

# Метод снижения ошибки определения траектории сверхзвукового объекта с помощью рекуррентной нейронной сети, использующей фильтр Калмана

Научный руководитель: Грицык Павел Александрович

Студент: Хромов Алексей Андреевич

4 курс МФТИ, 715 группа



18 мая 2021 года

# План

- Цель и задачи
- Фильтр Калмана
- Нейронная сеть
- Сравнительный анализ

## Цель и задачи

**Цель:** создание фильтра, базирующегося на нейронной сети и использующего алгоритм Калмана, превосходящего по качеству работы фильтр Калмана

# Цель и задачи

## Задачи:

- изучить работу фильтра Калмана
- освоить аппарат нейронных сетей
- написал алгоритм фильтрации
- провести сравнительный анализ

# Фильтр Калмана

Предсказание значения:

- $\bar{\mathbf{x}} = \mathbf{F}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u};$
- $\bar{\mathbf{P}} = \mathbf{F}\mathbf{P}\mathbf{F}^T + \mathbf{Q};$

$$\vec{x} = \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \ddot{x} \end{bmatrix}; \quad F = \begin{bmatrix} 1 & \Delta t & \Delta t^2/2 \\ 0 & 1 & \Delta t \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

# Фильтр Калмана

Обновление с учётом предсказанного и измеренного сигнала:

- $y = \mathbf{z} - \mathbf{H}\bar{\mathbf{x}};$
- $\mathbf{K} = \bar{\mathbf{P}}\mathbf{H}^\top (\mathbf{H}\bar{\mathbf{P}}\mathbf{H}^\top + \mathbf{R})^{-1};$
- $\mathbf{x} = \bar{\mathbf{x}} + \mathbf{K}y;$
- $\mathbf{P} = (\mathbf{I} - \mathbf{K}\mathbf{H})\bar{\mathbf{P}};$

$$\vec{x} = \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \ddot{x} \end{bmatrix}; \quad F = \begin{bmatrix} 1 & \Delta t & \Delta t^2/2 \\ 0 & 1 & \Delta t \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

# Фильтр Калмана

- фильтр Калмана - это линейная модель
- задача минимизации среднеквадратичного отклонения
- аналитическое решение по поиску весовых коэффициентов

