



இலங்கையின் உயர்தர கணித விஞ்ஞான  
பிரிவின்கான இணையதளம்

# SCIENCE EAGLE

[www.scienceeagle.com](http://www.scienceeagle.com)

- ✓ Biology
- ✓ C.Maths
- ✓ Physics
- ✓ Chemistry
- + more

 [t.me/ScienceEagle](https://t.me/ScienceEagle)  
 [YouTube/ScienceEagle](https://www.youtube.com/ScienceEagle)  
   [/ScienceEagleSL](https://www.instagram.com/ScienceEagleSL)





யாழ். வலயக் கல்வித் திணைக்களத்தின் அனுசரணையுடன்  
தொண்டைமானாறு வெளிக்கள நிலையம் நடாத்தும்

**Field Work Centre**  
**தவணைப் பரீட்சை, யூன் - 2016**  
**Term Examination, June - 2016**

தரம் :- 13 (2016)

**இணைந்த கணிதம் - I**

மூன்று மணித்தியாலங்கள்

சுட்டெண்

அறிவுறுத்தல்கள்:

- பகுதி A இன் எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை எழுதுக. ஒவ்வொரு வினாவுக்கும் விடைகளைத் தரப்பட்ட இடத்தில் எழுதுக. மேலதிக இடம் தேவைப்படுமெனின், நீர் மேலதிகத் தாள்களைப் பயன்படுத்தலாம்.
- பகுதி B இல் உள்ள 7 வினாக்களில் விரும்பிய 5 வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக.
- ஒதுக்கப்பட்ட நேரம் முடிவடைந்ததும் பகுதி A ஆனது பகுதி B யிற்கு மேலே இருக்கக் கூடியதாக இரு பகுதிகளையும் இணைத்துப் பரீட்சை மண்டப மேற்பார்வையாளரிடம் கையளிக்க.
- வினாத்தாளின் பகுதி B யை மாத்திரம் பரீட்சை மண்டபத்திலிருந்து வெளியே எடுத்துச் செல்வதற்கு அனுமதிக்கப்படும்.

இணைந்த கணிதம் I		
பகுதி	வினா எண்	கிடைத்த புள்ளிகள்
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
வினாத்தாள் I இன் மொத்தம்		

இணைந்த கணிதம் I

இணைந்த கணிதம் II

இறுதிப் புள்ளிகள்

**பகுதி - A**

01) கணிதத் தொகுத்தறிவுக் கோட்பாட்டைப் பயன்படுத்தி எல்லா  $n \in \mathbb{Z}^+$  இற்கும்

$1 + 2 + 3 + \dots + (2n - 1) + 2n = n(2n + 1)$  என நிறுவுக.

02) சமனிலி  $x^2 - 5|x| - 6 < 0$  ஐத் திருப்தியாக்கும்  $x$  இன் எல்லா மெய்ப்பெறுமானங்களையும் காண்க.





07) வளையி  $y(1+x^2) = 2$  இற்குப் புள்ளி  $(1,1)$  இலுள்ள தொடலியின் சமன்பாடு  $x + y - 2 = 0$  எனக் காட்டுக. மேலும் புள்ளி  $(0,2)$  இலுள்ள செவ்வன் மேற்படி தொடலியை இடைவெட்டும் புள்ளியின் ஆள்கூறுகளைக் காண்க.

08)  $\Delta ABC$  இன் உச்சிகள்  $A \equiv (3,13)$ ,  $B \equiv (0,10)$   $C \equiv (6,8)$  ஆகுமாறுள்ளது. பக்கங்கள்  $AB, AC$  என்பவற்றின் சமன்பாடுகளைக் காண்க. இவ்விரு நேர்கோடுகளும் இடைவெட்டும் கோணங்களின் இரு கூறாக்கிகளின் சமன்பாடுகளைக் காண்க.



This image shows a full page of white paper with horizontal blue ruling lines. The lines are evenly spaced and extend across the width of the page. At the bottom center, there is a large, faint watermark. It consists of a circular emblem containing a detailed illustration of a bird's head, possibly an eagle or hawk, facing forward. Overlaid on this emblem is the text "SCIENCE FACTS" in a bold, sans-serif font, split by the emblem's vertical axis.

எனின்  $\sin A = \frac{\sqrt{9a^2 - c^2}}{8c^2}$  எனக் காட்டுக.

This image shows a blank sheet of white paper with horizontal blue ruling lines. At the top center, there is a faint, circular watermark containing the Tamil text "தமிழ்நாடு அரசு" (Tamil Nadu Government) around a central emblem. The rest of the page is empty except for the lines.



