

University of Applied Sciences

FACHBEREICH
INGENIEUR- UND
NATURWISSENSCHAFTEN

Physikalische Chemie I

Skriptaufzeichnungen

im WiSe 2019

vorgelegt von

Roman-Luca Zank

3. Semester Chemie- und Umwelttechnik

E-Mail: romanzank@mail.de

Matrikelnummer: 25240

Adresse: Platz der Bausoldaten 2, Zimmer 224

Ort: 06217 Merseburg

Prüfer: Reinhold

Merseburg, 17. Dezember 2019

Inhaltsverzeichnis

1	Eint	Einführung 2				
	1.1	Zustai	nds- und Prozessgrößen	2		
2	Thermodynamik					
	2.1	Grund	lbegriffe der Thermodynamik	4		
	2.2		s Gasgesetz	4		
	2.3					
		2.3.1	Größen des 1. HS	5		
		2.3.2	Allg. Beschreibung 1. HS Thermodynamik	6		
		2.3.3	Totales Differential der inneren Energie U	7		
	2.4	Model	llsystem "Ideales Gas" und Verhalten realer Gase	9		
		2.4.1	Annahmen zum idealen Gas	9		
		2.4.2	Verhalten realer Gase	9		
		2.4.3	Zustandsgleichung und Gasgesetze	10		
		2.4.4	Kinetische Gastheorie	11		
	2.5	Kenng	größen zur Beschreibung realer Gassysteme	13		
		2.5.1	Die Virialgleichung	14		
		2.5.2	Die Van-der-Waals-Gleichung	15		
		2.5.3	Die Redlich-Kwong-Gleichung			
		2.5.4	Die Peng-Robinson-Gleichung	19 19		
	2.6	2.6 Die Enthalpie \boldsymbol{H}				
		2.6.1	Die Enthalpie in techn. Prozesse	19		
		2.6.2	Die Enthalpie in der Chemie			
		2.6.3	Die Enthalpie \boldsymbol{H} eines Systems			
		2.6.4	Die Enthalpie phys. Prozesse und chem. Reaktionen			
		2.6.5	Die Wärmekapazitäten c_p und c_v			
		2.6.6	Standardbildungsenthalpie H_f°			
		2.6.7	Standardreaktionsenthalpie $\boldsymbol{H}_{R}^{\circ}$ (Satz von Hess)			
	2.7	zweite	er Hauptsatz der Thermodynamik			
		2.7.1	Die Entropie S eines Systems	30		

1 Einführung

1.1 Zustands- und Prozessgrößen

Zustand

= beschreibt eine Situation für den Betrachtungsgegenstand X zu einer bestimmten Zeit y und den gegebenen Rahmenbedingungen z

Zustand = Situation(x, yz)

Zustände können:

- labil
- stabil
- veränderlich sein.

Faktoren & Umgebungsbedingungen \to Zustände \to phys./chem. Größen für Beschreibung

Zustandsgrößen

- = physik./chem. Größen um momentanen Zustand eines Systems zu beschreiben
 - wegunabhängig, d.h. "nur Ergebnis zählt"
 - \bullet können aber gegenseitig von einander abhängen, z.B. p, V, T
 - Summe der Teilchen repräsentiert

Prozess

- = Veränderung eines Systems und seiner Umgebung beim Übergang vom Zustand 1 in Zustand 2
 - reversibel oder irreversibel
 - spontan oder nach Zwang/Aktivierung

Prozessgröße

= physik./chem. Größen, die den Übergang des Systems x vom Zustand 1 in Zustand 2 beschreiben \to wegabhängig, z.B. Wärme Q, Arbeit W

Extensive Größen A

- \bullet nicht normiert
- $\bullet\,$ verdoppelt sich, wenn sich System verdoppelt
- ullet schlecht vergleichbar
- Bsp.: Volumen 2 Tassen Kaffee

Intensive Größen a

- normiert
- ullet verdoppelt sich nicht, wenn sich System verdoppelt
- gut vergleichbar
- Bsp.: Dichte des Kaffees

2 Thermodynamik

2.1 Grundbegriffe der Thermodynamik

Energie E

- = Fähigkeit eines Systems Arbeit zu verrichten
 - kinet. $E = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$
 - elektr. E = U/d
 - pot. $E = m \cdot g \cdot h$
 - Wärmeenergie = $m \cdot c_p + \Delta T$, wenn p = const.
 - Photonenenergie = $h \cdot f$

${\bf Arbeit} \,\, {\bf W}$

- mech. Arbeit = $F \cdot s$
- elektr. Arbeit = $P \cdot t = I^2 \cdot R \cdot t$
- Volumenarbeit = $-p \cdot dV$

Leistung $P = \frac{W}{t}$

Arten von Systemen:

- offenes System: Energie und Stoff
- geschlossenes System: Energie
- abgeschlossenes System: nichts ("adiabat")

2.2 Ideales Gasgesetz

Satz von Avogadro:

 $V = \text{Konstante} \cdot n \text{ für } T, p = const.$

Gesetz von Gay-Lussac:

 $V = \text{Konstante} \cdot T \text{ für } n, p = const.$

Boyle-Marriot'sche Gasgesetz:

$$p \cdot V = const.$$
 für $n, T = const.$

Ideales Gasgesetz:

$$\frac{p \cdot V}{n \cdot T} = R \rightarrow p \cdot V = n \cdot R \cdot T \rightarrow p \cdot V_m = R \cdot T \rightarrow p \cdot V = m \cdot R_{sp} \cdot T$$

2.3 erster Hauptsatz der Thermodynamik

2.3.1 Größen des 1. HS

Arbeit dW

= gerichtete Bewegung der Teilchen, z.B. Volumenarbeit \rightarrow Prozessgröße

Wärme Q

= ungerichtete Bewegung der Teilchen (Rotation, Translation, Vibration) \rightarrow Prozessgröße

innere Energie U

- = entspricht der Gesamtenergie eines Systems, beschreibt als makroskopische Größe Gesamtheit des Energiespektrums (Translation, opt. Anregung, Rotation,...) aller Teilchen/Moleküle im System
- = Zustandsgröße (spielt keine Rolle ob E durch W oder Q zugeführt wurde)

"je höher die innere Energie, desto höher besetzt sind auch die Energieniveaus im Energiespektrum der Teilchen bzw. deren Energiewerte"

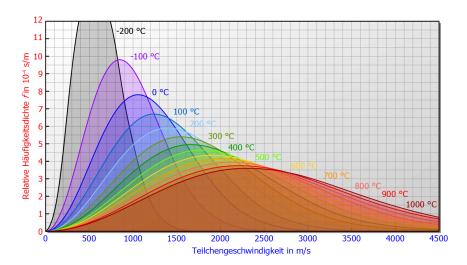


Abbildung 2.1: Boltzmann-Verteilung

2.3.2 Allg. Beschreibung 1. HS Thermodynamik

"die innere Energie eines abgeschlossenen Systems bleibt konstant." $\mathrm{d}U=0~\mathrm{bzw}.~U=const.$

Folgesätze, die sich daraus ergeben:

- Energieerhaltungssatz:
 - "Energie kann weder erzeugt noch zerstört werden, sondern nur in eine andere Energieform umgewandelt werden."
- Energie ist die Fähigkeit zum Austausch von Arbeit und Wärme
- ullet innere Energie U und Enthalpie H beschreiben System als **Zustandsgrößen**
- In einem Kreisprozess wird keine Energie gewonnen, wenn bei Rückkehr auf einen beliebigen Weg vom Zustand 2 in den Ausgangszustand 1, die gleiche Summe von Wärme und Arbeit mit umgekehrten Vorzeichen ausgetauscht wird

Arbeits- und Energietherme:

- Volumenarbeit $W_V = F \cdot s \rightarrow dW = p \cdot A \cdot ds = -p \cdot dV$
 - U sinkt: Expansion
 - U steigt: Kompression

Fall A: Arbeit gegen $p_u, T = const.$

$$dW = -p \cdot dV \tag{2.1}$$

$$\Delta W = W_2 - W_1 = \int_{V_1}^{V_2} -p_u \, dV \tag{2.2}$$

$$\Delta W = -p_u \int_{V_1}^{V_2} dV = -p \cdot (V_2 - V_1)$$
 (2.3)

(2.4)

Fall B: Arbeit gegen $T = const., p \neq const.$

$$dW = -p \cdot dV \tag{2.5}$$

$$\Delta W = \int_{V_1}^{V_2} -p \, \mathrm{d}V \tag{2.6}$$

$$\Delta W = \int_{V_1}^{V_2} -\frac{n \cdot R \cdot T}{V} \, \mathrm{d}V \tag{2.7}$$

$$\Delta W = -n \cdot R \cdot T \cdot \int_{V_1}^{V_2} \frac{1}{V} \, dV \tag{2.8}$$

$$\Delta W = -n \cdot R \cdot T \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \tag{2.9}$$

2.3.3 Totales Differential der inneren Energie U

- Abhängigkeiten von U für ein gasförmiges System: U = f(p, T, V, n, ...)Innere Energie U (gasförmiges System) abhängig von Druck P, Volumen V, Temperatur T, Teilchenzahl n
- \bullet Beschreibung der Abhänigkeit von U von den Größen p,T,V,... erfolgt als totales Differential

$$dU = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_{V,n} \cdot dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_{T,n} \cdot dV + \left(\frac{\partial U}{\partial n}\right)_{V,T} \cdot dn \qquad (2.10)$$

 \rightarrow für n = const.

$$dU = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_{V,n} \cdot dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_{T,n} \cdot dV$$
 (2.11)

Wärmekapazität c_V Binnendruck π bei V = const.

In jedem geschlossenem System ist jede infinitial kleine Änderung der Inneren Energie den jeweiligen Änderungen von Volumen und Temperatur proportional. Proportionalitätsfaktoren sind dabei partielle Ableitungen nach den Zustandsvariablen T, V und n = const.

Temperaturabhängigkeit der inneren Energie U

$$dU = dW + dQ (2.12)$$

$$Q_{12} = (U_2 - U_1) - W_{ges1.2} (2.13)$$

$$q_{1,2} = (u_2 - u_1) - w_{ges1,2} (2.14)$$

Nur Volumenarbeit, vollständig reversibler Prozess

System mit
$$p = const.$$
 u. $p \neq f(V)$ $q_{12} = (u_2 - u_1) - p \cdot (v_2 - v_1)$ System mit $p \neq const.$ System mit konst. Volumen $dW_{Vol} = 0$ $q_{12} = (u_2 - u_1)$ $q_{12} = (u_2 - u_1)$

Wärmekapazität $\mathbf{c}_{\mathbf{V}}$ bei konstantem Volumen

$$dU = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_{V,n} \cdot dT \qquad (2.15)$$

$$\hookrightarrow c_V$$

- c_V gibt an wie stark sich die innere Energie des Systems mit der Temperatur (v = const.)|adiabat
- \bullet c_V ="groß": hohe Wärmekapazität, stärkere Änderung von U, Teilchen können "viel" Energie aufnehmen
 - frei beweglich
 - viele Teilchen
 - Rotation, Translation, Vibration
 - wenig Doppelbindung
- Wärmekapazität ist selbst wieder eine temperaturabhängige Größe Generell gilt:
 - $\text{ für } T \to 0 \text{ K mit } c_V \to 0$
 - für Phasenwechsel mit $c_V \to \infty$

Volumenabhängigkeit der inneren Energie U

Der Binnendruck π

$$dU = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_{V,n} \cdot dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_{T,n} \cdot dV$$
 (2.16)

für n = const.

$$dU = c_v + dT + \pi \cdot dV$$

$$\uparrow \text{ Binnendruck}$$
(2.17)

Der Binnendruck π ist eine Maß für die Änderung der inneren Energie eines Stoffes, wenn sich Volumen bei T = const. ändert

Ideale Gase	Reale Gase
$\pi = 0$	$\pi \uparrow$ - Abstoßung der Teilchen
	$\pi \downarrow$ - Anziehung der Teilchen
keine WW der Teilchen	WW zwischen den Teilchen

2.4 Modellsystem "Ideales Gas" und Verhalten realer Gase

2.4.1 Annahmen zum idealen Gas

- \bullet Energie nur in Form kinetischer Energie \to potentielle Energie wird aufgrund WW mit Atomen/Molekülen vernachlässigt
- Stöße zwischen Teilchen vollständig elastisch
 - \rightarrow keine E-Umwandlung durch Verformung,...
- kein Eigenvolumen der Teilchen
- Teilchen sind in zufälliger Bewegung zueinander (kontinuierlich)
 - \rightarrow Energie verteilt sich auf Energieniveaus
 - \rightarrow Verteilung der Teilchengeschwindigkeit
- Größe der Teilchen vernachlässigbar, da <<< mittlere, freie Weglänge ("Weg vor Stoß")

2.4.2 Verhalten realer Gase

- WW der Teilchen
- Eigenvolumen
- inelastische Stöße
- statistisch nicht mehr zufällige Bewegung

KONSEQUENZ:

Die Zustandsgrößen p und V zeigen in der/ihrer Berechnung Abweichungen, wenn sie nicht mit einem entsprechenden korrigierten Gasgesetz bestimmt bzw. berechnet werden.

Übergangslösung:

- bei Experiment hohe Temperaturen und niedrige Drücke
 - Nutzung des ideales gases zum Überblick

LÖSUNGSMÖGLICHKEITEN:

• Einsatz von Korrekturfaktoren

- Kompressibilität z
- Fugazitäten- und Fugazitätskoeffizienten $f_{\rm i}$ und $\Phi_{\rm i}$
- Aktivität- und Aktivitätskoeffizienten a_i und γ_i $a_i = \gamma_i \cdot c_i$ mit $\gamma_i = 1,0$ als 100% ideal

• Erweiterung des idealen Gasgesetzes

Erweiterung durch die	Einführung von Korrekturtermen in das
Einführung von Zusatzgliedern	ideale Gasgesetz
Reihenentwicklung "Virialgleichungen"	Korrekturtherme Van-der-Waals GL, Berthelot GL, Redlich-Kwong GL, Peng-Robinson GL

2.4.3 Zustandsgleichung und Gasgesetze

Charakterisierung der Gasphase am Beispiel von Wasser-Dampf-Gemischen

System A =

Mischung aus flüssiger Phase (F,') und gasförmiger Phase (Dampf D, ")

$$V_A = m_D \cdot V'' + m_F \cdot V' \tag{2.18}$$

$$V_{m_A} = \frac{V_A}{n} \quad V_A = \frac{v_A}{m_A} \tag{2.19}$$

$$\chi_{\rm i} = \frac{n_{\rm i}}{n_{\rm ges}} = \frac{m_{\rm i}}{m_{\rm ges}} \tag{2.20}$$

$$v_A = \chi_D \cdot v'' + \chi_F \cdot v' \tag{2.21}$$

$$= \chi_D \cdot v'' + (1 - \chi_D) \cdot v' \tag{2.22}$$

$$= \chi_D \cdot v'' + v' - \chi_D \cdot v' \tag{2.23}$$

$$= v'' + \chi_D \cdot (v'' - v') \tag{2.24}$$

$$\chi_D = \frac{v_A - v'}{v'' - v'} \tag{2.25}$$

- Eigenschaften der D-F-mischung sind abhängig von den Massen- bzw. Molenbrüchen der Phasen
- Jedes Zweiphasengebiet kann jeden Punkt genau durch Temperatur und Druck bestimmen
 - \rightarrow Freiheitsgrad = $1 \rightarrow F = K P + 2$
- \bullet Dampf-Tafeln für verschiedene Stoffsysteme mit spezifischen Zustandsgrößen v,h,s

