

Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования
«Белорусский государственный университет информатики и
радиоэлектроники»

Кафедра электронных вычислительных машин

Лабораторная работа №2
«Решение слабоструктурированных задач
на основе метода анализа иерархий»
Вариант №3

Выполнил:
студент группы 150501
Ковальчук Д.И.

Проверил:
Селезнев А.И.

Минск 2024

Цель работы:

- ознакомление с понятием слабоструктурированной задачи и одним из основных классов таких задач – задачами многокритериального выбора альтернатив;

- изучение принципов решения слабоструктурированных задач на основе выбора множества недоминируемых альтернатив и метода анализа иерархий.

Исходные данные:

Предлагаются шесть вариантов площадки для строительства нового предприятия. Характеристики площадок следующие.

Площадка	Пл1	Пл2	Пл3	Пл4	Пл5	Пл6
Уровень развития дорожной сети	средняя	плохая	развитая	развитая (немного лучше, чем для Пл3)	средняя	плохая
Энергоснабжение	хорошее	хорошее	плохое	среднее	очень хорошее	среднее
Затраты на подготовку к строительству, млн ден.ед.	3,5	2,5	3	3,5	3	2,0

Важность критериев оценивается двумя экспертами.

По мнению первого эксперта, наиболее важный критерий - затраты на подготовку к строительству, менее важны (и одинаково важны между собой) уровень развития дорожной сети и энергоснабжение.

По мнению второго эксперта, наиболее важный критерий - уровень развития дорожной сети, немного менее важный - затраты на подготовку к строительству, еще немного менее важный - энергоснабжение.

1. Понятие слабоструктурированной задачи

Слабоструктурированные задачи – задачи, в постановке которых имеются как объективные данные (числовые соотношения, формулы и т.д.), так и субъективные, т.е. оценки или требования, заданные человеком, решающим данную задачу.

Типичный пример слабоструктурированных задач – задачи многокритериального выбора альтернатив (решений). В таких задачах каждое из возможных решений (альтернатив) оценивается по нескольким показателям (критериям). Как правило, одна альтернатива не может быть лучшей по всем (или хотя бы почти всем) критериям. Оценки по критериям могут иметь различный вид: числовые (например, стоимость, производительность, срок годности и т.д.), качественные (“отлично”, “хорошо”, “плохо”, “удобно”, “неудобно”, “надежно” и т.д.), критерии типа “да-нет” (выражающие наличие или отсутствие некоторого качества) и т.д. Кроме того, критерии могут быть различны по важности, т.е. при выборе решения требуется в большей степени

обращать внимание на одни критерии, в меньшей – на другие. Все это затрудняет решение таких задач. Для их решения применяются методы системного анализа, представляющие собой комбинацию математических методов и методов экспертного анализа.

2. Выбор множества Парето

Выбор множества Парето-оптимальных решений (множества Парето) представляет собой отбор перспективных альтернатив, из которых затем отбирается одна (лучшая) альтернатива.

Множество Парето представляет собой множество альтернатив, обладающих следующим свойством: любая из альтернатив, входящих во множество Парето, хотя бы по одному критерию лучше любой другой альтернативы, входящей в это множество. Другими словами, ни одна из альтернатив, входящих во множество Парето, не уступает какой-либо другой альтернативе из этого множества по всем критериям. Поэтому множество Парето называют также множеством недоминируемых альтернатив: в нем отсутствуют альтернативы, явно (по всем критериям) отстающие от какой-либо другой альтернативы.

Выбор множества Парето производится следующим образом. *Все альтернативы попарно* сравниваются друг с другом *по всем критериям*. Если при сравнении каких-либо альтернатив (обозначим их как A_i и A_j) оказывается, что одна из них (например, A_i) *не лучше другой ни по одному критерию*, то ее можно исключить из рассмотрения. Исключенную альтернативу (в данном случае – альтернативу A_j) не требуется сравнивать с другими альтернативами, так как она явно неперспективна.

Как правило, во множество Парето входит несколько альтернатив. Поэтому выбор множества Парето не обеспечивает принятия окончательного решения (выбора одной лучшей альтернативы), однако позволяет сократить количество рассматриваемых альтернатив, т.е. упрощает принятие решения.

В данной лабораторной работе множество Парето определяется следующим образом.

- Сравнение альтернатив Пл1 и Пл2. По критерию «уровень развития дорожной сети» (К1) Пл1 лучше, чем Пл2; по критерию «энергосбережение» (К2) альтернативы одинаковы; по критерию «затраты на подготовку к строительству» (К3) Пл2 лучше, чем Пл1. Ни одна из альтернатив не исключена.