யாழ். வலயக் கல்வித் திணைக்களத்தின் அனுசரணையுடன்  
தொண்டைமானாறு வெளிக்கள நிலையம் நடாத்தும்

Field Work Centre  
தவணைப் பரீட்சை, யூன் - 2016  
Term Examination, June - 2016

தரம் :- 13 (2016)

இணைந்த கணிதம் - I

பகுதி - B

- 11) (a)  $\lambda, \mu$  பூச்சியமற்ற மாறிலிகளாக இருக்க  $f(x) = (\lambda - x)^3 + (\mu - x)^3 + (\lambda + \mu - 2x)^3$  எனக் கொள்வோம்.
- (i) காரணித் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி  $f(x)$  இன் இரு ஏகபரிமாணக் காரணிகளைக் காண்க.
- (ii)  $f(x)$  ஐ மூன்று ஏகபரிமாணக் காரணிகளின் பெருக்கமாக எழுதுக.
- (iii)  $f(x)$  ஐ  $x - \lambda - \mu$  இனால் வகுக்க வரும் மீதியை  $\lambda, \mu$  இன் சார்பில் காண்க.
- (b)  $a < 0, b^2 - 4ac > 0$  எனின்  $ax^2 + bx + c$  என்ற கோவையானது  $\frac{4ac - b^2}{4a}$  என்னும் நேரான உயர்வுப் பெறுமானத்தைக் கொண்டிருக்கும் எனக் காட்டுக.
- இதிலிருந்து  $f(x) = x^2 + k(x^2 - x + 2)$  என்ற கோவையானது நேரான உயர்வுப் பெறுமானத்தைக் கொண்டிருப்பின்  $k$  இன் பெறுமானங்களின் தொடையைக் காண்க.
- $y = f(x)$  என்னும் வளையி  $x$  அச்சை  $(\alpha, 0), (\beta, 0)$  என்னும் இரு வேறுவேறு புள்ளிகளில் இடைவெட்டுமெனின்  $(\alpha^2, 0), (\beta^2, 0)$  என்னும் புள்ளிகளில்  $x$  அச்சை வெட்டுவதும்  $(0, \alpha^2\beta^2)$  என்னும் புள்ளியில்  $y$  அச்சை வெட்டுவதுமான இருபடிச் சார்பைக்  $k$  இன் சார்பில் காண்க.
- 12) (a) NINETEEN என்னும் சொல்லின் 8 எழுத்துக்களையும் கொண்டு ஆக்கத்தக்க வெவ்வேறு ஒழுங்குகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க. இவ்வொழுங்குகளில் எத்தனையில் மூன்று E கள் ஒருமித்தும் எந்த இரு N களும் அருகருகே இல்லாதவாறும் இருக்கும் அதோடு NINETEEN என்ற சொல்லின் 8 எழுத்துக்களிலிருந்தும் ஆக்கத்தக்க 4 எழுத்துக்களின் வரிசைமாற்றங்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க. இவற்றுள் எத்தனை E இல் ஆரம்பித்து E இல் முடிவடையும்?
- (b) எல்லா  $x \in \mathbb{R}$  இற்கும்  $x^2 + 2x + 2 \equiv Ax(x + 1) + B(x + 1) + Cx$  ஆக இருக்கத்தக்கதாக  $A, B, C$  ஆகிய மாறிலிகளைக் காண்க.  $\frac{2^2+1}{1.2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^1 + \frac{3^2+1}{2.3} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{4^2+1}{3.4} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 + \dots$  என்ற தொடரின்  $r$  ஆம் உறுப்பு  $U_r$  ஐக் காண்க.
- $U_r = \left(\frac{1}{2}\right)^r + f(r) - f(r + 1)$  ஆக இருக்கத்தக்கதாக  $f(r)$  ஐத் துணிக. இதிலிருந்து  $\sum_{r=1}^{\infty} U_r = 2 - \left(\frac{1}{2}\right)^n \left(\frac{n+2}{n+1}\right)$  எனக் காட்டுக.
- தொடர்  $\sum_{r=1}^{\infty} U_r$  ஒருங்குகின்றதெனக் காட்டி  $\sum_{r=1}^{\infty} U_r$  இன் பெறுமானத்தையும் காண்க.



13) (a)  $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  எனின்  $p, q, r, s$  ஆகியவற்றை  $a, b, c, d$  இன் சார்பில் காண்க.

$ad - bc \neq 0$  எனின்  $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$  எனக் காட்டுக.

$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$  எனக் கொள்வோம்.

(i)  $A^{-1}, B^{-1}$  ஆகியவற்றைக் காண்க.

(ii)  $A X B = I_2$  எனின்  $X = \frac{1}{136} \begin{pmatrix} 8 & -8 \\ 7 & 10 \end{pmatrix}$  எனக் காட்டுக.

(iii)  $2x + 5y = 12$

$-3x + y = -1$

என்னும் ஒருங்கமை சமன்பாடுகளை தாய வடிவில் எழுதி இதிலிருந்து இச்சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க.

