cálculo por regra de três simples.

Ano	Fluxo de Caixa Líquido	Falta Recuperar
0	- 145,00	- 145,00
1	71,00	- 145 + 71 = - 74
2	74,00	- 74 + 74 = 0
3	80,00	
4	50,00	

Payback Médio

Segundo Assaf e Lima (2014, p. 395), o tempo de retorno médio é calculado por meio da relação entre o valor do investimento e o valor médio dos fluxos de caixa esperados. Sendo assim, para o exemplo do livro, tem-se:

$$\text{Valor médio dos fluxos} = \frac{71,00 + 74,00 + 80,00 + 50,00}{4} = \frac{275}{4} = \$ 68,75 \text{ por ano}$$

$$\text{Payback Médio} = \frac{145,00}{68,75} = \$ 2,11 \text{ anos}$$

Payback Descontado

O período de *payback* descontado de um investimento é o tempo necessário para recuperar, por meio dos **fluxos de caixa descontados pela Taxa Mínima de Atratividade (TMA)**, o valor inicialmente investido. Dessa forma, são considerados os valores trazidos a valor presente pela TMA. Este método traz mais robustez à técnica do *payback* justamente por levar em consideração o valor do dinheiro no tempo, ou seja, a taxa de juros (TMA). Ele é calculado de modo análogo ao *payback* original ou simples, empregando a regra de três simples para o cálculo de tempo da fração final.

Ano	Fluxo de Caixa Descontado	Falta Recuperar
0	-145,00	-145,00
1	59,17	- 145 + 59,17 = - 85,83
2	51,39	- 85,83 + 51,39 = - 34,44
3	56,30	
4	24,11	

Ao fim do **2º ano** (ou seja, **decorridos 24 meses**) ainda falta recuperar **R\$ 34,44**. Observe, no entanto, que ao longo de todo o **3º ano** serão recuperados **R\$ 56,30** (a valor presente). Agora é necessário fazer uma **regra de 3** para calcular quantos meses correspondem a **R\$ 34,44** se **R\$ 56,30** serão recuperados ao longo de 12 meses (um ano).

56,30 -----> 12 meses

34,44 -----> x meses

$$56,30 \cdot x = 34,44 \cdot 12 \text{ meses}$$

$$x = \frac{34,44 \cdot 12 \text{ meses}}{56,30}$$

$$x = \frac{413,28}{56,30} \text{ meses}$$

$$x = 7,34 \text{ meses}$$

ATENÇÃO: 7,34 não é a resposta final. Este não é o número de meses para o **Payback Descontado** e sim o número de meses necessários, **NO 3º ANO**, para terminar de recuperar o investimento inicial de R\$ 145,00.

Payback Descontado = 24 meses + 7,34 meses → **Payback Descontado = 31,34 meses.**

Payback Total (ou Duration do projeto)

O conceito de *Payback total* ou *Duration* do projeto não é comum na literatura de engenharia econômica e análise de investimentos. Ele é proposto por Kassai et al. (2007, p. 91): “além de trabalhar com os fluxos de caixa descontados pela TMA, também considera os fluxos existentes após os prazos apurados anteriormente.”. Também conhecido como *Duration*, é calculado como sendo o **inverso** do Índice de Lucratividade (IL) multiplicado pelo número (n) de anos (ou de outra unidade de tempo) do horizonte do projeto de investimento.

$$\text{Payback Total} = \frac{\sum VP(-)}{\sum VP(+)} \cdot n$$

ou

$$\text{Payback Total} = (IL)^{-1} \cdot n$$

No estudo de caso que estamos analisando, o IL foi calculado assim:

$$IL = \frac{\sum VP(+)}{\sum VP(-)} = \frac{180,96}{145,00} = 1,2480 \cong 1,25$$

Então, $\text{Payback Duration} = (1,25)^{-1} \cdot 4$

$$\text{Payback Duration} = (0,80) \cdot 4$$

$$\text{Payback Total} = 3,2 \text{ anos (multiplicado por 12 meses = 38,4 meses)}$$

PaybackTIR

A metodologia de *PaybackTIR*, também proposta por Kassai et al. (2007), parte do pressuposto de que o tempo de retorno se dará quando o Valor Futuro (VF) for igual ao dobro do valor investido (o Valor Presente, VP), porém levando-se em consideração como taxa média de juros a Taxa Interna de Retorno (TIR). A fórmula para o cálculo do tempo de *PaybackTIR* é assim apresentada (KASSAI et al., 2007, p. 93):

$$\text{PaybackTIR} = \frac{\text{Ln}(2)}{\text{Ln}(1 + \text{TIR})}$$

No estudo de caso que estamos analisando, a Taxa Interna de Retorno (TIR) calculada em calculadora financeira, planilha eletrônica (Microsoft Excel) ou Python foi igual a **33,09%** ao ano.

