



இலங்கையின் உயர்தர கணித விஞ்ஞான  
பிரிவின்கான இணையதளம்

# SCIENCE EAGLE

[www.scienceeagle.com](http://www.scienceeagle.com)

- ✓ Biology
- ✓ C.Maths
- ✓ Physics
- ✓ Chemistry
- + more

 [t.me/ScienceEagle](https://t.me/ScienceEagle)  
 [YouTube/ScienceEagle](https://www.youtube.com/ScienceEagle)  
   [/ScienceEagleSL](https://www.instagram.com/ScienceEagleSL)





**தொண்டைமானாறு வெளிக்கள நிலையம் நடாத்தும்**  
**ஐந்தாம் தவணைப் பரீட்சை - 2021**  
**Conducted by Field Work Centre, Thondaimanaru.**  
**5<sup>th</sup> Term Examination - 2021**

தரம் :- 13 (2021)

இணைந்த கணிதம் I - A

நேரம் : முன்றுமணித்தியாலம்  
பத்து நிமிடம்

சுட்டெண்

**அறிவுறுத்தல்கள்**

- பகுதி - A இன் எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை எழுதுக. ஒவ்வொரு வினாவுக்கும் விடைகளைத் தரப்பட்ட இடத்தில் எழுதுக. மேலதிக இடம் தேவைப்படுமெனின், நீர் மேலதிகத் தாள்களைப் பயன்படுத்தலாம்.
- பகுதி - B இல் உள்ள 7 வினாக்களில் விரும்பிய 5 வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக.
- ஒதுக்கப்பட்ட நேரம் முடிவடைந்ததும் பகுதி A ஆனது பகுதி B யிற்கு மேலே இருக்கக்கூடியதாக இரு பகுதிகளையும் இணைத்துப் பரீட்சைமண்டப மேற்பார்வையாளரிடம் கையளிக்க.
- வினாத்தாளின் பகுதி B யை மாத்திரம் பரீட்சை மண்டபத்திலிருந்து வெளியே எடுத்துச் செல்வதற்கு அனுமதிக்கப்படும்.

இணைந்த கணிதம் I		
பகுதி	வினா எண்	கிடைத்த புள்ளிகள்
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
வினாத்தாள் I இன் மொத்தம்		

இணைந்த கணிதம் I

இணைந்த கணிதம் II


இறுதிப் புள்ளிகள்

**பகுதி - I A**

1. கணிதத் தொகுத்தறிவுக் கோட்பாட்டைப் பயன்படுத்தி, எல்லா  $n \in \mathbb{Z}^+$  இற்கும்  $n^3 - n$  ஆனது 6 இன் ஒரு நிறைவேண் மடங்கென நிறுவுக.

Blank lined paper with a faint circular watermark in the center. The watermark contains the text "SCIENCE" and "EAGLE" and a stylized eagle illustration.

2.  $y = 2|x|$ ,  $y = x + 1$  ஆகியவற்றின் வரைபுகளை ஒரே வரிப்படத்தில் பரும்படியாக வரைக. சமனிலி  $\frac{x+1}{|x|} > 2$  ஐத் திருப்தியாக்கும்  $x$  இன் எல்லா மெய்ப்பெறுமானங்களையும் காண்க. இதிலிருந்து, சமனிலி  $\frac{x+2}{|x|} > 2$  ஐத் திருப்தியாக்கும்  $x$  இன் எல்லா மெய்ப்பெறுமானங்களையும் காண்க.







- மேலே தரப்பட்ட அதிபரவளைவுக்கு அதன் மீது இருக்கும் புள்ளி  $(3\sqrt{2}, 2)$  இல் வரையப்பட்ட செவ்வன் கோட்டின்  $y -$  வெட்டுத் துண்டைக் காண்க.

8. புள்ளி  $A(2, -1)$  இனாடு செல்வதும் படித்திறன் 2 ஐ உடையதுமான நேர்கோடு  $l$  மீதுள்ள யாதாயினும் ஒரு புள்ளியின் ஆள்கூறுகளை வடிவம்  $(t + 2, 2t - 1)$  இல் எழுதப்படலாம் எனக் காட்டுக; இங்கு  $t \in R$  இதிலிருந்து,  $AB = AC = \sqrt{5}$  அலகுகள் ஆகுமாறு  $l$  இல் உள்ள புள்ளிகள்  $B, C$  இன் ஆள்கூறுகளைக் காண்க.



9. வட்டம்  $s$  ஆனது  $x$  அச்சைபுள்ளி  $(1,0)$  இல் தொடுவதுடன் அதன் மையம் முதலாம் கால் வட்டத்திலும் உள்ளது. மேலும் வட்டம்  $s$  இன் பரிதியை வட்டம்  $S' \equiv x^2 + y^2 - 9 = 0$  ஆனது இருசம கூறிடுகின்றது.  $s$  இன் சமன்பாட்டைக் காண்க.

10.  $\cos x + \sin 2x - \sin x = 1$  ஐத் தீர்க்க.



**தொண்டைமானாறு வெளிக்கள நிலையம் நடாத்தும்**  
**ஐந்தாம் தவணைப் பரீட்சை - 2021**  
**Conducted by Field Work Centre, Thondaimanaru.**  
**5<sup>th</sup> Term Examination - 2021**

தரம் :- 13 (2021)

