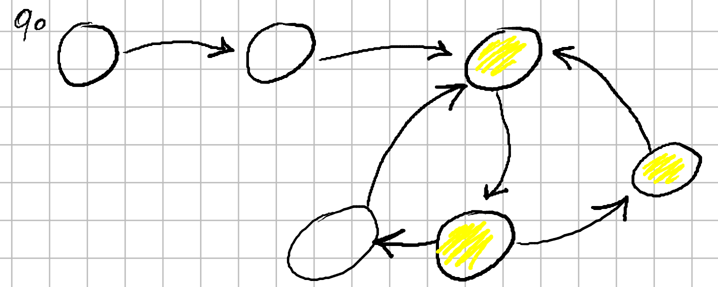
automi, complessità, calcolabilità ESERCIZI

LINGUAGGI REGOLARI

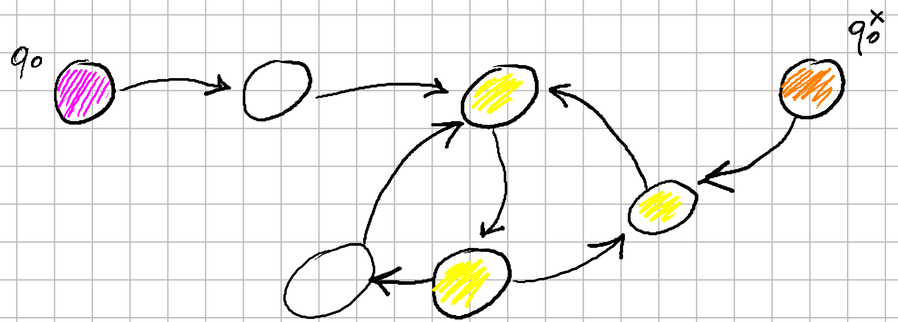
ESERCIZIO 1.1.

PARTIAMO DA UN AUTOMA D DFA $(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$



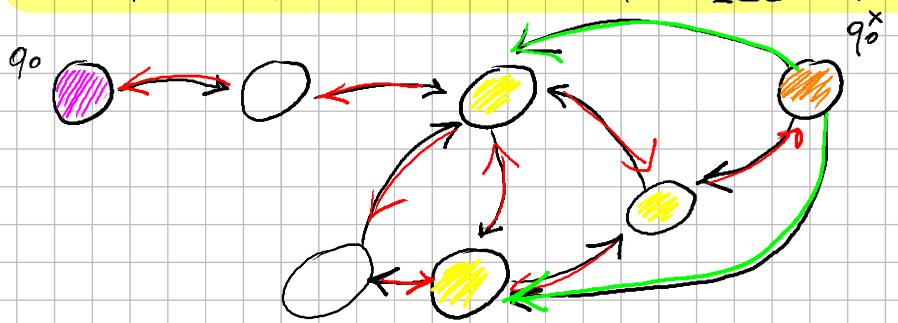
(i nodi in giallo sono i nodi appartenenti a F)

CREIAMO ORA UN NUOVO AUTOMA D_2 NFA



(il nodo arancio è un nuovo stato, $F_2 = \{q_0\}$)

INVERTO IL VERSO DI TUTTE LE FRECCIE



IN SIMBOLI:

$$D_2 = NFA(Q_2, \Sigma, \delta_2, q_0^x, F_2 = \{q_0\})$$

$$Q_2 = Q$$

$$\begin{cases} \forall q_1, q_2 \in Q \quad \delta_2(q_1, a) = q_2 \iff \delta(q_2, a) = q_1 \\ \text{se } a = \varepsilon,\ q_1 \in F \rightarrow \delta_2(q_0^x\ \varepsilon) = q_1 \end{cases}$$