Dessa forma, teremos o seguinte cálculo para *PaybackTIR*:

$$PaybackTIR = \frac{\ln(2)}{\ln(1 + 0,3309)}$$

$$PaybackTIR = \frac{0,6931}{0,2859} = \mathbf{2,4248 \text{ anos}}$$

Multiplicando esse número de anos (**2,4248**) por 12 meses, chega-se a **29,10 meses** aproximadamente.

Materiais e Links

Planilha Eletrônica

- Foi elaborada uma planilha eletrônica (Microsoft Excel) contendo os cálculos automatizados do VPL, TIR, IL, TR e período Payback. O arquivo tem o nome “analise_vaiabilidade_planilha”. Para acessar [Clique Aqui](#).

Notebook do Google Colab (arquivo com extensão .ipynb)

- Foi elaborado um notebook em linguagem Python no Google Colab. Nele há uma função chamada “analise_viabilidade”. Esta função retorna os valores do VPL, TIR, IL, TR, Payback Médio, PaybackTIR e PaybackTotal.

Como utilizar o arquivo do Notebook em Python no Google Colab:

1º passo: faça o **download** do arquivo para seu computador: [Clique Aqui](#).

2º passo: abra o [Google Colab](#) (basta ir ao Google e digitar “Colab” na busca e depois clicar para entrar) ou ir a este endereço: <https://colab.research.google.com/>

ATENÇÃO: para acessar o Colab é necessário estar **LOGADO** em sua conta Google (Gmail).

3º passo: No Colab, clique em “+ Novo notebook”. Depois, procure na aba superior “**Arquivo**” (menu superior, lado esquerdo, primeira opção) → “**Fazer upload de notebook**” → selecione o arquivo “**analise_viabilidade_notebook.ipynb**” que foi feito o download para seu computador no 1º passo (o arquivo provavelmente estará na pasta “Downloads”, caso você não tenha selecionado outra).

Referências

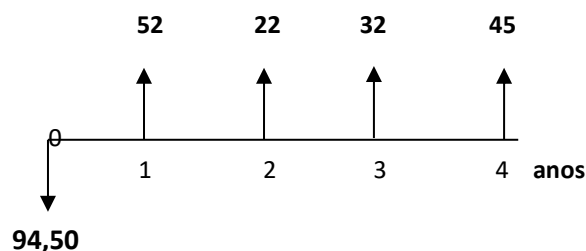
ASSAF NETO, Alexandre; LIMA, Fabiano Guasti. **Curso de Administração Financeira**. 3 ed. São Paulo: Atlas, 2014.

KASSAI, José Roberto et al. **Retorno de Investimento**: abordagens matemática e contábil do lucro empresarial. 3 ed. São Paulo: Atlas, 2007.

WOILER, Samsão; MATHIAS, Washington Franco. **Projetos**: planejamento, elaboração e análise. São Paulo: Atlas, 1996.

Exercícios

1) O diagrama de fluxo de caixa abaixo representa a estimativa líquida dos fluxos de um projeto de investimento em um determinado negócio. A Taxa Mínima de Atratividade (TMA) desejada pelo empreendedor é de **17%** ao ano. Baseando-se nele, responda as questões abaixo propostas.



Ano	Fluxo de Caixa Líquido	Fluxo de Caixa Descontado
0	-94,50	
1	52,00	
2	22,00	
3	32,00	
4	45,00	

- Calcule o **Valor Presente Líquido (VPL)** do projeto. Decida sobre a viabilidade do projeto através do critério de decisão do VPL. Resposta: VPL = 10,00.
- Calcule no **Microsoft Excel** ou na linguagem de Programação **Python** ou no simulador de **HP 12C** (https://stendec.io/ctb/rpn_fin.html) a **Taxa Interna de Retorno (TIR)**. Decida sobre a viabilidade do projeto através do critério de decisão da TIR. Resposta: TIR = 22,50%.
- Calcule o **Índice de Lucratividade (IL)** e a **Taxa de Rentabilidade (TR)**. Respostas: IL = 1,1059 e TR = 10,59%.
- Calcule o Payback Efetivo. Resposta: 2,64 anos ou 31,68 meses.
- Calcule o Payback Descontado. Resposta: 3,58 anos ou 42,96 meses.
- Calcule o Payback Médio (conforme Assaf Neto e Lima, 2014, p. 395). Resposta: 2,5 anos.
- Calcule o Payback Total (Duration). Dica: use o IL calculado no item "c". Resposta: 3,6169 anos ou 43,4 meses.