Analoge Betrachtung für ander thermodynamische Größen

Enthalpie:

$$H_A = m_D \cdot H'' + m_F \cdot H' \tag{2.26}$$

$$\chi_D = \frac{h_A - h'}{h'' - h'} \tag{2.27}$$

$$h_A = \chi_D \cdot (h'' - h') + h' \tag{2.28}$$

Entropie:

$$S_A = m_D \cdot S'' + m_F \cdot S' \tag{2.29}$$

$$\chi_D = \frac{s_A - s'}{s'' - s'} \tag{2.30}$$

$$s_A = \chi_D \cdot (s'' - s') + s' \tag{2.31}$$

2.4.4 Kinetische Gastheorie

ABBILDUNG

Reduzierte Masse μ

$$\mu = m_{Red}$$
 (einatomig) (2.32)

$$\mu = m_{Red}$$
 (einatomig) (2.32)
 $\mu = m_{Red} = \frac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2}$ (zweiatomig) (2.33)

Impuls und Impulsänderung

1.

$$\Delta p_x = \mu \cdot V_X - \mu \cdot (-V_x) \tag{2.34}$$

$$=2\mu \cdot V_x \tag{2.35}$$

2. Für zwei Treffer auf eine Wand muss ein Teilchen 2x die Strecke l zurücklegen

$$\Delta t = \frac{2 \cdot t}{V_x} \tag{2.36}$$

3. Für die ausgeübte Kraft (=Druck) an der Wand ergibt sich:

$$F = \frac{\Delta p_x}{\Delta t} = \frac{\mu \cdot V_x^2}{l} \tag{2.37}$$

$$p_{Druck} = \frac{F}{A} = \frac{\mu \cdot V_x^2}{l \cdot A} = \frac{\mu \cdot V_x^2}{V} \tag{2.38}$$

4. Berücksichtigung der Teilchenzahl N (ausschließlich translatorische Freiheitsgrade x-Richtung)

$$\bar{v}^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 \tag{2.39}$$

$$p \cdot V = \frac{1}{3} \cdot N \cdot \mu \cdot \bar{v}^2 \tag{2.40}$$

Für 1 mol Teilchen ergibt sich:

$$N = n \cdot N_A \tag{2.41}$$

$$n = \frac{m}{M} = \frac{\mu}{M} \tag{2.42}$$

$$p \cdot V = n \cdot M_{ges} \cdot \bar{v}^2 \tag{2.43}$$

5. Wenn die neu gefundene Gleichung als Zustandsgleichung für das ideale Gas gelten soll, können wir nachfolgend auch den Ausdruck $n\cdot R\cdot T$ mit in die Gleichung integrieren

$$\frac{1}{3} \cdot N \cdot \mu \cdot \bar{v}^2 = n \cdot R \cdot T \tag{2.44}$$

$$\frac{1}{3} \cdot n \cdot M_{ges} \cdot \bar{v}^2 = n \cdot R \cdot T \tag{2.45}$$

(2.46)

$$k_B = 1.38 \cdot 10^{-23} \, \frac{\text{J}}{\text{K}} \tag{2.47}$$

$$R = 8.314 \frac{J}{\text{K} \cdot \text{mol}} \tag{2.48}$$

$$N_A = 6.02 \cdot 10^{23} \, \frac{1}{\text{mol}} \tag{2.49}$$

 \rightarrow mit $R = k_B \cdot N_A$

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{3 \cdot R \cdot T}{N \cdot \mu}} \tag{2.50}$$

$$=\sqrt{\frac{3\cdot R\cdot T}{M}}\tag{2.51}$$

$$= \sqrt{\frac{3 \cdot k_B \cdot T}{\mu}} \tag{2.52}$$

6. Schlussfolgerung:

$$\bar{v}^2 \sim T \text{ und } \bar{v}^2 \sim \frac{1}{\mu} \text{ bzw. } \frac{1}{M}$$
 (2.53)

$$p \cdot V = N \cdot k_B \cdot T \tag{2.54}$$

Boltzmann Verteilung

ABBILDUNG

=Beschreibt Einfluss von T auf Geschwindigkeitsverteilung der Teilen, sowie der Molmasse M bzw. reduzierten Masse μ

Mittlere quadratische Geschwindigkeit $\bar{\mathrm{v}}$

$$\bar{v}^2 = \frac{3 \cdot R \cdot T}{M} \tag{2.55}$$

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{3 \cdot R \cdot T}{M}} \tag{2.56}$$

Bsp.: CO_2 mit $\bar{v} = 411 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Mittlere Geschwindigkeit c

- aus Maxwell Gleichung
- jede Geschwindigkeit wird multipliziert mit Teilchenzahl, die diese Geschwindigkeit besitzen
- Aufsummation aller Produkte und Mittelung

$$c = \int_0^\infty s \cdot f(s) \cdot ds \tag{2.57}$$

$$f(s) = 4 \cdot \pi \cdot \left(\frac{M}{2 \cdot \pi \cdot T \cdot R}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot s^2 \cdot e^{-\frac{M \cdot s^2}{2 \cdot R \cdot T}}$$

$$(2.58)$$

$$c = 4 \cdot \pi \cdot \left(\frac{M}{2 \cdot \pi \cdot T \cdot R}\right)^{\frac{2}{3}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2 \cdot R \cdot T}{M}\right)^{2} \tag{2.59}$$

$$c = \frac{\left(\frac{8 \cdot R \cdot T}{\pi \cdot M}\right)^{\frac{1}{2}}}{(2.60)}$$

2.5 Kenngrößen zur Beschreibung realer Gassysteme

Kompressibilitätsfaktor Z

$$Z = \frac{V_{\text{Real}}}{V_{\text{Ideal}}} = \frac{V_{\text{m}}}{V_{\text{m, Ideal}}} = \frac{p \cdot V_{\text{Real}}}{n \cdot R \cdot T}$$
(2.61)

- Einführung eines Idealitätsfaktors (Abhängig von Druck und Temperatur)
- \bullet Z=1: ideales Gas bzw. Verhalten von idealen Gasen
- \bullet Z > 1: Abstoßungskräfte, Gas schwerer als ideales Gas komprimierbar
- Z < 1: Anziehungskräfte, Gas leichter als ideales Gas komprimierbar

ABBILDUNG

Boyle Temperatur

- = Temperatur bei der die Eigenschaften des realen Gases mit den eines idealen Gases für $p \to 0$ übereinstimmen
 - $T > T_B$: Isothermen haben nur ansteigenden Charakter
 - $T < T_B$: Isothermen zeigen ein Minimum auf
- \to anziehende WW-Kräfte zeigen bei tiefen Temperaturen einen stärkeren Effekt \to eine unbegrenzte Annäherung ist aber nicht möglich, für hohe Drücke dominieren Abstoßungskräfte

Bsp.: $T_B(CO_2) = 500^{\circ}C$

2.5.1 Die Virialgleichung

Ansatz:

Erweiterung der Gleichung des idealen Gases durch die Einführung von zusätzlichen Gliedern