இணைந்த கணிதம் I - B

சுட்டெண்

11. a) பூச்சியமல்லாத மெய்யெண்கள்  $a, b, c$  இற்கு  $f(x) = x^2 + ax + b$  எனவும்  $g(x) = x^2 + acx + bc^2$  எனவும் கொள்வோம்.  $f(x) = 0$  இன் மூலங்கள்  $\alpha, \beta$  எனவும்  $g(x) = 0$  இன் மூலங்கள்  $\gamma, \delta$  எனவும் கொள்வோம்.
- i)  $f(x) = 0$  இன் மூலங்கள் மெய்யானவை எனின் மாத்திரம்  $g(x) = 0$  இன் மூலங்களும் மெய்யானவை எனக் காட்டுக.
- ii)  $\alpha\gamma + \beta\delta, \alpha\delta + \beta\gamma$  ஆகியவற்றை மூலங்களாகக் கொண்ட இருபடிச்சமன்பாடு.  
 $x^2 - a^2cx + 2c^2b(a^2 - 2b) = 0$  எனக்காட்டுக.
- iii)  $c \neq 1$  எனவும்  $\alpha = \gamma$  எனவும் தரப்படின்  $b(1 + c)^2 = ca^2$  எனக் காட்டுக.
- b)  $k \in R$  எனவும்  $(x - k)^2$  ஆனது பல்லுறுப்பி  $h(x)$  இன் ஒரு காரணி எனவும் கொள்வோம்.  
 $h(k) = h'(k) = 0$  எனக் காட்டுக.  
 $a, b \in R$  இற்கு  $h(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + 2$  எனவும்  $(x - 1)^2$  ஆனது  $h(x)$  இன் ஒரு காரணி எனவும் தரப்பட்டுள்ளன.  $b = -2$  எனக் காட்டுக.  
மேலும்  $h(x)$  ஆனது  $x^2 + 2x$  இனால் வகுக்கப்படும்போது வரும் மீதியில் உள்ள  $x$  இன் குணகம் 1 எனவும் தரப்படின்  $a, c$  இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.  
 $h(x)$  ஐ  $(x - 1)^2 (x + \lambda)(x + \mu)$  வடிவில் எழுதலாம் எனக் காட்டுக; இங்கு  $\lambda, \mu \in R$ .
12. a) போட்டியொன்றில் 5 கலவன் பாடசாலைகள் பங்குகொள்கின்றன. ஒவ்வொரு பாடசாலையும் ஓர் ஆண் பிள்ளையையும் ஒரு பெண் பிள்ளையையும் போட்டிக்கு அனுப்புகின்றது. 10 போட்டியாளர்களில் இருந்து 4 பேர்களைக் கொண்ட குழுவொன்றைத் தெரிவு செய்ய வேண்டியுள்ளது. குழுவைத் தெரிவு செய்யத்தக்க வழிகளின் எண்ணிக்கையைப் பின்வரும் ஒவ்வொரு சந்தர்ப்பத்திலும் காண்க.
- i) 2 ஆண்பிள்ளைகளும் 2 பெண் பிள்ளைகளும் இடம்பெற வேண்டிய போது.
- ii) குறைந்தது ஒரு பெண் பிள்ளையாவது இடம்பெற வேண்டிய போது.
- iii) ஒரு பாடசாலையில் இருவரும் இரு பாடசாலைகளில் ஒருவர் வீதமும் இடம்பெற வேண்டிய போது.
- iv) எந்த ஒரு பாடசாலையின் இரு பிள்ளைகள் ஒன்றாக இடம்பெற முடியாதபோது.



b)  $r \in \mathbb{Z}^+$  இற்கு  $U_r = \frac{1}{r^2(r+1)(r+2)^2}$  எனவும்  $V_r = \frac{A}{r^2(r+1)^2}$  எனவும் கொள்வோம்.

$r \in \mathbb{Z}^+$  இற்கு  $U_r = V_r - V_{r+1}$  ஆகுமாறு  $A$  இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

இதிலிருந்து,  $n \in \mathbb{Z}^+$  இற்கு  $\sum_{r=1}^n U_r = \frac{1}{16} - \frac{1}{4(n+1)^2(n+2)^2}$  எனக் காட்டுக.

முடிவில் தொடர்  $\sum_{r=1}^{\infty} U_r$  ஒருங்குகின்றதெனக் காட்டி, அதன் கூட்டுத்தொகையைக் காண்க.

இப்போது  $r \in \mathbb{Z}^+$  இற்கு  $w_r \equiv U_r + U_{r+1}$  எனக் கொள்வோம்.  $\sum_{r=1}^{\infty} w_r$  ஒருங்குகின்றதென உய்த்தறிந்து, அதன் கூட்டுத்தொகையைக் காண்க.

13. a)  $z = a + ib$  எனக் கொள்வோம்; இங்கு  $a, b \in \mathbb{R}$  ஆகும்.  $z$  இன் மட்டு  $|z|$  ஐயும் உடன்புணரி  $\bar{z}$  ஐயும் வரையறுக்க.

i)  $z \bar{z} = |z|^2$  எனவும்.

ii)  $z + \bar{z} = 2 \operatorname{Re}(z)$  எனவும் காட்டுக.

$z_1, z_2 \in \mathbb{C}$  எனக் கொள்வோம்.

$|z_1 - z_2|^2 = |z_1|^2 - 2 \operatorname{Re}(z_1 \bar{z}_2) + |z_2|^2$  எனவும் காட்டுக.

இதிலிருந்து,  $|1 - z_1 \bar{z}_2| < |z_1 - z_2|$  எனின் எனின்

மாத்திரம்  $(1 - |z_1|)(1 - |z_2|) < 0$  எனக் காட்டுக.

$z_1, z_2$  இற்குப் பொருத்தமான பிரதியீட்டைப் பயன்படுத்தி  $Z \in \mathbb{C}, Z \neq 2i$  இற்கு

$\left| \frac{1+2iz}{z-2i} \right| < 1$  எனின் எனின் மாத்திரம்  $|z| < 1$  எனக் காட்டுக.

$\left| \frac{1+2iz}{z-2i} \right| < 1$  ஆகவும்  $\operatorname{Arg}(z) = \frac{\pi}{4}$  ஆகவும் உள்ள சிக்கலெண்கள்  $z$  ஐ ஆகண் வரிப்படத்தில் குறித்துக் காட்டுக.

b)  $\frac{\cos \alpha + i \sin \alpha}{\cos \beta + i \sin \beta} = \cos(\alpha - \beta) + i \sin(\alpha - \beta)$  எனக் காட்டுக.

$m, n$  என்பன  $1 \leq m \leq 9, 1 \leq n \leq 9$  ஆகுமாறுள்ள நேர்நிறைவெண்கள் எனக் கொள்வோம்.

$\frac{(\cos \frac{\pi}{9} + i \sin \frac{\pi}{9})^n}{(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4})^m} = i$  எனின் தமோய்வரின் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி  $m = 6$  எனவும்

$n = 9$  எனவும் காட்டுக.

