



Lösungen der
Übungsaufgaben zur Vorlesung Strömungsmechanik I

Merseburg den 20.10.2020

Inhaltsverzeichnis

1	Übung 1	2
2	Übung 2	5
3	Übung 13	6

1 Übung 1

a)

Gegeben:

- $V=70 \text{ L}$
- $p=2 \text{ bar}$
- $p_{amb}=1000 \text{ hPa}$
- $T=(20+273)\text{K}=293\text{K}$

Gesucht:

- ρ
- m_{Luft}

Verwendete Formeln:

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T \quad (1)$$

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (2)$$

$$p_{abs} = p + p_0 \quad (3)$$

Der Reifendruckmesser (**Manometer**) zeigt den Überdruck gegenüber der Atmosphäre an.

$$p_{amb} = 1000 \text{ hPa} = \underline{10^5 \text{ Pa}} = 1 \text{ bar} \quad (4)$$

$$p_{abs} = 10^5 \text{ Pa} + 2 \cdot 10^5 \text{ Pa} = \underline{3 \cdot 10^5 \text{ Pa}} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} p \cdot V &= n \cdot R \cdot T \\ &= m \cdot R_i \cdot T \\ p &= \frac{m}{V} \cdot R_i \cdot T \\ \rho &= \frac{m}{V} = \frac{p_{abs}}{R_i \cdot T} \end{aligned} \quad (6)$$

\Rightarrow spezifische Gaskonstante R_i der Luft aus dem Internetz

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{3 \cdot 10^5 \text{ Pa}}{287,6 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 293 \text{ K}} \\ &= \underline{\underline{3,565 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}} \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} m &= \rho \cdot V \\ &= 3,565 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0,07 \text{ m}^3 \\ &= \underline{\underline{0,25 \text{ kg}}} \end{aligned} \quad (8)$$

b)

Gegeben:

- $V_1 = 0,5 \text{ L}$
- $p_{1,\ddot{u}} = 1,7 \text{ bar}$
- $V_2 = \frac{1}{3} \cdot V_1$
- $p_{amb} = 1,013 \text{ bar}$
- $T = 293 \text{ K}$ (isotherm)

Gesucht:

- p_2
- Überdruck oder Absolutdruck

Verwendete Formeln:

$$p_{abs} = p_{\ddot{u}} + p_{amb} \quad (9)$$

$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2 \quad (10)$$

Das **Manometer** zeigt den Überdruck gegenüber der Atmosphäre an.

$$p_{1,abs} = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa} + 1,7 \cdot 10^5 \text{ Pa} = \underline{2,713 \cdot 10^5 \text{ Pa}} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} p_{1,abs} \cdot V_1 &= p_{2,abs} \cdot V_2 \\ p_{2,abs} &= \frac{p_1 \cdot V_1}{V_2} = \frac{2,713 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 0,5 \text{ L}}{\frac{1}{3} \cdot 0,5 \text{ L}} \\ &= \underline{8,139 \cdot 10^5 \text{ Pa}} \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} p_{2,\ddot{u}} &= p_{2,abs} - p_{amb} = 8,139 \cdot 10^5 \text{ Pa} - 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa} \\ &= \underline{7,126 \cdot 10^5 \text{ Pa}} = \underline{7,126 \text{ bar}} \end{aligned} \quad (13)$$

c)

Gegeben:

- $\vartheta = 25^\circ \text{C}$
- $\rho = 1,5 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
- $p_{amb} = 97\,000 \text{ Pa}$

Gesucht:

- $p_{\ddot{u}}$ im Behälter

Verwendete Formeln:

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T \quad (14)$$

$$p_{abs} = p_{\ddot{u}} + p_{amb} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} p \cdot V &= n \cdot R \cdot T \\ p \cdot V &= m \cdot R_i \cdot T \\ \rho &= \frac{m}{V} = \frac{p}{R_i \cdot T} \\ 1,5 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} &= \frac{p_{abs}}{296,8 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 298,15 \text{ K}} \\ p_{abs} &= \underline{132\,736 \text{ Pa}} \\ p_{\ddot{u}} &= p_{abs} - p_{amb} = 132\,736 \text{ Pa} - 97\,000 \text{ Pa} \\ p_{\ddot{u}} &= \underline{\underline{35\,736 \text{ Pa}}} = \underline{\underline{0,357 \text{ bar}}} \end{aligned} \quad (16)$$

d)

Gegeben:

- Kugeltank
- $\vartheta = 10\text{ °C}$
- $p_{1,Mano} = 100\text{ kPa}$
- $p_{2,Mano} = 200\text{ kPa}$
- $p_{amb} = 100\text{ kPa}$

Gesucht:

- $\frac{m_{1,gas}}{m_{2,gas}}$

Verwendete Formeln:

$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2 \quad (17)$$

$$p_{abs} = p_{\ddot{u}} + p_{amb} \quad (18)$$

$$p \cdot V = M \cdot R_i \cdot T \quad (19)$$

$$\begin{aligned} p_{abs} &= p_{amb} + p_{\ddot{u}} = p_{amb} + p_{Mano,1,2} \\ p_1 &= 100\text{ kPa} + 100\text{ kPa} = 200\text{ kPa} \\ p_2 &= 100\text{ kPa} + 200\text{ kPa} = 300\text{ kPa} \end{aligned} \quad (20)$$

