



தேசிய வெளிக்கள நிலையம் தொண்டைமானாறு
ஆறாம் தவணைப் பரீட்சை - 2024
National Field Work Centre, Thondaimanaru.
6th Term Examination - 2024

இணைந்த கணிதம் - II
Combined mathematics - II

Gr -13 (2024)

10

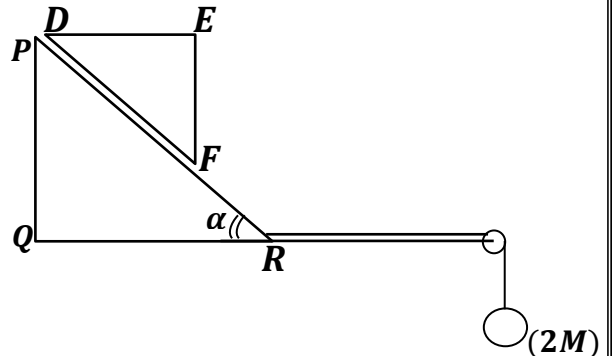
T

B

பகுதி - B

- 11) (a) ஒரு மோட்டார் வண்டி (M), ஒரு புகையிரதம் (T) இரு அண்மித்த நேரான சமாந்தரப் பாதைகளில் பயணிக்கின்றன. ஆரம்பத்தில் மோட்டார் வண்டி புகையிரத்தின் பின் பகுதியில் நிற்கின்றது. புகையிரதம் (T) ஆனது சீரான வேகம் u உடன் பயணிக்கின்றது. புகையிரதம் புறப்பட்டு L/u நேரத்தின் பின் மோட்டார் வண்டி ஓய்விலிருந்து சீரான ஆர்முடுகல் $2u^2/L$ உடன் இயங்குகின்றது. இங்கு புகையிரதத்தின் நீளம் L ஆகும்.
- (i) மோட்டார்வண்டி, புகையிரதம் ஆகியவற்றின் இயக்கங்களுக்கான வேக- நேர வரைபை மோட்டார்வண்டி புகையிரத்தை கடக்கும் வரை வரைக.
- (ii) வரைபிலிருந்து மோட்டார் வண்டியானது புகையிரதத்தின் முன்பகுதியை புகையிரதம் காரை கடந்ததிலிருந்து $3L/u$ நேரத்தில் அடையும் எனக்காட்டுக.
- (iii) மோட்டார்வண்டி புகையிரத்தின் முன்பகுதியை அடையும் வரை பயணித்த தூரத்தைக் காண்க.
- (b) P என்னும் கப்பல் $15kmh^{-1}$ சீரான கதியில் வடக்கு நோக்கிப் பயணிக்கிறது வேறொரு கப்பல் Q ஆனது $12\sqrt{2} kmh^{-1}$ கதியுடன் தென்மேற்குத்திசையில் பயணிக்கின்றது. ஒரு குறித்த கணத்தில் P ஆனது Q இற்கு $40km$ மேற்கில் உள்ளது.
- (i) Q தொடர்பாக P யின் வேகத்தைக் காண்க?
- (ii) இவ்வியக்கத்தில் கப்பல் P, Q இற்கு இடைப்பட்ட மிகக்கிட்டிய தூரத்தையும் அதற்கெடுக்கும் நேரத்தையும் காண்க?
- (iii) மிகக்கிட்டிய தூரத்தில் உள்ள கணத்தில் இருந்து ஒரு மணிநேரத்தின் பின் கப்பல்களுக்கிடையிலான தூரத்தையும் காண்க?

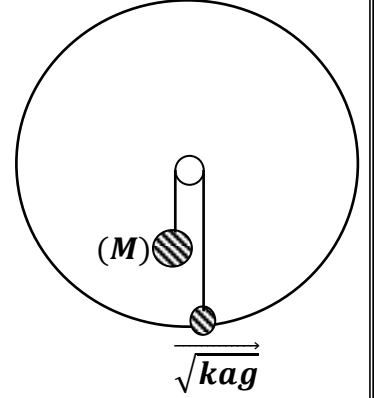
- 12) (a) படத்தில் முக்கோணி PQR , முக்கோணி DEF ஆகியன முறையே M, m திணிவுகளை உடைய சீரான ஆப்புகளின் புவியீர்ப்பு மையத்தினூடான குறுக்குவெட்டு முகங்களாகும். இங்கு $QR = a, DE = b$ ஆகும்.