14) a)  $x \neq -1$  இற்கு  $f(x) = \frac{x}{(x+1)^3}$  எனக் கொள்வோம்.

$x \neq -1$  இற்கு  $f(x)$  இன் பெறுதி  $f'(x)$  ஆனது

$f'(x) = \frac{1-2x}{(x+1)^4}$  இனால் தரப்படுகின்றது எனக்காட்டுக.

இதிலிருந்து  $f(x)$  அதிகரிக்கின்ற ஆயிடைமையும்  $f(x)$  குறைகின்ற ஆயிடைமையும் காண்க.

$x \neq -1$  இற்கு  $f''(x) = \frac{6(x-1)}{(x+1)^5}$  எனத்தரப்பட்டுள்ளது.

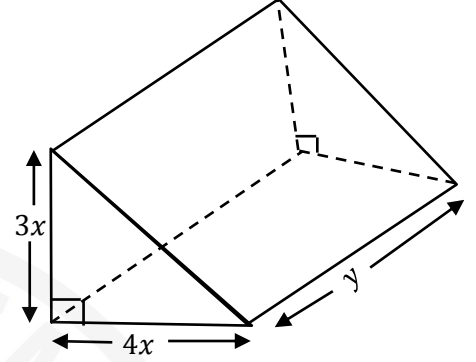
$y = f(x)$  இன் வரைபின் விபத்திப் புள்ளியின் ஆள்கூறுகளைக் காண்க.

$y = f(x)$  இன் வரைபை அணுகுகோடுகள் திரும்பற் புள்ளி, விபத்திப்புள்ளி ஆகியவற்றைக் காட்டி பரும்படியாக வரைக.

- b) செங்கோண முக்கோண குறுக்கு வெட்டுடைய செவ்வரியத் திண்மம் ஒன்றை அருகில் உள்ள உரு காட்டுகின்றது. சென்ரிமீற்றரில் அதன் பரிமாணங்கள் உருவில் காட்டப்பட்டுள்ளன.

அதன் கனவளவு  $1500\text{cm}^3$  எனத் தரப்பட்டுள்ளது.  $x^2y = 250$  எனக்காட்டுக. அதன் மேற்பரப்பின் பரப்பளவு  $S\text{cm}^2$  ஆனது  $S = 12\left\{x^2 + \frac{250}{x}\right\}$  இனால்

தரப்படும் எனக்காட்டுக.  $x = 5\text{cm}$  ஆக இருக்கும் போது  $s$  குறைந்த பட்சமாகும் எனக்காட்டுக.



- 15) a) எல்லா  $x \in \mathbb{R}$  இற்கும்

$8x^3 + x^2 + 18x - 1 = A(x+1)(4x^2+9) + B(x-1)(4x^2+9) + x^2 - 1$  ஆகுமாறு  $A, B$  மாறிலிகள் உள்ளனவெனத் தரப்பட்டுள்ளது.  $A, B$  ஆகியவற்றின்

பெறுமானங்களைக் காண்க. இதிலிருந்து  $\frac{8x^3+x^2+18x-1}{(x^2-1)(4x^2+9)}$  ஐப் பகுதிப்பின்னங்களில்

எழுதி  $\int \frac{8x^3+x^2+18x-1}{(x^2-1)(4x^2+9)} dx$  ஐக் காண்க.

- b)  $\frac{d}{dx}(2^x) = 2^x(\ln 2)$  எனக்காட்டுக.

மேலேயுள்ள முடிவையும் பகுதிகளாக தொகையிடலையும் பயன்படுத்தி  $\int 2^x \sin x dx$  ஐக் காண்க.

- c)  $a$  ஒரு மாறிலியாக இருக்கும் சூத்திரம்  $\int_0^a f(x)dx = \int_0^a f(a-x)dx$  ஐப் பயன்படுத்தி

$\int_0^\pi \frac{x \sin x}{1+\cos^2 x} dx = \frac{\pi}{2} \int_0^\pi \frac{\sin x}{1+\cos^2 x} dx$  எனக்காட்டுக. இதிலிருந்து  $\int_0^\pi \frac{x \sin x}{1+\cos^2 x} dx = \frac{\pi^2}{4}$  எனக் காட்டுக.

- 16) a)  $A \equiv (2, -4), B \equiv (0, 2), C \equiv (14, 0)$  எனக் கொள்வோம்

$A, B$  ஆகிய புள்ளிகளினூடு செல்லும் நேர்கோடு  $\ell_1$  எனவும்  $A, C$  ஆகிய புள்ளிகளினூடு செல்லும் நேர்கோடு  $\ell_2$  எனவும் கொள்வோம்.

- i)  $\ell_1, \ell_2$  ஆகிய நேர்கோடுகளின் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

ii)  $\ell_1, \ell_2$  என்பன இடைவெட்டும் கோணங்களின் இரு கூறாக்கிகளின் சமன்பாடுகளைக் கண்டு புள்ளிகள் B (0,2) C(14,0) என்பன எதிர்பக்கங்களில் இருக்கும் இருகூறாக்கி  $\ell$  இன் சமன்பாடு  $2x - y - 8 = 0$  எனக் காட்டுக.

iii)  $\ell \equiv 2x - y - 8 = 0$  மீதுள்ள யாதாயினும் ஒருபுள்ளியின் ஆள்கூறுகள் வடிவம்.  $(t + 2, 2t - 4)$  இல் எழுதப்படலாம் எனக் காட்டுக; இங்கு  $t \in R$ .

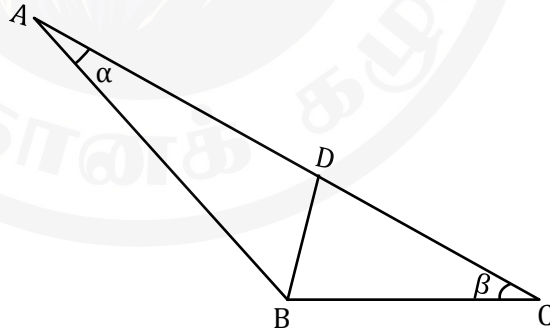
iv) மையமானது முதலாம் கால்வட்டத்தில்  $\ell$  மீது உள்ளதும் ஆரை  $\frac{3\sqrt{10}}{2}$  ஐ உடையதும்  $\ell_1, \ell_2$  ஆகிய இரண்டையும் தொடுவதுமான வட்டம்  $C_1$  இன் சமன்பாடு

$$x^2 + y^2 - 10x - 4y + \frac{13}{2} = 0 \text{ எனக்காட்டுக.}$$

v)  $B(0,2)$  ஐ மையமாகக் கொண்டதும்  $C_1 \equiv x^2 + y^2 - 10x - 4y + \frac{13}{2} = 0$  ஐ நிமிர்கோண முறையாக வெட்டும் வட்டம்  $C_2$  இன் சமன்பாட்டைக் காண்க.

