

УДК 004.65, 004.8

ИНТЕГРАЦИЯ БАЗ ДАННЫХ И ЗНАНИЙ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫХ СИСТЕМ НА ОСНОВЕ АЛГЕБРАИЧЕСКОГО ПОДХОДА

A.A. Зуенко (zuenko@iimm.kolasc.net.ru) Институт информатики и математического моделирования КНЦ РАН, Апатиты, Россия

Б.А. Кулик (ba-kulik@yandex.ru) Институт проблем машиноведения РАН, Санкт-Петербург, Россия

А.Я. Фридман (fridman@iimm.kolasc.net.ru) Институт информатики и математического моделирования КНЦ РАН, Апатиты, Россия

Рассматриваются возможности алгебры кортежей, которую предлагается использовать как теоретическое обобщение основных структур и методов, применяемых в интеллектуальных системах. С помощью алгебры кортежей моделируются графы, теоретико-множественные операции с отношениями, семантические сети, системы логического вывода, системы интервалов, гипотезы, абдуктивные заключения и другие типы данных и знаний.

Ключевые слова: алгебра кортежей, базы данных, базы знаний, отношение.

Введение

В настоящее время при разработке интеллектуальных систем возникают проблемы, вызванные принципиально различными подходами к построению баз данных (БД) и баз знаний (БЗ). В основе проектирования БЗ лежит математическая система, которая имеет несколько названий: формальный подход, аксиоматический метод, символическая логика, теория формальных систем (ТФС). ТФС начала развиваться в начале XX века (Б. Рассел, Л. Витгенштейн, Д. Гильберт, Дж. Пеано и др.), когда были открыты парадоксы теории множеств и подход к основаниям логики на основе алгебры множеств и булевой алгебры стал постепенно утрачивать свое влияние.

Оказалось, что с помощью ТФС можно изложить не только классическую логику (к ней относятся теория доказательств, математическая логика и отчасти силлогистика), но и многочисленные варианты неклассической логики (многозначная, модальная, парапротиворечивая, немонотонная и т.д.).

Язык математической логики есть частный случай ТФС. В системах искусственного интеллекта основные концепции ТФС отражены в виде *декларативного подхода*, в котором знания выражаются в форме высказываний (или правил). В рамках этого подхода системы конструируются путем представления знаний на некотором формальном языке, а задачи решаются применением процессов логического вывода к знаниям.

Альтернативой декларативному является *процедурный подход*, в котором правила или высказывания выражаются как алгоритмы и, в конечном итоге, в виде кода программы. В 1970-1980-х годах между приверженцами этих двух подходов происходили ожесточенные дебаты.

Однако в дальнейшем многие исследователи пришли к выводу, что успешно действующие интеллектуальные системы должны сочетать в себе и декларативные, и процедурные элементы.

В настоящее время попытка изложить методы логического анализа рассуждений на языке, отличающемся от языка $T\Phi C$, кажется проблематичной. Возникает вопрос: можно ли вместо символьных конструкций $T\Phi C$ предложить некую новую универсальную структуру, с помощью которой можно сделать логику более понятной и более практичной?

Оказывается, такая универсальная структура уже давно имеется на вооружении математиков и специалистов по информационным технологиям. Она используется при моделировании и анализе информационных и управляющих систем, она же присутствует в качестве интерпретации во всех структурах математической логики и к тому же позволяет найти более тесную связь логики высказываний и предикатов с основными структурами, использующимися в современной информатике. Этой универсальной структурой является *отношение*. Примеры отношений — такие понятия, как "больше", "часть целого", "причина-следствие", "уважает (кто?, кого?)", "дети-родители" и т.д. В математической логике отношения выражаются с помощью предикатов и логических формул.

В современной информатике отношения широко используются. Математические инструменты для отображения отношений известны: это *теория бинарных отношений* и *реляционная алгебра*. Однако с помощью бинарных отношений далеко не всегда можно выразить отношения и предикаты с размерностью более двух, а реляционная алгебра не предназначена для решения многих задач логического анализа. Кроме того, в рамках этих теорий для совокупности отношений, не являющихся подмножествами одного декартова произведения, не сохраняется соответствие с алгеброй множеств: операции алгебры множеств для такого случая не определены.

Поэтому возникает необходимость в использовании более общего математического аппарата для теории отношений, расширяющего аналитические средства и области применения такой теории. С этой целью разработана математическая система, названная алгеброй кортежей (АК), которая может служить интерпретацией исчисления предикатов первого порядка. Однако, предполагаемая область применения этой теории не ограничивается только такой возможностью, она позволяет с единых позиций взглянуть на обработку структур знаний, представимых в виде предикатов, бинарных отношений (графы, семантические сети и т.д.), и структур данных, например, реляционных таблиц.