ஆப்பு படத்தில் காட்டப்பட்டவாறு முகம் DF ஆனது PQR இன் முகம் PR இன் அதியுயர் சரிவுக்கோட்டு வழியே இருக்குமாறு வைக்கப்பட்டு ஒரு இலேசான நீளா இழையின் ஒரு நுனி R இற்கு இணைக்கப்பட்டு இழையானது ஆப்பின் குறுக்குவெட்டு உடனான தளத்தின் விளிம்பில் இணைக்கப்பட்ட இலேசான ஒப்பமான கப்பியின் மேல் சென்று படத்தில் காட்டப்பட்டவாறு மறு நுனியில் $2M$ திணிவு இணைக்கப்பட்டு இழையின் பகுதிகள் இறுக்கமாக இருக்க தொகுதி மெதுவாக விடப்படுகின்றது $Q\hat{R}P = \alpha$

- ஆப்புகள், துணிக்கையில் தாக்கும் விசையினைத் தெளிவாகக் குறிக்க?
- ஆப்பு, துணிக்கையின் ஆர்முடுகலகளைக் குறிக்க?
- இழையிலுள்ள இழுவை, ஆர்முடுகலகளைத் துணிவதற்கு போதிய சமன்பாடுகளை எழுதுக.
- ஆப்பு DEF இன் முனை F ஆனது R ஐ அடைய எடுக்கும் நேரத்தை துணிவதற்கு தேவையான சமன்பாடுகளை எழுதுக.
- தொகுதி ஓய்விலிருந்து விடப்படும் கணத்தில் இழை வெட்டப்படின் தொடரும் இயக்கத்தில் ஆப்பு DEF இன் முனை F ஆனது R ஐ அடைய எடுத்த நேரத்தில் ஆப்பு PQR ஆனது $\frac{m(a-b)}{M+m}$ தூரத்திற்கு இயங்கும் என உய்த்தறிக்க.

- O ஐ மையமாகவும் a ஐ ஆரையாகவும் கொண்ட ஓர் ஒப்பமான வட்டக்கம்பி ஒரு நிலைக்குத்து தளத்தில் நிலைப்படுத்தப்பட்டுள்ளது. திணிவு m ஐக் கொண்ட மணி P ஆனது இக் கம்பியில் கோர்க்கப்பட்டு ஒரு இலேசான நீளா இழையின் ஒரு நுனி மணியுடன் இணைக்கப்பட்டு இழையானது வட்டக்கம்பியின் மையத்தில் நிலைப்படுத்தப்பட்ட இலேசான வளையமொன்றினூடாகச் சென்று M திணிவுடைய துணிக்கையொன்றிற்கு இழையின் மறுமுனை இணைக்கப்பட்டு படத்தில் காட்டப்பட்டவாறு மணி P ஆனது அதிதாழ் புள்ளியில் இருக்க \sqrt{kag} உடன் கிடையாக எறியப்படுகின்றது. M திணிவு ஆனது நிலையாக உள்ளதெனக் கொண்டு மணி P ஆனது OP கீழ்முகநிலைக்குத்துடன் $0 \leq \theta \leq \pi$ திரும்பியது எனவும் மணியின் வேகம் v எனில்,



- $v^2 = ag(k + 2 \cos \theta - 2)$ எனக்காட்டுக.
- வளையத்தினால் மணி மீது தாக்கும் மறுதாக்கத்தைக் காண்க.
- வளையத்தின் உச்சியை மணி அடைவதற்கு k இன் மிகச்சிறிய பெறுமானத்தை காண்க.

13) இயற்கைநீளம் a உம் மீள்தன்மை மட்டும் mg உடைய ஒரு இலேசான மீள் தன்மை இழையின் ஒரு நுனி கரடான கிடைமேசையின் ஒரு புள்ளி O இற்கு இணைக்கப்பட்டும். மறு நுனியில் M திணிவுள்ள ஓர் துணிக்கை P ஆனது இணைக்கப்பட்டும் உள்ளது ஆரம்பத்தில் துணிக்கை P ஆனது O இற்கு அருகே பிடிக்கப்பட்டு மேசை வழியே $5\sqrt{ag}$ கதி கொடுக்கப்பட்டு மேசைவழியே நேர்கோட்டில் இயங்குகின்றது. துணிக்கை P இற்கும் மேசைக்கும் இடையிலான உராய்வுக்குணம் $\frac{1}{2}$ எனில், துணிக்கை ஆனது \overrightarrow{OP} திசையில் இயங்கும் போது O இல் இருந்து x தூரத்தில் ($x > a$) உள்ள போது,