17) a)  $\tan(\alpha + \beta)$  இற்கான திரிகோண கணிதச் சமன்பாட்டை  $\tan \alpha, \tan \beta$  ஆகியவற்றின் சார்பில் எழுதுக.  $\tan 2\theta$  ஐ  $\tan \theta$  இன் சார்பில் பெற்று  $\tan 3\theta = \frac{3 \tan \theta - \tan^3 \theta}{1 - 3 \tan^2 \theta}$  எனக்காட்டுக. இறுதிச் சமன்பாட்டில்  $\theta = \frac{\pi}{12}$  எனப்பிரதியிட்டு  $\tan \frac{\pi}{12}$  ஆனது  $x^3 - 3x^2 - 3x + 1 = 0$  இன் ஒரு தீர்வு என்பதை வாய்ப்புப் பார்க்க.  $x^3 - 3x^2 - 3x + 1 = (x + 1)(x^2 - 4x + 1)$  என மேலும் தரப்படும் போது  $\tan \frac{\pi}{12} = 2 - \sqrt{3}$  என உய்த்தறிக்க.

b) வழக்கமான குறிப்பீட்டில் ஒரு முக்கோணி ABC இற்கு சைன் நெறியைக் கூறுக.



உருவில் காட்டப்பட்டுள்ள முக்கோணி ABC இல்  $\widehat{ABC}$  விரிகோணமாகும். AC மீது புள்ளி D,  $AD = BC$  ஆகுமாறு அமைந்துள்ளது.

$\widehat{BCD} = \beta$ ,  $\widehat{CBD} = 2\beta$ ,  $\widehat{BAC} = \alpha$  எனவும் கொள்வோம். உகந்த முக்கோணிகளுக்கு சைன் நெறியைப் பயன்படுத்தி  $\sin \beta \sin(\alpha + 3\beta) = \sin \alpha \sin 3\beta$  எனக்காட்டுக.  $\sin(\alpha + 3\beta) = \sin \alpha (3 - 4 \sin^2 \beta)$  என்பதை உய்த்தறிக்க.

c)  $\tan^{-1}\left(\frac{1}{4}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{2}{9}\right) = \frac{1}{2} \cos^{-1}\left(\frac{3}{5}\right)$  எனக்காட்டுக.



**தொண்டைமானாறு வெளிக்கள நிலையம் நடாத்தும்**  
**ஐந்தாம் தவணைப் பரீட்சை - 2021**  
**Conducted by Field Work Centre, Thondaimanaru.**  
**5<sup>th</sup> Term Examination - 2021**

**தரம் :- 13 (2021)**

**இணைந்த கணிதம் II - A**

**நேரம் : மூன்று மணித்தியாலம்  
பத்து நிமிடம்**

கட்டெண்

**அறிவுறுத்தல்கள்**

- பகுதி - A இன் எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை எழுதுக. ஒவ்வொரு வினாவுக்கும் விடைகளைத் தரப்பட்ட இடத்தில் எழுதுக. மேலதிக இடம் தேவைப்படுமெனின், நீர் மேலதிகத் தாள்களைப் பயன்படுத்தலாம்.
- பகுதி - B இல் உள்ள 7 வினாக்களில் விரும்பிய 5 வினாக்களுக்குமாதிரி விடைஎழுதுக.
- ஒதுக்கப்பட்டநேரம் முடிவடைந்ததும் பகுதி A ஆனது பகுதி B யிற்கு மேலே இருக்கக்கூடியதாக இரு பகுதிகளையும் இணைத்துப் பரீட்சை மண்டப மேற்பார்வையாளரிடம் கையளிக்க.
- வினாத்தாளின் பகுதி B யை மாத்திரம் பரீட்சை மண்டபத்திலிருந்து வெளியே எடுத்துச் செல்வதற்கு அனுமதிக்கப்படும்.

**இணைந்தகணிதம் II**


பகுதி	வினாஎண்	கிடைத்த புள்ளிகள்
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
வினாத்தாள் I இன் மொத்தம்		

இணைந்த கணிதம் I

இணைந்த கணிதம் II

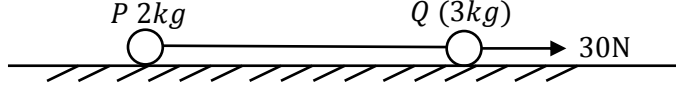
இறுதிப் புள்ளிகள்

**பகுதி – II A**

- 

- 
- This image shows a full page of primary-ruled paper. It features ten sets of horizontal lines across the page. Each set consists of three lines: a solid top line, a dashed middle line, and a dotted bottom line. The lines are evenly spaced and extend from the left margin to the right edge of the page. There is no handwriting or other markings on the paper.