Аналитический аппарат АК основан на свойствах декартовых произведений множеств — эти свойства позволяют компактно представлять отношения, содержащие большое число элементарных кортежей. В рамках АК предложен новый подход к проверке корректности логического вывода и к методам порождения следствий. Исследованиями установлено, что, помимо новых подходов к решению задач логического вывода, с помощью АК решаются следующие задачи:

- 1) моделирование и анализ модифицируемых рассуждений (гипотезы, абдукция и т.д.) и рассуждений с неопределенностями;
 - 2) логико-семантический анализ моделируемых систем;
 - 3) вероятностный анализ логических систем;
 - 4) унифицированное представление данных и знаний;

1. Основные понятия и структуры алгебры кортежей

Алгебра кортежей (АК) [Кулик, 1993], [Kulik et al., 2010] предназначена для моделирования и анализа произвольных отношений. В ней определены 4 структуры (*С-кортеж*, *С-система*, *О-кортеж*, *О-система*) табличного или матрицеподобного типа. Эти структуры носят обобщенное название AK-объекты. Каждая из этих структур компактно представляет некоторое множество кортежей, состоящих из элементов, эти кортежи в AK называются элементарными кортежами. Например, если задан элементарный кортеж T[XYZ] = (a, b, c),

то подразумевается, что T – имя элементарного кортежа (a, b, c), X, Y, Z – имена **атрибутов**, [XYZ] – **схема отношения** (т.е. пространство атрибутов), $a \in X$, $b \in Y$ и $c \in Z$. Множество всех значений атрибута называется **доменом**. Множество атрибутов, соотносимых с одним и тем же доменом, называется **сортом**. АК-объекты, определенные в одной и той же схеме отношения, называются **однотипными**.

Компактность получается за счет того, каждый АК-объект содержат в качестве компонени произвольные множества, а множества элементарных кортежей, принадлежащих АК-объекту, может быть получено с помощью определенных операций с декартовыми произведениями компонент. Подробное описание АК-объектов и операций с ними можно найти в цитируемой литературе. Здесь мы только рассмотрим некоторые понятия, необходимые для понимания дальнейшего. Компонентами могут быть произвольные множества при условии, что они являются подмножествами соответствующего домена атрибута. Соответствие между доменом и компонентой определяется местом этой компоненты в кортеже.

Среди компонент особую роль играют две фиктивные компоненты:

- * **полная компонента**, т.е. множество, равное домену соответствующего (по месту ее расположения в кортеже) атрибута; используется в C-кортежах и C-системах;
 - \emptyset **пустое множество** используется в D-кортежах и D-системах.

Рассмотрим структуру *С-кортежа*. Запись $R_1[XYZ] = [A \ B \ C]$ означает, что *C*-кортеж $[A \ B \ C]$ соотносится со схемой отношения [XYZ], при этом $A \subseteq X$; $B \subseteq Y$; $C \subseteq Z$ и $R_1[XYZ] = A \times B \times C$.

 $\it C$ -система — это таблица, строками которой являются однотипные $\it C$ -кортежи, которая представляет отношение, равное объединению соответствующих декартовых произведений. Например, $\it C$ -система

$$R_2[YZ] = \begin{bmatrix} \{a,d\} & \{a,b\} \\ \{d\} & \{b,c\} \end{bmatrix}$$

может быть представлена как множество элементарных кортежей после вычисления по формуле $R_2[YZ] = (\{a,d\} \times \{a,b\}) \cup (\{d\} \times \{b,c\})$.

Диагональная С-система – С-система размерности $n \times n$, у которой все недиагональные компоненты равны полной компоненте.

D-кортеж – отношение, равное диагональной *C-*системе, записанное в виде кортежа диагональных компонент и ограниченное перевернутыми квадратными скобками.

Например,
$$\begin{bmatrix} \{a,c\} & * & * \\ * & \{f,g\} & * \\ * & * & \{b,c\} \end{bmatrix} =]\{a,c\} \ \{f,g\} \ \{b,c\}[,$$

где в правой части равенства *D*-кортеж, а в левой – равная ему диагональная *C*-система.

Дополнение $\overline{P_j}$ для любой компоненты P_j АК-объекта определяется как дополнение относительно домена соответствующего ей атрибута. Например, если задан C-кортеж R[XYZ] = [A B C], то $\overline{A} = X \setminus A$, $\overline{B} = Y \setminus B$ и $\overline{C} = Z \setminus C$.

D-система — структура, состоящая из множества однотипных D-кортежей, равная пересечению множеств элементарных кортежей, содержащихся в этих D-кортежах.

Изображение D-системы аналогично изображению C-системы, только вместо обычных прямых скобок используются перевернутые.

Например, дополнение С-системы

$$F[XYZ] = \begin{bmatrix} \{a, b, d\} & \{f, h\} & \{b\} \\ \{b, c\} & * & \{a, c\} \end{bmatrix},$$

заданной в пространстве S, можно вычислить как D-систему

$$\overline{F} = \begin{bmatrix} X \setminus \{a,b,d\} & Y \setminus \{f,h\} & Z \setminus \{b\} \\ X \setminus \{b,c\} & Y \setminus * & Z \setminus \{a,c\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \{c\} & \{g\} & \{a,c\} \\ \{a,d\} & \varnothing & \{b\} \end{bmatrix}.$$

Нетрудно видеть, что соотношения между *С*-объектами (*С*-кортежи и *С*-системы) и *D*-объектами (*D*-кортеж и *D*-системы) соответствуют законам двойственности де Моргана. В силу этого они названы *альтернативными классами*. Нередко в расчетах возникает необходимость преобразования АК-объектов в альтернативный класс. Алгоритмы таких преобразований приведены в [Кулик, 1993], [Kulik et al., 2010].