- துணிக்கை ஆனது $x = \frac{-g}{2a}x$ என்னும் எளிமை இசை இயக்கச் சமன்பாட்டை திருப்தி ஆக்கு எனக் காட்டுக.
- துணிக்கை P ஆனது O இல் இருந்து எறியப்பட்டு இழைஇறுகும் கணத்தில் துணிக்கையின் கதியை காண்க.
- மேற்குறித்த எளிமை இசை இயக்கத்தின் அலைவு மையத்தை குறிப்பிடுக.
- $x = \frac{-g}{2a}x$ இன் ஓர் தீர்வு வடிவம் $x^2 = \omega^2 (b^2 - x^2)$ எனப்படின் ω, b ஐ காண்க.
- துணிக்கை புள்ளி A இல் கணநிலை ஓய்வு அடையின் O இல் இருந்து A இருந்து வரையான இயக்கத்திற்கு துணிக்கைக்கு எடுத்த நேரத்தைக் காண்க.
- துணிக்கை கணநிலை ஓய்வடைந்து பின் O ஐ நோக்கிய இயக்கத்தில் துணிக்கை O இல் இருந்து y தூரத்தில் ($y > a$) உள்ள போது துணிக்கையின் இயக்கச் சமன்பாட்டைக் காண்க.
- O ஐ நோக்கிய இயக்கத்தில் துணிக்கையின் அலைவு மையத்தையும் வீச்சம் C ஐயும் எழுதுக.
- இழை தொய்வடையும் கணத்தில் துணிக்கையின் $2\sqrt{3ag}$ எனக் காட்டுக.
- துணிக்கை P ஆனது A இல் இருந்து இழை தொய்வடையும் வரையான இயக்கத்திற்கு எடுக்கும் நேரத்தை காண்க.

14) (a) உற்பத்தி O குறித்து A, B ஆகிய புள்ளிகளின் தானக்காவிகள் முறையே $\underline{a}, \underline{b}$ ஆகும். R ஆனது AB இன் மீது $\frac{AR}{RB} = \lambda$ ஆகுமாறு உள்ள புள்ளி ஆகும்.

$$\overrightarrow{OR} = \frac{\lambda \underline{b} + \underline{a}}{\lambda + 1} \text{ எனக்காட்டுக.}$$

OR இன் மீது உள்ள ஒரு புள்ளி C ஆகும். AC, BC என்பன முறையே OB, OA ஐ முறையே S, T இன் சந்திக்கின்றன. $\frac{BS}{SO} = \mu, \frac{OT}{TA} = \gamma$ எனில்,

(i) $\overrightarrow{OS}, \overrightarrow{OT}$ காவிகளை எழுதுக.

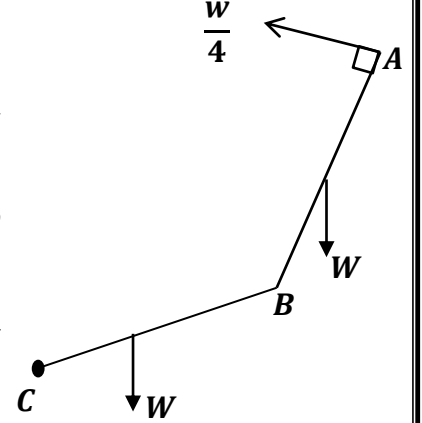
(ii) $(1 + \mu + \mu\gamma)\overrightarrow{OC} = \mu\gamma\underline{a} + \underline{b}$ எனக் காட்டுக.

(iii) இதில் இருந்து ΔOAB இன் மையப் போலியின் காவியை காண்க.

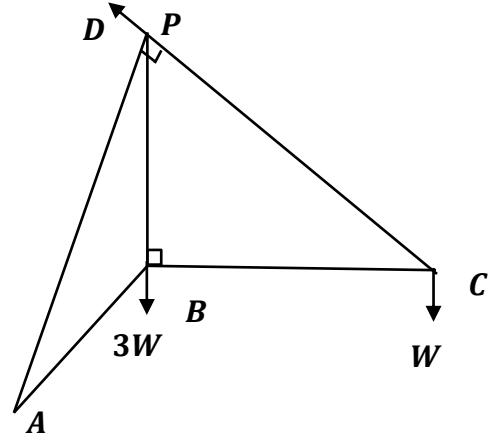
(b) செங்கோண ஆள்கூற்று அச்சத்தளத்தில் O உற்பத்தி A, B, C, D ஆகிய புள்ளிகளின் ஆள்கூறுகள் முறையே $(2,1), (3,1), (0,3)$ ஆகும். ஐங்கோணி $OABCD$ இன் பக்கங்கள் OA, AB, CB, DC வழியே முறையே $\overrightarrow{OA}, 2\overrightarrow{AB}, 3\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{DC}, 3\overrightarrow{OD}$ பருமன் திசையில் குறிக்கும் விசைகள் தாக்குகின்றன.