- \rightarrow Reihenentwicklung nach p oder V_m
 - für techn. Anwendung Abbruch der Reihenentwicklung nach dem 2. oder 3. Glied
 - kann nur dampfförmige Zustände beschreiben
 - \bullet nutzbar bis $\approx \frac{1}{3}$ der kritischen Dichte (vom Druck p)
 - \bullet Virialkoeffizienten B, D, \dots sind abhängig von der Temperatur und der Zusammensetzung (Konzentrationen) des Stoffsystems

$$p \cdot V_m = R \cdot T \tag{2.62}$$

$$p \cdot V_m = R \cdot T + B(T) \cdot p + C(T) \cdot p^2 + D(T) \cdot p^3 + \dots$$
 (2.63)

$$p \cdot V_m = R \cdot T \cdot \left(1 + \frac{B'}{V_m} + \frac{C'}{V_m} + \dots\right) \tag{2.64}$$

2.5.2 Die Van-der-Waals-Gleichung

Einführung zusätzlicher Terme in das ideale Gasgesetz

ABBILDUNG

- \rightarrow Van-der-Waals-Koeffizienten a und b
- = Parameter stoffspezifisch und für übliche Stoffsysteme tabelliert

Der Van-der-Waals-Koeffizient $a\left[rac{\mathrm{Pa}\cdot\mathrm{m}^6}{\mathrm{mol}^2} ight]$ - Kohäsionsdruck

Über diesen Term werde die WW zwischen den Teilchen erfasst:

$$p_{\text{ideal}} = p_{\text{real}} + p_{\text{Kohäsion}} \tag{2.65}$$

Ansatz:

$$p_{\text{Kohäsion}} = \frac{a}{(V_m)^2} \tag{2.66}$$

Hintergrund:

Druck p = Stoßhäufigkeit und Kraft der Stöße

$$p \sim \frac{n}{V} \tag{2.67}$$

$$V_m \sim \frac{V}{n} \tag{2.68}$$

Aus dem CoulomB'schen Gesetz folgt, dass die WW = Stärke in quadratischer Abhängigkeit zum Abstand steht

Der Van-der-Waals-Koeffizient $b\left[rac{\mathrm{cm}^3}{\mathrm{mol}} ight]$ - Kovolumen

$$V_{\text{m, ideal}} = V_m - V_{\text{m, korr}} \tag{2.69}$$

Ansatz:

$$V_{\text{m, korr}} = n \cdot b \tag{2.70}$$

Hintergrund:

$$V_{\text{m, korr}} = n \cdot b \tag{2.71}$$

- Moleküle bzw. Gasteilchen können sich nicht im gesamten Volumen bewegen, sondern nur im Volumen
 - $\Rightarrow V n \cdot b$
- der kleinstmögliche Abstand zwischen zwei Kugeln beträgt $\Rightarrow 2 \cdot r$ (r-Radius)

- \to daraus folgt für eine Bewegung zwischen 2 Kugeln ein Volumen von 8 · $V_{\rm Molekül}$ nicht zugänglich ist (3D: $2^3=8)$
 - $-4x V_{\text{Molekül}}$ ist nicht zugänglich
 - bzw. $b \sim 4 \cdot V_{\text{Molekül}} \cdot N_A$
- \rightarrow über diesen Term wird das Eigenvolumen der Teilchen berücksichtigt
- Für bzw. mit beiden Termen zusammen erweitert bzw. modifiziert sich die allgemeine Gasgleichung zu:

$$p = \frac{n \cdot R \cdot T}{V - n \cdot b} - a \cdot \frac{n^2}{V^2} \tag{2.72}$$

$$=\frac{R\cdot T}{V_m-b}-\frac{a}{V_m^2}\tag{2.73}$$

Anwendung:

Die Van-der-Waals-Gleichung beschreibt das Verhalten realer Gase einschließlich ihres kritischen Verhaltens und im 2-Phasen-Gebiet (flüssig/gasförmig)

ABBILDUNG

Zusammenhang der Van-der-Waals-Gleichung mit den kritischen Größen

- Für Temperaturen $T > T_{Kr}$ zeigen die Isothermen einen stetigen Anstieg zu höheren Drücken und kleinen Volumina
- Für Temperaturen $T < T_{Kr}$ zeigen die Isothermen jeweils ein Minimum und ein Maxima
- Für Temperaturen $T \to T_{Kr}$ nähern sich die Extrema Minimum und Maximum soweit zueinander an, dass sie in Form eines Wendepunkts zusammenfallen. Am kritischen Punkt hat die Isotherme damit einen Anstieg von 0

Bestimmung der kritischen Zustandsgrößen

$$p = \frac{R \cdot T}{V_m - b} - \frac{a}{(V_m)^2} \tag{2.74}$$

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}V_m} = -\frac{R \cdot T}{(V_m - b)^2} + \frac{2 \cdot a}{(V_m)^3}$$
 (2.75)

$$\frac{\mathrm{d}^2 p}{\mathrm{d}(V_m)^2} = +\frac{R \cdot T}{(V_m - b)^3} + \frac{6 \cdot a}{(V_m)^4}$$
 (2.76)

$$V_{m_{krit}} = 3 \cdot b \tag{2.77}$$

$$T_{Kr} = \frac{8a}{27 \cdot R \cdot b}$$

$$p_{krit} = \frac{a}{27 \cdot b^2}$$

$$(2.78)$$

$$p_{krit} = \frac{a}{27 \cdot b^2} \tag{2.79}$$

$$Z_{krit} = \frac{V_{real}}{V_{ideal}} = \frac{p_{krit} \cdot V_{m_{krit}}}{R \cdot T_{Krit}}$$
 (2.80)

Reduzierte Zustandsgrößen Van-der-Waals-Gleichung

 \rightarrow die kritischen Zustandsgrößen $p_{krit}, T_{krit}, V_{krit}$ sind für die einzelnen Gase charakteristischer bzw. stoffspezifisch, aber sie sind für alle Gase vorhanden bzw. existent

Nutzung dieser fundamental für alle Gase vorhandenen und geltenden Größen, um darauf eine relative Vergleichsskala aufzubauen

Wie:

Normierung der p, T, V-Werte auf die jeweilige kritische Größe unter Einführung sogenannter reduzierter Größen p_R, V_R, T_R

$$T_R = \frac{T}{T_{Krit}} \tag{2.81}$$

$$p_R = \frac{p}{p_{Krit}} \tag{2.82}$$

$$p_R = \frac{p}{p_{Krit}}$$

$$V_R = \frac{V}{V_{Krit}}$$
(2.82)

$$V_{m_R} = \frac{V_m}{V_{m_{Krit}}} \tag{2.84}$$

Grenzen und Gültigkeit der Van-der-Waals-Gleichung

- VAN-DER-WAALS-Gleichung = Beschreibung des Verlaufs und Zusammenhang der Zustandsgrößen p, V, T der Gas- und Flüssigphase qualitativ richtig und hingehend genau
 - \rightarrow Für besonders exakte Analysen sowie im Bereich sehr hoher Drücke gibt es heute jedoch genauere Gleichungen (REDLICH-KWONG,...)
- Für hohe Temperaturen und große molare Volumen ist die VAN-DER-WAALS-Gleichung gut anwendbar und geht im Grenzfall aufgrund:

$$V_m >> b \tag{2.85}$$

und der Dominanz des ersten Gleichungssystems

$$\frac{R \cdot T}{V_m - b} \gg \frac{a}{(V_m)^2} \tag{2.86}$$

in das ideale Gasgesetz über.

$$p = \frac{R \cdot T}{V_m - \not b} - \underbrace{a}_{(\not V_m)^2} \tag{2.87}$$

$$p \cdot V_m = R \cdot T \tag{2.88}$$

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T \tag{2.89}$$

2.5.3 Die Redlich-Kwong-Gleichung

Allgemeine Infos zur Redlich-Kwong-Gleichung:

- empirische Erweiterung der Van-der-Waals-Gleichung von Redlich und Kwong im Jahr 1949
- für:
 - $T > T_{Krit} \rightarrow 1$ reelle Lösung der Gleichung
 - $-T < T_{Krit} \rightarrow 3$ reelle Lösungen der Gleichung
 - → gleicher Schleifenförmiger Verlauf der Funktion
 - \rightarrow Indikator für 2-Phasen-Gebiet
- Auch aus der Redlich-Kwong-Gleichung können die kritischen Größen berechnet bzw. umgekehrt die Parameter a und b aus diesen bestimmt werden

Extensive Form der Redlich-Kwong-Gleichung:

$$\left(p + \frac{a \cdot n^2}{V \cdot (V + n \cdot b) \cdot T^{0,5}}\right) \cdot (V - n \cdot b) = n \cdot R \cdot T$$
(2.90)

Intensive Form der Redlich-Kwong-Gleichung:

$$\left(p + \frac{a}{V_m \cdot (V_m + b) \cdot T^{0,5}}\right) \cdot (V_m - b) = R \cdot T \tag{2.91}$$

$$b = (2^{\frac{1}{3}} - 1) \cdot V_{krit} \tag{2.92}$$

$$a = \frac{1}{3 \cdot (2^{\frac{1}{3}} - 1)} \cdot R \cdot T_{krit}^{\frac{2}{3}} \cdot V_{krit}$$
 (2.93)

2.5.4 Die Peng-Robinson-Gleichung

Allgemeine Infos zur Peng-Robinson-Gleichung:

- Erweiterung der Redlich-Kwong-Gleichung durch Peng und Robinson im Jahr 1976
- Wiederum können auch aus der Peng-Robinson-Gleichung die kritischen Größen berechnet werden

$$p = \frac{R \cdot T}{V_m - b} - \frac{a(T)}{(V_m)^2 + 2b \cdot V_m - b^2}$$
 (2.94)

$$= \frac{R \cdot T}{V_m - b} - \frac{a(T)}{(V_m) \cdot (V_m + b) + b \cdot (V_m - b)}$$
(2.95)

$$b = 0.0778 \cdot \frac{R \cdot T_{\text{Krit}}}{p_{\text{Krit}}} \tag{2.96}$$

$$a = 0,457 \cdot \frac{R^2 \cdot T_{\text{Krit}}^2}{p_{\text{Krit}}}$$
 (2.97)

2.6 Die Enthalpie H

2.6.1 Die Enthalpie in techn. Prozesse

ABBILDUNG

$$p_1 = p_2 = const. (2.98)$$

$$W_{mech_{12}} = W_{mech_{Rev_{12}}} + W_{mech_{diss_{12}}}$$
 (2.99)

$$W_{ges_{12}} = W_{vol_{12}} + W_{mech_{12}} (2.100)$$

$$dU = dW + dQ (2.101)$$

 $\rightarrow adiabatisches System, dQ = 0$

$$dU = dW_{ges} = dW_{vol_{12}} + dW_{mech_{12}}$$
 (2.102)

$$dW_{vol} = -p \cdot dV \tag{2.103}$$

$$\begin{array}{ll} bei & p = const. \ mit \ \Delta W_{vol} = -p \cdot \Delta V \\ bei & p = \frac{n \cdot R \cdot T}{V} \ mit \ \Delta W_{vol} = -\int_{V_1}^{V_2} \frac{n \cdot R \cdot T}{V} \cdot \mathrm{d}V = -n \cdot R \cdot T \cdot \ln \left(\frac{V_2}{V_1}\right) \end{array}$$

 \rightarrow Isobares System, p = const.

$$\Delta W_{qes} = \Delta W_{mech_{12}} + [(p \cdot V_1) - (p \cdot V_2)] \tag{2.104}$$

$$= \Delta U \tag{2.105}$$

$$= U_2 - U_1 \tag{2.106}$$

 $\rightarrow Umstellen\ nach\ \Delta W_{mech_{12}}$

$$\Delta W_{mech_{12}} = (U_2 + p \cdot V_2) - (U_1 + p \cdot V_1) \tag{2.107}$$

$$H_2 H_1 (2.108)$$

 \rightarrow Einführung der neuen Zustandsgröße Enthalpie H

Die Enthalpie H berücksichtigt, die bei p=const. zu leistende Volumenverschiebearbeit. Sie setzt sich aus der inneren Energie U und der Verschiebearbeit $\Delta W_{mech_{12}}$ zusammen.

$$H = U + p \cdot V \tag{2.109}$$

2.6.2 Die Enthalpie in der Chemie

Der Wärmeaustausch hat bei phys.-chem. Prozessen und bei chem. Reaktionen oft die größte Bedeutung, z.B. therm. Aktivierung von chem. Reaktionen (ARRHENIUS Aktivierungsenergie), räumliche Umstrukturierung (cis-/trans-Isomerien) und die WW zwischen den Teilchen/Phasenübergänge (Schmelzen, Sieden, Mischungsbildung)

- \rightarrow Für isochore Prozesse dV = 0, gilt dU = dQ (selten der Fall)
- \rightarrow chem.-physk. Prozesse und chem. Reaktionen verlaufen jedoch oft <u>isobar</u>, statt isochor
 - → Reaktionen und Prozesse in offenen Systemen oder bei konstanter Pumpleistung bzw. Druckregelung

ightarrow Folge:

Neben dem Wärmeaustausch wird gleichzeitig auch Volumenarbeit verrichtet

$$dU = dW + dQ \tag{2.110}$$

$$dW = dW_{vol} = -p \cdot dV \tag{2.111}$$

$$\Delta W_{vol} = -p \cdot \Delta V \tag{2.112}$$

$$= -p \cdot (V_2 - V_1) \tag{2.113}$$

Umstellen nach dQ bzw. ΔQ

$$\Delta Q_{12} = \Delta U_{12} - (-p \cdot \Delta V_{12}) \tag{2.114}$$

$$= U_2 - U_1 - [-p \cdot (V_2 - V_1)] \tag{2.115}$$

$$= (U_2 - p \cdot V_2) - (U_1 - p \cdot V_1) \tag{2.116}$$

$$H_2 H_1 (2.117)$$

 $f\ddot{u}r \ p = const.$

$$\Delta Q = H_2 - H_1 = \Delta H_{12} \tag{2.118}$$

2.6.3 Die Enthalpie H eines Systems

$$H = U + p \cdot V \tag{2.119}$$

$$dH = dU + p \cdot dV + V \cdot dp \tag{2.120}$$

$$\rightarrow dU = dW + dQ \ mit \ dW = dW_{vol}$$

$$\to \mathrm{d} U = -p \cdot \mathrm{d} V + \mathrm{d} Q$$

$$dH = -p \cdot dV + dQ + p \cdot dV + V \cdot dp \tag{2.121}$$

$$= V \cdot \mathrm{d}p + \mathrm{d}Q \tag{2.122}$$

 \rightarrow Kombination mit dem idealen Gasgesetz $p \cdot V = n \cdot R \cdot T$

$$H = U + n \cdot R \cdot T \tag{2.123}$$

(2.124)

 \rightarrow spezifische Enthalpie

$$H_{sp} = h_{sp} = \frac{H}{m} \tag{2.125}$$

$$H_m = h_m = \frac{H}{n} \tag{2.126}$$

Zusammenfassung

- die Enthalpie H ist eine zusammengesetzte Größe aus innerer Energie und einer Volumen(-verschiebe)arbeit
- Enthalpie ist eine Zustandsgröße
- H trägt die Einheit einer Energie [J]
- die Enthalpie wird primär zur Beschreibung thermodyn. Prozesse und chem. Reaktionen in der Chemie genutzt