С однотипными АК-объектами можно выполнять любые операции алгебры множеств. Алгоритмы этих операций и проверок включения одного АК-объекта в другой приведены в цитируемой литературе. При этом нет необходимости преобразовывать их в множества элементарных кортежей – все операции выполняются с компонентами. Это свойство позволяет существенно уменьшить трудоемкость вычислений, в том числе и за счет возможности эффективного распараллеливания операций на матрицеподобных структурах АК.

Для выполнения операций с АК-объектами, имеющими разные схемы отношений, требуются операции с атрибутами. К ним относятся: 1) переименование атрибутов; 2) перестановка атрибутов; 3) обращение отношений; 4) добавление фиктивного атрибута (+Atr); 5) элиминация атрибута (-Atr). Рассмотрим их более подробно.

Переименование атрибутов применяется только для атрибутов одного сорта.

Перестановка атрибутов — операция, при выполнении которой в матрице АК-объекта одновременно меняются местами столбцы и соответствующие атрибуты в схеме отношения. По сути, это эквивалентное преобразование.

Обращение отношений. В случае *бинарных отношений* перестановка столбцов без перестановки атрибутов позволяет получить отношение, *обратное* исходному.

Добавление фиктивного атрибута осуществляется в том случае, если добавляемый атрибут отсутствует в схеме отношения АК-объекта. Тогда в схему отношения добавляется имя нового атрибута, а в структуру добавляется новый столбец с фиктивными компонентами, при этом в C-кортежи и в C-системы добавляются фиктивные компоненты "*", а в D-кортежи и D-системы — фиктивные компоненты "*".

При выполнении этой операции содержательный смысл отношения не изменяется. Это соответствует ситуации в исчислении предикатов, когда квантор $\forall x$ применяется к формуле A, в которой отсутствует переменная x [Мендельсон, 1984]. Это обстоятельство позволяет отнести данную операцию к семантически равносильным преобразованиям.

При элиминации атрибута из АК-объекта удаляется столбец, а из его схемы отношения — соответствующий атрибут. В отличие от предыдущей операции логический смысл этой операции зависит от того, к какому классу АК-объектов она применяется. Доказано, что элиминация атрибута X из C-кортежей и C-систем соответствует навешиванию квантора $\exists x$ в соответствующую логическую формулу, а элиминация того же атрибута из D-кортежей и D-систем — навешиванию квантора $\forall x$.

2. Обобщенные операции и логический вывод

В АК можно непосредственно выполнять операции алгебры множеств с АК-объектами, только если они однотипны (т.е. имеют одну и ту же схему отношения). Если же АК-объекты имеют разные схемы отношения, то для выполнения операций с ними и проверок соотношений

алгебры множеств их необходимо привести к одной схеме отношения с помощью добавления недостающих фиктивных атрибутов. По сути, это равносильное преобразование.

Назовем операции алгебры множеств с АК-объектами с предварительным добавлением недостающих фиктивных атрибутов *обобщенными операциями и отношениями* алгебры множеств в АК и обозначим их соответственно \cap_G , \cup_G , \setminus_G , \subseteq_G , $=_G$ и т.д. Первые две операции полностью соответствуют логическим операциям \wedge и \vee . Отношение \subseteq_G в АК соответствует *отношению выводимости* в исчислении предикатов. Это обстоятельство позволяет использовать принципиально новый подход к построению процедур логического вывода и проверок выводимости.

В математической логике выводом в теории T называется всякая последовательность A_1, \ldots, A_n формул такая, что для любого i формула A_i есть либо аксиома теории T, либо непосредственное следствие каких-либо предыдущих формул по одному из правил вывода [Мендельсон, 1984]. В логике и системах искусственного интеллекта широко используются следующие системы логического вывода: 1) на основе правил вывода исчисления предикатов; 2) натуральный вывод [Гладкий, 2001] — система вывода с расширенным по сравнению с предыдущим набором правил; 3) вывод на основе принципа резолюции [Чень, 1983]; 4) на основе специфических правил вывода, предусмотренных в конкретной системе знаний — эти правила предусматривают формирование новых отношений с помощью соединения или композиции исходных отношений, в силу чего их можно назвать семантическими правилами.

В АК при использовании обобщенных операций и соотношений предусматривается новая система логического вывода. Пусть задана система аксиом $A_1, ..., A_n$, которые отображены как АК-объекты. Тогда возможно решение следующих двух задач.

1) Задача проверки правильности следствия. Если задано предполагаемое следствие B, то процедура доказательства производится как проверка правильности обобщенного включения

$$(A_1 \cap_G \dots \cap_G A_n) \subseteq_G B. \tag{1}$$

2) Задача вывода произвольных следствий. Для решения этой задачи сначала вычисляется АК-объект $A = A_1 \cap_G \dots \cap_G A_n$, после чего производится выбор таких B_j , для которых соблюдается $A \subseteq_G B_j$. При этом можно не только использовать известные правила вывода, но и новые методы, разработанные на основе предлагаемого подхода.

Рассмотрим методы решения задачи 2.