3)



கரடான கிடைத்தரை ஒன்றின் மீது முறையே  $2kg$ ,  $3kg$  திணிவுள்ள P, Q துணிக்கைகள் வைக்கப்பட்டு படத்தில் காட்டப்பட்டவாறு ஒரு இலேசான நீளா இழையால் இணைக்கப்பட்டு இழை இறுக்கமாக உள்ளவாறு வைக்கப்பட்டு 30N மாறா விசை ஆனது துணிக்கை Q இற்கு 3 செக்கன்களுக்கு பிரயோகிக்கப்படும் போது துணிக்கை Q ஆனது அந்நேர இடைவெளியில் 6m தூரம் இயங்கியது. இரு துணிக்கைகளுக்கும் தரைக்குமான உராய்வுக் குணகம்  $\mu$  ஆகும். விசை பிரயோகக்கும் போது துணிக்கை Q இன் ஆர்முடுகல், உராய்வுக் குணகம்  $\mu$ , இழையில் உள்ள இழுவை T என்பவற்றைக் காண்பதற்கு சமன்பாடுகளைப் பெறுக.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4)  $1200kg$  திணிவுள்ள ஓர் கார் ஆனது மாறாத் தடை விசை  $1350N$  இற்கு எதிராக இயங்குகின்றது.

a) காரானது கிடையான பாதையில்  $32ms^{-1}$  சீரான வேகத்துடன் இயங்கும் போது காரின் இஞ்சின் இயங்கும் வலுவைக் காண்க.

b) காரானது கிடையுடன்  $\sin^{-1}\left(\frac{1}{20}\right)$  சரிவான பாதையில் கீழ்நோக்கி சீரான வேகத்துடன் இயங்கும் போது காரின் இஞ்சின் இயங்கும் வலு  $31.5kW$  எனின் காரின் கதியைக் காண்க. ( $g = 10ms^{-2}$ )

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

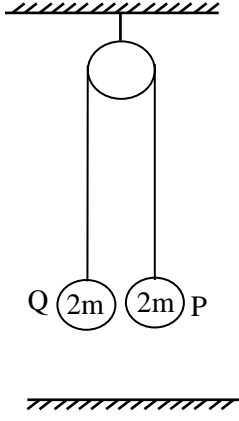
.....

.....

.....



5)



படத்தில் காட்டப்பட்டவாறு ஒரு இலேசான நீளா இழையானது உயரமான சீலிங்கில் நிலைப்படுத்தப்பட்ட ஒப்பமான கப்பியின் மேலாகச் சென்று இரு நுனிகளிலும்  $2m$  திணிவுள்ள P, Q துணிக்கைகளை தாங்கி இழை இறுக்கமாக இருக்க ஒரே மட்டத்தில் சமநிலையில் உள்ள போது துணிக்கை P இற்கு நிலைக்குத்தாக கீழ்நோக்கி ஓர் கணத்தாக்கு I கொடுக்கப்படுகின்றது. இழையில் ஏற்படும் கணத்தாக்கையும் துணிக்கை Q இயங்கத் தொடங்கும் வேகத்தையும் காண்க.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

6)  $2a$  நீளமும்  $w$  நிறையுமுடைய சீரான கோல் AB இன் முனை A ஒப்பமான நிலைக்குத்து சுவர் ஒன்றை தொட்டிருக்க மறுமுனை B இல் கட்டப்பட்ட இலேசான இழையின் மறு நுனி சுவரில் A க்கு நிலைக்குத்தாக மேலே உள்ள புள்ளி C இல் கட்டப்பட்டு தொகுதி நாப்பத்தில் உள்ளது. கோல் சுவருடன் அமைக்கும் கோணம்  $60^\circ$  ஆகும். இழை சுவருடன் அமைக்கும் கோணத்தையும் இழையிலுள்ள இழுவையையும் காண்க.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

SCIENCE FACULTY

This image shows a blank sheet of white paper with horizontal ruling lines. At the top center, there is a faint watermark of the Tamil Nadu State Emblem, which features the word "தமிழ்நாடு" (Tamil Nadu) in Tamil script. The rest of the page is empty except for the ruling lines.

$P(A) = \frac{1}{2}, P(A \cup B) = \frac{2}{3}$  ஆகும் போது

i)  $P(B)$                       ii)  $P\left(\frac{A'}{B}\right)$  என்பவற்றைக் காண்க.

ii)  $A \subset B$  எனின்  $P(B/A) = 1$  எனவும்

iii)  $P(A/B) + P(A'/B) = 1$  எனவும் காட்டுக.



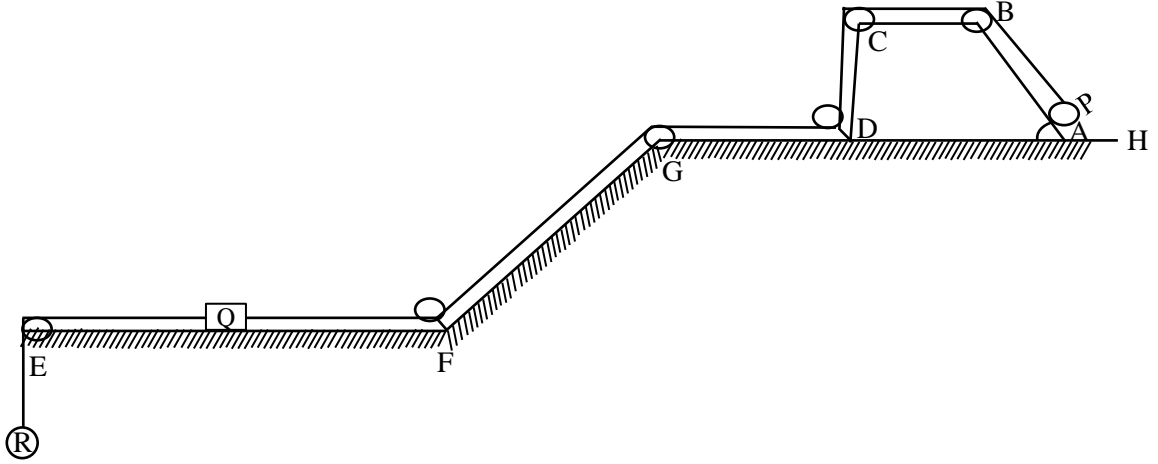
**தொண்டைமானாறு வெளிக்கள நிலையம் நடாத்தும்**  
**ஐந்தாம் தவணைப் பரீட்சை - 2021**  
**Conducted by Field Work Centre, Thondaimanaru.**  
**5<sup>th</sup> Term Examination - 2021**

தரம் :- 13 (2021)