- Сравнение альтернатив Пл1 и Пл3. По критериям К1 и К3 Пл3 лучше, чем Пл1, по критерию К2 Пл1 лучше, чем Пл3. Ни одна из альтернатив не исключена.

- Сравнение альтернатив Пл1 и Пл4. По критерию К1 Пл1 хуже, чем Пл4, по критерию К3 обе одинаковы, по критерию К2 Пл1 лучше Пл4. Ни одна из альтернатив не исключена.

- Сравнение альтернатив Пл1 и Пл5. По критериям К2 и К3 альтернатива Пл5 лучше Пл1. По критерию К1 альтернативы одинаковы. Альтернатива Пл1 исключается из дальнейшего рассмотрения.

- Сравнение альтернатив Пл2 и Пл3. По критерию К1 Пл2 хуже Пл3, по критериям К2 и К3 Пл2 лучше Пл3. Ни одна из альтернатив не исключена.

- Сравнение альтернатив Пл2 и Пл4. По критерию К1 Пл2 хуже Пл4, по критерию К2 и К3 Пл2 лучше Пл4. Ни одна из альтернатив не исключена.

Последующие сравнения альтернатив (Пл2-Пл5, Пл2-Пл6, Пл3-Пл4, Пл3-Пл5, Пл3-Пл6, Пл4-Пл5, Пл4-Пл6, Пл5-Пл6) аналогичны, ни одна из них не исключена.

Таким образом, во множество Парето вошли Пл2, Пл3, Пл4, Пл5, Пл6.

3. Метод анализа иерархий

Решение задачи начинается с построения иерархического представления задачи, включающего все элементы, учитываемые при ее решении (в данном случае – альтернативы и критерии). На первом уровне в иерархическом представлении задач, решаемых методом анализа иерархий, *всегда* указывается один элемент - выбор (цель). На втором уровне указаны критерии, по которым делается выбор, на третьем - альтернативы, из которых делается выбор с учетом критериев.

Затем выполняется попарное сравнение всех элементов, учитываемых при решении задачи. Сравнение состоит в указании экспертных оценок превосходства (или, наоборот, отставания) элементов задачи относительно друг друга. Сначала сравниваются *критерии по их важности*. Затем сравниваются *альтернативы по каждому критерию*. Для этого заполняются матрицы парных сравнений. Размерность каждой матрицы парных сравнений равна количеству сравниваемых элементов.

На основании матриц парных сравнений вычисляются оценки важности критериев, оценки предпочтительности альтернатив по каждому из критериев и, наконец, обобщенные оценки предпочтительности альтернатив.

3.1 Сравнение критериев по важности

В рассматриваемой задаче учитывается три критерия, поэтому требуется заполнить матрицу парных сравнений размером 3х3 (таблица 3.1).

Таблица 3.1 – Матрица парных сравнений критериев по важности

	К1	К2	К3
К1	1	1	1/5
К2	1	1	1/5
К3	5	5	1

Матрица сформирована на основе мнения первого эксперта.

Обработка матрицы парных сравнений выполняется по правилам метода Саати.

Вычисляются средние геометрические строк матрицы:

$$C_1 = \sqrt[3]{1 \cdot 1 \cdot (1/5)} = 0,585, C_2 = \sqrt[3]{(1/5) \cdot 1 \cdot 1} = 0.585, C_3 = 2,924$$

Вычисляется сумма средних геометрических: $C = 0.585 + 0.585 + 2.924 = 4.094$

Вычисляются *локальные приоритеты* (в данном случае - оценки важности критериев):

$$L_{K1} = C_1/C = 0,585/4.094 = 0.143; L_{K2} = C_2/C = 0.143; L_{K3} = C_3/C = 0.714$$

Чем больше локальный приоритет, тем важнее критерий (т.е. тем больше он должен учитываться при выборе решения).

3.2 Сравнение альтернатив по критериям

Сравнение альтернатив по критерию «уровень развития дорожной сети» приведено в таблице 3.2.

