



MECHANISCHE VERFAHRENSTECHNIK

Skriptaufzeichnungen

im WiSe 2019

vorgelegt von

Roman-Luca Zank

3. Semester

Chemie- und Umwelttechnik

E-Mail:	romanzank@mail.de
Matrikelnummer:	25240
Adresse:	Platz der Bausoldaten 2, Zimmer 224
Ort:	06217 Merseburg
Prüfer:	Dr. Frank Baumann

Merseburg, 30. November 2019

Inhaltsverzeichnis

1	Zerkleinern	2
1.1	Was ist „Zerkleinern“?	2
1.2	Feststoff zerkleinern	3
1.3	Energieaufwand von Mühlen (Zerkleinerungsmaschinen)	4
1.4	Bauarten von Mühlen	7
2	Trennen	8
2.1	Stoffgemische	8
2.2	Trennverfahren	8
2.2.1	Sedimentation	9
2.3	Grundlagen der Modellierung	10
2.4	Grundlagen der Modellierung	11
2.5	Archimediszahl $Ar[-]$	13
2.6	Auslegung von Schwerkraftsedimentationsapparaten	15
2.7	Auslegung eines Klärbeckens	15
	Literaturverzeichnis	18
	Anhang	18

1 Zerkleinern

- Älteste Verfahrenstechnik (prätechnologisch)
 - Kauen von Nahrung
 - Zerkleinern von Getreide im Mörser

1.1 Was ist „Zerkleinern“?

Prozessziel:

Feststoff (aber auch Flüssigkeiten oder Gase) mit vertretbarem Energieaufwand (Betriebskosten) und erträglichem Verschleiß (Wartungskosten) auf eine gewünschte Feinheit (Dispersitätszustand) nach Produktspezifikationen zu bringen.

+ Anschaffungskosten

Was kann zerkleinert werden ?

1. Getreide → Mehl, Gries, Flocken, Schrot, Spreu,...
2. Gestein → Sand, Kies, Splitt, Zement,...
3. Holz → Mulch, Spähne, Pallets, Spanplatten, OSB-Platten, Papier, Furnier,...

Wozu wird zerkleinert ?

- Erzeugen einer gewünschten, bestimmten Korngrößenverteilung (evtl. mit x_{min} und x_{max})
- vergrößern der spezifischen Oberfläche $\left[\frac{m^2}{m^3}\right] \Rightarrow \text{Reaktivität} \uparrow$
- Freilegen und Aufschließen einer Wertstoffphase (z.B. Erz)
- Struktur- und Formänderung (z.B. Haferflocken)
- mechanische Aktivierung
- Veränderung von Stoffeigenschaften nach Produktspezifikation:
 - Fließverhalten, Transportfähigkeit, Dosierfähigkeit, Lagerfähigkeit
 - Lösegeschwindigkeit, Reaktionsgeschwindigkeit, Extrahierfähigkeit
 - Farbe, Oberfläche, Form, Raumfüllung
 - ...

1.2 Feststoff zerkleinern

Einteilung erfolgt nach Größe des Produkts:

Brechen:	5 – 50mm: fein > 50mm: grob
Mahlen:	0,5 – 50mm: grob 50µm – 500µm: fein 5µm – 50µm: feinst < 5µm: kolloid

Ziel: Überwinden der inneren Bindungskräfte → Bruch

mechanische Beanspruchung:

- Druck
- Reibung
- Schlag
- Prall
- gegenseitiger Partikelstoß
- Schneiden (spalten)
- Scheren
- Scherströmung (für Tropfen, Mikroorganismen,...)
- Druckwelle (z.B. Sprengung)
- Kavitation (implodierende Dampfblase, bei der Teilchen herausgerissen wird)

nicht-mechanische Beanspruchung:

d.h. Energiezufuhr

- chemisch
- elektrisch
- thermisch

1.3 Energieaufwand von Mühlen (Zerkleinerungsmaschinen)

Ziele:

- Berechnung der Antriebsleistung einer Mühle ist abhängig von:
 - Durchsatz
 - Art des Stoffes
 - Teilchenspezifikation (Korngröße)
- Bauarten und Auswahl von Mühlen

spezifische Zerkleinerungsarbeit e :

$$e = \frac{W}{m} \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right] \quad (1.1)$$

erweitern mit $\frac{1}{t}$

$$e = \frac{W/t}{m/t} = \frac{P}{\dot{m}} \left[\frac{\text{W}}{\text{kg} \cdot \text{s}^{-1}} \right] \quad (1.2)$$