இணைந்த கணிதம் II - B

- 11) a) ஒரு துணிக்கை P ஆனது கிடைத்தரையில் இருந்து நிலைக்குத்தாக மேல்நோக்கி புவியீர்பின் கீழ்  $8.4 \text{ ms}^{-1}$  வேகத்துடன் எறியப்படுகிறது. இன்னோர் துணிக்கை Q கிடைத்தரையில் இருந்து 2m உயரத்தில் உள்ள ஒரு புள்ளியில் இருந்து  $u \text{ ms}^{-1}$  வேகத்துடன் மேல்நோக்கி எறியப்படும் துணிக்கை கிடைத்தரையில் இருந்து 3.6m உயரத்தில் கணநிலை ஓய்வடைகின்றது. ( $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$ )
- i) P, Q இன் இயக்கங்களுக்கான வேக நேர வரைபுகளை தனித்தனியாக வரைக. வரைபிலிருந்து
- ii) P தரையில் இருந்து எவ்வளவு உயரத்தில் கணநிலை ஓய்வடைகின்றது எனக் காண்க.
- iii) u ஐக் காண்க
- iv) P, Q ஒரே நேரத்தில் எறியப்படுகின்றன எனக்கொண்டு இரு துணிக்கைகளும் தரையை அடையும் வரை அவற்றின் வேக - நேர வரைபுகளை ஒரே வரிப்படத்தில் வரைக.
- v) வரைபிலிருந்து P, Q ஒரு குறித்த கணத்தில் தரையில் இருந்து ஒரே உயரத்தில் உள்ள போது அவற்றின் வேகங்களைக் காண்க.
- b) ஒரு கப்பல்  $S_1$  ஆனது கிழக்கு திசையில்  $15 \text{ km/h}$  என்னும் வேகத்தில் பயணிக்கும் போது அது குறித்த ஒரு புள்ளி O ஐ சரியாக நண்பகல் தாண்டிச் செல்கின்றது. இன்னோர் கப்பல்  $S_2$  ஆனது வடக்கு நோக்கி  $15\sqrt{3} \text{ km/h}$  வேகத்தில் பயணிக்கும் அதேவேளை  $S_2$  ஆனது புள்ளி O ஐ பிற்பகல் 1.30 இற்கு தாண்டிச் செல்கின்றது. இரு கப்பல்களின் இயக்கத்திற்கு சார்பு வேக கோட்பாட்டை பயன்படுத்துவதன் மூலம் வேக முக்கோணியையும்  $S_2$  சார்பாக  $S_1$  இன் பாதையையும் வரைக.
- அவற்றில் இருந்து.
- i)  $S_2$  சார்பாக  $S_1$  இன் வேகத்தையும்
- ii)  $S_1, S_2$  க்கு இடைப்பட்ட மிகக் குறுகிய தூரத்தையும்.
- iii) மிகக் குறுகிய தூரத்தில் உள்ள போது நேரத்தையும் காண்க.

12) a)

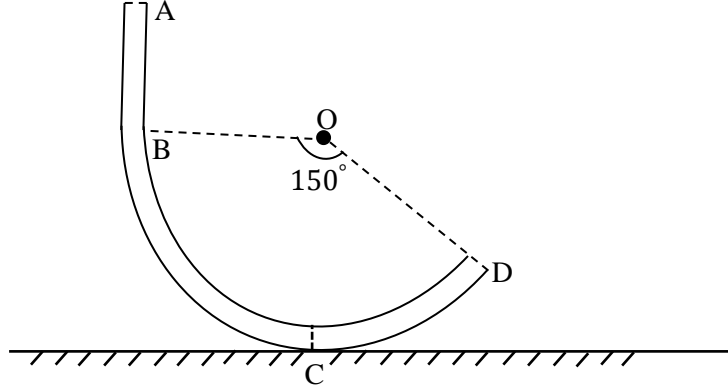


உருவில் காட்டப்பட்டவாறு  $D\hat{A}B = \alpha$  ஆக இருக்குமாறு  $ABCD$  ஆனது திணிவு  $3\text{m}$  ஐ உடைய ஓர் சரிவக வடிவிலான ஒப்பமான ஆப்பின் புவியீர்ப்பு மையத்தின் ஊடான. நிலைக்குத்து குறுக்கு வெட்டாகும்.  $AB$  ஆனது அதனை கொண்டுள்ள முகத்தின் அதி உயர் சரிவுக்கோடு ஆகும்.  $E F G H$  ஆனது  $EF$ ,  $GH$  என்பன கிடையாகவும்  $FG$  ஆனது சாய்வாகவும் இருக்குமாறு தரையில் இருந்து உயரத்தில் அமைந்த ஓர் ஒப்பமான தளம் ஆகும்.

படத்தில் காட்டப்பட்டவாறு AB ஐ கொண்ட முகம். தளம் GH இல் இருக்குமாறு வைக்கப்பட்டு m திணிவுள்ள துணிக்கை P ஆனது இலேசான நீளா இழையின் ஒரு நுனிக்கு இணைக்கப்பட்டு P ஆனது AB இன் அதி உயர் சரிவுக்கோட்டில் இருக்குமாறு வைக்கப்பட்டு B, C, D, G, F ஆகியவற்றில் நிலைப்படுத்தப்பட்ட இலேசான ஒப்பமான கப்பிகள் மேலாக இழையானது சென்று EF இல் வைக்கப்பட்ட 2m திணிவுள்ள ஒப்பமான துணிக்கை Q உடன் இணைக்கப்படும் அதேவேளை வேறோர் இலேசான நீளா இழையின் ஒரு நுனி Q இற்கு இணைக்கப்பட்டு இழையானது E இல் நிலைப்படுத்தப்பட்ட ஒப்பமான இலேசான கப்பியின் மேலாகச் சென்று 6m திணிவுள்ள துணிக்கை R உடன் இணைப்பட்டு உள்ளது. ஆரம்பத்தில் இளையின் பகுதிகள் யாவும் இறுக்கமாக இருக்குமாறு பிடிக்கப்பட்டு தொகுதி மெதுவாக விடுவிக்கப்படுகின்றது.

