

## 4.8 Cuaderno de ejercicios

**Ejercicio 1.** Demuestra la regla de mutación del condicional:

$$\frac{A \rightarrow (B \rightarrow C)}{B \rightarrow (A \rightarrow C)}$$

**Ejercicio 2.** Demuestra la regla asociativa de la disyunción:

$$\frac{A \vee (B \vee C)}{(A \vee B) \vee C}$$

**Ejercicio 3.** Demuestra la regla distributiva de la conjunción:

$$\frac{A \wedge (B \vee C)}{(A \wedge B) \vee (A \wedge C)}$$

**Ejercicio 4.** Demuestra la regla del condicional en conjunción:

$$\frac{A \rightarrow B}{\neg(A \wedge \neg B)}$$

Indicación: utiliza la regla de De Morgan.

**Ejercicio 5.** Demuestra la regla de disyunción en conjunción:

$$\frac{A \vee B}{\neg(\neg A \wedge \neg B)}$$

**Ejercicio 6.** Demuestra el siguiente razonamiento:

$$\begin{array}{l} -1(p \wedge r) \rightarrow (q \rightarrow s) \quad \neg s \\ -2\neg p \rightarrow t \\ -3\neg r \rightarrow t \\ -4\neg t \wedge q \end{array}$$

**Ejercicio 7.** Demuestra el siguiente razonamiento:

$$-1 p \rightarrow (q \rightarrow u) \quad \neg u$$

$$-2 (p \wedge s) \vee r$$

$$-3 \neg(\neg q \vee r)$$

**Ejercicio 8.** Demuestra el siguiente razonamiento:

$$-1 \neg p \quad \neg \neg(s \wedge r)$$

$$-2 \neg q$$

$$-3 r \rightarrow \neg(p \vee q)$$

**Ejercicio 9.** Demuestra el siguiente razonamiento:

$$-1 \neg((q \wedge r) \rightarrow \neg t) \quad \neg p$$

$$-2 (q \rightarrow s) \vee (r \rightarrow s)$$

$$-3 (s \wedge t) \rightarrow p$$

**Ejercicio 10.** Demuestra el siguiente razonamiento:

$$-1 p \vee r \rightarrow s \quad \neg p \rightarrow \neg q$$

$$-2 s \wedge r \rightarrow p$$

$$-3 p \rightarrow \neg s \vee r$$

**Solución.**

1.

1	$A \rightarrow (B \rightarrow C)$	
2	$B$	
3	$A$	
4	$B \rightarrow C$	E $\rightarrow$ , 1, 3
5	$C$	E $\rightarrow$ , 4, 2
6	$A \rightarrow C$	IV, 3-5
7	$B \rightarrow (A \rightarrow C)$	I $\rightarrow$ , 2-6

2.

1	$A \vee (B \vee C)$	
2	$A$	
3	$A \vee B$	IV, 2
4	$(A \vee B) \vee C$	IV, 3
5	$B \vee C$	
6	$B$	
7	$A \vee B$	IV, 6
8	$(A \vee B) \vee C$	IV, 7
9	$C$	
10	$(A \vee B) \vee C$	E $\rightarrow$ , 9
11	$(A \vee B) \vee C$	E $\vee$ , 5, 6–8, 9–10
12	$(A \vee B) \vee C$	E $\vee$ , 1, 2–4, 5–11

La implicación contraria se demuestra de forma parecida.

3.

1	$A \wedge (B \vee C)$	
2	$A$	E $\wedge$ , 1
3	$B \vee C$	E $\wedge$ , 1
4	$B$	
5	$A \wedge B$	I $\wedge$ , 2, 4
6	$(A \wedge B) \vee (A \wedge C)$	IV, 5
7	$C$	
8	$A \wedge C$	IV, 2, 7
9	$(A \wedge B) \vee (A \wedge C)$	IV, 8
10	$(A \wedge B) \vee (A \wedge C)$	E $\vee$ , 3, 4–6, 7–9

1		$(A \wedge B) \vee (A \wedge C)$	
2		$A \wedge B$	
3		$A$	$E\wedge, 2$
4		$B$	$E\wedge, 2$
5		$B \vee C$	$I\vee, 4$
6		$A \wedge (B \vee C)$	$I\wedge, 3, 5$
7		$A \wedge C$	
8		$A$	$E\wedge, 7$
9		$C$	$E\wedge, 7$
10		$B \vee C$	$I\vee, 9$
11		$A \wedge (B \vee C)$	$I\wedge, 8, 10$
12		$A \wedge (B \vee C)$	$E\vee, 1, 2-6, 7-11$

4.

1		$A \rightarrow B$	
2		$A \wedge \neg B$	
3		$A$	$E\wedge, 2$
4		$\neg B$	$E\wedge, 2$
5		$B$	$E\rightarrow, 1, 3$
6		$B \wedge \neg B$	$I\wedge, 5, 4$
7		$\neg(A \wedge \neg B)$	$I\neg, 2-6$

1	$\neg(A \wedge \neg B)$	
2	$A$	
3	$\neg A \vee \neg\neg B$	DM, 1
4	$\neg A$	
5	$A \wedge \neg A$	I $\wedge$ , 2, 4
6	$B$	ECQ, 5
7	$\neg\neg B$	
8	$B$	E $\neg$ , 7
9	$B$	E $\vee$ , 3, 4–6, 7–8
10	$A \rightarrow B$	I $\rightarrow$ , 2, 9

5.