Abhängigkeit von der Stoffeigenschaft:

charakterisiert durch eine Materialkonstante

c_B (Bondkonstante: experimentell bestimmt)

Abhängigkeit von der Partikelgröße:

charakteristische Teilchengröße

X_{80} d.h. $H(x_{80}) = 80\%$ Durchgang

HIER STEHT IHR BILD

→ restliche 20% werden meist ausgesiebt und wieder zurückgeführt „80-20-Regel“

Die Modellierung von Zerkleinerungsprozessen ist äußerst komplex. Deshalb werden empirische Abschätzungsgleichungen verwendet ($\pm 50\%$ Genauigkeit).
Nur bei idealen Einzelkörnern kann man eine Bruchfunktion analytisch annähern.

Name	Anwendung	Gleichung	Stoffkonstante
KICK	$x_{80\omega} > 50 \text{ mm}$	$e_{KICK} = c_K \cdot \log\left(\frac{x_{80\alpha}}{x_{80\omega}}\right)$	$c_K = 1,15 \cdot \frac{c_B}{\sqrt{0,05 \text{ m}}} \left[\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \right]$
BOND	$50 \mu\text{m} < x_{80\omega} < 50 \text{ mm}$	$e_{BOND} = c_B \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{x_{80\omega}}} - \frac{1}{\sqrt{x_{80\alpha}}} \right)$	c_B : tabelliert $\left[\frac{\text{m}^{2,5}}{\text{s}^2} \right]$
RIT-TER	$x_{80\omega} > 50 \mu\text{m}$	$e_{RITT} = c_R \cdot \left(\frac{1}{x_{80\omega}} - \frac{1}{x_{80\alpha}} \right)$	$c_R = 0,5 \cdot c_B \cdot \sqrt{5 \cdot 10^{-5} \text{ m}}$

Hinweise:

- α : Anfangsgröße am Eingang
- ω : Endgröße am Ausgang
- Teilchengröße **immer** als [m] einsetzen!

Zerkleinerungsstrahl:

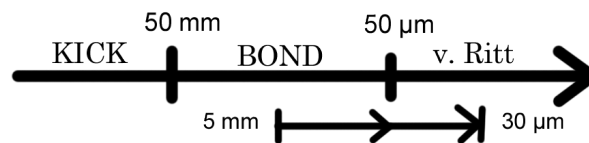


Abbildung 1.1: Zerkleinerungsstrahl

c_B -Beispiele:

Kohle:	$548 \frac{\text{m}^{2,5}}{\text{s}^2}$
Gips:	$394 \frac{\text{m}^{2,5}}{\text{s}^2}$
Eisenerz:	$745 \frac{\text{m}^{2,5}}{\text{s}^2}$
gebr. Ton:	$69 \frac{\text{m}^{2,5}}{\text{s}^2}$
Glimmer (Mineral):	$6488 \frac{\text{m}^{2,5}}{\text{s}^2}$

meist: c_B für trockenes Mahlen $>$ c_B für nasses Mahlen

Beispielaufgabe: Zerkleinern

Energieaufwand beim Zerkleinern

- Zerkleinern ist eine sehr energieintensive Grundoperation, deshalb hohe Betriebs- und Wartungskosten
- ca. 5% der Weltenergieerzeugung für Zerkleinerung
- Zementherstellung sind 25% der Kosten für Zerkleinerung

Energie ist nötig für:

- Überwinden der inneren Bindungskräfte im Kern
- Reibung der Teilchen untereinander und im Apparat (Dissipation)
- kinet. Energie des Mahlprodukts
- Maschinenteil verschleßen
- Deformation der Teilchen ohne Bruch
- nicht ideale Einbringung der Kräfte (schiefer Stoß)

⇒ Energieeffizienz der Zerkleinerung $< 1\%$

Tabelle 1.1: Vor- und Nachteile Trocken-/Nassmahlen

	Trockenmahlen	Nassmahlen
Vorteile	<ul style="list-style-type: none">• Gut ist trocken	<ul style="list-style-type: none">• geringerer Energiebedarf• keine Staubentwicklung• Kühlung des Produkts entgegen der Reibung
Nachteile	<ul style="list-style-type: none">• hoher Energiebedarf• Staubentwicklung• keine Kühlung des Produkts entgegen der Reibung	<ul style="list-style-type: none">• Gut ist nicht trocken