# Нейронная сеть

## Линейная модель

$$f_{\omega}(X) = X\omega$$

$$Q(X) = \sum_{i=1}^n L(y^i, f_{\omega}(x^i)) \longrightarrow \min$$

$$\omega^* = (X^T X)^{-1} X^T Y;$$

$$L(y_t, y_p) = (y_t - y_p)^2.$$



# Нейронная сеть

## Линейная модель

$$f_{\omega}(X) = X\omega$$

$$Q(X) = \sum_{i=1}^n L(y^i, f_{\omega}(x^i)) \longrightarrow \min$$

$$\mathbf{w}^{(t+1)} = \mathbf{w}^{(t)} - \eta_t \nabla Q(\mathbf{w}^{(t)})$$

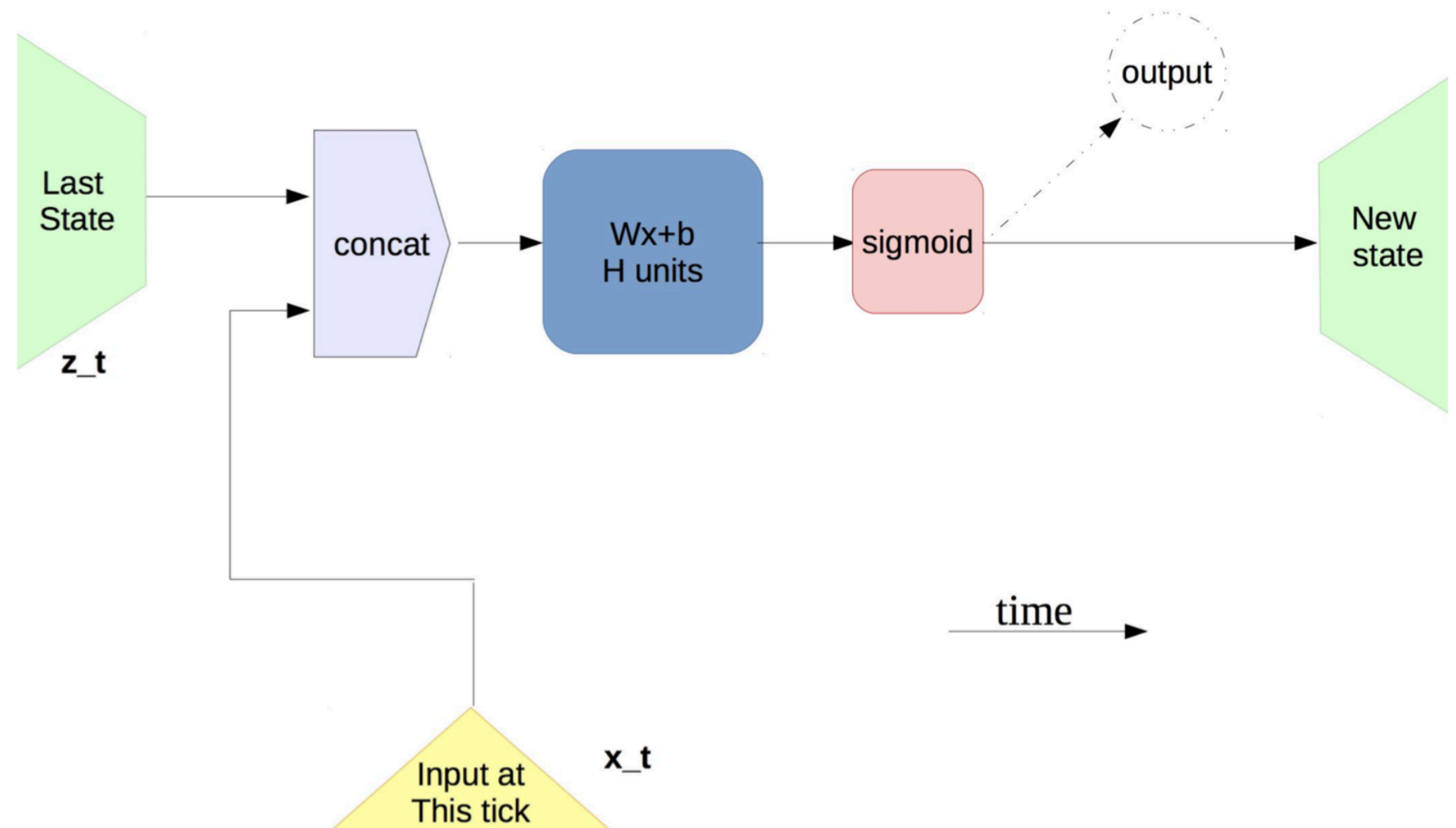
$$L(y_t, y_p) = (y_t - y_p)^2.$$

# Рекуррентная Нейронная сеть

$$[C, i]$$

