



தேசிய வெளிக்கள நிலையம் தொண்டைமானாறு
முதலாம் தவணைப் பரீட்சை - 2025
National Field Work Centre, Thondaimanaru.
1st Term Examination - 2025

இணைந்த கணிதம் - (B)
Combined mathematics - (B)

Gr -12 (2026)

10

T

B

11. (a) $f(x) = ax^2 + 2x + 3$ எனக் கொள்வோம்.; இங்கு $0 < a < \frac{1}{3}$. சமன்பாடு $f(x) = 0$

இற்கு இரு வேறுவேறான மெய்ம் மூலங்கள் இருக்கின்றனவெனக் காட்டுக.

α, β ஆகியன $f(x) = 0$ இன் மூலங்களெனக் கொள்வோம்.

α, β ஆகிய மூலங்கள் இரண்டும் மறையானவை எனக் காட்டுக.

$\alpha^3 + \beta^3 = \frac{2(9a-4)}{a^3}$ எனக் காட்டுக. **இதிலிருந்து,** $\alpha^3 + 1, \beta^3 + 1$ ஆகியவற்றை

மூலங்களாகக் கொண்ட சமன்பாடு $a^3x^2 - (2a^3 + 18a - 8)x + a^3 + 18a + 19 = 0$ எனக் காட்டுக.

(b) $t = x + \frac{1}{x}$ எனின், $t^2 - 2 = x^2 + \frac{1}{x^2}$ எனக் காட்டுக.

$t = x + \frac{1}{x}$ என்னும் பிரதியீட்டைப் பயன்படுத்தி சமன்பாடு $4x^4 - 25x^3 + 42x^2 - 25x + 4 = 0$

4 = 0 ஐ வடிவம் $4t^2 - 25t + 34 = 0$ இல் எடுத்துரைக்க.

இதிலிருந்து, சமன்பாடு $4x^4 - 25x^3 + 42x^2 - 25x + 4 = 0$ ஐத் தீர்க்க.

12. (a) சமன்பாடு $6^x - 2^{x+1} - 3^{x+1} + 6 = 0$ ஐத் திருப்தியாக்கும் x இன் எல்லா மெய்ப் பெறுமானங்களையும் காண்க.

(b) சமன்பாடு $\sqrt{4x+1} + \sqrt{x-2} = 3$ ஐத் திருப்தியாக்கும் x இன் எல்லா மெய்ப் பெறுமானங்களையும் காண்க.

(c) $a, b, c \in \mathbb{R}$ எனவும் $p(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + x + c$ எனவும் கொள்வோம்.

$p(x)$ இன் ஒரு காரணி $x - 1$ எனவும் $p(x)$ ஐ $x^2 + x$ இனால் வகுக்க வரும் மீதி $2x - 2$ எனவும் தரப்பட்டுள்ளன. a, b, c இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.

a, b, c இன் இப் பெறுமானங்களிற்கு $p(x+1) = 0$ என்னும் சமன்பாட்டைத் திருப்தியாக்கும் x இன் எல்லா மெய்ப் பெறுமானங்களையும் காண்க.