Таблица 3.2 – Матрица парных сравнений альтернатив по критерию «уровень развития дорожной сети»

	Пл2	Пл3	Пл4	Пл5	Пл6
Пл2	1	1/5	1/7	1/3	1
Пл3	5	1	1/3	3	5
Пл4	7	3	1	5	7
Пл5	3	1/3	1/5	1	3
Пл6	1/5	1/5	1/7	1/3	1

Средние геометрические строк:

$$C_2 = \sqrt[5]{1 \cdot (1/5) \cdot (1/7) \cdot 1 \cdot (1/3)} = 0.394, C_3 = 1.904, C_4 = 3.743$$

$$C_5 = 0.903, C_6 = 0.394$$

Сумма средних геометрических: $C = 0.394 + 1.904 + 3.743 + 0.903 + 0.394 = 7.338$

Локальные приоритеты альтернатив относительно критерия «уровень развития дорожной сети»:

$$L_{Пл2}^{K1} = C_2/C = 0.394/7.338 = 0.054; L_{Пл3}^{K1} = C_3/C = 1.904/7.338 = 0.259;$$

$$L_{Пл4}^{K1} = C_4/C = 3.743/7.338 = 0.510; L_{Пл5}^{K1} = C_5/C = 0.903/7.338 = 0.123;$$

$$L_{Пл6}^{K1} = C_6/C = 0.394/7.338 = 0.054$$

Чем больше локальный приоритет, тем лучше альтернатива *по данному критерию*. Исходя из вычисленных локальных приоритетов по критерию

«уровень развития дорожной сети», наиболее лучшей альтернативой представляется альтернатива Пл4.

Сравнение альтернатив по остальным критериям выполняется аналогично (таблицы 3.3 и 3.4).

Таблица 3.3 – Матрица парных сравнений альтернатив по критерию «энергосбережение»

	Пл2	Пл3	Пл4	Пл5	Пл6
Пл2	1	5	3	1/3	3
Пл3	1/5	1	1/3	1/7	1/3
Пл4	1/3	3	1	1/5	1
Пл5	3	7	5	1	5
Пл6	1/3	3	1	1/5	1

Локальные приоритеты альтернатив относительно критерия «энергосбережение»:

$$L_{Пл2}^{K2} = 0.247; L_{Пл3}^{K2} = 0.043; L_{Пл4}^{K2} = 0.104; L_{Пл5}^{K2} = 0.502; L_{Пл6}^{K2} = 0.104$$

Таблица 3.4 – Матрица парных сравнений альтернатив по критерию «затраты на подготовку к строительству»

	Пл2	Пл3	Пл4	Пл5	Пл6
Пл2	1	3	5	3	1/3
Пл3	1/3	1	3	1	1/5
Пл4	1/5	1/3	1	1/3	1/7
Пл5	1/5	1	1/5	1	1/5
Пл6	3	5	7	5	1

Локальные приоритеты альтернатив относительно критерия «затраты на подготовку к строительству»:

$$L_{Пл2}^{K2} = 0.247; L_{Пл3}^{K2} = 0.104; L_{Пл4}^{K2} = 0.045; L_{Пл5}^{K2} = 0.104; L_{Пл6}^{K2} = 0.501$$

3.3 Вычисление глобальных приоритетов альтернатив

На основании полученных оценок вычисляются **глобальные приоритеты альтернатив**, в которых учитываются предпочтения альтернатив по каждому из критериев, а также важность этих критериев.

Глобальные приоритеты альтернатив находятся следующим образом: локальные приоритеты альтернативы относительно критериев умножаются на приоритеты соответствующих критериев; эти произведения складываются.

$$G_{Пл2} = L_{Пл2}^{K1} \cdot L_{K1} + L_{Пл2}^{K2} \cdot L_{K2} + L_{Пл2}^{K3} \cdot L_{K3} = 0.217$$

$$G_{Пл3} = L_{Пл3}^{K1} \cdot L_{K1} + L_{Пл3}^{K2} \cdot L_{K2} + L_{Пл3}^{K3} \cdot L_{K3} = 0.117$$

$$G_{\text{Пл4}} = L_{\text{Пл4}}^{K1} \cdot L_{K1} + L_{\text{Пл4}}^{K2} \cdot L_{K1} + L_{\text{Пл4}}^{K3} \cdot L_{K3} = 0.120$$

$$G_{\text{Пл5}} = L_{\text{Пл5}}^{K1} \cdot L_{K1} + L_{\text{Пл5}}^{K2} \cdot L_{K1} + L_{\text{Пл5}}^{K3} \cdot L_{K3} = 0.163$$

$$G_{\text{Пл6}} = L_{\text{Пл6}}^{K1} \cdot L_{K1} + L_{\text{Пл6}}^{K2} \cdot L_{K1} + L_{\text{Пл6}}^{K3} \cdot L_{K3} = 0.380$$

Чем больше глобальный приоритет, тем предпочтительнее альтернатива (с учетом всех критериев и их важности).

В данном случае наилучшей альтернативой является Пл6.