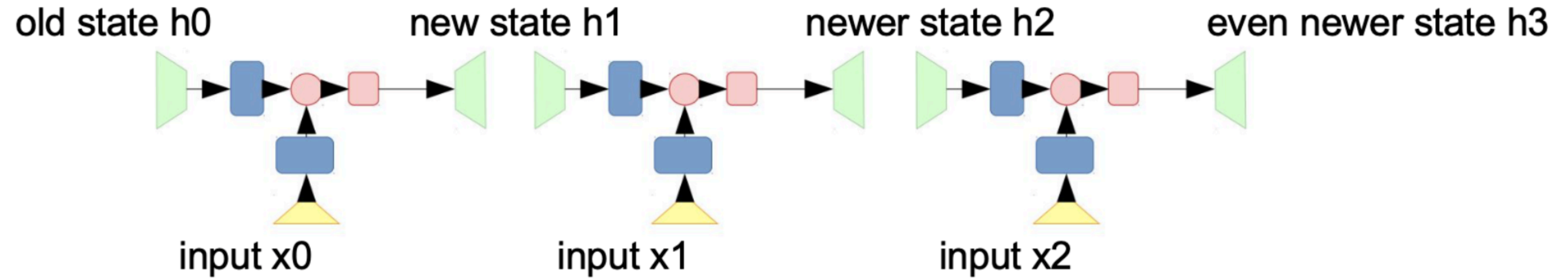
$$W \cdot [C, i] + b$$

$$\sigma(W \cdot [C, i] + b)$$



<https://github.com/girafe-ai/ml-mipt>

# Рекуррентная Нейронная сеть



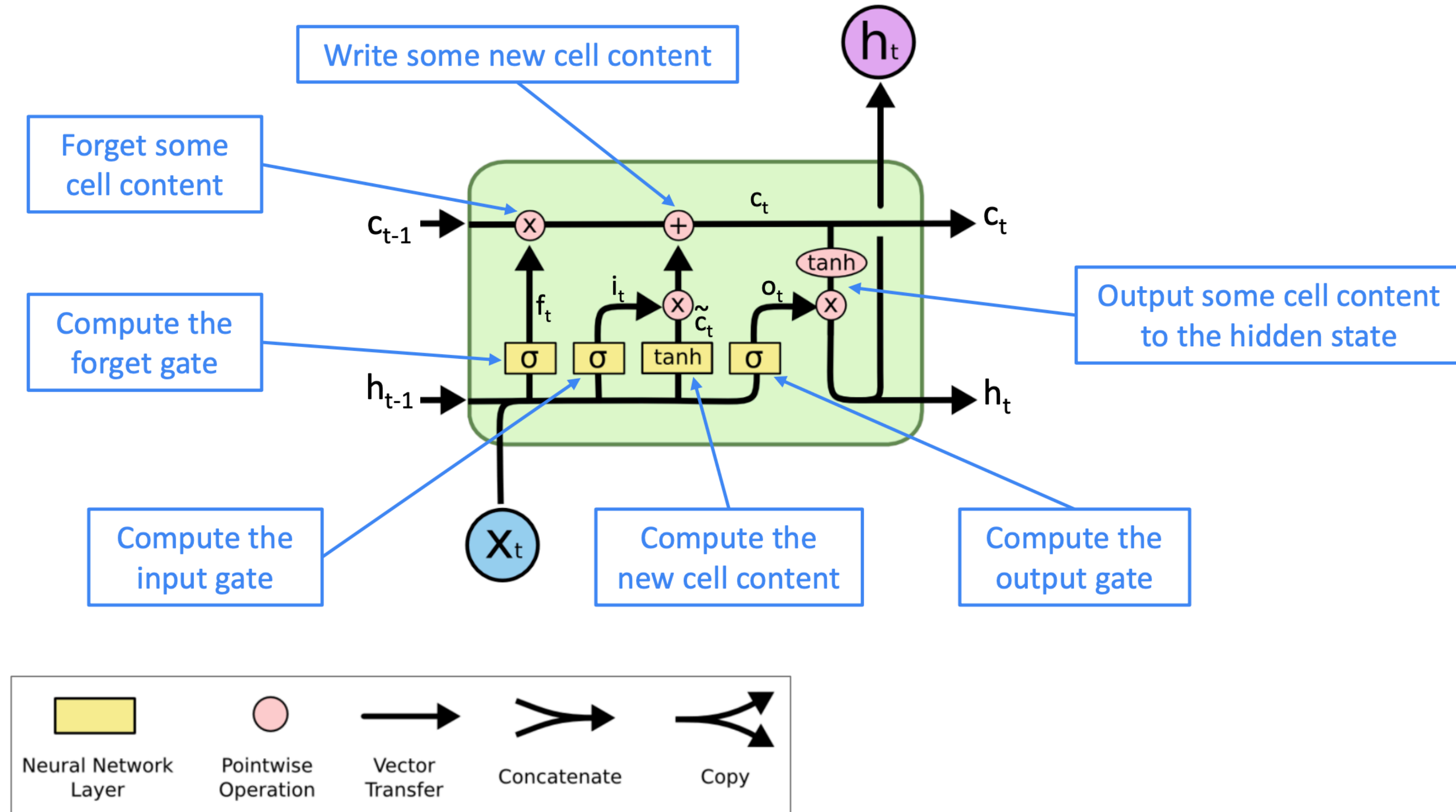
<https://github.com/girafe-ai/ml-mipt>

