

Излучение двухантенного Wi-Fi роутера

Целью данного проекта является моделирование распространения электромагнитного излучения от роутера с двумя антеннами в условиях жилого дома. В физической основе модели, учтены явления электродинамики и волновой оптики, такие как интерференция, уменьшение интенсивности излучения с расстоянием и поглощение энергии излучения стенами.

Постановка задачи: имеется двух антенный Wi-Fi роутер в помещении с перегородками.

Дано:

- Частота излучения
- Мощность излучения или амплитуда сигнала
- Точное положение антенн
- Планировка помещения (известны все габариты)
- Коэффициент поглощения каждой стены

Найти интенсивность сигнала в каждой возможной точке приёма.

Учёт основных физических явлений и свойств волн:

1. Когерентность. При построении первичной модели излучение можно считать монохроматическим(!). На самом деле спектр излучения типичного Wi-Fi роутера имеет конечную ширину, обычно ~ 22 МГц. Однако это малая величина по сравнению с частотой излучения (2,4 ГГц). То есть таких данных длина когерентности сравнима с масштабами квартиры. Кроме того, сдвиг фаз между волнами от первой и второй антенны постоянен (в силу внутренней электрической схемы роутера). Так что излучение когерентно.
2. Интерференция. Из когерентности волн следует, что они будут интерферировать. В модели придётся учесть интерференцию во всех областях рассматриваемого пространства.
3. Ослабевание сигнала с расстоянием. Антенны считаются точечными. Такое приближение не будет сильно уменьшать точность моделирования, однако облегчит его реализацию. Такая антенна испускает сферические волны. Амплитуда сферической электромагнитной волны при распространении в вакууме уменьшается пропорционально расстоянию.
4. Ослабление сигнала препятствиями. При прохождении электромагнитной волной препятствия часть энергии поглощается им.
5. Отражение от препятствий. Как показали исследования, отражением сигнала от стен можно пренебречь, так как отражается очень маленькая часть излучения.
6. Дифракция. Дифракция возможна в проёмах дверей, окнах, а также на решетчатой структуре из арматур внутри несущих стен. Проведём оценку. Длина волн Wi-Fi диапазона λ составляет примерно 10 см. Размеры окон, дверей, расстояние между арматурами — это величины порядка метра, $D \sim 1-2$ м.

Линейные размеры квартиры это величины порядка десятков метров, $z \sim 10\text{м}$. Тогда волновой параметр $\frac{z * \lambda}{D^2} \ll 1$. То есть в принципе на относительно больших расстояниях возможно возникновение дифракции Френеля, однако в первом приближении можно считать, что явление слабо проявляется и, следовательно, пренебречь им.(!)

Итак, сделаны некоторые допущения.

Допущения:

В данной задаче возможно сделать следующие допущения.

- Можно считать излучение монохроматическим(!).
- Антенны считаются точечными
- Излучения 1-й и 2-й антенн считаем когерентными

Ход решения:

1. Рассчитать в каждой точке интенсивность, создаваемую каждой антенной в отдельности.
2. Рассчитать результирующую интенсивность.
3. Учесть ослабление стенами.
4. Рассмотреть область вблизи антенны

Решение задачи

1. Излучение одной антенны

Точечная антенна излучает сферические волны. Уравнение такой волны $E(r,t) = \frac{A}{r} \cos(\omega t - kr - \varphi)$. Здесь A — начальная амплитуда излучаемой волны, ω — круговая частота, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, r — расстояние от наблюдаемой точки до антенны, φ — фаза, в которой волна была излучена.

Или учитывая, что интенсивность — это величина, пропорциональная квадрату амплитуды(!): $I = \frac{A^2}{r^2}$

Пусть координаты антенны (x_0, y_0, z_0) , тогда $r = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2}$. Соответственно

$$I = \frac{A^2}{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2} - \text{интенсивность излучения в точке } (x, y, z).$$

2. Результирующая интенсивность

Теперь рассматриваем уже две антенны, излучающие когерентно.