При поиске вариантов возможного следствия обычно исходят из следующих предпосылок: 1) в следствии желательно использовать небольшое число переменных; 2) состав переменных нередко определяется исходя из смыслового анализа конкретной системы рассуждений.

Рассмотрим теперь формальные (т.е. без учета коллизий и смысловых ограничений) правила вывода следствий. Когда A-C-система (если это не так, то можно использовать алгоритмы преобразования D-кортежей или D-систем в C-системы), то сокращение числа переменных в B_i можно осуществить с помощью элиминации атрибутов из A. При этом ясно, что при таком преобразовании соотношение $A \subseteq_G B_i$ будет выполняться.

При элиминации атрибутов из *С*-системы образуется проекция, свойства которой определяют дальнейшие действия по выводу следствий. Проекции могут быть *полными*, т.е. содержащими все элементарные кортежи для их схем отношения и *неполными* в противном случае. Если проекция полная, то это означает, что следствие является тавтологией и никакого интереса не представляет. Поэтому будем учитывать только неполные проекции.

Сформируем для A некоторую совокупность неполных проекций. Тогда все многообразие вариантов формирования возможных следствий B_i может быть выражено тремя правилами.

Правила вывода в АК:

- 1) оставить в качестве B_i одну из неполных проекций;
- 2) выбрать в качестве B_i любую проекцию при условии, что в ее состав входит, по крайней мере, одна неполная проекция;
- 3) для выбранного по предыдущим правилам АК-объекта построить покрывающий его неполный АК-объект, добавив к нему элементарные кортежи или С-кортежи.

В качестве примера докажем справедливость одного из правил вывода натурального исчисления, которое называется правилом дилеммы:

$$\frac{A\supset C, B\supset C, A\vee B;}{C}.$$

Подразумевается, что из формул над чертой выводится формула под чертой. Можно считать, что верхние формулы являются аксиомами, а нижняя — следствием из этих аксиом. Преобразуем конъюнкцию верхних формул в D-систему в схеме отношения [ABC]. Получим:

$$Up[ABC] = \begin{bmatrix} \{0\} & \varnothing & \{1\} \\ \varnothing & \{0\} & \{1\} \\ \{1\} & \{1\} & \varnothing \end{bmatrix}$$
. Нижняя часть правила выражается как C-кортеж $Dn[C] = [\{1\}]$.

Чтобы доказать справедливость правила методами АК, нужно поверить соотношение

$$Up[ABC] \subseteq_G Dn[C].$$

Если преобразовать Up[ABC] в C-систему, то получим $Up[ABC] = \begin{bmatrix} \{1\} & \{0\} & \{1\} \\ * & \{1\} & \{1\} \end{bmatrix}$. В этом случае проверку включения $Up[ABC] \subseteq_G Dn[C]$ можно выполнить с помощью алгоритма полиномиальной сложности, используя соотношения и алгоритмы АК. Для этого выполним следующие действия:

добавим фиктивные атрибуты в Dn[C]. Получим $Dn[ABC] = [* * {1}];$

выполним проверку включения каждого C-кортежа из Up[ABC] в Dn[ABC], проверка легко выполняется на основе известных соотношений AK.

На примере этой задачи можно показать, как осуществляется поиск произвольных следствий. В C-системе Up[ABC] выделим неполные проекции. Такими проекциями будут [C],

$$[AB],\ [AC]$$
 и $[BC]$. Для первой проекции получим $Up[C] = \begin{bmatrix} \{1\} \\ \{1\} \end{bmatrix} = [\{1\}],$ что соответствует

логической формуле C. Проекции [AC] и [BC] дают в итоге тот же результат. Проекция [AB] соответствует формуле $A \lor B$.

Предложенный подход позволяет использовать алгебраические методы при решении задач логического вывода. Кроме того, он позволяет по-новому осмыслить суть логического следования в классической логике. Известно, что справедливость отношения $A \subseteq B$ означает, что B является необходимым условием или свойством A. Из соотношения (1) ясно, что логическое следствие является корректным не только потому, что получено на основе правил вывода, смысл которых не всегда понятен, но еще и потому, что является необходимым условием существования антецедента.

Соотношение (1), кроме того, является опровержением распространенного в логике и искусственном интеллекте тезиса о том, что дедукция — это переход от общего к частному. На самом деле все получается наоборот: следствие, полученное с помощью дедуктивных методов, является обобщением совокупности исходных посылок.

3. Возможные применения АК

Алгебраический подход на основе АК, может использоваться в самых разных сферах обработки информации. Некоторые из таких возможностей, в частности, применение при вероятностном анализе, при моделировании и анализе графов, семантических, сетей, фреймов, экспертных систем и др. описаны в цитируемой литературе, а также в [Зуенко и др., 2010], [Кулик, 2007]. Здесь мы рассмотрим новые результаты, имеющие отношение к анализу модифицируемых рассуждений и построению вопросно-ответных систем.

3.1. Анализ модифицируемых рассуждений

К модифицируемым рассуждениям относятся логические системы, у которых в ходе анализа могут изменяться исходные предпосылки. Это связано с предположительным характером многих наших знаний, которые могут уточняться. Процесс уточнения знаний не всегда однозначен, часто приходится выбирать подходящую гипотезу среди множества вариантов, поэтому целесообразно ввести определенные критерии корректности новых знаний. В классической логике таким критерием служит отсутствие противоречий в знаниях.