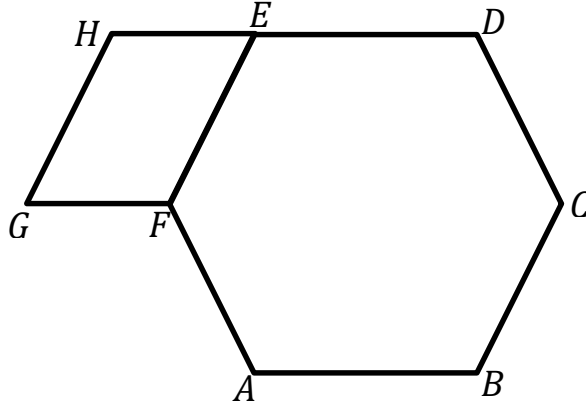
13. (a) $\sin(A + B)$ ஐ $\sin A, \cos A, \sin B, \cos B$ ஆகியவற்றின் சார்பில் எழுதுக.
 $\cos(A + B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$ என்பதை உய்த்தறிக.
 $\sin 2A = 2 \sin A \cos A$ எனவும் $\cos 2A = 2\cos^2 A - 1$ எனவும் காட்டுக.
இதிலிருந்து $\frac{1+\cos 2A}{\sin 2A} = \cot A$ எனக் காட்டி, $\cot \frac{5\pi}{12}$ இன் பெறுமானத்தை உய்த்தறிக.
- (b) பின்வரும் சர்வசமன்பாடுகளை நிறுவுக.
- (i) $\frac{\tan \theta}{1+\cos \theta} + \frac{\tan \theta}{1-\cos \theta} = 4 \operatorname{cosec} 2\theta$
- (ii) $\frac{\cos 3\theta}{\sin \theta} + \frac{\sin 3\theta}{\cos \theta} = 2 \cot 2\theta$
- (iii) $\cos^2 \theta + \cos^2 \left(\frac{\pi}{3} - \theta\right) + \cos^2 \left(\frac{\pi}{3} + \theta\right) = \frac{3}{2}$.
14. (a) $\cos x + \sin x = p$, $\cos 3x - \sin 3x = q$ எனின், $q = 3p - 2p^3$ எனக் காட்டுக.
- (b) சமன்பாடு $2 \tan \theta (8 \cos \theta + 23 \sin^2 \theta) = 8 \sin 2\theta (1 + \tan^2 \theta)$ ஐ வடிவம் $\sin 2\theta (a \cos^2 \theta + b \cos \theta + c) = 0$ இல் எடுத்துரைக்க; இங்கு a, b, c என்பன துணியப்படவேண்டிய மாறிலிகள்.
இதிலிருந்து, சமன்பாடு $2 \tan x (8 \cos x + 23 \sin^2 x) = 8 \sin 2x (1 + \tan^2 x)$ ஐத் தீர்க்க.
- (c) $12 \sin^4 x + 4 \cos^4 x = 3$ எனின், $\tan^2 x = \frac{1}{3}$ எனக் காட்டி, சமன்பாடு $12 \sin^4 x + 4 \cos^4 x = 3$ ஐத் தீர்க்க.
15. (a) $\underline{a}, \underline{b}$ என்ற அலகு காவிகளுக்கு கிடையான கோணம் θ எனின்
- (i) $|\underline{a} + \underline{b}| = 2 \cos \frac{\theta}{2}$ எனவும் $|\underline{a} - \underline{b}| = 2 \sin \frac{\theta}{2}$
- (ii) நாற்பக்கல் $OABC$ இல் $OB = AC$ ஆகும். $\overrightarrow{OA} = \underline{a}, \overrightarrow{OC} = \underline{b}, \overrightarrow{OB} = \underline{a} + \underline{b}$
 $OA \perp OC$ எனக்காட்டுக.
- (iii) $ABCD$ நாற்பக்கல் $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{BD} = 0$ எனக்காட்டுக.
- (b)
- (i) A, B என்ற புள்ளிகளின் தானக்காவிகள் $\underline{a}, \underline{b}$ ஆகும்.
- AB இலுள்ள யாதாயினும் ஒரு புள்ளியின் தானக் காவியை $\alpha \underline{a} + (1 - \alpha) \underline{b}$ என்ற வடிவில் எழுதலாம் எனக் காட்டுக.

(ii) $OACB$ ஓர் இணைகரம் O குறித்து A, B என்பவற்றின் தானக்காவிகள் முறையே a, b ஆகும். ஒரு நேர்கோடு BC, OC, AC என்பவற்றை முறையே L, M, N என்ற புள்ளிகளில் வெட்டுகிறது. $\lambda BC = LC, \gamma OC = MC, \mu AC = NC$ ஆகும்.

- I. பகுதி $b(i)$ பயன்படுத்தி L, N, M என்பற்றின் தானக் காவிகளை எழுதுக.
- II. $\overrightarrow{LM}, \overrightarrow{LN}$ என்பவற்றை காண்க.
- III. இதிலிருந்து $\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\mu} = \frac{1}{\gamma}$ எனக்காட்டுக.

16.(a) P, Q என்ற விசைகள் θ கோணத்தில் ஒரு புள்ளியில் தாக்குகின்றன. இவற்றின் விளையுள் R ஆகும். Q இரட்டிக்கப்படும் போது விளையுள் $2R$ ஆகும். Q புறமாற்றப்படும் போதும் விளையுள் $2R$ ஆகும். $\frac{P^2}{2} = \frac{Q^2}{3} = \frac{R^2}{2}$ எனக்காட்டுக.

(b)

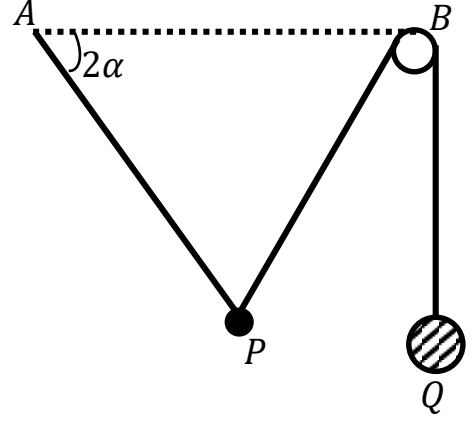


தரப்பட்ட உருவில் $ABCDEF$ ஒழுங்கங்கான அறுகோணி $EFGH$ சாய்சதுரம்.