Учтём интерференцию двух монохроматических волн: $I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\Delta\varphi)$. Преобразуем формулу.

Волны, испускаемые первой и второй антенной, описываются соответственно уравнениями:

$E_1(r_1, t) = \frac{A_1}{r_1} \cos(\omega t - kr_1 - \varphi_1)$ и $E_2(r_2, t) = \frac{A_2}{r_2} \cos(\omega t - kr_2 - \varphi_2)$. Тогда $I = \frac{A_1^2}{r_1^2} + \frac{A_2^2}{r_2^2} + \frac{A_1 A_2}{r_1 r_2} \cos(\Delta\varphi)$. теперь рассмотрим $\Delta\varphi$ (разность фаз волн): $\Delta\varphi = (\omega t - kr_2 - \varphi_2) - (\omega t - kr_1 - \varphi_1) = k(r_1 - r_2) + (\varphi_1 - \varphi_2)$

Сделаем оговорку. Будем считать, что антенны излучают с одинаковыми фазами, это не приведёт к изменению интерференционной картины более чем на одну длину волны (≈ 10 см). К тому же это вполне логично, так как в большинстве роутеров, скорее всего, антенны подключены к электрической цепи симметрично. Итак, $\varphi_1 = \varphi_2$. Тогда $\Delta\varphi = k(r_1 - r_2) = \frac{2\pi}{\lambda}(r_1 - r_2)$.

В итоге, $I = \frac{A_1^2}{r_1^2} + \frac{A_2^2}{r_2^2} + \frac{A_1 A_2}{r_1 r_2} \cos\left(2 \frac{\pi}{\lambda}(r_1 - r_2)\right)$. Так как у подавляющего большинства роутеров антенны одинаковые, то чаще всего будет выполняться $A_1 = A_2$.

Перепишем в координатном виде:
$$I = \frac{A_1^2}{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2} + \frac{A_2^2}{(x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 + (z - z_2)^2} + \frac{A_1 A_2}{\sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2} \sqrt{(x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 + (z - z_2)^2}} \cos\left(2 \frac{\pi}{\lambda} \left(\sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2} - \sqrt{(x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 + (z - z_2)^2} \right)\right)$$

Эта формула позволяет вычислит интенсивность сигнала в точке (x, y, z) .

3. Учёт ослабления сигнала препятствиями

При прохождении через стену амплитуда электромагнитной волны уменьшается. Далее приведена таблица с коэффициентами затухания

Препятствие	Потери (dB)	Коэффициент затухания k
Открытое пространство	0	1
Окно без тонировки (отсутствует металлизированное покрытие)	3	2
Окно с тонировкой (металлизированное покрытие)	5-8	3,16 - 6,31
Деревянная стена	10	10
Межкомнатная стена (15,2 см)	15-20	31,62 - 100
Несущая стена (30,5 см)	20-25	100 - 316,23
Бетонный пол/потолок	15-25	31,62 - 316,23
Монолитное железобетонное перекрытие	20-25	100 - 316,23

То есть при прохождении, например, деревянной стены **интенсивность** сигнала уменьшится в $k = 10$ раз.

Итак, рассмотрим точку пространства (x, y, z) . Пусть волна от первой антенны при распространении до этой точки прошла n стен с коэффициентами затухания $k_{11}, k_{12}, k_{13}, \dots, k_{1n}$, а волна от второй антенны m стен с коэффициентами затухания $k_{21}, k_{22}, k_{23}, \dots, k_{2m}$. Тогда интенсивность первого сигнала в точке (x, y, z) будет

равна $I_1 = \frac{A_1^2}{r_1^2 * k_{11} * k_{12} * k_{13} * \dots * k_{1n}}$, а второго - $I_2 = \frac{A_2^2}{r_2^2 * k_{21} * k_{22} * k_{23} * \dots * k_{2m}}$. Конечная формула с учётом