- i) ஆப்பு, துணிக்கைகளில் தாக்கும் விசைகளையும், அவற்றின் ஆர்முடுகல்களையும் தெளிவாக குறிக்க.
- ii) ஆப்பு, துணிக்கைகளின் ஆர்முடுகல்களையும் இழைகளில் உள்ள இழுவைகளையும் துணிவதற்கு போதுமான சமன்பாடுகளை பெறுக.

b)



படத்தில் காட்டப்பட்டவாறு மையம் O இல்  $150^\circ$  கோணத்தை எதிரமைக்கும்  $2a$  ஆரையுடைய வட்டவடிவ ஒப்பமான குழாய் BCD ஆனது OB கிடையாக இருக்குமாறு கிடைத்தரை ஒன்றில் நிலைக்குத்தாக நிலைப்படுத்தப்பட்டு முனை B உடன் படத்தில் காட்டப்பட்டவாறு சம ஆரையும்  $a$  நீளமும் உள்ள AB என்னும் ஒப்பமான குழாய் இணைக்கப்பட்டு  $m$  திணிவுள்ள துணிக்கை ஒன்று A இல் இருந்து குழாயினுள் மெதுவாக விடப்படுகின்றது. தொடரும் இயக்கத்தில் துணிக்கை OB க்கு கீழே OB உடன்  $\theta$  கோணத்தில் உள்ள போது (i) துணிக்கையின் வேகத்தையும் துணிக்கை மீதான மறுதாக்கத்தையும் காண்க.

i) துணிக்கை D இன் ஊடு வெளியேறும் கதியைக் காண்க.

ii) துணிக்கை D இன் ஊடாக வெளியேறி C இல் இருந்து  $\sqrt{3}a + x$  தூரத்தில் தரையை அடிக்கும் எனின்  $x^2 - 2\sqrt{3}ax - 2a^2 = 0$  காட்டுக.

13) இயற்கை நீளம்  $2a$  ஐ உடைய ஓர் இலேசான மீள்தன்மை இழையின் ஒரு நுனி உயரமான சீலிங்கில் உள்ள ஒருபுள்ளி O இற்கு கட்டப்பட்டு மறு நுனியில்  $2m$  திணிவுள்ள துணிக்கை P ஆனது இணைக்கப்பட்டு துணிக்கை P ஆனது O இற்கு அருகே படிக்கப்பட்டு மெதுவாக விடப்படுகிறது. O இற்கு கீழே  $6a$  ஆழத்தில் கணநிலை ஓய்வடைகிறது எனில் இழையின் மீள்தன்மை மட்டு  $3mg$  எனக் காட்டுக. இனி துணிக்கை P உடன்  $4m$  திணிவுள்ள துணிக்கை Q ஆனது இணைக்கப்பட்டு இரு துணிக்கைகளும் நாப்பத்தில் உள்ளது. எனக் கொள்வோம்

i) P, Q என்பன நாப்பத்தில் உள்ள போது O இற்கு கீழே எவ்வளவு ஆழத்தில் இருக்கும்.

ii) Q ஆனது கழட்டி விடப்படின் பின் தொடரும் இயக்கத்தில் இழையின் நீளம்  $x$  ( $x > 2a$ ) ஆக உள்ள போது துணிக்கை P ஆனது  $\ddot{y} = -\frac{3g}{4a}y$  என்னும் எளிமை இசை இயக்கச் சமன்பாட்டை திருப்தி ஆக்கும் எனக் காட்டுக.

இங்கு  $y = x - \frac{10a}{3}$  ஆகும்.

iii) மேலே உள்ள இயக்கச்சமன்பாட்டின் தீர்வு  $x = \frac{10a}{3} + A \cos wt + B \sin wt$  என தாப்படின  $A, B, w$  ஐ காண்க.



- iv) (iii) ஐ பயன்படுத்தி எளிமை இசை இயக்கத்தின் அலைவு மையம், வீச்சத்தைக் காண்க.
- v) துணிக்கை Q கழட்டி விடப்பட்ட பின் துணிக்கை P க்கும் O இற்கும் இடையிலான மிகக்குறுகிய தூரத்தை கண்டு அதற்கு எடுக்கும் நேரத்தைக் காண்க.

- 14) a) i) O என்ற உற்பத்தி குறித்து A, B என்ற புள்ளிகளின் தானக்காவிகள் முறையே  $\underline{a}, \underline{b}$  எனின் AB இலுள்ள ஒரு புள்ளி C இன் தானக்காவி  $\underline{c}$  யை  $\underline{c} = \lambda \underline{a} + (1 - \lambda) \underline{b}$  என்ற வடிவில் எழுதலாம் எனக்காட்டுக.
- ii) புள்ளி M இன் தானக்காவி  $\frac{1}{2} \underline{a}$  ஆகவும் N இன் தானக்காவி  $\frac{3}{4} \underline{b}$  ஆகவும் உள்ளன. AN, BM என்பன Y இல் இடைவெட்டுகின்றன.

**முதற்பகுதியை உபயோகித்து Y ன் தானக்காவியை**

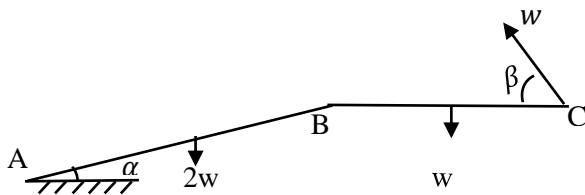
- 1) A, N என்பவற்றின் தானக்காவி சார்பாக ஒருபரமானம்  $\lambda$  ஐ உபயோகித்தும்
- 2) B, M என்பவற்றின் தானக்காவி சார்பாக ஒருபரமானம்  $\mu$  ஐ உபயோகித்து எழுதுக.

இவற்றிலிருந்து  $\lambda, \mu$  ஐக் காண்க.

$AY : YN$  ஐ உய்த்தறிக.

- b) ABC ஆனது  $2m$  பக்கங்களையுடைய சமபக்க முக்கோணி M என்பது BC இன் நடுப்புள்ளி  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CA}, \overrightarrow{AM}$  வழியே முறையே  $6, 10, 6, 4\sqrt{3} N$  விசைகள் தாக்குகின்றன.
- i) தொகுதியின் விளையுளின் பருமனையும் திசையையும் காண்க.
  - ii) விளையுளின் தாக்கக் கோடு, BC யை வெட்டும்புள்ளியைக் காண்க.
  - iii) விளையுளை C ஊடாக தாக்குமாறு செய்வதற்கு சேர்க்கப்படவேண்டிய இணையின் பருமனையும் போக்கையும் காண்க.

