**Федеральное государственное образовательное**

**бюджетное учреждение**

**высшего образования**

**«ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**

**ПРИ ПРАВИТЕЛЬСТВЕ РОССИЙСКОЙ**

**ФЕДЕРАЦИИ»**

**(Финансовый университет)**

**Факультет**

**информационных технологий и анализа больших данных**

**Домашнее задание № 2**

«Поиск экстремума ФНП»

Студенты группы ПМ19-2:

Жигулина Юлия

Коротенко Виолетта

Морозов Михаил

Пономаренко Александр

Васильева Александра

Аракелян Рушан

Брашич Илья

Руководитель:

Аксенов Дмитрий Андреевич

**Москва 2022**

Оглавление.

1. Постановка задачи (физическая модель)
2. Алгоритмы
   1. Поиск экстремума функции одной переменной методом золотого сечения
      1. Описание входных данных
      2. Описание алгоритма решения
      3. Описание выходных данных
   2. Поиск экстремума функции одной переменной методом парабол
      1. Описание входных данных
      2. Описание алгоритма решения
      3. Описание выходных данных
   3. Поиск экстремума функции одной переменной комбинированным методом Брента
      1. Описание входных данных
      2. Описание алгоритма решения
      3. Описание выходных данных
   4. Алгоритм неточной одномерной минимизации (Алгоритм Бройдена — Флетчера — Гольдфарба — Шанно)
      1. Описание входных данных
      2. Описание алгоритма решения
      3. Описание выходных данных
3. Заключение
4. **Постановка задачи (физическая модель)**

Найти точки (локального) экстремума функции одной переменной при заданных ограничениях. Вывести координаты полученных точек с указанием вида экстремума и график функции с отмеченными на нём точками, в случае, если они были найдены.

1. **Алгоритмы**
   1. **Поиск экстремума функции одной переменной методом золотого сечения**
      1. **Описание входных данных**

На вход поступают функция , ограничения для переменной и требуемая точность .

* + 1. **Описание алгоритма решения**
       1. Положим . Вычислим и , где . Вычислим и. Пусть
       2. Если , то . Если и то переходим к этапу 2.1.2.3. В противном случае переходим к этапу 2.1.2.4
       3. Пусть , вычислим , , возвращаемся к этапу 2.1.2.2.
       4. Пусть , вычислим , , возвращаемся к этапу 2.1.2.2.
    2. **Описание выходных данных**

На выход поступают координаты точек с указанием вида экстремума.

* 1. **Поиск экстремума функции одной переменной методом парабол**
     1. **Описание входных данных.** На вход поступают функция , интервал оптимизации , x1, x2, x3 точность , количество итераций (по желанию
     2. **Описание алгоритма решения**

**2.2.2.1** Выбрать точки x1, x2, x3, удовлетворяющие условиям неравенства: три точки х1, х2 и х3 отрезка [а; b], для которых выполняются неравенства х1 < х2 < х3, f(x1) ≥ f(x2) ≤ f(x3).

**2.2.2.2** Найти x^ по формуле (5):

Изображение выглядит как текст

Автоматически созданное описание

. На первой итерации перейти к шагу 2.2.2.4, на остальных – к шагу 2.2.2.3

**2.2.2.3**

**Изображение выглядит как текст

Автоматически созданное описание**

**2.2.2.4** Вычислить значение f ( x^). Перейти к шагу 5.

**2.2.2.5** Определить новую тройку чисел x1, x2, x3. Присвоить f(x1), f(x2) и f(x3) соответствующие значения f (x), найденные ранее. Перейти к шагу 2.

* + 1. **Описание выходных данных.**  Точка минимума x^, f(x^)
  1. **Поиск экстремума функции одной переменной комбинированным методом Брента**
     1. **Описание входных данных**

На вход поступают функция , интервал оптимизации , точность

* + 1. **Описание алгоритма решения**
       1. В данном методе на каждой̆ итерации отслеживаются значения в шести точках (не обязательно различных): Точки задают текущий интервал поиска решения, – точка, соответствующая наименьшему значению функции, – точка, соответветствующая второму снизу значению функции, – предыдущее значение .
       2. Аппроксимирующая парабола строится с помощью трех наилучших точек (в случае, если эти три точки различны и значения в них также различны).
       3. Минимум аппроксимирующей параболы принимается в качестве следующей точки оптимизационного процесса, если:
          1. попадает внутрь интервала и отстоит от границ интервала не менее, чем на ε
          2. отстоит от точки не более, чем на половину от длины предыдущего шага
       4. Если точка отвергается, то следующая точка находится с помощью золотого сечения большего из интервалов и .
    2. **Описание выходных данных**

На выход поступают точка и значение минимума. Либо сообщение о том, что экстремума нет или что для его нахождения необходимы дополнительные исследования

* 1. **Алгоритм неточной одномерной минимизации**
     1. **Описание входных данных**

На вход поступают функция , интервал оптимизации , необходимая точность .

* + 1. **Описание алгоритма решения**

**2.4.2.1.** Находим градиент функции : *.* Т.е. вектор, каждая координата которого является частной производной первого порядка этой функции.

**2.4.2.2.** Определяем начальное приближение , где — обратный гессиан функции. В качестве начального приближения можно взять гессиан функции, вычисленный в начальной точке . На практике часто берут единичную матрицу. То есть строим матрицу Гессе: матрица этой квадратичной формы образована вторыми частными производными функции. Ее определитель – это гессиан.

**2.4.2.3.** Находим точку, в направлении которой будем производить поиск, она определяется следующим образом: .

**2.4.2.4.** Вычисляем через рекуррентное соотношение: . Коэффициент находим используя линейный поиск, где удовлетворяет условиям Вольфе:

Константы и выбирают следующим образом: . В большинстве реализаций: и . То есть на этом шаге находим , где минимально.

**2.4.2.5.** Определяем вектора: , , где – шаг алгоритма на итерации, – изменение градиента на итерации.

**2.4.2.6.** Обновляем гессиан функции, согласно следующей формуле: , где , – единичная матрица.

**2.4.2.7.** Алгоритм продолжает выполнятся до тех пор пока истинно неравенство: .

* + 1. **Описание выходных данных**

На выход поступают точка и значение минимума и шаг итерации.

**Заключение**

Представленные алгоритмы решают поставленную задачу.