(b) சிக்கலெண்கள்  $z_1 = 1$  எனவும்  $z_2 = \cos \theta + i \sin \theta$  எனவும் கொள்வோம்; இங்கு  $-\pi < \theta \leq \pi$  ஆகும்.

ஆகண் வரிப்படத்தில்  $z_1, z_2$  என்னும் சிக்கலெண்களை  $A, B$  என்னும் புள்ளிகள் வகைக் குறிக்கின்றன.  $z_1 + z_2$  ஐ வகைக் குறிக்கும் புள்ளி  $C$  ஐக் காண்க.

இதிலிருந்து  $z_1 + z_2$  இன் மட்டையும் வீசலையும் காண்க.

$|z_1 + z_2|$  இன் உயர்வுப் பெறுமானத்தையும் அதற்கு ஒத்த சிக்கலெண்  $z_2$  வையும் காண்க.

$|z_1 + z_2|$  இன் இழிவுப் பெறுமானத்தையும் அதற்கு ஒத்த சிக்கலெண்  $z_2$  வையும் காண்க.

$\frac{1}{z_1 + z_2}$  ஐ முனைவாஸ்குற்று வடிவத்தில் எழுதி  $Re\left(\frac{1}{z_1 + z_2}\right) = \frac{1}{2}$  எனக் காட்டுக.

14) (a)  $y = a \cos(\ln x) + b \sin(\ln x)$  எனின்  $x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + y = 0$  எனக் காட்டுக.

இங்கு  $a, b$  மாறிலிகள்

(b)  $x \neq -2, 4$  இற்கு  $f(x) = \frac{2x^2}{(x+2)(x-4)}$  எனக் கொள்வோம்.  $f'(x) = -\frac{4x(x+8)}{(x+2)^2(x-4)^2}$  எனக்

காட்டுக. திரும்பற் புள்ளிகளையும் அணுகுகோடுகளையும் காட்டி  $y = f(x)$  இன் வரைபை பருமட்டாக வரைக.

$0 < k < \frac{16}{9}$  இற்கு  $2x^2 - k(x+2)(x-4) = 0$  எனும் சமன்பாடு மெய்த் தீர்வுகளை கொண்டிராது என்பதை உய்தறிக.

(c) முக்கோணி ஒன்றின் இருபக்கங்களின் நீளங்கள் முறையே 15, 20 ஆகும். தரப்பட்ட பக்கங்களுக்கு இடைப்பட்ட கோணமானது  $\frac{\pi}{90}$  எனும் வீதத்தில் அதிகரிக்கின்றது.

தரப்பட்ட பக்கங்களுக்கு இடைப்பட்ட கோணம்  $\frac{\pi}{3}$  ஆகும்போது முன்றாவது பக்கம் அதிகரிக்கும் வீதம்  $\frac{\pi}{\sqrt{39}}$  எனக் காட்டுக.

15) (a)  $\int_0^a f(x) dx = \int_0^a f(a-x) dx$  எனக் காட்டுக.

இதனைப் பயன்படுத்தி

$$\int_0^\pi x f(\sin x) dx = \frac{\pi}{2} \int_0^\pi f(\sin x) dx \text{ எனக் காட்டுக.}$$

$$\text{இதிலிருந்து } \int_0^\pi \frac{x \sin x}{1+\cos^2 x} dx = \frac{\pi^2}{4} \text{ எனக் காட்டுக.}$$

(b) பகுதிகளாகத் தொகையிடும் முறையைப் பயன்படுத்தி  $\int x \ln(1+x^2) dx$  ஐக் காண்க.

(c)  $x^3 = \lambda(x-1)(4x^2+4x+2) + \mu(8x+4) + \gamma$  ஆகுமாறு  $\lambda, \mu, \gamma$  ஆகிய மாறிலிகளைக் காண்க. இங்கு  $x \in \mathbb{R}$  ஆகும். இதிலிருந்து  $\int \frac{x^3}{4x^2+4x+2} dx$  ஐக் காண்க.

16) (a)  $ax + by + c = 0$  என்ற கோட்டின் மீது புள்ளி  $(\alpha, \beta)$  இன் ஆடிவிம்ப ஆள்கூறுகளைக் காண்க.  $\Delta ABC$  இல்  $AB, AC$  என்னும் பக்கங்களின் இரு சமவெட்டிச் செங்குத்துக்களின் சமன்பாடுகள் முறையே  $2x - y = 0, x - 3y = 0$  ஆகும். புள்ளி  $A$  ஆனது  $x - y = 0$  என்னும் கோட்டின் மீது இருப்பதுடன் பக்கம்  $BC$  ஆனது  $(-2, 11)$  என்னும் புள்ளியினூடு செல்லுமாயின் முக்கோணி  $ABC$  யின் பக்கங்களின் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

(b)  $x^2 + y^2 = a^2$  என்ற வட்டத்தின் மீதுள்ள புள்ளி  $(x_0, y_0)$  இல் வட்டத்திற்கு வரையப்பட்ட தொடலியின் சமன்பாடு  $xx_0 + yy_0 - a^2 = 0$  எனக் காட்டுக.  $x^2 + y^2 = 4$  எனும் வட்டத்திற்கு புள்ளி  $(1, \sqrt{3})$  இல் வரையப்பட்ட தொடலி, செவ்வன், நேர்  $x$  அச்ச ஆகியவற்றால் அமைக்கப்பெறும் முக்கோணியின் பரப்பளவு  $2\sqrt{3}$  சதுர அலகுகள் எனக் காட்டுக.