# Рекуррентная нейронная сеть с кратковременной и долговременной памятью. LSTM (англ. Long Short-Term Memory)

$$\tilde{x}_t = F x_{t-1};$$

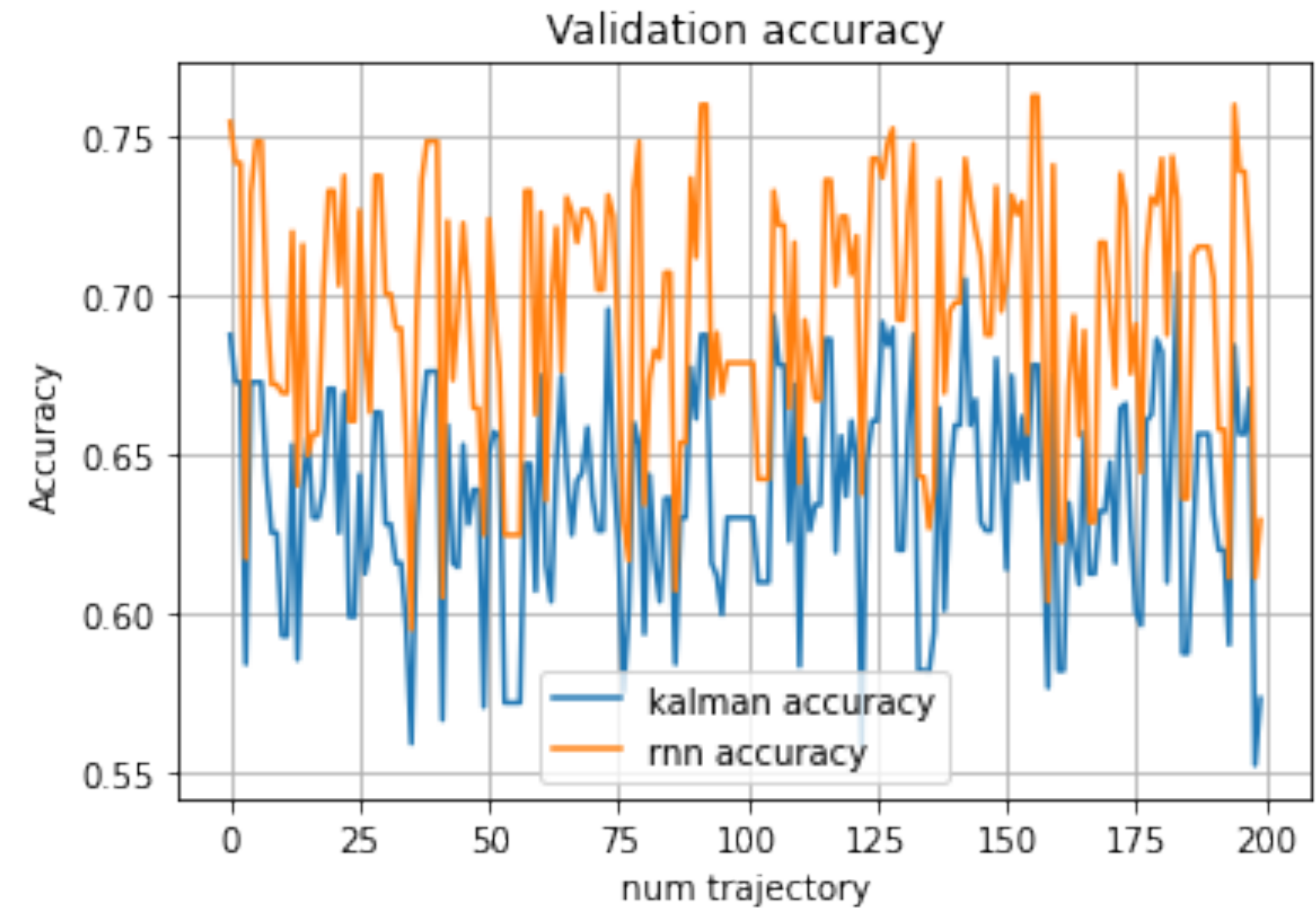
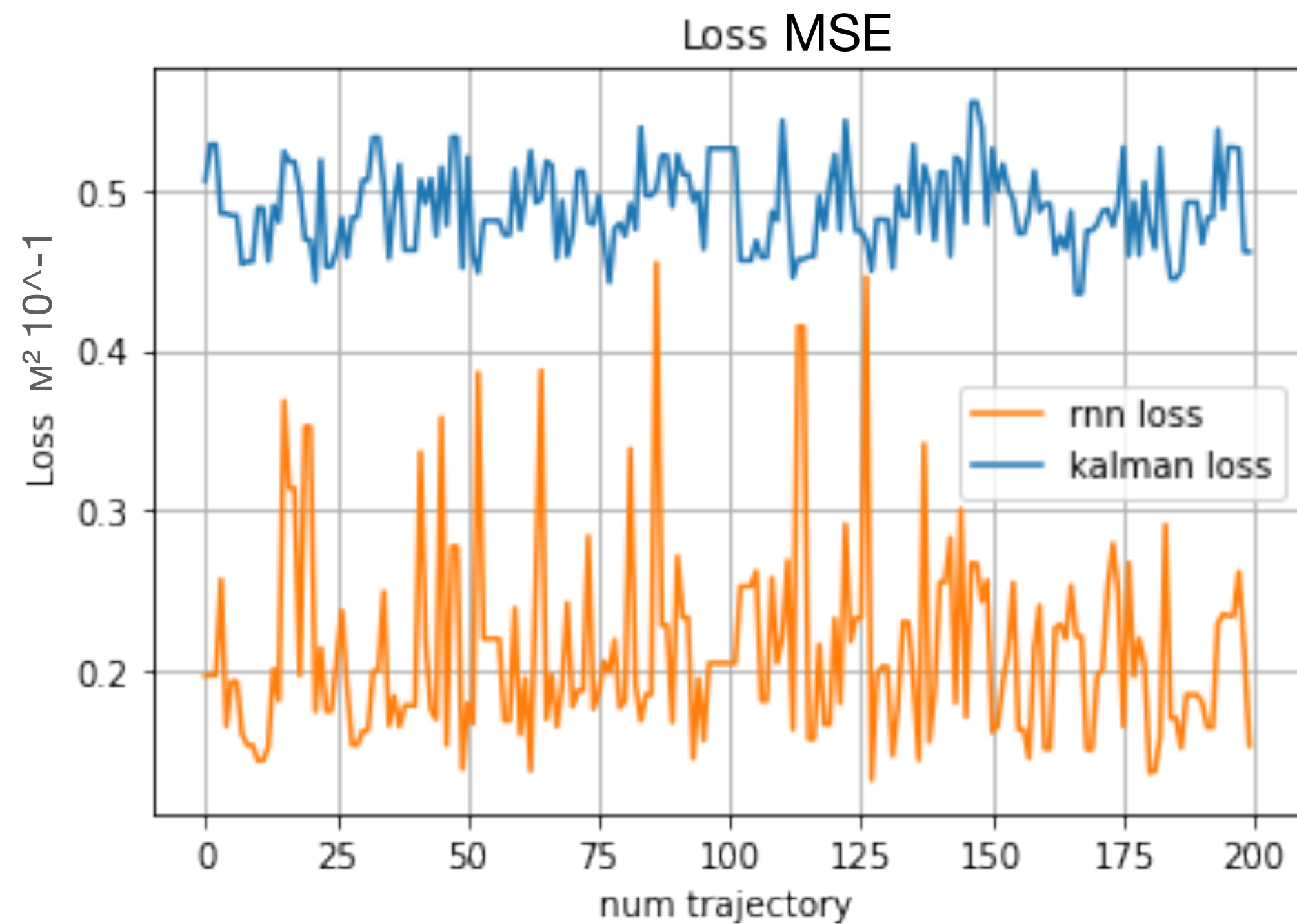
$$x_t = W_K \cdot [\tilde{x}_t, h_t] + b_k.$$