1.4 Bauarten von Mühlen

- Backenbrecher
- Rundbrecher, Kegelbrecher
- **Kugelmühle**
 - *Kaskadenbewegung*
Beanspruchung: Reibung $\rightarrow n = 0,6 \dots 0,7 \cdot n_{Krit}$
 - *Kateraktbewegung*
Beanspruchung: Reibung und Schlag $\rightarrow n = 0,8 \dots 0,9 \cdot n_{Krit}$

Bestimmung der Grenzdrehzahl:

$$F_G = F_Z \quad (1.3)$$

$$m \cdot g = m \cdot r \cdot \omega^2 \text{ mit } \omega = 2 \cdot \pi \cdot n \text{ (n... Drehzahl)} \quad (1.4)$$

$$g = r \cdot 4 \cdot \pi^2 \cdot n^2 \quad (1.5)$$

$$n_{Krit} = \sqrt{\frac{g}{4 \cdot \pi^2 \cdot r}} \approx \sqrt{\frac{1 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]}{4 \cdot \pi^2 \cdot r}} = \frac{1 [\sqrt{m}]}{\sqrt{2 \cdot D}} \quad (1.6)$$

$$(1.7)$$

Vorsicht mit den Einheiten ! $n_{Krit} = \left[\frac{1}{s} \right]$

Tabelle 1.2: Vor- und Nachteile der Kugelmühle

Vorteile	Nachteile
<ul style="list-style-type: none"> – sehr feines Mahlen möglich – großer Zerkleinerungsgrad $z = \zeta = \frac{x_{80,\alpha}}{x_{80,\omega}}$ – enge Korngrößenverteilung, wegen vorrangiger Zerkleinerung großer Teilchen – Mahlkörper können dem Mahlgut angepasst werden (Material, Größe) – Autogenes Mahlen möglich <ul style="list-style-type: none"> * Mahlgut selbst ist Mahlkörper * Mahlkörper werden durch Abrieb immer kleiner (Abrieb = Produkt) * Mahlkörper müssen immer weiter zugegeben werden 	<ul style="list-style-type: none"> – sehr energieaufwendig (Kugel zu heben kostet eben) – trennen von Mahlgut und Mahlkörper erforderlich – Lärm

2 Trennen

2.1 Stoffgemische

Tabelle 2.1: Stoffgemische

Kombination der Phasen	Bezeichnung
S in G	Rauch, Staub,...
S in L (Aerosol)	Suspension, Schlamm, Trübe,...
L in G (Aerosol)	Dampf Wolken, Nebel, Regen, Sprühwolke,...
G in L	Sprudelschicht, Blasenschwarm, Schaum,...
L in L	Emulsion, Tropfenschwarm

2.2 Trennverfahren

Alle Stoffsysteme sind dispers und bestehen aus mindestens 2 Phasen. Nur dann kann man mechanische Trennverfahren anwenden. (Grenze nach unten ist dabei die Partikelgröße)

Für einphasige Stoffsysteme müssen thermische Trennverfahren angewendet werden.

Mechanische Verfahren sind meist effizienter als thermische Verfahren.

- **Sedimentation** $\approx 10 \mu\text{m}$ (S/G, S/L, L/L, G/L, L/G)
= Absetzen/Aufsteigen von Teilchen im Schwerkraftfeld

→ *Voraussetzung:*

unterschiedliche Dichte der Teilchen gegenüber Fluid

- **Zentrifugation** $< 10 \mu\text{m}$ (S/L)
= Trennen im Zentrifugalfeld

→ geeignet für sehr geringe Dichteunterschiede und sehr kleine Teilchen

- **Filtration** (S/G, S/L)
= Teilchendurchmesser $>$ Porendurchmesser des Filtermediums
„Sterische (räumliche) Hinderung“

- **Sieben** (S/G)
= Trennen nach Größenunterschied
→ Klassierung
- **Sichten** (S/G)
= Trennen nach Luftwiderstand und Dichte
- **Flotation** (S/S/G)
= spezielle Sedimentation
- **Zyklon** (S/G, S/L)
= ähnlich wie Zentrifugation

2.2.1 Sedimentation

= Absetzen einer dispersen Phase unter Einwirkung der Schwerkraft

Disperse Phase kann eine höhere oder niedrigere Dichte haben, als die Kontinuierliche.

