



தொண்டைமானாறு வெளிக்கள நிலையம் நடாத்தும்
இரண்டாம் தவணைப் பரீட்சை - 2022
Conducted by Field Work Centre, Thondaimanaru.
2nd Term Examination - 2022

இணைந்த கணிதம் - B
Combined mathematics - B

Gr -12 (2023)

10

T

B

- 11) a) $a, b, \in R$ இற்கு $f(x) = x^2 + ax + b$ எனவும் $g(x) = x^2 - 2(1+b)x + \frac{1}{2}(a^2 + 2b^2 + 2)$ எனக் கொள்வோம். $f(x) = 0$ ஆனது இருவேறுவேறான மெய் மூலங்களைக் கொண்டிருப்பின் $a^2 - 4b > 0$ ஆகவேண்டும் என நிறுவுக.
- α, β என்பன $f(x) = 0$ இன் மூலங்கள் எனக் கொள்வோம். $\frac{\alpha^2}{\beta}, \frac{\beta^2}{\alpha}$ ஆகியவற்றை மூலங்களாகக் கொண்ட இருபடிச்சமன்பாடு $bx^2 + a(a^2 - 3b)x + b^2 = 0$ எனக் காட்டுக
- இதிலிருந்து $\frac{\alpha^5}{\beta^4}, \frac{\beta^5}{\alpha^4}$ ஆகியவற்றை மூலங்களாகக் கொண்ட இருபடிச்சமன்பாட்டை a, b இன் உறுப்புகளில் காண்க.
- $f(x) = 0$ இன் மூலங்கள் மெய்யானவையாகவும் வேறுவேறானவையாகவும் இருந்தால் இருந்தால் மாத்திரம் $g(x) = 0$ இன் மூலங்கள் கற்பனையானவையாக இருக்கும் எனக் காட்டுக
- b) $p(x) = ax^4 + 5x^3 + bx^2 + 5x - 3$ எனக் கொள்வோம். இங்கு $a, b, \in R$ ஆகும். $p(x)$ இன் ஒரு காரணி $(2x - 1)$ எனவும் $p(x)$ ஆனது $(x - 1)$ இனால் வகுக்கப்படும் போது உள்ள மீதி 8 எனவும் தரப்பட்டுள்ளன. $a = 2, b = -1$ எனக் காட்டுக
- $p(x)$ ஐ இரு ஏகபரிமாணக் காரணிகளினதும் ஒரு இருபடிக்காரணியினதும் பெருக்கமாக எழுதுக.
- இதிலிருந்து அல்லது வேறு வழியாக $2p(x) + 3p(-x) = 0$ என்ற சமன்பாட்டை திருப்தியாக்கும் x இன் எல்லா மெய்ப்பெறுமானங்களையும் காண்க.

- 12) a) பின்வருவனவற்றின் எல்லைகளைக் காண்க.

i. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x^3 - 3x}{7x^2 - 6x + 9}$

ii $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + x^3 + x^5 + x^7 + \dots + x^{99} - 50}{x - 1}$

- b) பின்வரும் சார்புகளை x குறித்து வகையிடுக.

i $x \cdot 3^x$

ii $2(2x + 1)^2 \sin^3 3x^2$

c) $\theta \neq 0, \theta \neq (2n + 1) \frac{\pi}{2}, n \in \mathbb{Z}$

இற்கு $x = \cos 2\theta + 2\theta \sin 2\theta$

எனவும்

$y = \sin 2\theta - 2\theta \cos 2\theta$ எனவும் கொள்வோம்.

$\frac{dy}{dx} = \tan 2\theta$ எனவும் $\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{\sec^3 2\theta}{2\theta}$ எனவும் காட்டுக.