$$F = \begin{bmatrix} 1 & \Delta t & \Delta t^2/2 \\ 0 & 1 & \Delta t \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$



<https://web.stanford.edu/class/cs224n/slides/cs224n-2019-lecture07-fancy-rnn.pdf>

# Сравнительный анализ



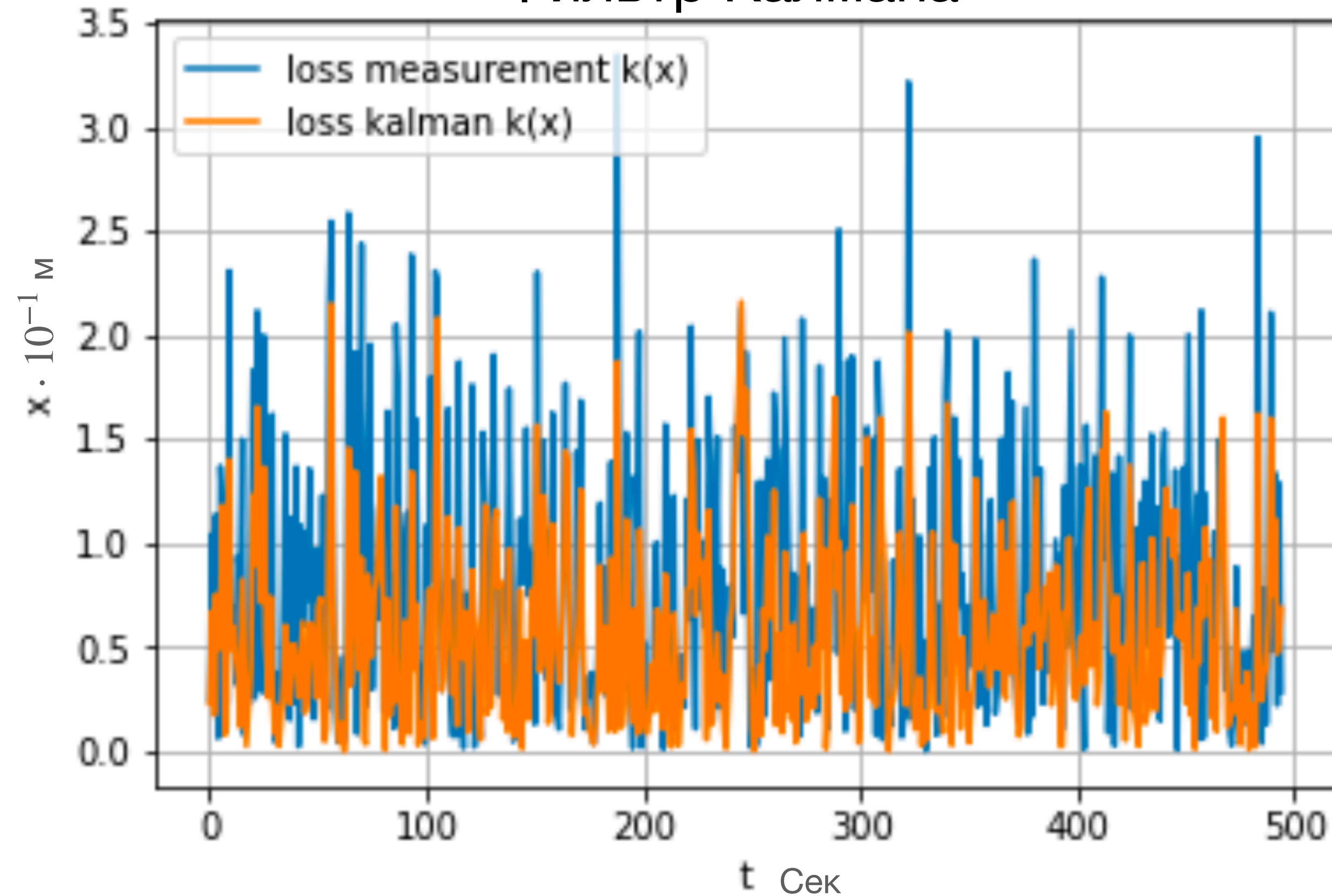
Фильтр Калмана:  $\bar{\sigma} = 4,9 \text{ м}^2$ , валидация 63 %