Aus dem Idealen Gasgesetz folgt, dass die Masse proportional dem Volumen ist. Daher:

$$\begin{aligned} V_1 \cdot p_1 &= V_2 \cdot p_2 \\ m_1 \cdot p_1 &= m_2 \cdot p_2 \\ \frac{m_1}{m_2} &= \frac{p_2}{p_1} \\ &= \frac{300\text{ kPa}}{200\text{ kPa}} \\ &= \frac{3}{2} \end{aligned} \quad (21)$$

2 Übung 2

a)

Gegeben:

- $F_{Hand} = 100 \text{ N}$
- $d_1 = 0,015 \text{ m}$
- $d_2 = 0,05 \text{ m}$
- $l_1 = 0,33 \text{ m}$
- $l_2 = 0,03 \text{ m}$

Gesucht:

- Übersetzungsverhältnis
gesamt $\frac{F_2}{F_{Hand}}$
- Übersetzung
hydraulische Seite

Verwendete Formeln:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{A_2}{A_1} = \frac{l_2}{l_1} \quad (1)$$

Beachte, es liegt ein einseitiger Hebel vor! Darum besteht der lange Hebelarm l_1 aus dem gesamten Hebel, und nicht nur aus einer Seite vom Gelenk aus.

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{\pi}{4} \cdot d_1^2 = \frac{\pi}{4} \cdot (0,015 \text{ m})^2 \\ &= \underline{176,5 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2} \\ A_2 &= \frac{\pi}{4} \cdot d_2^2 = \frac{\pi}{4} \cdot (0,05 \text{ m})^2 \\ &= \underline{1962,5 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2} \end{aligned} \quad (2)$$

Wirkung des Hebels:

$$\begin{aligned} \frac{F_{Hand}}{F_1} &= \frac{l_1}{l_2} \\ F_1 &= F_{Hand} \cdot \frac{l_1}{l_2} = 100 \text{ N} \cdot \frac{0,33 \text{ m}}{0,03 \text{ m}} \\ &= \underline{1100 \text{ N}} \end{aligned} \quad (3)$$

Wirkung der Hydraulik:

$$\begin{aligned} \frac{F_1}{F_2} &= \frac{A_2}{A_1} \\ F_2 &= F_1 \cdot \frac{A_1}{A_2} \\ &= 1100 \text{ N} \cdot \frac{176,5 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2}{1962,5 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2} \\ &= \underline{12\,230,9 \text{ N}} \end{aligned} \quad (4)$$

$$\frac{F_2}{F_{Hand}} = \frac{12\,230,9 \text{ N}}{100 \text{ N}} = \underline{\underline{122,309}} \quad (5)$$

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{12\,230,9 \text{ N}}{1100 \text{ N}} = \underline{\underline{11,119}} \quad (6)$$

3 Übung 13

Gegeben:

- $H = 3 \text{ m}$
- $R = 200 \text{ mm} = 0,2 \text{ m}$
- $T_{\text{H}_2\text{O}} = 20^\circ\text{C}$

Gesucht:

- \vec{F}_{res}

Verwendete Formeln:

$$p = \rho \cdot g \cdot h \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \vec{F} &= A \cdot p \\ &= \rho \cdot g \cdot V \end{aligned} \quad (2)$$

$$A = \pi \cdot r^2 \quad (3)$$

Zur Erinnerung:

$$\left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \frac{1}{\text{s}^2} = \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = \text{Pa} \right]$$

$$\textbf{Annahme:} \text{ Da } T_{\text{H}_2\text{O}} = 20^\circ\text{C} \text{ ist, ist } \rho_{\text{H}_2\text{O}} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} p_{\text{H}_2\text{O}} &= \rho_{\text{H}_2\text{O}} \cdot g \cdot h \\ &= 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 3 \text{ m} \\ &= \underline{29\,430 \text{ Pa}} \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} A_{\text{Halbkugel}} &= R^2 \cdot \pi \\ &= 0,2 \text{ m}^2 \cdot \pi \\ &= \underline{0,126 \text{ m}^2} \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \vec{F}_{\text{H}_2\text{O}} &= A_{\text{Halbkugel}} \cdot p_{\text{H}_2\text{O}} \\ &= 0,126 \text{ m}^2 \cdot 29\,430 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \\ &= \underline{3698,3 \text{ N}} \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \vec{F}_{\text{Halbkugel}} &= \rho_{\text{H}_2\text{O}} \cdot g \cdot V_{\text{Halbkugel}} \\ &= 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 0,2 \text{ m}^3 \\ &= \underline{164,4 \text{ N}} \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned}
\vec{F}_{\text{res}} &= \vec{F}_{\text{H}_2\text{O}} - \vec{F}_{\text{Halbkugel}} \\
&= 3698,3 \text{ N} - 164,4 \text{ N} \\
&= \underline{\underline{3533,9 \text{ N}}}
\end{aligned}
\tag{9}$$