- (i) இவ் விசை தொகுதியின் விளையுளைக் காண்க.
- (ii) உற்பத்தி O பற்றி விசைத் தொகுதியின் திருப்பத்தைக் காண்க.
- (iii) விளையுள் ஆனது y அச்சை வெட்டும் புள்ளியை கண்டு தாக்கக் கோட்டின் சமன்பாட்டை எழுதுக.
- (iv) CO திசையில் $K\overline{CO}$ என்னும் விசை சேர்க்கும் போது விளையுள் ஆனது OA க்கு செங்குத்தாக அமையின் K இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

- 15) (a) சம நீளமும் சம நிறை w ஐயும் உடைய AB, BC என்னும் சீரான கோல்கள் B இல் பிணைக்கப்பட்டு முனை C ஆனது கிடை நிலத்தில் உள்ள புள்ளியுடன் ஒப்பமாக சுயாதீனமாக பிணைக்கப்பட்டு உருவில் காட்டியவாறு சமநிலையில் இருக்குமாறு முனை A இல் AB க்கு செங்குத்தாக ஒரு விசை $\frac{w}{4}$ பிரயோகிக்கப்படுகின்றது. சமநிலையில் AB, BC என்பன கிடையுடன் அமைக்கும் கோணங்களையும் மூட்டு B இல் உள்ள மறுதாக்கத்தின் கிடை, நிலைக்குத்து விசைகளையும் காண்க.

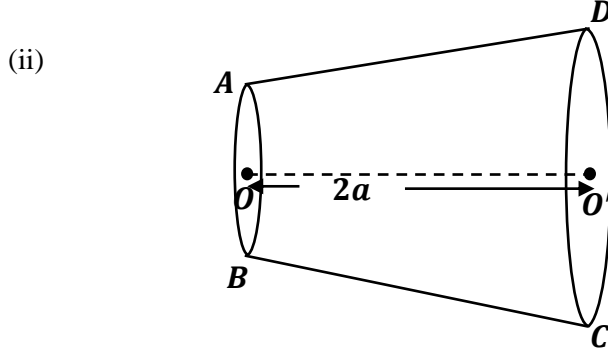


- (b) படத்தில் காட்டியவாறு AB, BC, CD, AD, DB என்னும் இலேசான ஐந்து கோல்களால் ஆக்கப்பட்ட சட்டப்படல் A இல் சுழலக்கூடியவாறு பிணைக்கப்பட்டிருக்கும் அதேவேளை B, C இல் முறையே $3W, W$ நிறை கொண்ட சுமைகள் தொங்கவிடப்பட்டுள்ளன. BC கிடையாகவும் BD நிலைக்குத்தாகவும் இருக்குமாறு CD வழியே D இல் P நியூட்டன் விசை பிரயோகிக்க தொகுதி சமநிலையில் உள்ளது.



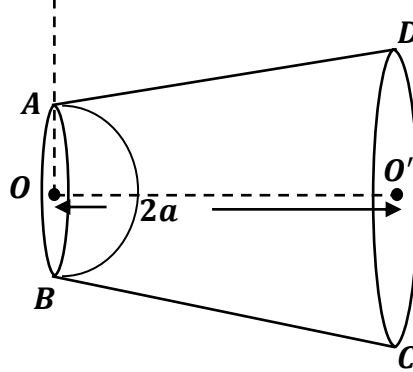
இங்கு $AB = BD, \angle ADC = 90^\circ, \angle ADB = 30^\circ$ ஆகும். போவின் குறிப்பீட்டைப் பயன்படுத்தி தகைப்பு விரிப்படம் வரைவதன் மூலம் ஒவ்வொரு கோல்களிலும் உள்ள தகைப்பு இழுவையா, உதைப்பா என இனங்கண்டு அவற்றின் பருமனையும் காண்க. தகைப்பு வரிப்படத்தில் இருந்து P இன் பருமனை காண்க.

- 16) (a) (i) a ஆரையுடைய சீரான பொளை அரைக்கோளத்தின் திணிவு மையம் ஆனது அதன் மையத்தில் இருந்து சமச்சீர் அச்சின் வழியே $\frac{a}{2}$ தூரத்தில் அமையும் என தொகையிடல் மூலம் காட்டுக.