\rightarrow Es gilt: U < H

Berücksichtigung der Volumenarbeit bei chem-phys. Prozessen und chem. Reaktionen

2.6.4 Die Enthalpie phys. Prozesse und chem. Reaktionen

 \bullet grundsätzlich ist die Enthalpie von den Zustandsgrößen p, V, T und n abhängig

$$H = f(n, p, T, V, ...) (2.127)$$

• Erfassung als Funktionsgleichung über das totale Differential

$$dH = \left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_{n,T} \cdot dp + \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_{n,p} \cdot dT + \left(\frac{\partial H}{\partial n}\right)_{p,T} \cdot dn \qquad (2.128)$$

 $\rightarrow f\ddot{u}r \ n = const.$

$$dH = \left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_{n,T} \cdot dp + \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_{n,p} \cdot dT$$
 (2.129)

Isothermer Wärmekapazität c_p Joule-Thomson-Koeffizient bei p=const.

$$\rightarrow \mu_T = -c_p \cdot \mu$$

 μ = isenthalpischer Joule-Thomson-Koeffizient der dem Verhältnis zwischen Temperatur- und Druckänderung bei der Expansion eines Gases unter H=const. entspricht

• In einem geschlossenen System ist jede infinitesimale Änderung der Enthalpie H den jeweiligen Änderungen von Druck und Temperatur proportional (n=const.)

Die Proportionalitätsfaktoren sind dabei die partiellen Ableitungen nach Tbzw. p und entsprechen der Wärmekapazität c_p bei p=const. und dem isothermen JOULE-THOMSON-Koeffizient μ_T

Wärmekapazität bei p = const.

- die Wärmekapazität c_p bei p = const. gibt an, wie stark sich die Enthalpie eines Systems mit der Temperatur bei konstantem Druck ändert. Da für isobare Prozesse gilt: $\frac{V}{T} = const.$ ist dieser Prozess mit einer Volumenzuoder -abnahme verbunden.
- c_p kann als molare bzw. auch spezifische Größe oder als absolute Größe c_p angeben werden.

$$c_p = \frac{C_p}{n} \tag{2.130}$$

Bsp.: molare Wärmekapazitäten c_p

- Ar: $20,76 \frac{J}{K \cdot mol}$
- $H_2O: 75,79 \frac{J}{K \cdot mol}$
- H_2O (liquid, 298K): 4,18 $\frac{kJ}{K \cdot kg}$
- \bullet vollständige differentielle Abhängigkeit von H:

 $\rightarrow f\ddot{u}r \ n = const. \ und \ p = const.$

$$dH = \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_{p,n} \cdot dT = c_p \cdot dT \tag{2.131}$$

$$H = U + p \cdot V \tag{2.132}$$

$$dH = V \cdot dp + dQ \tag{2.133}$$

 $\rightarrow f\ddot{u}r \ n = const. \ und \ p = const. \ gilt: dH = dQ$

$$dQ = c_p \cdot dT \tag{2.134}$$

- Abhängigkeiten von c_p :
 - $-c_p$ ist temperaturabhängig:

*
$$c_n \to 0$$
 für $T \to 0$ K

- * $c_p \to \infty$ für Phasenwechsel
- $-c_p$ ist umso größer, je mehr "Energie" das Vielteilchensystem aufnehmen kann.

Dies ist unter anderem abhängig von der ANzahl an besetzbaren energetischen Zuständen auf Ehrenbruderbasis von Translation, Rotation und Vibration

 $\rightarrow c_p =$ stoffspezifisch und abhängig von der Phase bzw. Erscheinungsform des Stoffes (s,l,g)

- \Rightarrow Besonderheiten:
 - $-c_p>c_v$, da zusätzlich Arbeit zur isobaren Volumenvergrößerung aufgebracht werden muss
 - $-c_p$ und c_v stehen in einem Zusammenhang zum Adiabatenkoeffizient κ bzw. β

ullet Die Temperaturabhängigkeit von c_p

 $\rightarrow f\ddot{u}r \ n, p = const.$

$$dH = \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_{n,p} \cdot dT \tag{2.135}$$

$$dH = c_p \cdot dT \tag{2.136}$$

- Fall 1:

 c_p soll $\neq f(T)$ sein, möglich bei kleinen ΔT

$$\Delta H = \int_{T_1}^{T_2} c_p \cdot dT \tag{2.137}$$

$$= c_p \cdot \int_{T_1}^{T_2} \cdot \mathrm{d}T \tag{2.138}$$

$$= c_p \cdot (T_2 - T_1) \tag{2.139}$$

- Fall 2:

* Ansatz A:

Bildung von mittleren c_p -Werten durch MW-Bildung von $c_p(T_2)$ und $c_p(T_1)$

* Ansatz B:

Einsatz von empirischen Näherungsfaktoren für c_p zur Beschreibung der T-Abhängigkeit, wobei für den Polynomansatz die Parameter a,b,c für bekannte Stoffsysteme tabelliert sind.

$$c_p = a + b \cdot T + c \cdot T^2 \tag{2.140}$$

$$\Delta H = \int_{T_1}^{T_2} (a + b \cdot T + c \cdot T^2) \cdot dT \tag{2.141}$$

$$= a \cdot (T_2 - T_1) + \frac{1}{2} \cdot b \cdot (T_2^2 - T_1^2) + \frac{1}{3} \cdot c \cdot (T_2^2 - T_1^2) \quad (2.142)$$

2.6.5 Die Wärmekapazitäten c_p und c_v

Die kalorischen Zustandsgleichungen

ullet Innere Energie U

$$U = f(T, V, n) \tag{2.143}$$

 $\rightarrow f\ddot{u}r \ n = const.$

$$dU = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_{n,V} \cdot dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_{n,T} \cdot dV \tag{2.144}$$

Mit Volumenarbeit für gasförmige Systeme

$$dU = c_v \cdot dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_{n,T} \cdot dV$$

$$= 0 \text{ für}$$
ideale Gase

$$dU = dW + dQ \tag{2.146}$$

$$= -p \cdot dV + dQ \tag{2.147}$$

$$dU = dQ (2.148)$$

$$= c_v \cdot dT \tag{2.149}$$

\bullet Enthalpie H

$$H = f(T, p, n) \tag{2.150}$$

 $\rightarrow f\ddot{u}r \ n = const.$

$$dH = \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_{n,p} \cdot dT + \left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_{n,T} \cdot dp \qquad (2.151)$$

$$dH = c_p \cdot dT + \left(\frac{\partial U}{\partial p}\right)_{n,T} \cdot dp$$

$$= 0 \text{ für}$$
ideale Gase

$$dH = V \cdot dp + dQ \tag{2.153}$$

$$dH = dQ (2.154)$$

$$= c_n \cdot dT \tag{2.155}$$

Je nach System sind die Größen Arbeit und Wärme der Änderung von U und H bzw. den resultierenden Wärmekapazitäten und Wärmemengen Q gleichzusetzen.