→ wichtige Trennoperation, weil Apparate einfach und somit günstig sind

Bezeichnung des Sediments nach Zweck

- *Klären:*
Trennziel = klare Flüssigkeit mit möglichst wenig Teilchen
- *Eindicken:*
Trennziel = möglichst konzentrierter Schlamm mit möglichst wenig Flüssigkeit

2.3 Grundlagen der Modellierung

Bewegung eines Einzelteilchens im Schwerkraftfeld

→ Annahme: Teilchen ist starr, kugelförmig und glatt

$$d_P > 10 \mu\text{m}$$

$$\rho_P > \rho_F$$

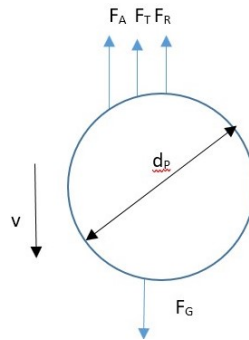


Abbildung 2.1: Skizze eines Partikels

$$F_G = m_P \cdot g = V_P \cdot \rho_P \cdot g = \frac{\pi}{6} \cdot d_P^3 \cdot \rho_P \cdot g \quad (2.1)$$

$$F_T = m_F \cdot g = V_P \cdot \rho_F \cdot g = \frac{\pi}{6} \cdot d_P^3 \cdot \rho_F \cdot g \quad (2.2)$$

“Auftrieb ist Masse der verdrängten Flüssigkeit“

$$F_R = c_W \cdot \rho_F \cdot \frac{1}{2} \cdot v_P^2 \cdot A_{\perp} \quad (2.3)$$

c_W ... Widerstandsbeiwert $c_W = f(v, \text{Geometrie, Rauigkeit, ...})$

v_P ... Relativgeschwindigkeit zwischen Teilchen und Partikel

A_{\perp} ... Projizierte Fläche des Partikels in Bewegungsrichtung

hier: Kugel → Kreis mit $A_{\perp} = \frac{\pi}{4} \cdot d_P^2$

2.4 Grundlagen der Modellierung

Bewegung eines Einzelteilchens im Schwerkraftfeld

Annahme Teilchen ist:

- kugelförmig
- starr
- glatt
- $d_P > 10 \mu\text{m}$
- $\rho_P > \rho_F$

Kräfte die wirken:

- a) \vec{F}_G : Gewichtskraft
- b) \vec{F}_T : Trägheitskraft (bei kleineren Partikeln eher uninteressant)
- c) \vec{F}_A : Auftriebskraft
- d) \vec{F}_R : Reibungskraft

Kräftegleichgewicht:

$$0 = \vec{F}_G + \vec{F}_T + \vec{F}_A + \vec{F}_R \quad (2.4)$$

a) $\vec{F}_G = m \cdot g = V_P \cdot \rho_P \cdot g = \frac{\pi}{6} \cdot (d_P)^3 \cdot \rho_P \cdot g$

b) $\vec{F}_T = V_P \cdot (\rho_P + c_W \cdot \rho_F) \frac{dv_P}{dt}$

$$\mathbf{m}_{P...} = V_P \cdot \rho_P$$

$$\mathbf{m}_{F...} = V_P \cdot c_m \cdot \rho_F \quad (\text{für Kugeln } c_m = 0,5)$$

m_F ist Masse des umgebenden Fluids das mit Partikel mitgerissen und beschleunigt wird (*Schleppwirbel*)

c) „Auftrieb ist Masse der verdrängten Flüssigkeit“

$$\vec{F}_A = m_F \cdot g = V_P \cdot \rho_F \cdot g = \frac{\pi}{6} \cdot (d_P)^3 \cdot \rho_F \cdot g$$

d) $\vec{F}_R = c_W \cdot \rho_F \cdot \frac{1}{2} \cdot (v_P)^2 \cdot A_{\perp}$

$$\mathbf{c}_W... \text{ Widerstandsbeiwert } c_W = f(V, \text{Geometrie, Rauigkeit}, ...)$$

$$\mathbf{v}_P... \text{ Relativgeschwindigkeit zwischen Partikel und Fluid}$$

$$\mathbf{A}_{\perp}... \text{ projizierte Fläche des Partikels in Bewegungsrichtung}$$

$$\text{hier: Kugel} \rightarrow \text{Kreis } \varnothing d_P \rightarrow A_{\perp} = \frac{\pi}{4} \cdot (d_P)^2$$