13. (a) $\cos(A + B), \cos(A - B)$ ஆகியவற்றை $\sin A, \cos A, \sin B, \cos B$ ஆகியவற்றின் சார்பில் எழுதுக

இதிலிருந்து $\cos C + \cos D = 2 \cos \frac{C+D}{2} \cos \frac{C-D}{2}$ எனவும் $\cos 2A = 2 \cos^2 A - 1$ எனவும் காட்டுக

$\cos 2\theta + \cos 4\theta + \cos 6\theta + 1 = 4 \cos \theta \cos 2\theta \cos 3\theta$ எனக் காட்டுக. இதிலிருந்து சமன்பாடு $4 \cos \theta \cos 2\theta \cos 3\theta - 1 = 0$ ஐத் தீர்க்க.

- b) பின்வரும் சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க

i. $\sin x + \cos x = \sec x + \operatorname{cosec} x$

ii. $\cos 2x - \sin 2x = \sqrt{2} \cos 4x$

- c) $-1 \leq x \leq 1$ இற்கு $\cos^{-1} x + \sin^{-1} x = \frac{\pi}{2}$ ஐ நிறுவுக.

14. a) வழமையான குறியீடுகளுடன் யாதாயினும் ஒரு முக்கோணி ABC இற்கு சைன் நெறியைக்கூறி நிறுவுக.

வழமையான குறியீடுகளுடன் $\frac{b-c}{b+c} = \tan \frac{A}{2} \tan \frac{B-C}{2}$ எனக் காட்டுக

$$\tan A = \frac{2 \tan \frac{A}{2}}{1 - \tan^2 \frac{A}{2}} \text{ என்னும் வாய்பாட்டை பயன்படுத்தி } \tan \frac{\pi}{12} = 2 - \sqrt{3} \text{ எனக்}$$

காட்டுக.

இதிலிருந்து $b = \sqrt{3}c, A = \frac{\pi}{6}$ எனின் $\tan \frac{B-C}{2} = 1$ எனக் காட்டி மேலும் ABC ஓர் இருசமபக்க முக்கோணி எனவும் காட்டுக.

- b) $x > 0$ இற்கு சமன்பாடு $\tan^{-1}(x+1) + \tan^{-1}(x-1) = \tan^{-1} \frac{8}{31}$ ஐத்தீர்க்க

- 15 a) $6h$ உயரமான நேரான கம்பம் ஒன்றின் அடியிலிருந்து ஒரு மனிதன் ஓய்விலிருந்து சீரான ஆர்முடுகல் f உடன் ஏறுகிறான். அவன் கம்பத்தின் 'மூன்றிலொருபங்கு உயரத்திற்கு ஏறியவுடன் திடீரென தனது கதியை அரைப்பங்காகக் குறைத்து சீரான ஆர்முடுகல் $\frac{f}{2}$ உடன் தொடர்ந்து ஏறி கம்பத்தின் அரைப்பங்கு உயரத்தில் உள்ளபோது எய்திய கதியுடன் சீராக சென்று பின் உச்சியிலிருந்து $2h$ ஆழத்தில் உள்ளகணத்தில் இருந்து சீராக அமர்முடுகி உச்சியில் ஓய்வடைகிறான் அடியிலிருந்து உச்சி வரைக்குமான மனிதனின் இயக்கத்திற்கான வேக - நேர வரைபை வரைக.

- (i) வரைபை பயன்படுத்தி ஆர்முடுகல் f உடன் இயங்கிய நேரம் $2\sqrt{\frac{h}{f}}$ எனக் காட்டுக

- (ii) அவர் $\frac{f}{2}$ ஆர்முடுகலுடன் இயங்கிய நேரம் யாது?

- (iii) சீரான வேகத்துடன் இயங்கிய நேரம் யாது?

(iv) உச்சியை அடைய எடுத்த நேரம் யாது?

(v) அமர்முடுகலைக்கணிக்க.

b) ஒரு துணிக்கை உற்பத்தி O இலிருந்து $4\hat{i} + 5\hat{j} \text{ ms}^{-1}$ வேகத்துடன் நிலைக்குத்து தளத்தில் எறியப்படுகின்றது. புவியீர்ப்பின் கீழ் இயங்கி $k(\hat{i} - \hat{j})$ என்ற புள்ளியினூடாக செல்கின்றது. இங்கு $k > 0$ ஆகும். புவியீர்ப்பு ஆர்முடுகல் $g = 10\text{ms}^{-1}$ எனக் கொள்க

(i) k இன் பெறுமானத்தை காண்க.