Zusammenhang c_v, c_p und R

$$H = U + p \cdot V$$

$$H - U = p \cdot V$$

$$| p \cdot V = n \cdot R \cdot T \text{ differenzieren nach } p$$

$$(2.156)$$

$$(2.157)$$

$$\left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_{n,p} \cdot dT - \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_{n,V} \cdot dT = n \cdot R \cdot dT \quad | \quad : dT$$
(2.158)

$$c_p - c_v = R \tag{2.159}$$

$$C_p - C_v = n \cdot R \tag{2.160}$$

Die Differenz zwischen c_p und c_v entspricht genau der Arbeit, die aufgebracht werden muss, um das Volumen des Systems bei Erwärmung unter p = const. zu vergrößern. Diese Arbeit besteht aus 2 Teilen:

- a) Zurückdrängen der Atmosphäre
- b) Überwindung von zwischenmolekularen WW

Zusammenhang c_v, c_p und dem Adiabatenkoeffizient κ bzw. eta

Gegeben:

- Adiabatische Zustandsänderung dQ = 0
- n = const.
- ideales Gasverhalten

$$dU = dW + \mathcal{Q} \tag{2.161}$$

$$= dW (2.162)$$

$$-p \cdot dV = c_v \cdot dT \tag{2.163}$$

$$\begin{array}{l} \rightarrow p \cdot V = n \cdot R \cdot T \\ \rightarrow -p = -\frac{n \cdot R \cdot T}{V} \end{array}$$

$$\Delta U_{12} = c_v \cdot \frac{1}{T} \cdot dT \qquad = -n \cdot R \cdot \frac{1}{V} \cdot dV \qquad (2.164)$$

$$\Delta U_{12} = c_v \cdot \int_1^2 \frac{1}{T} \cdot dT \qquad = -n \cdot R \cdot \int_1^2 \frac{1}{V} \cdot dV \quad (2.165)$$

$$\Delta U_{12} = c_v \cdot \frac{1}{T} \cdot dT = -n \cdot R \cdot \frac{1}{V} \cdot dV \qquad (2.164)$$

$$\Delta U_{12} = c_v \cdot \int_1^2 \frac{1}{T} \cdot dT = -n \cdot R \cdot \int_1^2 \frac{1}{V} \cdot dV \qquad (2.165)$$

$$\Delta U_{12} = c_v \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = -n \cdot R \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \qquad (2.166)$$

ightarrow Umformen und Einführung des Exponenten $m=rac{c_v}{n\cdot R}$

$$\ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^m = -\ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \tag{2.167}$$

$$\ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^m = \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right) \tag{2.168}$$

$$\frac{T_2^m}{T_1^m} = \frac{V_1}{V_2} \tag{2.169}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt[m]{\frac{V_1}{V_2}} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\frac{1}{m}} \tag{2.170}$$

(2.171)

 $\rightarrow mit \ p \cdot V = n \cdot R \cdot T$

$$\frac{V_2 \cdot p_2}{T_2} = \frac{V_1 \cdot p_1}{T_1} \tag{2.172}$$

$$\frac{V_1 \cdot p_1}{V_2 \cdot p_2} = \frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\frac{1}{m}} \tag{2.173}$$

 \rightarrow Einführung neuer Koeffizient $\kappa=\beta=\frac{n\cdot R}{c_v}+1$

$$p_1 \cdot V_1^{\kappa} = p_2 \cdot V_2^{\kappa} \tag{2.174}$$

 \rightarrow Ferner gilt: $\kappa = \beta = \frac{c_p}{c_v} = \frac{R + c_{v,m}}{c_{v,m}}$

$$H_2 - H_1 = \kappa \cdot (U_2 - U_1) \tag{2.175}$$

Der Adiabatenkoeffizient κ ist stoffspezifisch

- Adiabatenkoeffizient 1-atomiges Gas: $\kappa \approx 1,67$
- Adiabatenkoeffizient 2-atomiges Gas: $\kappa \approx 1,28$
- Adiabatenkoeffizient Festkörper: $\kappa \approx 1,33$

2.6.6 Standardbildungsenthalpie H_f°

- H° Standard Enthalpie = die Änderung der Enthalpie eines Prozesses, dessen Ausgangsstoffe und Endprodukte im Standardzustand sind
- Standardzustand = 298,15 K (kann auch anders sein!) und 1 bar
- Beispiel: Bildung von NaCl mit Na (s) + $\frac{1}{2}$ Cl₂ (g) \longrightarrow NaCl (s)
 - 1. Sublimation von Na (s) Na (s) \longrightarrow Na (g) $\Delta H_{sub} = 107.3 \frac{\text{kJ}}{\text{mol}}$
 - 2. Ionisation von Na (g) Na (g) \longrightarrow Na⁺ (g) + e⁻ (g) $\Delta E_{ion} = 498 \frac{\text{kJ}}{\text{mol}}$
 - 3. Dissoziation von Cl₂ Cl₂ (g) \longrightarrow 2 Cl (g) $\Delta H_{Diss} = 121,7 \frac{\text{kJ}}{\text{mol}}$
 - 4. Elektronenaufnahme Cl (g) Cl (g) + e⁻ \longrightarrow Cl⁻ (g) $\Delta H_{e-aff} = -351,2 \frac{\text{kJ}}{\text{mol}}$
 - 5. Gitteraufbau zu NaCl Na⁺ (g) + Cl⁻ (g) \longrightarrow NaCl (s) $\Delta H_{Gitter} = -787.2 \frac{\text{kJ}}{\text{mol}}$

$$Na(s) + \frac{1}{2}Cl_2(g) \longrightarrow NaCl(s)$$
 $\Delta H_R = -411,1 \frac{kJ}{mol}$

ABBILDUNG

2.6.7 Standardreaktionsenthalpie H_R° (Satz von Hess)

= Enthalpie zur Umwandlung von Ausgangsstoffen im Standardzustand (1 bar) in Produkte (1 bar) zu einer betrachteten Temperatur x

- $\Delta_R H^{\circ} < 0$ exotherme Reaktion
- $\Delta_R H^{\circ} > 0$ endotherme Reaktion
- $\Delta_R H^{\circ} > 0 = \sum_{i=1} \nu_i \cdot H_m^{\circ}(i)$ Berechnet sich aus der Differenz der Standardbildungsenthalpien der Produkte und deren der Edukte

Beispiel: $4 \cdot A + B \longrightarrow 2 \cdot C + D$

$$\Delta_R H^{\circ} = [2 \cdot H_B(C) + H_B(D)] - [4 \cdot H_B(A) + H_B(B)]$$

$$= \sum \nu_i \cdot H_m^{\circ}(i) - \sum \nu_j \cdot H_m^{\circ}(j)$$
Produkte Edukte
$$(2.176)$$

- Produkte: positive Stöchiometriekoeffizienten
- Edukte: negative Stöchiometriekoeffizienten

Beispiel:

$$CO + H_2O \longrightarrow CO_2 + H_2$$

geg: $T=800\,\mathrm{K}, p=const., T_0=298,15\,\mathrm{K},$ Tabelle mit Stoffwerten ges: $\Delta_R H^{800}$

$$\Delta_R c_p = \sum \nu_i \cdot c_{p,i}^0(Produkte) - \sum \nu_j \cdot c_{p,j}(Edukte)$$
 (2.178)

$$c_p = a + b \cdot T + c \cdot T^2 \tag{2.179}$$

$$a = [a(CO_2) + a(H_2)] - [a(H_2O) + a(CO)]$$
(2.180)

$$b = [b(CO_2) + b(H_2)] - [b(H_2O) + b(CO)]$$
(2.181)

$$c = [c(CO_2) + c(H_2)] - [c(H_2O) + c(CO)]$$
(2.182)

(2.183)

$$\Delta_R H^0(T_1) = \sum \Delta_B H^0(Produkte) - \sum \Delta_B H^0(Edukte)$$
 (2.184)

$$\Delta_R H(T_2) = \Delta_R H^0(T_1) + \int_{T_1}^{T_2} \Delta_R c_p \, dT$$
 (2.185)

$$= \Delta_R H^0(T_1) + a \cdot (T_2 - T_1) + \frac{1}{2}b \cdot (T_2^2 - T_1^2) + \frac{1}{3}c \cdot (T_2^3 - T_1^3) \quad (2.186)$$

2.7 zweiter Hauptsatz der Thermodynamik

These A: Energie

These B:

Die neue thermodynamische Größe Entropie S und die Verteilungsmöglichkeiten und Verteilung der Energie auf energetische Zustände im System. Freiwillige Vorgänge verlaufen immer so, dass aus der Umverteilung der Energie eine größere Auswahl an besetzbaren <u>und</u> energetisch auch besetzten Zuständen entsteht. (Allgemein wird in Analogie oft von einer größeren "Unordnung" gesprochen)

$$S \sim dQ \tag{2.187}$$

$$dS = \frac{dQ}{T} \tag{2.188}$$

ABBILDUNG

Nernst'scher Wärmesatz

Die Entropie jedes reinen festen Stoffes strebt beim Nullpunkt der Temperatur den Wert 0 zu.