Рекуррентная нейронная сеть:  $\bar{\sigma} = 2,1 \text{ м}^2$ , валидация 69 %

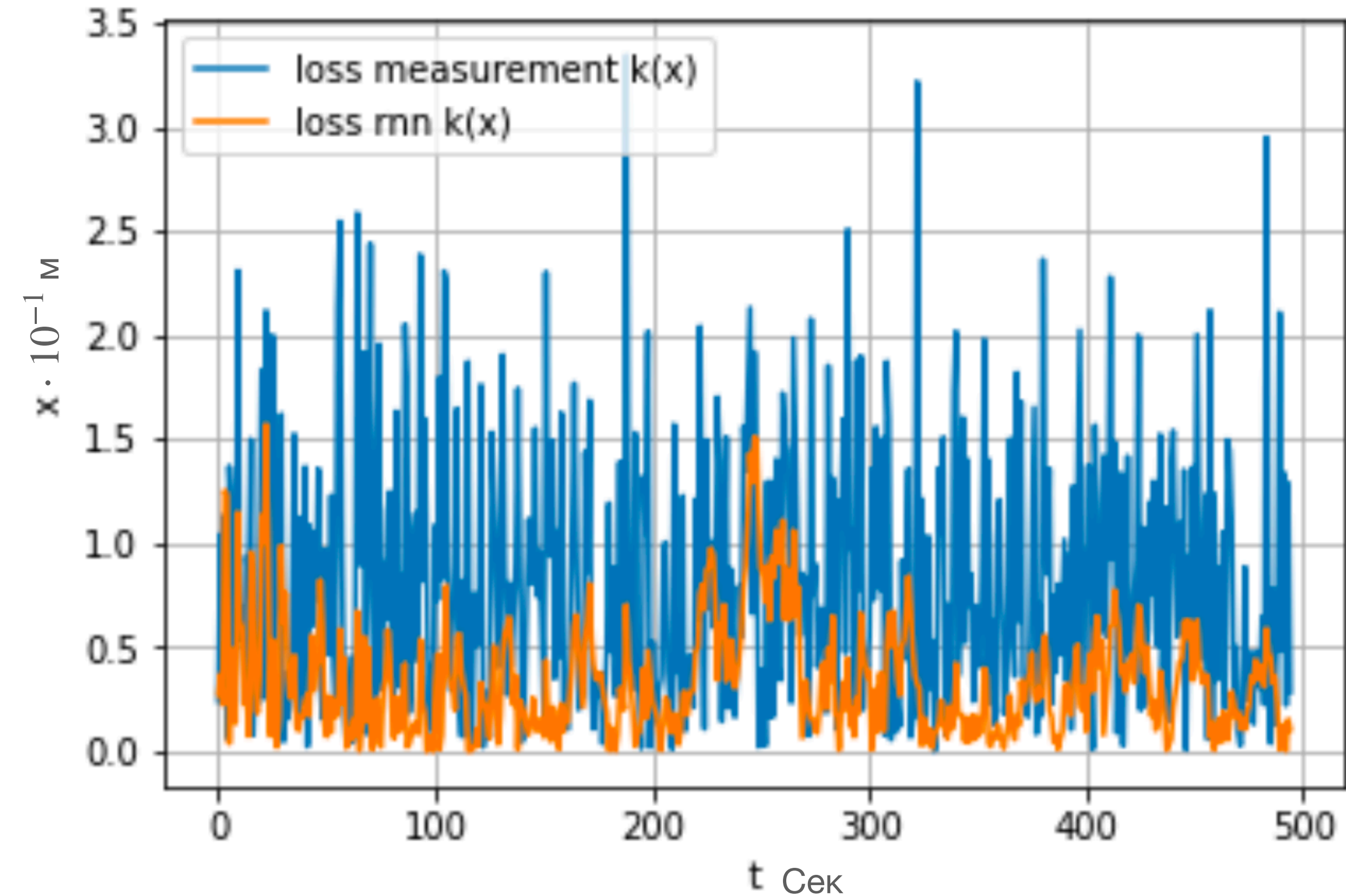


# Сравнительный анализ

## Фильтр Калмана



## Нейронная сеть



Графики ошибки по оси  $x$  для фильтра Калмана и для фильтра с нейронной сетью

## Итог:

- проанализировали фильтр Калмана
- составили алгоритм фильтра нейронной сети
- сравнили результаты фильтрации

## Вывод:

- разобрали теорию фильтра Калмана и машинного обучения
- написали алгоритм фильтрации на основе нейронной сети
- Получили результаты сравнительного анализа
  - фильтр Калмана:  $\bar{\sigma} = 4,9 \text{ м}^2$ , валидация 63 %
  - рекуррентная нейронная сеть:  $\bar{\sigma} = 2,1 \text{ м}^2$ , валидация 69 %



Спасибо за внимание