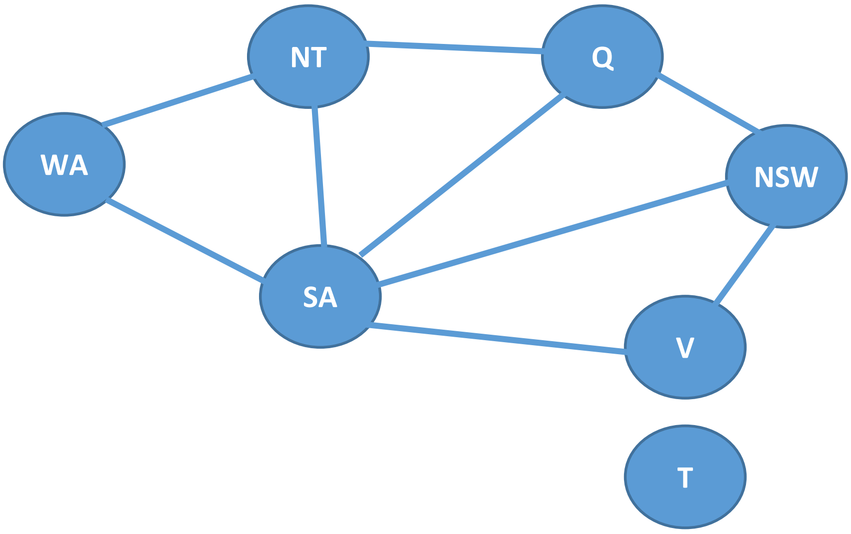
Para explicar el concepto de camino consistencia utilizamos primero un ejemplo sencillo del mapa de Autralia (es un ejemplo que he localizado en el libro siguiente: *Russell and Norvig, “Artificial Intelligence A modern Approach”, Pearson Education, 2014.)*

El problema trata de que hay que colorear el mapa con tres colores diferentes (azul, rojo o verde) tal que dos regiones adyacentes no tengan el mismo color.

Para resolver este problema podemos aplicar el concepto de camino-consistencia.

La definición formal de camino consistencia es la siguiente: una restricción *r* entre *x* e *y* en relación a *k* es camino consistente si y solo si para cada par (v_x,v_y) tal que $v_x \in D_x$ y $v_y \in D_y$, existe un valor $v_k \in D_k$ tal que (v_x,v_k) es arco consistente respecto a r' y (v_k,v_y) es arco consistente respecto a r'', o dicho de otra manera, existe un valor $v_k \in D_k$ tal que satisface las restricciones que existen sobre (v_x,v_k) y sobre (v_k,v_y).

El problema de colorear el mapa de Australia se puede representar mediante nodos y arcos, lo que sería un gráfico de restricciones, de la siguiente manera:



Cada arco en este gráfico podría ir acompañado de un símbolo de desigualdad que indicaría que los valores de nodos enlazados por dicho arco deben ser diferentes.

Las variables en este problema son las diferentes regiones de Australia (los distintos nodos del gráfico).

Las variables son por tanto X={WA,NT,Q,NSW, V,SA, T}

El dominio D de cada variable es {azul, rojo, verde}

Las restricciones indican que las regiones adyacentes tengan colores diferentes, por tanto el valor que toma la variable en nodos adyacentes ha de ser distinto.

Las restricciones son por tanto R={WA≠NT, WA≠SA, NT≠SA,NT≠Q, SA≠Q, Q≠NSW, SA≠NSW, SA≠V,NSW≠V}

Lo que se trata mediante técnicas como arco-consistencia y camino-consistencia es reducir ese dominio de las diferentes variables hasta que las restricciones son satisfechas y el dominio de cada variable lo reducimos a un valor que corresponde a la solución. Pero puede suceder que encontremos que no hay solución posible.

En nuestro problema anterior se puede observar que para cada tripleta de variables, podemos encontrar un camino consistencia. Por ejemplo, yo puedo asignar un color a WA tal que los colores de WA y NT sean distintos, cumpliéndose la restricción WA≠NT, y tal que los colores de WA y SA sean diferentes, cumpliéndose la restricción WA≠SA, respetando además la restricción existente entre SA y NT. Podéis comprobar que existe entonces la posibilidad de encontrar un camino-consistencia para cada tripleta de variables que escojáis.

Si en vez de permitirse tres colores, sólo se permitiera utilizar dos colores (rojo y azul), para la anterior tripleta de variables WA, SA y NT, si tomamos {WA=azul, SA=rojo} o al contrario {WA=rojo, SA=azul}, tal que se satisfacen las restricciones para estas dos variables, somos incapaces de poder asignar un valor a NT tal que NT no incumpla la restricción que tiene con sus adyacentes porque o bien puede ser rojo o bien puede ser azul y en cualquiera de los casos tomaría el valor de uno de sus nodos adyacentes, bien WA bien SA. Por tanto no nos vale ni esta asignación {WA=azul, SA=rojo} ni esta {WA=rojo, SA=azul}, y dado que no hay otros valores posibles de color, no hay solución al problema de colorear el mapa con dos colores diferentes. Camino consistencia trabaja con tripletas de variables.

Podemos ampliar el ejemplo de las ideas clave que explica el arco consistencia para ilustrar el camino consistencia también:

Por ejemplo, si r consiste en que x > y y D_x={1,2,3,4} y D_y={2,3,4,5,6}, entonces podemos eliminar 1 y 2 de D_x porque no hay ningún valor en D_y que pudiera satisfacer la restricción r; y 4, 5 y 6 de D_y porque no hay ningún valor en D_x que pudiera satisfacer la restricción r. De esta manera, después de comprobar la arco consistencia de x e y tendríamos que D_x= {3,4} y D_y= {2,3} y por consiguiente un problema más pequeño.

Imaginad que además tenemos las restricciones x<z, z < y, siendo *Dz* ={1,4,5}, entonces la restricción sobre x e y en relación a Z no es camino consistente, porque en el dominio de z no somos capaces de encontrar un valor que satisfaga las restricciones de z sobre x e *y* y además se respeten las restricciones entre x e y (z tiene que ser mayor que x así que sólo nos vale z=5 y además y tiene que ser mayor que z luego y tendría que tomar el valor 6, pero este valor no permite cumplir las restricciones existentes entre x e y: x>y).

Vemos que si examinamos las variables 2 a 2 sí encontramos que hay arco consistencia entre ellas, sí tenemos valores para x y z tal que se cumpla x<z y valores para z e y tal que se cumpla z >y pero no hay camino consistencia.

Imaginad ahora que tenemos la restricción z<x y z<y, en este caso sí encontramos un valor de z camino consistente, que respeta las restricciones de las otras variables, sería el valor z=1… el dominio del problema queda reducido de esta manera en lo que concierne a las variables x, y y z a D_x= {3,4} , D_y= {2,3}, D_z= {1} . Hemos conseguido simplificar el problema disminuyendo los dominios de valores posibles de variables, se puede seguir trabajando comprobando consistencias con otras variables adicionales que hubiera del problema.