интерференции выглядит так:

$$I = \frac{A_1^2}{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2 + (z-z_1)^2} \frac{1}{k_{11} * k_{12} * k_{13} * \dots * k_{1n}} + \frac{A_2^2}{(x-x_2)^2 + (y-y_2)^2 + (z-z_2)^2} \frac{1}{k_{21} * k_{22} * k_{23} * \dots * k_{2m}} +$$

$$\frac{+1}{k_{11} * \dots * k_{1n}} \frac{1}{k_{21} * \dots * k_{2m}} \frac{A_1}{\sqrt{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2 + (z-z_1)^2}} \frac{A_2}{\sqrt{(x-x_2)^2 + (y-y_2)^2 + (z-z_2)^2}} \cos \left(2 \frac{\pi}{\lambda} \left(\sqrt{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2 + (z-z_1)^2} - \sqrt{(x-x_2)^2 + (y-y_2)^2 + (z-z_2)^2} \right) \right)$$

Эта формула лежит в основе всего проекта!

4. Интенсивность вблизи антенны

Ранее было сказано, что амплитуда сферической волны обратно пропорциональна расстоянию до источника $\frac{A}{r}$. Однако если мы устремим r к нулю, то есть приблизимся к источнику, то получится, что амплитуда сигнала возле источника стремится к бесконечности. Однако она имеет конкретное конечное значение. Дело в том, что амплитуда волны подчиняется закону $\frac{A \sin(r)}{r}$, а не $\frac{A}{r}$. В физике чаще всего пользуются второй формулой, так как она удобнее для расчётов и даёт такие же результаты. Однако вблизи источника зависимости сильно различаются. $\frac{A}{r}$ Уходит в бесконечность, а $\frac{A \sin(r)}{r}$ стремится к A . Таким образом полученная нами формула верна, только начиная с некоего расстояния. Выберем в качестве такого расстояния четверть длины волны излучения $\frac{\lambda}{4}$. В диапазоне для которого ведётся моделирование эта величина будет примерно несколько сантиметров. Внутри этой области амплитуду можно считать равной A .

5. Итог

Итак, координаты антенн (x_1, y_1, z_1) и (x_2, y_2, z_2) . В комнате имеются стены с известными коэффициентами затухания k . Известны мощности излучения, испускаемые антеннами I_{01} и I_{02} . Частота излучения ω , длина волны λ . $A_1 = \sqrt{I_{01}}$, $A_2 = \sqrt{I_{02}}$.

Тогда в точке (x, y, z) интенсивность излучения I равна:

$$I = \frac{A_1^2}{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2 + (z-z_1)^2} \frac{1}{k_{11} * k_{12} * k_{13} * \dots * k_{1n}} + \frac{A_2^2}{(x-x_2)^2 + (y-y_2)^2 + (z-z_2)^2} \frac{1}{k_{21} * k_{22} * k_{23} * \dots * k_{2m}} +$$
$$\frac{+1}{k_{11} * \dots * k_{1n}} \frac{1}{k_{21} * \dots * k_{2m}} \frac{A_1}{\sqrt{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2 + (z-z_1)^2}} \frac{A_2}{\sqrt{(x-x_2)^2 + (y-y_2)^2 + (z-z_2)^2}} \cos \left(2 \frac{\pi}{\lambda} \left(\sqrt{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2 + (z-z_1)^2} - \sqrt{(x-x_2)^2 + (y-y_2)^2 + (z-z_2)^2} \right) \right)$$

эта формула применяется для тех точек, которые отстоят от каждой из антенн более чем на $\frac{\lambda}{4}$,

то есть $\sqrt{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2 + (z-z_1)^2} > \frac{\lambda}{4}$ и $\sqrt{(x-x_2)^2 + (y-y_2)^2 + (z-z_2)^2} > \frac{\lambda}{4}$.

Для точек же, которые отстоят от хотя бы одной из антенн на длину меньшую, чем $\frac{\lambda}{4}$ значение можно не определять (так обычно и поступают). Однако можно задать в этой области интенсивность каждой антенны равной начальному значению $I_1 = I_{01}, I_2 = I_{02}$.