В математической логике противоречивость системы рассуждений (теории) определена лишь для случая, когда из посылок одновременно выводится некоторое следствие и его отрицание. В то же время и в повседневных, и в неформализованных научных рассуждениях один из бесспорных критериев несостоятельности системы знаний — вывод контрарных следствий (например, из посылок следует, что "всем A присуще B" и "всем A не присуще B"). Формально эти два суждения не являются отрицаниями друг друга. Отрицание формулы $\forall x(A(x) \supset B(x))$ в исчислении предикатов дается формулой $\exists x(A(x) \land \neg B(x))$ — "некоторым A не присуще B", но не формулой $\forall x(A(x) \supset \neg B(x))$, которая соответствует суждению "всем A не присуще B".

Чтобы устранить это и другие несоответствия между формальной логикой и естественными рассуждениями, в систему логического анализа предлагается ввести понятие *коллизия*. В системах пересматриваемой аргументации коллизиям в какой-то степени соответствуют такие ситуации, как "опровержение", "подрыв аргумента", "атака" и т.д. [Вагин, 2008].

Термин "коллизия" был использован при анализе рассуждений типа силлогистики [Кулик, 2001]. Были определены два типа формальных коллизий:

коллизия парадокса, когда из посылок следует суждение типа "всем A не присуще A" $(A \supset \overline{A})$ и, значит, объем термина A пустой;

коллизия цикла, когда в системе множеств выводится соотношение $A \subseteq B \subseteq ... \subseteq A$, что означает эквивалентность терминов, входящих в данный цикл.

Эти коллизии распознаются как свойства самих моделей без сравнения с моделируемой ситуацией, поэтому они и названы формальными.

Третья коллизия не относится к формальным и характеризует ситуацию, в которой полученные следствия системы рассуждений не соответствуют бесспорным фактам или обоснованным утверждениям. Этот тип коллизий назван коллизией неадекватности.

В отличие от логического противоречия, которое, по сути, означает безусловное вырождение посылок, коллизии в разных ситуациях могут иметь противоположный смысл. Другими словами, коллизия, в отличие от противоречия, зависит от семантики моделируемой системы. Например, в одной системе равенство $A=\varnothing$ означает отсутствие объекта, без которого существование моделируемой системы невозможно, в другой – уточнение статуса объекта A. В первом случае система посылок требует изменений, во втором – мы получаем новую полезную информацию.

В системах, выходящих за рамки силлогистики, коллизии могут моделировать следующие ситуации:

- 1) "вырождение" знаний знание оказывается тождественно ложным при вводе новых знаний (в АК эта ситуация распознается как равенство знания пустому множеству, в логике данная ситуация соответствует правилу Дунса-Скотта "из лжи можно вывести все, что угодно");
- 2) "вырождение" атрибутов (при вводе новых знаний из некоторых атрибутов исчезают элементы, без которых существование моделируемой системы невозможно). Другими словами, при проверке оказывается, что некоторые значимые атрибуты или их значения равны пустому множеству;
- 3) при вводе новых знаний некоторые различные атрибуты становятся тождественными по составу элементов, что противоречит семантике системы;
- 4) несоответствие полученных результатов с трудноформализуемыми ограничениями, описанными в постановке задачи. Например, в моделируемой системе могут быть заданы ограничения в виде отношений, которые не должны быть в следствиях. Если эти ограничения вводить в начальные условия как дополнения запрещенных отношений, то система может существенно усложниться. Иногда проще производить отбраковку результатов с помощью их сопоставления с запрещенными отношениями;
- 5) иногда коллизией можно считать ситуации, которые используются для обоснования правомерности применения немонотонных логик. Например [Тейз и др., 1990], если известно, что 1) "все птицы летают" и 2) "страус Тити птица, но не летает", то для разрешения этой ситуации совсем не обязательно вводить неклассическую логику. Достаточно зафиксировать в этом рассуждении коллизию и произвести корректировку посылок, не нарушая принципов классической логики.

Трудно предусмотреть заранее все возможные разновидности коллизий – в некоторых системах они могут быть уникальными. Предложим следующее краткое определение коллизий.

Коллизии — это ситуации, которые возникают в модифицируемых рассуждениях при вводе новых знаний (гипотез) и распознаются как нарушение некоторых формально выраженных правил или ограничений, регулирующих целостность или смысловое содержание системы.

Использование коллизий позволяет дать формальное определение гипотез. Пусть задана система посылок A_1, \ldots, A_n , представленных как АК-объекты, и вычислен АК-объект $A = A_1 \cap_G \ldots \cap_G A_n$.

Формула H называется *гипотезой*, если неверно, что $A\subseteq_G H$. В противном случае в соответствии с (1) H есть следствие. Значит, H в первом приближении можно считать гипотезой, если $A\setminus_G H\neq\varnothing$.