- $\rightarrow S = 0$ für 0 K und Kristall ohne Gitterfehler (idealer Kristall)
- \rightarrow Konsequenz: für jede Temperatur > 0 K muss S > 0 sein

2.7.1 Die Entropie S eines Systems

ABBILDUNG

Mögliche Entropie-Anteile eines Systems:

- S_m : Entropie aus Massenstrom (Stoffmenge n)
- S_q : Entropie aus einem Wärme- bzw. Energiestrom (ΔT)
- Entropieänderung aufgrund von Druckänderung mit Wechsel der Aggregatzustände
- S_{Diss} : Entropieerzeugung durch <u>Dissipation</u> \rightarrow steht allgemein für Energieumwandlungsverluste durch (unerwünschte) Nebenreaktionen mit Energieumwandlung (Stichwort: Reibung)

$$S_{sys} = S_m + S_q + S_{Diss} (2.189)$$

$$\dot{S_{sys}} = \dot{S_m} + \dot{S_q} + \dot{S_{Diss}} = \frac{\Delta S}{\Delta t} \tag{2.190}$$

- ullet Die Entropie S ist eine neue thermodynamische Größe zu Beschreibung der Energieverteilungsmöglichkeiten auf energetische Zustände im System
- Die Entropie eines Systems bzw. Entropieänderung bei einer Zustandsänderung kann aus mehreren Anteilen bestehen (siehe S_m, S_q, S_{Diss})
- Die Entropie eines Systems steigt durch Zufuhr (+ Vorzeichen) und fällt durhc (- Vorzeichen) <u>und</u> kann durch Systeminterne Entropieerzeugung auch zusätzlich ansteigen
- Die Entropie eines System bzw. die Entropieänderung bei einem Prozess gibt Aussage über die max. mögliche Nutzbarkeit bzw. ist eine Aussage zur "Qualität"bzw. "Nutzbarkeit" der Energie
- Formal ist die Entropie bei jder Umverteilung von Energie beteiligt
- Alle Prozese, die nicht 100% reversibel sind, erzeugen Entropie. Für Ideal reversible Prozesse ist dS = 0 (abgeschlossenes System)
- ullet Die Entropie S ist eine Zustandsgröße
- Die Entropie S ist eine energetische Größe und trägt die Einheit $\begin{bmatrix} \frac{J}{K} \end{bmatrix}$ bzw. als spez. oder molare Größe $\begin{bmatrix} \frac{J}{K \cdot \text{kg}} \end{bmatrix}$ oder $\begin{bmatrix} \frac{J}{K \cdot \text{mol}} \end{bmatrix}$

Formelsammlung Umwelttechnik

Emission (Def.) :
$$= \frac{\text{Schadstoff}}{\text{Produkt}} \left[\frac{\text{kg}}{\text{t}} \right]$$
 (2.191)

Imission (Konzentration) :
$$= \left\lceil \frac{kg}{m^3} \right\rceil$$
 (2.192)

Imission (Staubniederschlag) :
$$= \left[\frac{g}{m^2 \cdot d} \right]$$
 (2.193)

Ideales Gasgesetz:

$$p \cdot \dot{V} = \dot{n} \cdot R_0 \cdot T \tag{2.194}$$

$$p \cdot \dot{V} = \dot{m} \cdot R_{spez.} \cdot T \tag{2.195}$$

$$p_i \cdot \dot{V} = \frac{\dot{m}_i}{M_i} \cdot R_0 \cdot T \tag{2.196}$$

AGW Volumenanteil φ_i :

$$= \frac{[\text{ppm}] \cdot 10^{-3} \cdot M_i \left[\frac{\text{g}}{\text{mol}}\right] \cdot 1,013 \cdot 10^5}{8,314 \cdot 293} \left[\frac{\text{mg}}{\text{m}^3}\right]$$
(2.197)

$$= \frac{[\text{ppm}] \cdot M_i \left[\frac{\text{g}}{\text{mol}}\right]}{24,047} \left[\frac{\text{mg}}{\text{m}^3}\right] \text{Normbedingungen}$$
 (2.198)

$$= \frac{[\text{ppm}] \cdot M_i \left[\frac{\text{g}}{\text{mol}}\right]}{22, 4} \left[\frac{\text{mg}}{\text{m}^3}\right] \text{Standardbedingungen}$$
 (2.199)

AGW Synergieeffekt:

$$=\sum_{i=1}^{n} \frac{c_i}{AGW_i} \le 1 \tag{2.200}$$

AGW Arbeitstag:

$$\frac{c_{\text{Zul}}}{\text{AGW}} = \frac{8h}{t_{\text{Schicht real}}} \tag{2.201}$$

$$c_{\text{Zul}} \cdot t_{\text{Schicht,real}} = 8h \cdot \text{AGW}$$
 (2.202)

Luftwechselzahl l:

$$= \frac{V_{E(\text{ausgewechselt})}}{V_{R(\text{Raumvolumen})}} \tag{2.203}$$

Verdünnungsbelüftung (instationär) $c_i(t)$:

$$= \left(c_{i_{zu}} + \frac{\dot{m}_{i,e}}{l \cdot V_R}\right) \cdot \left[1 - e^{-l \cdot t}\right] + c_i(t=0) \cdot e^{-l \cdot t}$$
 (2.204)

- $c_{i,max} = \frac{\dot{m}_{i,e}}{l \cdot V_R} + c_{i,zu}$
- Schadstoffkonzentration am Anfang null $c_i(t=0)=0$
- $\bullet\,$ zugeführte Luft $c_{i,zu}=0$

Verdünnungsbelüftung (stationär) c_i :

$$= c_{i_{zu}} + \frac{\dot{m}_{i,e}}{l \cdot V_B} \le AGW_i \tag{2.205}$$

Masse Partikel m_p :

$$= \rho_p \cdot \frac{\pi}{6} \cdot \mathbf{x}^3 \tag{2.206}$$

Widerstand c_W :

$$=\frac{24}{Re}\tag{2.207}$$

?? Stokes'sches Gesetz (Widerstandskraft) $\overrightarrow{F_W}\!\!:$

$$\overrightarrow{F_W} = \frac{3 \cdot \pi \cdot \eta_F \cdot \mathbf{x} \cdot \omega_S}{c_V} \tag{2.208}$$

$$\overrightarrow{F_W} = \frac{3 \cdot \pi \cdot \eta_F \cdot \mathbf{x} \cdot \omega_S}{c_V}$$

$$w_S = \frac{(\varphi_P - \varphi_F) \cdot \mathbf{x}^2 \cdot Cu \cdot g}{18 \cdot \eta_F}$$
(2.208)

Abscheidegrad η :

$$=\frac{\dot{m}_{ab}}{\dot{m}_0} = \frac{\dot{m}_0 - \dot{m}_{Rein}}{\dot{m}_0} \tag{2.210}$$

(2.211)

Trenngrad $T_i(x_i)$:

$$=\frac{\dot{m}_{i,0} - \dot{m}_{i,Rein}}{\dot{m}_{i,0}} \tag{2.212}$$