1	$A \vee B$	
2	$A$	
3	$\neg A$	
4	$A \wedge \neg A$	I $\wedge$ , 2, 3
5	$\neg\neg A$	I $\neg$ , 3–4
6	$\neg\neg A \vee \neg\neg B$	IV, 5
7	$\neg(\neg A \wedge \neg B)$	DM, 6
8	$B$	
9	$\neg B$	
10	$B \wedge \neg B$	I $\wedge$ , 8, 9
11	$\neg\neg B$	I $\neg$ , 9–10
12	$\neg\neg A \vee \neg\neg B$	IV, 11
13	$\neg(\neg A \wedge \neg B)$	DM, 12
14	$\neg(\neg A \wedge \neg B)$	IV, 1, 2–7, 9–13

1	$\neg(\neg A \wedge \neg B)$	
2	$\neg\neg A \vee \neg\neg B$	DM, 1
3	$\neg\neg A$	
4	$A$	E $\neg$ , 3
5	$A \vee B$	E $\vee$ , 4
6	$\neg\neg B$	
7	$B$	E $\neg$ , 6
8	$A \vee B$	E $\vee$ , 7
9	$A \vee B$	E $\vee$ , 2, 3–5, 6–8

6.

1	$(p \wedge r) \rightarrow (q \rightarrow s)$	
2	$\neg p \rightarrow t$	
3	$\neg r \rightarrow t$	
4	$\neg t \wedge q$	
5	$\neg t$	E $\wedge$ , 4
6	$q$	E $\wedge$ , 4
7	$\neg\neg p$	MT, 2, 5
8	$p$	E $\neg$ , 7
9	$\neg\neg r$	MT, 3, 5
10	$r$	E $\neg$ , 9
11	$p \wedge r$	I $\wedge$ , 8, 10
12	$q \rightarrow s$	E $\rightarrow$ , 1, 11
13	$s$	E $\rightarrow$ , 12, 6

7.

1	$p \rightarrow (q \rightarrow u)$	
2	$(p \wedge s) \vee r$	
3	$\neg(\neg q \vee r)$	
4	$\neg\neg q \wedge \neg r$	DM, 3
5	$\neg\neg q$	E $\wedge$ , 4
6	$q$	E $\neg$ , 5
7	$\neg r$	E $\wedge$ , 4
8	$p \wedge s$	SD, 2, 7
9	$p$	E $\wedge$ , 8
10	$q \rightarrow u$	E $\rightarrow$ , 1, 9
11	$u$	E $\rightarrow$ , 10, 6

8.

1	$\neg p$	
2	$\neg q$	
3	$r \rightarrow \neg(\neg p \vee q)$	
4	$\neg p \wedge \neg q$	I $\wedge$ , 1, 2
5	$\neg(p \vee q)$	DM, 4
6	$\neg r$	MT, 3, 5
7	$\neg s \vee \neg r$	I $\vee$ , 6
8	$\neg(s \wedge r)$	DM, 7

9.

1	$\neg((q \wedge r) \rightarrow \neg t)$	
2	$(q \rightarrow s) \vee (r \rightarrow s)$	
3	$(s \wedge t) \rightarrow p$	
4	$(q \wedge r) \wedge t$	Def $\wedge$ en $\rightarrow$ , 1
5	$q \wedge r$	E $\wedge$ , 4
6	$q$	E $\wedge$ , 5
7	$r$	E $\wedge$ , 5
8	$t$	E $\wedge$ , 4
9	$q \rightarrow s$	
10	$s$	E $\rightarrow$ , 9, 6
11	$r \rightarrow s$	
12	$s$	E $\rightarrow$ , 11, 7
13	$s$	E $\vee$ , 2, 9–10, 11–12
14	$s \wedge t$	I $\wedge$ , 13, 8
15	$p$	E $\rightarrow$ , 3, 14



10.

1	$p \vee r \rightarrow s$	
2	$s \wedge r \rightarrow \neg p$	
3	$p \rightarrow \neg s \vee r$	
4	$p$	
5	$p \vee r$	IV, 4
6	$s$	E $\rightarrow$ , 1, 5
7	$\neg s \vee r$	E $\rightarrow$ , 3, 4
8	$\neg \neg s$	I $\neg \neg$ , 6
9	$r$	SD, 7, 8
10	$s \wedge r$	I $\wedge$ , 6, 9
11	$\neg p$	E $\rightarrow$ , 2, 10
12	$p \wedge \neg p$	I $\wedge$ , 4, 11
13	$\neg q$	ECQ, 12
14	$p \rightarrow \neg q$	I $\rightarrow$ , 4-13