Во втором приближении устанавливается корректность гипотезы. Гипотеза корректна, если объект $H \cap_G A$ не содержит коллизий (здесь предполагается, что гипотеза играет роль аксиомы или посылки). Формулировка и проверка гипотез обычно применяется в совокупности с другими методами анализа модифицируемых рассуждений. Ниже мы опишем использование гипотез при поиске абдуктивных заключений.

Абдукция — это процесс формирования объясняющей гипотезы, когда известны посылки и предполагаемое следствие, которое при формальной проверке не следует из посылок, но, тем не менее, подтверждается фактами или обоснованными аргументами. Прототип абдукции — задача диагностики.

Классический пример абдукции — открытие нейтрино. Предполагалось, что одним из результатов эксперимента, связанного с изучением бета-распада, будет выполнение закона сохранения энергии. Расчеты показали, что при бета-распаде этот закон не соблюдается. Физик Вольфганг Паули в 1930 году предложил гипотезу о существовании некоторых "невидимых" частиц, которые образуются в ходе бета-распада и забирают часть энергии. В 1932 году Э.

Ферми назвал эту частицу "нейтрино". Экспериментально существование нейтрино (точнее, его двойника – антинейтрино) было подтверждено лишь в 1953 году.

Дадим формальное определение абдукции. Пусть B – предполагаемое следствие из посылок A_1, \ldots, A_n , причем известно, что утверждение $A \subseteq_G B$, где по-прежнему $A = A_1 \cap_G \ldots \cap_G A_n$, неверно. Тогда формула H является допустимым абдуктивным заключением, если соблюдаются два условия:

- 1) H корректная гипотеза (т.е. $H \cap_G A$ не содержит коллизий);
- 2) $(H \cap_G A) \subseteq_G B$ (т.е. при добавлении H в систему посылок предполагаемое следствие B становится выводимым).

Из вышесказанного следует алгоритм поиска абдуктивных заключений:

- 1. Вычислить «остаток» $R = A \setminus_G B$;
- 2. Построить промежуточный объект R_i такой, чтобы соблюдалось $R \subseteq_G R_i$;
- 3. Вычислить $H_i = \overline{R_i}$ (тогда R_i далее можно обозначить как $\overline{H_i}$);
- 4. Вычислить $H_i \cap_G A$ и выполнить проверку на наличие коллизий; если коллизии обнаружены, то возвратиться к шагу 2, иначе конец алгоритма.

Поиск вариантов R_i на шаге 2 относится к задачам вывода следствий, алгоритм решения приведен в предыдущем подразделе. В качестве иллюстрации рассмотрим пример. Предположим, что при анализе некоторой задачи были получены следующие результаты

$$A[X_1X_2X_3X_4] = \begin{bmatrix} \{1\} & \{1\} & * & \{0\} \\ * & \{1\} & \{0\} & * \\ \{0\} & \{0\} & \{1\} & \{1\} \end{bmatrix};$$

$$B[X_1X_2X_3X_4] = [*\{1\} **].$$

Здесь $B[X_1X_2X_3X_4]$ — предполагаемое следствие, но при этом $A\subseteq_G B$ не выполняется.

Далее используем алгоритм

$$1. \ R = A \setminus_G B = \begin{bmatrix} \{1\} & \{1\} & * & \{0\} \\ * & \{1\} & \{0\} & * \\ \{0\} & \{0\} & \{1\} & \{1\} \end{bmatrix} \cap_G [* \{0\} **] = [\{0\} \{0\} \{1\} \{1\}].$$

2. Здесь можно выбрать в качестве R_i любую проекцию R. Пусть это будет $R[X_4]$. Тогда получим $R_i = [* * * \{1\}]$.

3.
$$H_i = \overline{R_i} = [* * * \{0\}].$$

4. Поскольку коллизии нам не заданы, проверим, вырождается ли общая предпосылка A при полученной гипотезе:

$$A \cap_G H_i = \begin{bmatrix} \{1\} & \{1\} & * & \{0\} \\ * & \{1\} & \{0\} & * \\ \{0\} & \{0\} & \{1\} & \{1\} \end{bmatrix} \cap_G [***\{0\}] = \begin{bmatrix} \{1\} & \{1\} & * & \{0\} \\ * & \{1\} & \{0\} & \{0\} \end{bmatrix}.$$

Проверка подтверждает корректность гипотезы. Сформулированные выше алгоритм и правила формирования абдуктивных заключений применимы не только для АК-объектов, отображающих формулы исчисления высказываний, но и для общего случая, когда домены

атрибутов имеют более двух значений. В конкретной системе знаний выбор переменных и их значений для абдуктивного заключения производится по критериям, связанным с содержанием системы. Предложенные алгоритмы позволяют более просто генерировать абдуктивные заключения с учетом ограничений, в частности, по составу и количеству переменных.

3.2. Математическая формулировка вопроса

В общем случае вопрос содержит три компоненты [Гетманова, 1995]: 1) искомое знание; 2) то, что известно; 3) требование или намерение получить искомое знание (в естественном языке это выражается вопросительными местоимениями – кто, где, когда и т.д. – и знаком вопроса или интонацией в устной речи, а в инструментальных средствах вопросно-ответных систем в виде определенных команд). Другие необходимые компоненты упоминаются реже. К ним относятся: 4) предполагаемый источник искомых знаний и 5) точное указание на категории (множества, атрибуты), к которым относятся искомое знание и то, что известно. В вопросах на естественном языке эта компонента может отсутствовать, так как предполагается, что собеседник сам может ее без труда восстановить.