ABBILDUNG

Differentialgleichung der Bewegung einer starren Kugel im Schwerkraftfeld:

$$\frac{dv_P}{dt} = \frac{g \cdot |\rho_P - \rho_F|}{\rho_P + \frac{\rho_F}{2}} - \frac{3 \cdot c_W \cdot \rho_F \cdot (v_P)^2}{4 \cdot d_P \cdot (\rho_P + \frac{\rho_F}{2})} \quad (2.5)$$

Bei der Sedimentation von kleinen Teilchen wird davon ausgegangen, dass die Beschleunigungsphase sehr kurz ist.

→ kann deshalb vernachlässigt werden

$$\frac{dv_P}{dt} = 0 \quad (2.6)$$

Teilchen haben eine konstante Geschwindigkeit

→ stationäre Sedimentation(sgeschwindigkeit)

Umschlagpunkt von laminar \rightarrow Übergang/turbulent

- in Rohrleitungen bei $Re_R = 2300$
- Umströmung von Partikeln bei $Re_P = 1$

ABBILDUNG

a) laminarer Bereich $Re_P < 1$ (Zogg: $Re < 0,2$)

In diesem Bereich ist c_W -Wert genau definiert

$$c_W = \frac{24}{Re_P} \quad (2.7)$$

b) Übergangsbereich $1 < Re_P < 10^4$

In diesem Bereich existieren viele Näherungsgleichungen

$$c_W = \frac{1}{3} \left(\sqrt{\frac{72}{Re_P}} + 1 \right)^2 \quad (2.8)$$

c) turbulenter Bereich $Re_P > 10^4$

$$c_W = 0,44 = \text{const.} \quad (2.9)$$

2.5 Archimediszahl $Ar[-]$

$$Ar = \frac{g \cdot (d_P)^3 \cdot |\rho_P - \rho_F| \cdot \rho_F}{(\eta_F)^2} \quad (2.10)$$

Ziel: Berechnung der Sinkgeschwindigkeit

- laminare Strömung $Re < 0,2$ und $Ar < 3,6$

$$Re_P = \frac{Ar}{18} \quad (2.11)$$

$$v_P = \frac{|\rho_P - \rho_F| \cdot g \cdot (d_P)^2}{18 \cdot \eta_F} \quad (2.12)$$

- **Übergangsbereich** $0,2 < Re < 10^4$ und $3,6 < Ar < 10^{10}$
es existieren viele Näherungsgleichungen für Re_P

$$Re_P = 18 \cdot \left(\sqrt{1 + \frac{\sqrt{Ar}}{9}} - 1 \right)^2 \quad (2.13)$$

$$v_P = Re_P \cdot \frac{\eta_F}{\rho_F \cdot d_P} \quad (2.14)$$

- **turbulente Strömung**
→ ist für die Sedimentation nicht relevant

VORANGEGANGENE GLEICHUNGEN GELTEN NUR FÜR EINZELTEILCHEN!!

Bei der Sedimentation im Teilchenschwarm wird die Sinkgeschwindigkeit gering, weil:

- die Teilchen behindern sich gegenseitig (besonders bei unterschiedlich großen Teilchen)
- Jedes Teilchen transportiert Flüssigkeit im Schleppenwirbel mit nach unten
→ **Folge:** Es entsteht eine Aufwärtsströmung
Deswegen muss die Sinkgeschwindigkeit, die berechnet wurde, für das Einzelteilchen angepasst werden → siehe Diagramm ZOGG

ABBILDUNG

“Teilchenvolumenanteil“ κ :

$$\chi = \frac{m_{P(\text{trocken})}}{m_F} \quad (2.15)$$

$$\kappa = \frac{\chi}{\chi + \frac{\rho_P}{\rho_F}} \quad (2.16)$$

2.6 Auslegung von Schwerkraftsedimentationsapparaten

ABBILDUNG

Prozessziel:

- Klären: $\rho_{s,\omega_1} \approx 0$
- Eindicker: $\rho_{s,\omega_2} \approx 0,4 \dots 0,5$ mineralische Stoffe
 $\rho_{s,\omega_2} \approx 0,65 \dots 0,9$ biologische Stoffe

ABBILDUNG

Die Absetzvorgänge treten gleichermaßen auch im durchströmten Sedimentationsapparat auf. Das Material aus der Kompressionszone soll nur ausgetragen werden, wenn es ausreichend konzentriert wird.

