PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
DEPARTAMENTO DE CIENCIA DE LA COMPUTACIÓN
IIC2283 - DISEÑO Y ANÁLISIS DE ALGORITMOS

# Ayudantía 1

11 de agosto de 2023

Profesor: Diego Arroyuelo
Ayudante: Ricardo Rodriguez

---

## Pregunta 0 - Recordatorio de Inducción

El concepto de inducción será muy relevante en este curso, por ende vale el esfuerzo empezar a repasar. Demuestre por inducción las siguientes identidades, donde $n$ y $m$ son números enteros.

a) $\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor = \begin{cases} \frac{n}{2} & \text{si } n \quad \text{es par} \\ \frac{n-1}{2} & \text{si } n \quad \text{es impar} \end{cases}$

b) $\left\lceil \frac{n}{m} \right\rceil = \left\lfloor \frac{n+m-1}{m} \right\rfloor$

c) Si $n \geq 1$, entonces para todo $1 \leq m \leq n$ se tiene que

$$\binom{n}{m} \leq n^m$$

d) Demuestre que si $n$ es par se tiene que

$$\binom{n}{n/2} \in \Omega\left(\frac{2^n}{n}\right)$$

## Pregunta 1 - Notación asintótica

Pruebe que las siguientes funciones pertenecen a los siguientes conjuntos definidos mediante notación asintótica

a) $3n^2 - 8n + 9 \in \mathcal{O}\left(n^2\right)$

b) $\lceil \log(n) \rceil \in \mathcal{O}(n)$

c) $2^n \in \mathcal{O}(n!)$

d) $n! \in \Omega(2^n)$

## Pregunta 2 - Límites y complejidad asintótica

Sean $f, g : \mathbb{N} \to \mathbb{R}^+$ no nulas y $g \neq 0$. Suponga que $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{f(n)}{g(n)}$ existe y es igual a $\ell$. Demuestre las siguientes afirmaciones:

a) Si $\ell = 0$, entonces $f \in O(g)$ y $g \notin O(f)$.

b) Si $\ell = \infty$, entonces $g \in O(f)$ y $f \notin O(g)$.

c) Si $\ell \in \mathbb{R}^+$, entonces $f \in \Theta(g)$.

## Pregunta 3 - Propiedades de la notación asintótica

a) Demuestre que si $f_1(n) \in \mathcal{O}(g_1(n))$ y $f_2(n) \in \mathcal{O}(g_2(n))$, entonces se tiene que $(f_1(n) + f_2(n)) \in \mathcal{O}(\max\{g_1(n), g_2(n)\})$

b) Demuestre que si $f_1(n) \in \mathcal{O}(g_1(n))$ y $f_2(n) \in \mathcal{O}(g_2(n))$, entonces se tiene que $(f_1(n) \cdot f_2(n)) \in \mathcal{O}(g_1(n) \cdot g_2(n))$