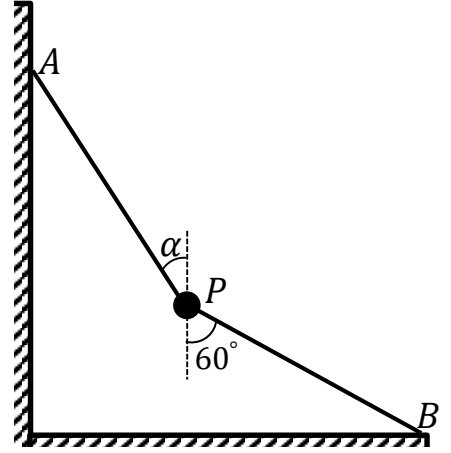
$\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{DA}, \overrightarrow{AE}, \overrightarrow{AF}, \overrightarrow{EF}, \overrightarrow{GF}$ வழியே முறையே $8, 2\sqrt{3}, 4, 4\sqrt{3}, 8, 2, 2.N$ விசைகள் தாக்குகின்றன.

- (i) $\overrightarrow{EF}, \overrightarrow{GF}$ வழியே தாக்கம் விசைகளின் விளையுளைக் காண்க.
- (ii) தொகுதியின் விளையுளின் பருமனைக் காண்க.
- (iii) விளையுள் AD வழியே இருக்கும் எனக்காட்டுக.

- 17.(a) $2a$ நீளமுள்ள இலேசான நீளா இழையின் ஒரு முனை ஒரு நிலைத்த புள்ளி A இற்கு இணைக்கப்பட்டு அதன் மறுமுனையில் $3w$ நிறையுடைய ஒரு துணிக்கை P இணைக்கப்பட்டுள்ளது. இன்னோர் இலேசான நீளா இழையின் ஒரு நுனி துணிக்கை P இற்கு இணைக்கப்பட்டு இழையானது B இல் நிலைப்படுத்தப்பட்ட ஒப்பமான கப்பியின் மேலாக சென்று w நிறையுடைய துணிக்கை Q ஐ மறுநுனியில் தாங்குகின்றது. இங்கு A, B ஒரே கிடைமட்டத்தில் இருப்பதுடன் $AB = 2a$ ஆகும். சமனிலையில் இழைகளில் உள்ள இழுவைகளை காண்க.
- $6 \cos^2 \alpha - \cos \alpha - 3 = 0$ எனக் காட்டுக.

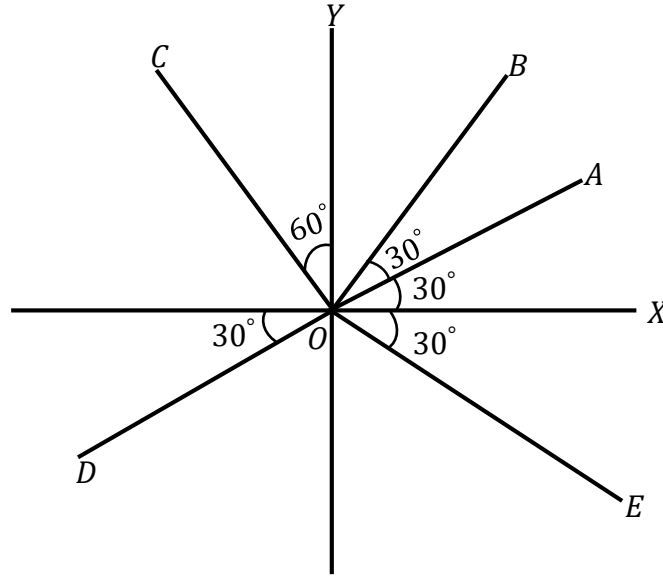


- (b) படத்தில் காட்டியவாறு w நிறையுள்ள துணிக்கை P ஆனது இரு இலேசான நீளா இழைகளின் நுனிகளுக்கு இணைக்கப்பட்டு அவற்றின் மற்றைய முனைகள் A, B ஆகிய புள்ளிகளுக்கு இணைக்கப்பட்டு சமநிலையில் உள்ளது.



- (i) சமனிலையில் இழை AP இல் உள்ள இழுவை $\sqrt{3}w$ எனில் α , இழை BP உள்ள இழுவை ஆகியவற்றைக்காண்க.
- (ii) $\alpha = 60^\circ$ எனில் துணிக்கை P இன் சமநிலை பற்றி யாது கூறலாம்?

(c)



oxy தளத்தில் $2\sqrt{3}, P, 4\sqrt{3}, 8, Q, 10, 6$ நியூட்டன் விசைகள் புள்ளி O வில் முறையே $\vec{OX}, \vec{OA}, \vec{BO}, \vec{OY}, \vec{OC}, \vec{OD}, \vec{OE}$ வழியே தாக்கி சமநிலையில் உள்ளன.

(i) P, Q இன் பருமனைக் காண்க.

(ii) இப்போது \vec{XO} திசையில் மேலதிகமாக $2\sqrt{3} N$ விசை தாக்கும் போது மொத்த விசைத் தொகுதியும் சமநிலையில் இருக்க P, Q இன் புதிய பெறுமானங்களை உய்த்தறிக.