17) (a)  $\cos x + \cos 2x + \cos 3x = \sin x + \sin 2x + \sin 3x$  என்னும் சமன்பாட்டின் தீர்வுகளை  $0$  இற்கும்  $2\pi$  இற்கும் இடையில் காண்க.

(b)  $t = \tan \frac{\theta}{2}$  எனின்  $\sin \theta = \frac{2t}{1+t^2}, \cos \theta = \frac{1-t^2}{1+t^2}$  என்னும் முடிவுகளைப் பெறுக.

மேலும்  $\frac{1+\sin \theta}{3+2\cos \theta} = \frac{(1+t)^2}{5+t^2}$  எனக் காட்டி இதிலிருந்து  $t$  இன் எல்லா மெய்ப்பெறுமானங்களிற்கும்  $0 \leq \frac{1+\sin \theta}{3+2\cos \theta} \leq \frac{6}{5}$  எனக் காட்டுக.

(c)  $\Delta ABC$  இல்  $A$  இன் உள்ளிரு கூறாக்கி பக்கம்  $BC$  ஐ  $D$  இல் சந்திக்கிறது.  $AD$  இற்குச் செங்குத்தாக  $D$  யினூடு வரையப்படும் கோடு  $AC$  ஐ  $E$  யிலும்  $AB$  ஐ  $F$  இலும் சந்திக்கிறது; (தேவை எனின் நீட்டப்பட்ட) வழமையான குறியீடுகளின்படி பின்வரும் பேறுகளை நிறுவுக.

(i)  $AD = \frac{2bc}{b+c} \cos \frac{A}{2},$

(ii)  $\frac{2}{AE} = \frac{1}{b} + \frac{1}{c}.$



யாழ். வலயக் கல்வித் திணைக்களத்தின் அனுசரணையுடன்  
தொண்டைமானாறு வெளிக்கள நிலையம் நடாத்தும்

Field Work Centre  
தவணைப் பரீட்சை, யூன் - 2016  
Term Examination, June - 2016

தரம் :- 13 (2016)

இணைந்த கணிதம் - II

மூன்று மணித்தியாலங்கள்

சுட்டெண்

அறிவுறுத்தல்கள்:

- பகுதி A இன் எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை எழுதுக. ஒவ்வொரு வினாவுக்கும் விடைகளைத் தரப்பட்ட இடத்தில் எழுதுக. மேலதிக இடம் தேவைப்படுமெனின், நீர் மேலதிகத் தாள்களைப் பயன்படுத்தலாம்.
- பகுதி B இல் உள்ள 7 வினாக்களில் விரும்பிய 5 வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக.
- ஒதுக்கப்பட்ட நேரம் முடிவடைந்ததும் பகுதி A ஆனது பகுதி B யிற்கு மேலே இருக்கக் கூடியதாக இரு பகுதிகளையும் இணைத்துப் பரீட்சை மண்டப மேற்பார்வையாளரிடம் கையளிக்க.
- வினாத்தாளின் பகுதி B யை மாத்திரம் பரீட்சை மண்டபத்திலிருந்து வெளியே எடுத்துச் செல்வதற்கு அனுமதிக்கப்படும்.

இணைந்த கணிதம் II

பகுதி	வினா எண்	கிடைத்த புள்ளிகள்
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
வினாத்தாள் I இன் மொத்தம்		

இணைந்த கணிதம் I

இணைந்த கணிதம் II

இறுதிப் புள்ளி

**பகுதி - A**

01) கிடைத் தரையில் உள்ள புள்ளி  $O$  விலிருந்து நிலைக்குத்துத் தளத்தில்  $u\mathbf{i} + 2u\mathbf{j}$  வேகத்துடன் எறியப்படும் துணிக்கை ஒன்றின் கிடை, நிலைக்குத்து இயங்கங்களுக்கான வேக - நேர வரைபுகளை துணிக்கை தரையை அடிக்கும் வரைக்கும் தனித்தனியே வரப்படத்தில் வரைக. கிடை, நிலைக்குத்து கதிகள் முதலில் சமனாகும் கணத்தில் கிடை, நிலைக்குத்து இடப்பெயர்ச்சிகளுக்கு இடையிலான விகிதத்தைக் காண்க.