Различают несколько видов вопросов. В общем случае их можно разделить на две категории [Гетманова, 1995]: 1) уточняющие вопросы или ли-вопросы (Верно ли, что жирафы живут в Африке?) и 2) восполняющие вопросы, т.е. вопросы, начинающиеся с вопросительных местоимений «кто», «где», «когда» и т.д. Д.А. Поспелов дополняет эту классификацию еще тремя типами вопросов: 3) ПОЧЕМУ-вопросы; 4) ЗАЧЕМ-вопросы и 5) КАК-вопросы [Поспелов, 1989]. Кроме того, вопросы подразделяются на простые и сложные. В сложных уточняющих вопросах то, что неизвестно, имеет вид условных предложений (например, "Правда ли, что если А то В?"). Для восполняющих вопросов то, что известно, может быть выражено в виде сложных предложений — такие вопросы можно разложить на множество простых вопросов.

Сложности начинаются, когда мы переходим от общения между людьми (здесь тоже есть свои трудности, например, найти "знатока" или правильно сформулировать вопрос, но на этих проблемах мы останавливаться не будем) к инструментальным вопросно-ответным системам (или подсистемам). Здесь основных трудности две:

- 1) разработать язык запросов, с помощью которого можно формулировать вопросы так, чтобы легко было перевести его с естественного языка на язык машинных команд;
- 2) структурировать многообразные источники информации таким образом, чтобы их можно было обрабатывать, используя язык запросов. В этом направлении создано немало оригинальных разработок (реляционная алгебра, языки баз данных, Semantic Web, различные поисковые системы, реляционно-ситуационный анализ текстов [Осипов, 2009].

Существуют разнообразные поисковые или вопросно-ответные системы, основанные на следующих основных принципах:

- 1) информация, к которой поступают запросы, преобразуется таким образом, чтобы она была представлена в виде определенных структур. Речь идет, в основном, о таких структурах, как отношения (в частности, таблицы) или элементы определенных отношений, графы, сети (семантические, по сочетаемости и т.д.), частично упорядоченные множества (в частности, решетки), правила и т.д. Например, предложения естественного языка часто преобразуются в элементы определенных отношений. Так предложение "Студент Петров сдал экзамен по математике на отлично" может быть преобразовано в элемент отношения РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКЗАМЕНОВ (Фамилия студента, Предмет, Оценка) и представлено в виде кортежа (Петров, математика, отлично).
- 2) язык запросов должен быть не только сопоставим с формулировками произвольных вопросов на естественном языке, но и инициировать процедуру поиска с учетом многообразия структур подготовленной к обработке информации.

Что касается процедуры поиска ответа на запрос, то она заключается в том, чтобы в соответствии со структурой запроса осуществлять поиск определенных фрагментов базы

знаний, выполнять операции с отношениями (соединение, композиция, проекция и т.д.), если требуется, и искать кортежи, которые совпадают с тем, что известно в вопросе. Такая процедура достаточно сложна и трудоемка, и ее суть рассматривается в основном с точки зрения программистов. Точной и однозначной математической формулировки этой процедуры пока что не найдено. В настоящем подразделе сделана попытка найти решение описанной проблемы. В качестве инструмента использована алгебра кортежей.

Рассмотрим сначала *восполняющие вопросы*. Пусть задан произвольный АК-объект $Q[XYZ] = [\{a\} \ \{b\} \ ^*]$. В данном случае Q есть C-кортеж, в котором значения атрибутов X и Y определены, а атрибут Z может принимать любое значение в пределах своего домена. Этот АК-объект нетрудно сформулировать как вопрос: "Каково значение атрибута Z, если атрибуты X и Y заданы?". Такой вопрос имеет смысл, если в качестве исходной информации определено отношение R[...XYZ...]. Тогда ответ на вопрос можно найти, выполнив операцию $R[...XYZ...] \cap_G Q[XYZ]$. Может оказаться, что будет получен результат, в котором атрибут Z имеет более одного значения и, тем не менее, ответ на вопрос может быть получен. Усложнять восполняющие вопросы допустимо в следующих двух направлениях.

1) Вопрос может иметь более сложную форму. Например, требуется определить произвольное значение Z при заданных значениях X и Y или значение того же атрибута в диапазоне D при других значениях атрибутов X и Y. Пример такого вопроса можно представить как C-систему

$$Q_1[XYZ] = \begin{bmatrix} \{a\} & \{c\} & * \\ \{a,b\} & \{e\} & D \end{bmatrix}.$$