2.7 Auslegung eines Klärbeckens

ABBILDUNG

- gegeben: $\dot{V}_\alpha, \rho_\alpha$
- gefordert: $\rho_{\omega_1}, \rho_{\omega_2}$
- gesucht: $\dot{V}_{\omega_1}, \dot{V}_{\omega_2}, l, s, b$

Annahmen:

- Zulauf ist eine ideale, beruhigte, horizontale Propfenströmung (gleichmäßig über den Behälterquerschnitt) A_\perp verteilt:
Horizontalgeschwindigkeit $v_B = \text{const.}$
- Einlaufzone wird nicht zu l gezählt
- Horizontalgeschwindigkeit v_B wird nur durch \dot{V}_{ω_1} bestimmt (d.h. der Feststoffanteil wird vernachlässigt)
- trotz des Absetzens von Feststoffen wird die vertikale Komponente der klaren Phase vernachlässigt (ist in v_P integriert)

Herleitung:

→ Zeit für das Absinken eines Teilchens von der Oberfläche bis zum Boden:

$$t = \frac{s [\text{m}]}{v_P \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]} \quad (2.17)$$

→ Zeit für die horizontale Durchströmung des Behälters mit:

$$v_B = \frac{\dot{V}_\alpha}{A_\perp} \approx \frac{\dot{V}_{\omega_1}}{A_\perp} = \frac{\dot{V}_{\omega_1}}{s \cdot b} \quad (2.18)$$

$$t = \frac{l [\text{m}]}{v_B \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]} \quad (2.19)$$

→ Gleichsetzen ergibt:

$$\frac{s}{v_P} = \frac{l}{v_B} = \frac{l \cdot s \cdot b}{\dot{V}_{\omega_1}} \quad (2.20)$$

→ Länge des Beckens l :

$$l = \frac{\dot{V}_{\omega_1}}{v_P \cdot b} \quad (2.21)$$

$$v_P = \frac{\dot{V}_{\omega_1}}{l \cdot b} = \frac{\dot{V}_{\omega_1}}{A_o} \quad (2.22)$$

A_o ... Oberfläche des Beckens „Klärfläche“

GLEICHUNG IST UNABHÄNGIG VON TIEFE DES BECKENS

ABER:

v_B darf nur so groß sein, dass die Teilchen nicht aufgewirbelt werden, d.h. im Becken muss eine laminare Strömung vorliegen, d.h.:

$$Re < 2000 \quad (\text{max. 2300 laminar}) \quad (2.23)$$

weitere Auslegungsbedingung:

$$Re_B = \frac{v_B \cdot d_{hydr} \cdot \rho_F}{\eta_F} \quad (2.24)$$

d_{hydr} ... hydraulischer Durchmesser

$$d_{hydr} = \frac{4 \cdot A_{\perp}}{\text{benetzter Umfang}} \quad (2.25)$$

Beispiel:

- quadratischer Kanal $d_{hydr} = \frac{4 \cdot a^2}{4 \cdot a} = a$
- offenes, rechteckiges Becken $d_{hydr} = \frac{4 \cdot (s \cdot b)}{2s + b}$

damit ist:

$$Re_B = \frac{4 \cdot s \cdot b \cdot v_B \cdot \rho}{(2s + b) \cdot \eta_F} \quad (2.26)$$

$$= \frac{4 \cdot \dot{V}_{\omega_1} \cdot \rho_F}{(b + 2s) \cdot \eta_F} \quad (2.27)$$

weiteres Kriterium (Erfahrungswert):

$$\frac{b}{s} = 2 \dots 4 \quad (\text{rechteckiges Klärbecken}) \quad (2.28)$$

Literaturverzeichnis

1. Praktikumsskript, Modul, Versuch, Prof. Musterprof.
2. DIN 12345, Jahr der Veröffentlichung
3. Link der Internetseite, Zugriffsdatum
4. Buchtitel, Autor, Verlag, Veröffentlichungsjahr