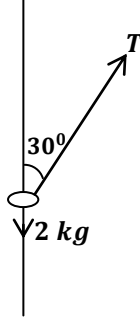
02) சீரான அகலம்  $d$  யை உடைய ஆறு சீரான வேகம்  $v$  யுடன் ஓடுகின்றது. ஆறு சார்பாக சீரான வேகம்  $u$  வுடன் நீந்தக் கூடிய மனிதன் ஆற்றின் ஒரு கரையில் இருந்து மற்றைய கரையை  $\frac{d}{u}$  நேரத்தில் அடைகின்றான். அவன் நீந்திய வேகத்தைக் காண்க.

- 03)  $2m, m$  திணிவுகளையும் சம ஆரைகளையும் உடைய ஒப்பமான இரு கோளங்கள் ஒப்பமான மேசை ஒன்றின் மீது ஒன்றையொன்று நோக்கி இயங்கி நேரடியாக மோதுகின்றன. மோதுகைக்கு முன் அவற்றின் வேகங்களுக்கு இடையிலான விகிதம் முறையே  $1 : 2$  ஆகவும் கோளங்களுக்கு இடையிலான மீளமைவுக் குணகம்  $\frac{5}{6}$  ஆகவும் இருப்பின், மோதுகையின் பின் கோளங்களின் வேகங்கள் அவற்றின் மோதுகைக்கு முன்னான வேகங்களின்  $\frac{5}{6}$  மடங்கு எனக் காட்டுக.

- 04)  $M \text{ kg}$  திணிவுள்ள கார் ஒன்று அதன் எஞ்சின்  $P \text{ kW}$  வலுவில் தொழிற்படும் போது மட்டமான வீதியில்  $U \text{ km/h}$  என்னும் மாறாக் கதியில் செல்கின்றது. கார்  $R$  நியூற்றன் மாறாத் தடை விசைக்கு உட்படின்  $R = \frac{3600 P}{U}$  எனக் காட்டுக.

எஞ்சின் நிறுத்தப்பட்டு தடுப்பை பிரயோகிக்கும் போது கார்  $h$  மீற்றர் தூரத்தில் ஓய்வுக்கு வருமாயின், தடை விசை மாறவில்லை எனக் கொண்டு, தடுப்பினால் ஏற்படும் விசையைக் காண்க.

05)



கரடான நிலைக்குத்துக் கம்பியில்  $2\text{ kg}$  திணிவுள்ள ஒரு வளையம் தொடுக்கப்பட்டு படத்தில் உள்ளவாறு ஓர் இழையினால் இழுக்கப்படுகிறது. வளையம் மேனோக்கி இயங்கும் தறுவாயில் இருப்பின்,  $T$  ஐக் காண்க.

(உராய்வுக் குணகம் 0.25)

06)  $P, Q$  என்னும் விசைகளின் விளையுள்  $R$  ஆகும்.  $P$  ஆனது  $i$  இற்குச் சமாந்தரமும்  $Q$  ஆனது  $i + j$  இற்குச் சமாந்தரமும் ஆகும்.  $R = 6i + 2j$  எனின்,  $P, Q$  இன் பருமன்களைக் காண்க.




[illegible]

(i)  $P(A | B)$

[illegible]

SCIENCE





யாழ். வலயக் கல்வித் திணைக்களத்தின் அனுசரணையுடன்  
தொண்டைமானாறு வெளிக்கள நிலையம் நடாத்தும்

Field Work Centre  
தவணைப் பரீட்சை, யூன் - 2016  
Term Examination, June - 2016

தரம் :- 13 (2016)

இணைந்த கணிதம் - II

பகுதி - B

11) (a) நேரான வீதி ஒன்றின் வழியே செல்லும் பேருந்து ஒன்றின் சாரதி தனக்கு முன்னால் பேருந்து நிறுத்துமிடம்  $D$  யில் பயணி ஒருவர் பேருந்தை நிறுத்த சைகை செய்வதை அவதானிக்கின்றார். அப்போது  $AD = a$  ஆகவுள்ள புள்ளி  $A$  யில் பேருந்தின் வேகம்  $u \text{ ms}^{-1}$  ஆகும்.  $D$  யில் பேருந்தை நிறுத்தக் கூடியதாக  $AB = BC = CD$  ஆகவுள்ள புள்ளிகளில் சாரதி அடுத்தடுத்து தடுப்பைப் பிரயோகிப்பதன் மூலம்  $AB, BC, CD$  ஆகிய ஆயிடைகளில் பேருந்தின் அமர்முடுகல் முறையே  $f, 2f, 3f$  ஆக பேணி  $D$  யில் பேருந்தை நிறுத்துகின்றார்.

(i) பேருந்தின் இயக்கத்திற்கான வேக - நேர வரைபை வரைக.

(ii) வேக - நேர வரைபில் இருந்து  $u^2 = 4af$  எனக் காட்டுக.