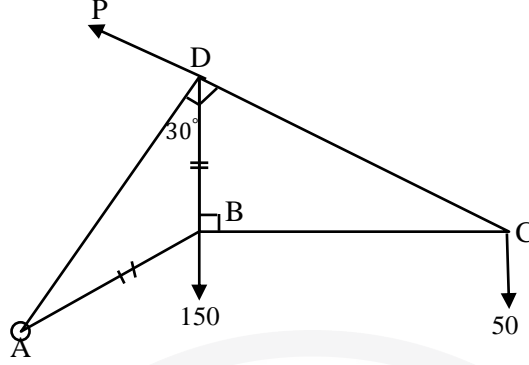
15) a)



AB, BC என்பன சம நீளமும் முறையே  $2w, w$  நிறைவுடையதுமான சீரான கோல்கள் Bல் மூட்டப்பட்டு படத்திலுள்ளவாறு நிலத்தில் A பிணைத்திருக்க C இல்  $w$  விசை பிரயோகிக்கப்பட BC கிடையாக இருக்க தொகுதி சமநிலையிலுள்ளது

- i)  $\alpha, \beta$  என்பவற்றையும் மூட்டு B ல் உள்ள மறுதாக்கத்தையும் காண்க.  
 ii) A இல் உள்ள மறுதாக்கத்தின் கிடை நிலைக்குத்து கூறுகளைக்காண்க.

b)



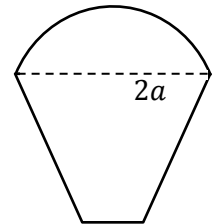
படத்தில் காட்டப்பட்ட சட்டப்படல் AB, BC, CD, DA, BD ஆகிய இலேசான கோல்களால் ஆக்கப்பட்டு A இல் பிணைக்கப்பட்டும் D ல் CD திசையில் விசை P பிரயோகிக்கப்பட்டும் B, C யில் முறையே 150, 50 N சுமைகளையும் காவுகின்றது. BC கிடையானது

- i) போவின் குறியீட்டு முறையில் தகைப்பு வரிப்படத்தை வரைந்து அவற்றை வகைப்படுத்தி பெறுமானங்களைக் காண்க.  
 ii) விசை P யையும் பிணையலிலுள்ள மறுதாக்கத்தையும் காண்க.

- 16) a) i)  $a$  ஆரையும்  $\alpha$  அரை உச்சிக்கோணமும் உடைய பொட்கும்பின் திணிவு மையத்தை அதன் உச்சியிலிருந்து காண்க.  
 ii)  $a$  ஆரையுடைய பொள் அரைக்கோளத்தின் திணிவு மையத்தை விளிம்பிலிருந்து காண்க.

- b)  $2a$  ஆரையும் அரை உச்சிக்கோணம்  $30^\circ$  வும் உடைய பொட் கும்பிலிருந்து  $a$  ஆரையும்  $30^\circ$  அரை உச்சிக் கோணமும் உடைய கும்பு வெட்டியகற்றப்பட்டு  $a, 2a$  ஆரைகளுடைய அடித்துண்டு பெறப்பட்டு  $a$  ஆரையுடைய அடி  $a$  ஆரையுடைய வட்டத்தட்டால் மூடப்படுகிறது.  $2a$  ஆரையுடைய விளிம்பு  $2a$  ஆரையுடைய பொள் அரைக்கோளத்தால் மூடப்பட்டு ஒரு பாத்திரம் படத்திலுள்ளவாறு ஆக்கப்படுகிறது. கும்பின் அடர்த்தி  $\rho$  கோளம் தட்டின் அடர்த்தி  $\sigma$

- i) பாத்திரத்தின் திணிவு மையத்தை அரைக்கோள விளிம்பிலிருந்து காண்க.  
 ii) இப்பாத்திரம் அரைக்கோண வளைபரப்பிலுள்ள எப்புள்ளி படிவும் சமனிலையடையின்  $8\rho = (8\sqrt{3} - 3)\sigma$  எனக்காட்டுக.



17) a) பிள்ளைகளைக் கொண்ட குடும்பங்களில் இருந்து பின்வரும் நிகழ்ச்சிகள் A, B வரையறுக்கப்படுகிறது.

$A = \{\text{ஆண், பெண் பிள்ளைகளை கொண்டிருத்தல்}\}$

$B = \{\text{கூடியது ஒரு ஆண் பிள்ளை இருத்தல்}\}$

- i) மூன்று பிள்ளைகளைக் கொண்ட குடும்பம் ஒன்றிற்கான மாதிரிவெளி S, A, B என்ற நிகழ்ச்சிகளை வரையறை செய்து A, B சாராதவை எனக் காட்டுக.
- ii) இரண்டு பிள்ளைகளைக் கொண்ட குடும்பத்தில் A, B என்ற நிகழ்ச்சிகள் சாராதவையா? காரணம் தருக.

b) ஒரு பெட்டியில் 10 நாணயங்கள் உள்ளன. அவற்றுள் 2 நாணயங்கள் கோடாதவை, 3 நாணயங்களில் இருபக்கமும் பு உள்ளது. 5 நாணயங்களில் இல் தலைதோன்றும் நிகழ்தகவு  $\frac{1}{3}$  ஆகும். பெட்டியிலிருந்து ஒரு நாணயம் எழுமாறாக எடுக்கப்பட்டு சுண்டப்படுகிறது.

- i) தலைதோன்றும் நிகழ்தகவு யாது?
- ii) தலை தோன்றும் எனதரப்படி எடுக்கப்பட்ட நாணயம் கோடாததாக இருக்கும் நிகழ்தகவு யாது?



இலங்கையின் உயர்தர கணித விஞ்ஞான  
பிரிவின்கான இணையதளம்

# SCIENCE EAGLE

[www.scienceeagle.com](http://www.scienceeagle.com)

- ✓ Biology
- ✓ C.Maths
- ✓ Physics
- ✓ Chemistry
- + more

 [t.me/ScienceEagle](https://t.me/ScienceEagle)  
 [YouTube/ScienceEagle](https://www.youtube.com/ScienceEagle)  
   [/ScienceEagleSL](https://www.instagram.com/ScienceEagleSL)