படத்தில் $ABCD$ ஆனது ஒரு சீரான செவ்வட்ட பெட்டின் உயரம் $2a$ ஐயும், பரப்பரத்தி σ ஐயும் உடைய அடிப்பகுதி ஆகும். இங்கு $AB = 2a, CD = 6a$ ஆகும். தொகையிடுவதன் மூலம் இவ் உடலின் திணிவு $8\sqrt{2}\pi^3 a \sigma$ எனக்காட்டுக. இவ் உடலின் திணிவு மையம் O இல் இருந்து சமச்சீர் அச்சின் வழியே $\frac{7a}{6}$ அமையும் எனக் காட்டுக.

- (b) படப்பரத்தி $\sqrt{2}\sigma$ ஆகவுள்ள a ஆரையுடைய சீரான பொள் ஆரைக்கோளமானது படத்தில் காட்டப்பட்டவாறு மேற்குறித்த சாட்டின் அடித்துண்டுடன் படத்தில் காட்டப்பட்டவாறு பொருத்தப்பட்டு ஒரு பாத்திரம் உருவாக்கப்படுகின்றது. இப்பாத்திரத்தின் திணிவு மையம் ஆனது O இல் இருந்து $\frac{31a}{30}$ தூரத்தில் உள்ளது எனக் காட்டுக.



- (c) இப் பாத்திரத்தின் $3a$ ஆரையுடைய வட்ட விளிம்பு ஒரு புள்ளி P ஆனது இலேசான நீளா இழையின் நுனி ஒன்றுக்கு இணைக்கப்பட்டு இழையின் மறுமுனை உயரமான நிலையான புள்ளிக்கு இணைக்கப்பட்டு உள்ள போது P இன் ஊடாக செல்லும் விட்டத்தின் மறுமுறை Q இல் ஒரு கிடை விசை F ஆனது T இன் தளத்தில் பிரயோகிப்பதன் மூலம் பாத்திரத்தின் சமச்சீர் அச்ச கிடையாக இருக்குமாறு பாத்திரம் சமனிலையில் பேணப்படுகின்றது. பாத்திரத்தின் நிறை w எனக் கொண்டு கிடை விசை F ஐ w சார்பில் காண்க. இழை சமச்சீர் அச்சுடன் ஆக்கும் கோணம் $\tan^{-1}\left(\frac{180}{29}\right)$ எனக் காட்டுக.

- 17) (a) மொத்த நிகழ்தகவு தேற்றத்தை கூறுக.
பேசின் தேற்றத்தை கூறுக.
மூன்று நாணயங்களில் ஒன்று கேடாதது, மற்றொன்று இருபக்கமும் தலையுடையது, மூன்றாவது பூ விழுவதற்கான வாய்ப்பு 25% உடையது.
ஒருவர் இம் மூன்றில் ஒன்றை தெரிந்து எடுத்து சுண்டுகிறார்.
(i) தலை பெறுவதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.
(ii) தலை பெறப்படின் அது கோடாற்ற நாணயத்திலிருந்து பெறப்பட்டதற்கான நிகழ்தகவை காண்க.
- (b) (I) $x_1, x_2, x_3, \dots, \dots, x_n$ என்ற n அவதானிப்பு கூறின் இடை \bar{x} , மாற்றத்தின் σ^2 எனின், \bar{x}, σ^2 என்பவற்றை வரையறுக்க, இவ் அவதானிப்புகள் k மடங்காக்கப்படின் புதிய இடை, மாற்றத்தின் என்பவற்றைக் காண்க.
- (II)
(i) $x_1, x_2, 30, 28, 32$ ஆகிய தரவுகளின் இடை, நியமிலகல்கள் முறையே 30, 4 ஆகும்.
 x_1, x_2 ஐ காண்க. (இங்கு $x_1 < x_2$)
(ii) y_1, y_2, y_3, y_4, y_5 என்னும் தரவுத் தொகுதி
 $y_1 = kx_1 + L$
 $y_2 = kx_2 + L$
 $y_3 = 30k + L$
 $y_4 = 28k + L$
 $y_5 = 32k + L$ என்னும் ஏகபரிமாண உருமாற்றத்தை திருத்திபடுத்தும்
 $Z_i = y_i - L$ ($i = \dots 5$) எனத்தரப்படின் Z_1, Z_2, Z_3, Z_4, Z_5 இன் இடை, மாற்றத்தின் என்பவற்றை காண்க.
(iii) $Z_1 = 48$, எனத்தரப்படின் k இன் பெறுமானத்தை கண்டு $y_1 - L, y_2 - L, y_3 - L, y_4 - L, y_5 - L$ என்பவற்றின் இடை, மாற்றத்தினை உய்த்தறிக.