(iii)  $B, C$  ஆகிய புள்ளிகளை அடையும் போது பேருந்தின் வேகத்தை  $f$  சார்பில் காண்க.

(iv) துணிக்கை  $D$  யை அடைய எடுக்கும் மொத்த நேரம்  $\frac{u}{12f} [12 - (\sqrt{30} + \sqrt{2})]$  எனக் காட்டுக.

(b) கப்பல்  $A$  யானது மேற்கு நோக்கி  $3U \text{ km/h}$  என்னும் சீரான வேகத்தில் செல்கின்றது. இரண்டாம் கப்பல்  $B$  யானது தெற்கு நோக்கி  $2\sqrt{3}U \text{ km/h}$  என்னும் சீரான வேகத்தில் செல்கின்றது. முதலாம் கப்பலின் மாலுமிக்கு மூன்றாம் கப்பல்  $C$  யானது தெற்குக்கு  $30^\circ$  கிழக்கு நோக்கி செல்வதாக தோன்றுகின்றது. இரண்டாம் கப்பலின் மாலுமிக்கு  $C$  யானது வடக்குக்கு  $60^\circ$  மேற்கே செல்வதாக தோன்றுகின்றது. சார்பு வேகக் கோட்பாடுகளை உபயோகிப்பதன் மூலம் வேக முக்கோணிகளை வரைந்து, மூன்றாம் கப்பலின் உண்மை வேகத்தையும் திசையையும் காண்க.

12) (a) நீளம்  $l$  ஐ உடைய ஓர் இலேசான மீள்தன்மையின்றிய இழையின் ஒரு நுனியில்  $m$  திணிவுள்ள ஒரு துணிக்கை இணைக்கப்பட்டு இழையின் மற்றைய நுனி ஒரு நிலைத்த புள்ளி  $O$  விற்கு இணைக்கப்பட்டு துணிக்கை ஈர்ப்பின் கீழ் நாப்பத்தில் தொங்குகின்றது. துணிக்கையானது  $u$  கதியுடன் கிடையாக எறியப்படுகின்றது. இழை கீழ்முக நிலைக்குத்துடன்  $\theta$  கோணம் ஆக்கும்போது துணிக்கையின் வேகம்  $v$  எனவும் இழையில் உள்ள இழுவை  $T$  எனவும் இருப்பின்,

(i)  $v^2 = u^2 - 2gl(1 - \cos \theta)$

(ii)  $T = \frac{m}{l} (u^2 - 2gl + 3gl \cos \theta)$  எனக் காட்டுக.

(iii)  $\omega_1, \omega_2$  என்பன உயர்வு, இழிவு கோண வேகங்கள் ஆகவும்  $T_1, T_2$  என்பன உயர்வு, இழிவு இழுவைகள் ஆகவும் இருப்பின்,

$$(\alpha) \dot{\theta} = \sqrt{\omega_1^2 \cos^2 \frac{\theta}{2} + \omega_2^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}}$$

$$(\beta) T = T_1 \cos^2 \frac{\theta}{2} + T_2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \text{ எனக் காட்டுக.}$$

(b) திணிவு  $M$  ஐயும் சாய்வு  $\alpha \left( \alpha < \frac{\pi}{2} \right)$  வையும் உயரம்  $h$  ஐயும் உடைய ஓர் ஒப்பமான ஆப்பானது ஒப்பமான கிடைத்தளம் ஒன்றின் மீது வைக்கப்பட்டு திணிவு  $m$  ஐ உடைய ஓர் ஒப்பமான துணிக்கை ஆப்பின் சாய்முகத்தின் வழியே அடியில் இருந்து வேகம்  $V$  உடன் எறியப்படுகின்றது.

(i) ஆப்பு, துணிக்கையின் ஆப்பு சார்பான ஆர்முடுகல்களை துணிவதற்கான பொருத்தமான இயக்கச் சமன்பாடுகளை எழுதுக.

(ii) ஆப்பு சார்பாக துணிக்கையின் ஆர்முடுகலைக் காண்க.

(iii) துணிக்கை மட்டுமட்டாக ஆப்பின் உச்சியை அடையின்,

$$h = \frac{V^2(M+m \sin^2 \alpha)}{2g(M+m)} \text{ எனக் காட்டுக.}$$

13) இயற்கை நீளம்  $a$  யை உடைய மீள்தன்மை இழையின் ஒரு நுனி சீலிங்கின் நிலைத்த புள்ளி  $O$  விற்கு இணைக்கப்பட்டு மற்றைய நுனியில் திணிவு  $m$  கட்டித் தொங்கவிடப்பட்ட போது சமநிலையில் நீட்சி  $b$  ஆகும். திணிவு  $m + m^1$  இணைக்கப்பட்டு சமநிலையில் உள்ளபோது நீட்சி  $b + c$  ஆகும். திணிவு  $m^1$  மெதுவாக கழட்டி விடப்படுகிறது.