(ii) துணிக்கையின் A ஊடான வேகத்தைக் காண்க

16. a) புள்ளி O குறித்து A, B இன் தானக்காவிகள் முறையே $\underline{a}, \underline{b}$ ஆகும். AB என்ற கோட்டிலுள்ள ஒருபுள்ளியின் தானக்காவியை $\lambda\underline{a} + (1 - \lambda)\underline{b}$ என்ற வடிவில் எழுதலாம் எனக் காட்டுக.

b) O என்ற புள்ளி குறித்து P, Q என்ற புள்ளிகளின் தானக்காவிகள் முறையே $2\underline{a}, 3\underline{b}$ ஆகும். OP இன் நடுப்புள்ளி R ஆகும். PQ என்ற கோட்டில் $PS:SQ = 2:1$ ஆகுமாறு S என்ற புள்ளி உள்ளது. நீட்டப்பட்ட RS, OQ என்பன M இல் சந்திக்கின்றன.

i. புள்ளிகள் R, S என்பவற்றின் தானக்காவிகள் முறையே $\underline{r}, \underline{s}$ எனில் அவற்றை $\underline{a}, \underline{b}$ சார்பில் காண்க.

ii. பகுதி .a) ஐ உபயோகித்து RS என்ற கோட்டிலுள்ள யாதாயினும் ஒருபுள்ளியின் தானக்காவியை பரமானம் α ஐ உபயோகித்து $\alpha, \underline{r}, \underline{s}$ சார்பாக எழுதி அப் புள்ளியின் தானக்காவியை $\alpha, \underline{a}, \underline{b}$ இல் தருக.

iii. இவ்வாறே OQ என்ற கோட்டிலுள்ள யாதாயினும் ஒருபுள்ளியின் தானக்காவியை பரமானம் β, Q இன் தானக்காவி சார்பாக தருக.

iv. இதிலிருந்து M இன் தானக்காவியை காண்க

v. $OQ:QM$ ஐ உய்த்தறிக.

c) $OACB$ ஓர் சாய்சதுரம். O குறித்து A, B இன் தானக்காவிகள் முறையே $\underline{a}, \underline{b}$ மற்றும் $A\hat{O}C = \alpha, B\hat{O}C = \beta$ ஆகும்.

i. $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OB}$ என்பவற்றுக்கிடையான எண்ணிப்பெருக்கங்களை கருதுவதன் மூலம் $\alpha = \beta$ எனக்காட்டுக.

ii. எண்ணிப்பெருக்கத்தின் மூலம் $OC \perp AB$ எனக் காட்டுக.

17.

- I. P, Q என்ற விசைகள் α கோணத்தில் தாக்கும் போது விளையுள் R ஆகும். $R^2 = (P + Q)^2 - 4PQ \sin^2 \frac{\alpha}{2}$ என நிறுவுக.
- II. x, y என்ற விசைகளின் விளையுள் x ஆகும். y மாறாதிருக்க x ஆனது அதன் திசையில் இருமடங்காகும் போது விளையுளின் பருமன் x எனின் $y = \sqrt{3}x$ எனக் காட்டி விசைகளுக்கிடையான கோணத்தைக் காண்க.
- III. முக்கோணி ABC இன் நிமிர்மையம் H ஆகும். $\vec{HA}, \vec{HB}, \vec{HC}$ திசைகளில் முறையே P, Q, R என்ற விசைகள் தாக்கி நாப்பத்தில் உள்ளன. $\frac{P}{a} = \frac{Q}{b} = \frac{R}{c}$ எனக்காட்டுக.
- IV. P, Q ($p > Q$) என்ற ஒவ்வாச்சமாந்தர விசைகள் α இடைத்தூரத்திலுள்ள இரு புள்ளிகளில் தாக்குகின்றன. P என்ற விசை புறமாற்றப்படின விளையுள் $\frac{2aPQ}{p^2 - Q^2}$ என்ற தூரத்தினூடாக நகரும் எனக் காட்டுக.