2) O quadro abaixo representa a estimativa líquida dos fluxos de um projeto de investimento em um determinado projeto. A Taxa Mínima de Atratividade (TMA) desejada pelo empreendedor é de **10%** ao ano. Baseando-se nele, responda as questões abaixo propostas.

Ano	Fluxo de Caixa Líquido	Fluxo de Caixa Descontado
0	- 40,00	
1	- 10,00	
2	0,00	
3	40,00	
4	80,00	

- Calcule o **Valor Presente Líquido (VPL)** do projeto. Decida sobre a viabilidade do projeto através do critério de decisão do VPL. Resposta: VPL = 35,60.
- Calcule no **Microsoft Excel** ou na linguagem de Programação **Python** ou no simulador de **HP 12C** (https://stendec.io/ctb/rpn_fin.html) a **Taxa Interna de Retorno (TIR)**. Decida sobre a viabilidade do projeto através do critério de decisão da TIR. Resposta: TIR = 28,82%.
- Qual deveria ser o valor do FC 2 (no lugar de zero (0)) para que o VPL resultasse em 50,00? Resposta: FC2 = 17,42.
- Calcule o **Índice de Lucratividade (IL)** e a **Taxa de Rentabilidade (TR)**. Respostas: IL = 1,7252 e TR = 72,52%.
- Calcule o Payback Simples. Resposta: 3,13 anos ou 37,56 meses.
- Calcule o Payback Descontado. Resposta: 3,35 anos ou 40,2 meses.
- Calcule o Payback Total (Duration). Dica: use o IL calculado no item “d”. Resposta: 2,32 anos ou 27,8 meses.

3) O quadro abaixo representa a estimativa líquida dos fluxos de um projeto de investimento em um determinado projeto. A **Taxa Mínima de Atratividade (TMA)** desejada pelo empreendedor é de **30%** ao ano. Baseando-se nele, responda as questões abaixo propostas.

Ano	Fluxo de Caixa Líquido	Fluxo de Caixa Descontado
0	- 40.000,00	
1	8.000,00	
2	12.000,00	
3	18.000,00	
4	22.000,00	
5	25.000,00	

- Calcule o **Valor Presente Líquido (VPL)** do projeto. Decida sobre a viabilidade do projeto através do critério de decisão do VPL. Resposta: VPL = -4.116,53.
- Calcule no **Microsoft Excel** ou na linguagem de Programação **Python** ou no simulador de **HP 12C** (https://stendec.io/ctb/rpn_fin.html) a **Taxa Interna de Retorno (TIR)**. Decida sobre a viabilidade do projeto através do critério de decisão da TIR. Resposta: TIR = 25,49%.
- Calcule o **Índice de Lucratividade (IL)** e a **Taxa de Rentabilidade (TR)**. Respostas: IL = 0,8971 e TR = -10,29%.
- Calcule o Payback Descontado. Resposta: Não ocorre no horizonte de 5 anos.
- Calcule o Payback Total (Duration). Dica: use o IL calculado no item “c”. Resposta: 4,46 anos ou 53,5 meses.
- Calcule o Payback Médio (ASSAF NETO e LIMA, 2014, p. 395). Resposta: 2,13 anos ou 25,5 meses.

4) Um investidor está analisando dois projetos mutuamente excludentes (aceita-se apenas um deles). Em ambos o investimento inicial é de \$ 20.000,00. Os fluxos de caixa líquidos projetados localizam-se na tabela abaixo. Considere uma Taxa Mínima de Atratividade (TMA) de 17% a.a. Calcule o VPL e a TIR (usando Excel, Calculadora HP ou Python) e decida qual é o projeto a ser escolhido. Respostas: VPL (X) = 593,15 e TIR (X) = 18,74%; VPL(Y) = 574,26 e TIR(Y) = 18,45%.

	Projeto X	Projeto Y
Investimento Inicial	(20.000)	(20.000)
Ano		
1	10.500	7.500
2	7.000	7.500
3	7.000	7.500
4	4.000	7.500

5) Um projeto de investimento apresenta um PaybackTIR igual a exatamente 3,5 anos. Calcule a Taxa Interna de Retorno (TIR) deste projeto. Resposta = TIR = 21,90% a.a.

Dicas:

- Assuma que $\text{Ln}(1 + \text{TIR})$ pode ser visto como $\text{Ln}(x)$
- Lembre-se da propriedade dos logaritmos: $\text{Ln}(x) = e^x$