(i) திணிவு  $m$  ஆனது  $\ddot{x} = \frac{-g}{b}x$  என்னும் இயக்கச் சமன்பாட்டை திருப்தியாக்கும் எனக் காட்டுக, இற்கு  $x$  ஆனது திணிவு  $m$  இணைக்கப்பட்டு சமநிலையில் உள்ள புள்ளியில் இருந்து துணிக்கைக்கான தூரம் ஆகும்.

(ii)  $x = A \cos wt + B \sin wt$  எனத் தரப்படின்,  $A, B, w$  ஐக் காண்க.

(iii) (ii) இலிருந்து  $\frac{\dot{x}^2}{w^2} + x^2 = c^2$  எனக் காட்டுக.

(iv) இழையின் இழுவை பூச்சியம் ஆகும். கணத்தில் துணிக்கையின் வேகம்  $V_0$  ஐக் காண்க.

(v)  $b < c < a + b$  எனின் துணிக்கை மீண்டும் அதிதாழ் புள்ளியை அடைய எடுக்கும் நேரத்தைக் காண்க.

14) (a)  $O$  என்னும் புள்ளி குறித்து  $A, B, C$  என்னும் புள்ளிகளின் தானக்காவிகள் முறையே  $a, b, c$  ஆகும். தளம்  $ABC$  யில் புள்ளி  $O$  உண்டு.  $OA \perp BC$ ,  $OB \perp AC$  எனின்,  $OC \perp AB$  எனக் காட்டுக.

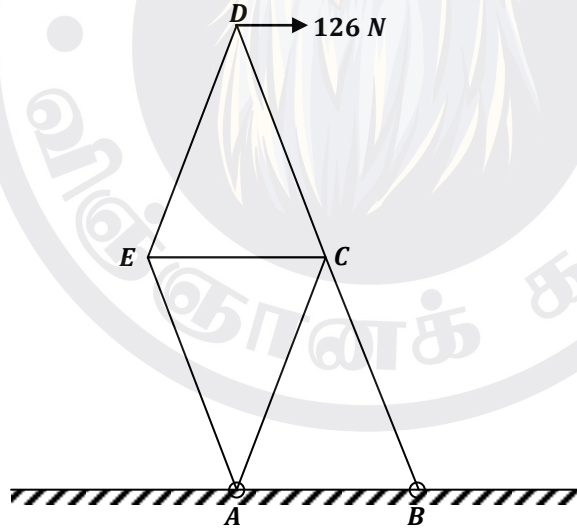
(b)  $ABCDEF$  என்பது  $4m$  பக்கமுள்ள ஓர் ஒழுங்கான அறுகோணி ஆகும்.

$\overrightarrow{BA}$ ,  $\overrightarrow{AC}$ ,  $\overrightarrow{CD}$ ,  $\overrightarrow{DE}$ ,  $\overrightarrow{EF}$ ,  $\overrightarrow{AE}$  வழியே முறையே  $6, 2\sqrt{3}, 2, 1, 1, \sqrt{3} N$  விசைகள் தாக்குகின்றன.

- (i)  $\overrightarrow{AB}$  இற்குச் சமாந்தரமான திசையில் விசைகளின் துணித்த பகுதிகளின் அட்சரகணிதக் கூட்டுத்தொகையைக் காண்க.
- (ii)  $\overrightarrow{AE}$  இற்குச் சமாந்தரமான திசையில் விசைகளின் துணித்த பகுதிகளின் அட்சரகணிதக் கூட்டுத்தொகையைக் காண்க.
- (iii) விளையுளைக் காண்க.
- (iv) விளையுள்  $AB$  யை வெட்டும் புள்ளியைக் காண்க.
- (v) விளையுள் விசையை  $C$  யில் தாக்குமாறு செய்வதற்கு சேர்க்க வேண்டிய இணையின் பருமனையும் போக்கையும் காண்க.

- 15) (a) ஒவ்வொன்றும்  $4a$  நீளமும் நிறை  $w$  உடையதுமான நான்கு சீரான கோல்கள்  $AB, BC, CD, DA$  என்பன சதுரம்  $ABCD$  யை ஆக்குமாறு அவற்றின் முனைகளில் ஒப்பமாக மூட்டப்பட்டுள்ளன. சதுரம் மூட்டு  $A$  யிலிருந்து தொங்கவிடப்பட்டிருக்கும் அதேவேளை ஓர் இலேசான கோலினால்  $B, D$  என்னும் புள்ளிகளைத் தொடுப்பதன் மூலம் சதுரத்தின் வடிவம் பேணப்படுகின்றது. நிறை  $w$  வையும் ஆரை  $a$  யையும் உடைய ஒரு சீரான வட்டத் தட்டு அதன் தளம்  $ABCD$  யில்  $BC, CD$  என்னும் கோல்களுடன் தொடுகையிலே ஓய்வில் இருக்கும் அதேவேளை அவற்றினால் தாங்கப்படுகின்றது. இலேசான கோலிலுள்ள உதைப்பு  $\frac{11w}{4}$  எனக் காட்டுக.