Ответ на вопрос также находится с помощью обобщенного пересечения:

$$R[...XYZ...] \cap_G Q_1[XYZ].$$

2) В исходной информации отсутствует отношение, в котором содержатся все атрибуты вопроса. В этом случае необходимо найти объекты, схемы отношений которых содержат подмножества атрибутов, содержащихся в схеме отношения вопроса, и вычислить их соединение. Приведем пример. Пусть в системе содержатся два отношения P[XYZ] и R[YVW], и требуется ответить на вопрос, каковы значения атрибутов X и V, если Z=a. В заданных условиях сам вопрос на языке АК выражается как С-кортеж $Q_2[XVZ] = [**\{a\}]$, а отношение, содержащее все атрибуты вопроса, можно найти соединением отношений P[XYZ] и R[YVW]. В итоге для получения ответа на вопрос требуется выполнить следующие операции:

$$(P[XYZ] \oplus R[YVW]) \cap_G Q_2[XVZ].$$

Поскольку соединение отношений равносильно обобщенному пересечению, то вышеприведенную формулу можно записать так:

$$P[XYZ] \cap_G R[YVW] \cap_G Q_2[XVZ].$$

Учитывая ассоциативность и коммутативность операции \cap_G , можно выбрать порядок вычислений, обеспечивающий существенное сокращение трудоемкости.

Таким образом, восполняющие вопросы могут быть формализованы как АК-объекты, в которых искомое знание представлено определенным диапазоном значений, а процедура поиска ответа заключается в вычислении обобщенного пересечения соответствующих АК-объектов.

Рассмотрим *уточняющие вопросы*. В некоторых случаях они сводятся к восполняющим вопросам, например, когда речь идет о существовании какого-то определенного факта. Однако в большинстве случаев уточняющие вопросы имеют более сложную структуру. Пусть в результате поиска по атрибутам, содержащимся в вопросе, получено некоторое отношение R, которое является подходящей для данного вопроса базой знаний, а Q — искомое знание в уточняющем вопросе типа "Верно ли, что Q?". Проанализируем два случая.

- 1) Уточняющий вопрос о существовании, содержащий в искомом знании более одного факта. В этом случае $m{Q}$ представлено АК-объектом, содержащим некоторое множество элементарных кортежей. Тогда ответ может быть получен после проверки обобщенного включения $m{Q} \subseteq_G m{R}$.
- 2) В качестве искомого знания в уточняющем вопросе содержится определенная закономерность, выразимая в виде АК-объекта Q. Тогда она должна соблюдаться для всех элементарных кортежей отношения R. Значит, положительный ответ на вопрос может быть получен, если при проверке подтвердится соотношение $R \subseteq_G Q$.

Заключение

Приведенные результаты исследований показывают, что алгебра кортежей позволяет унифицировать обработку разнообразных структур данных и знаний в интеллектуальных системах. Декларативность современных языков представления знаний не всегда способствует нахождению эффективных алгоритмов в тех случаях, когда в информационной системе используются разнородные структуры или когда требуется оценить быстродействие алгоритмов. В алгебре кортежей многие декларативные команды можно выразить с помощью сравнительно простых процедур. При реализации механизмов логического вывода в алгебре кортежей, помимо известных методов логических исчислений, могут быть использованы новые алгебраические методы проверки корректности следствия, поиска следствий из заданной системы аксиом, анализа модифицируемых рассуждений, семантического анализа данных.

Структуры алгебры кортежей хорошо согласованы с архитектурой современных компьютеров и позволяют эффективно распараллеливать операции в алгоритмах решения сложных задач обработки и анализа данных.

Библиографический список

[Вагин и др., 2008] Достоверный и правдоподобный вывод в интеллектуальных системах / Вагин В.Н. [и др.]; – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008.

[**Гетманова**, **1995**] Гетманова, А. Д. Учебник по логике. / А. Д. Гетманова – М.: "Владос", 1995.

[Гладкий, 2001] Гладкий А. В. Введение в современную логику. – М.: МЦНМО, 2001.

[Зуенко и др., 2010] Унификация обработки данных и знаний на основе общей теории многоместных отношений / А.А. Зуенко, Б.А. Кулик, А.Я. Фридман // Искусственный интеллект и принятие решений. -2010. -№ 3. -C.52-62.

[Кулик, 1993] Кулик Б.А. Система логического программирования на основе алгебры кортежей // Известия РАН. Техническая. кибернетика. – 1993. – № 3. – С. 226-239.

[Кулик, 2001] Кулик, Б. А. Логика естественных рассуждений. – СПб.: Политехника. 1997.

[Кулик, 2007] Кулик, Б. А. Вероятностная логика на основе алгебры кортежей. / Б. А. Кулик // Известия РАН. Теория и системы управления. 2007. - № 1. - C. 118-127.

[Мендельсон, 1984] Мендельсон Э. Введение в математическую логику. – М.: Наука. 1984.

[Осипов, 2009] Осипов Г.С. Лекции по искусственному интеллекту. – М.: КРАСАНД, 2009.

[Поспелов, 1989] Поспелов Д. А. Моделирование рассуждений. Опыт анализа мыслительных актов. – М.: Радио и связь, 1989.

[Чень, 1983] Чень Ч., Ли Р. Математическая логика и автоматическое доказательство теорем. – М.: Наука. 1983.

[Kulik et al., 2010] Kulik B., Fridman A., Zuenko A., Logical Analysis of Intelligence Systems by Algebraic Method // Cybernetics and Systems 2010: Proceedings of Twentieth European Meeting on Cybernetics and Systems Research (EMCSR 2010), Vienna, Austria, 2010. – pp. 198-203.