$$F_2 = \{q_0\}$$

POSSIAMO DIRE CHE $w \in D \iff w \in D_2$

□

ESERCIZIO 1.2

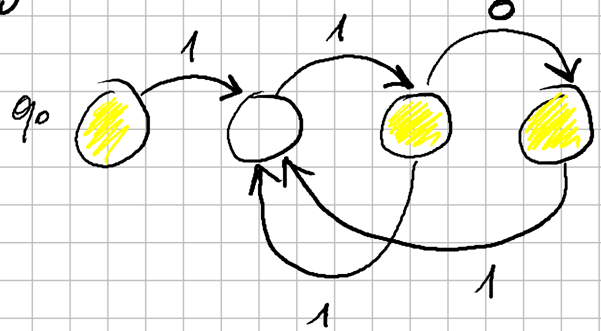
$L = \{11, 110\}^*$

L^*

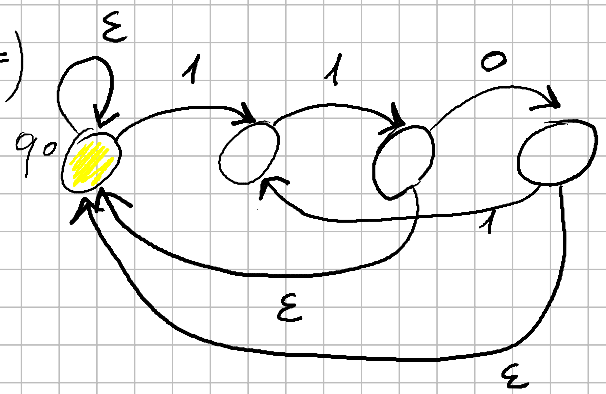
QUESTO È UN LINGUAGGIO POSTO SOTTO OPERATORE STAR DI KLEENE

$L^* = \{11, 110\}^* = \varepsilon, 11, 110, 11110, 11011, 111110 \ldots$

DFA DIRETTO



NFA $(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$



DFA $(Q_2, \Sigma_2, \delta_2, q_0^*, F_2)$

IN SIMBOLI:

$Q_2 = Q$

$$\delta_2(R, a) = \left(\bigcup_{r \in R} \delta(E(r, a)) \right)$$

$q_0^* = E\, q_0$

$F_2 = R \mid (R \cap F) \neq 0$

ESERCIZIO 1.3.

$R = (01^+)^*$ costruisci D t.c.

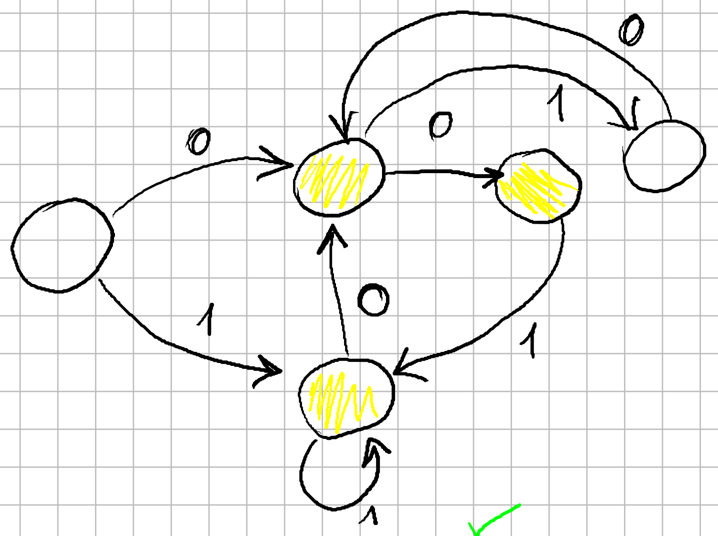
$L(D) = (w \in \{0,1\}^* \wedge w \notin L(R))$

$R = \varepsilon, 01, 0101, 010101, \ldots$

$R = (01)^*$

ALLORA

$L(D) = \cancel{\varepsilon}$ NO $, 0, 1, 010, 01010 \ldots, 101, 111, 1011, \ldots$



ESERCIZIO 1.4.

$L = \{ w \in \{0,1\}^* \mid |w|_0 = |w|_1 \}$

DIMOSTRARE CHE $L \notin REG$

DIMOSTRO TRAMITE IL PUMPING LEMMA

- Sia p la lunghezza del pumping

consideriamo la stringa

$w = 0^p 1^p$

$p-k \qquad k = p - m$

$$\left.\begin{array}{l} |xy| \leq p \\ |y| \geq 0 \end{array}\right\} \quad w = 0^m 0^{p-m} 1^p = 0^{(m)} 0^{(p-m)} 1^p = 0^{p-k} (0^k)^J 1^p$$

PROVIAMO PER $J = 0$

$0^{p-k} 1^p$! questa stringa non e' in $L \Rightarrow L \notin REG$

ESERCIZIO 1.5.

$L = \{ 1^{n^2} \mid n \in \mathbb{N} \} \in REG$? ? ? ?

USIAMO IL PUNPING LEMMA

Sappiamo che:

$|xy| \leq P$

$|y| \geq 0$

$1^{n^2} = \underbrace{1^n \cdot 1^n \cdot 1^n \cdot \ldots \cdot 1^n}_{n \text{ VOLTE}}$

$w = \underbrace{1^P}_{(P-K \text{ VOLTE})} \cdot \underbrace{1^P}_{(K \text{ VOLTE})} \cdot \underbrace{1^P}_{(P \text{ VOLTE})} = \underbrace{1^P}_{P-m \text{ VOLTE}} \cdot \left(\underbrace{1^P}_{m \text{ VOLTE}}\right)^i \cdot \underbrace{1^P}_{P \text{ VOLTE}}$

PROVIAMO CON $i = 0$

OTTENGO:

$\underbrace{1^P \cdot 1^P \cdot 1^P \cdot 1^P \cdot \ldots \cdot 1^P}_{P-m \text{ VOLTE}} \cdot \underbrace{1^P \cdot \ldots \cdot 1^P}_{P \text{ VOLTE}} \notin L \rightarrow L \notin REG$