(b)

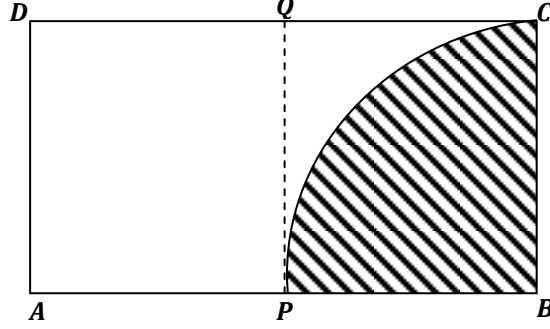


அருகில் உள்ள உரு முனைகளில் ஒப்பமாக மூட்டப்பட்ட ஆறு இலேசான கோல்களான ஒரு சட்டப்படலை வகை குறிக்கின்றது.  $AE = ED = AC = CD = BC = 8 \text{ cm}$ ,  $EC = 1 \text{ m}$  ஆகும். அது ஒரு கிடைத் தரையுடன்  $A$  யிலும்  $B$  யிலும் ஒப்பமாகப் பிணைக்கப்பட்டிருக்கும் அதேவேளை  $EC$  கிடையாகுமாறு  $D$  யில்  $126 \text{ N}$  எனும் ஒரு கிடை விசை பிரயோகிக்கப் படுகிறது. போவின் குறிப்பீட்டைப் பயன்படுத்தி ஒரு தகைப்பு வரிப்படத்தை வரைந்து, அதிலிருந்து, கோல்  $BC$  யானது பருமன்  $2016 \text{ N}$  உள்ள உதைப்பை உடையதெனக் காட்டுக.

ஏனைய கோல்களில் உள்ள தகைப்புகளை அவை இழுவைகளா, உதைப்புகளாவெனக் காட்டித் துணிக.

- 16)  $a$  ஆரையும் மையத்தில்  $2 \propto$  கோணத்தை அமைப்பதுமான ஆரைச்சிறை ஒன்றின் புவியீர்ப்பு மையத்தைக் காண்க.

கால்வட்ட அடரின் புவியீர்ப்பு மையத்தை உய்த்தறிக.



$2a$  நீளமும்  $a$  அகலமும் உடைய  $ABCD$  என்னும் ஒரு செவ்வக அடரிலிருந்து படத்திற் காட்டியவாறு  $a$  ஆரை உடைய கால்வட்ட அடர் நீக்கப்படுகிறது. மீதியின் புவியீர்ப்பு மையத்தை  $AD, AB$  யிலிருந்து காண்க.

இம்மீதி  $AP$  கிடைத்தளம் ஒன்றின் மீது நிலைக்குத்தாக நிற்கும் போது அடர் கவிழாது  $C$  யில் தொங்கவிடக் கூடிய நிறையைக் காண்க. மீதி அடரின் நிறை  $w$  எனக் கொள்க.

- 17) (a) சாரா நிகழ்ச்சிகளை வரையறுக்க.

$A, B, C$  என்பன ஒரு மாதிரிவெளியில் மூன்று நிகழ்ச்சிகள் ஆகும்.  $A, C$  சாராதவை.  $P(A) = \frac{1}{5}$ ,  $P(B) = \frac{1}{6}$ ,  $P(A \cap C) = \frac{1}{20}$ ,  $P(B \cup C) = \frac{3}{8}$  எனின்,  $P(C)$  யின் பெறுமானத்தைக் காண்க.  $B, C$  சாராதவையா?

- (b) தவணைப் பரீட்சையில் 200 மாணவர்களின் புள்ளிகள் வருமாறு :

புள்ளிகள்	10 – 20	20 – 30	30 – 40	40 – 50	50 – 60	60 – 70	70 – 80	80 – 90
மாணவர் எண்ணிக்கை	18	34	58	42	24	10	06	08

- (i) ஆகார வகுப்பு
  - (ii) இடை
  - (iii) நியம விலகல்
  - (iv) ஓராயக் குணகம்
- ஐக் காண்க.

பரம்பலின் வடிவத்தை விபரிக்க.





இலங்கையின் உயர்தர கணித விஞ்ஞான  
பிரிவின்கான இணையதளம்

# SCIENCE EAGLE

[www.scienceeagle.com](http://www.scienceeagle.com)

- ✓ Biology
- ✓ C.Maths
- ✓ Physics
- ✓ Chemistry
- + more

 [t.me/ScienceEagle](https://t.me/ScienceEagle)  
 [YouTube/ScienceEagle](https://www.youtube.com/ScienceEagle)  
   [/ScienceEagleSL](https://www.instagram.com/ScienceEagleSL)

