தொண்டைமானாறு வெளிக்கள நிலையம் நடாத்தும்

மூன்றாம் தவணைப் பரீட்சை - 2021

Conducted by Field Work Centre, Thondaimanaru.

3rd Term Examination - 2021

FWC

இணைந்த கணிதம் – B

Combined mathematics – B

Gr -12 (2022) | **10** | **T** | **B**

11) a) $p, q \in R$ எனவும் $f(x) = x^2 + px + q$ எனவும் கொள்வோம். $f(x) = 0$ இன் பிரித்துக் காட்டி Δ_1 ஐ p, q இன் சார்பில் எழுதுக.

$\propto, \beta$ என்பன $f(x) = 0$ இன் மூலகங்கள் எனவும் $\lambda = \propto + \beta^2, \mu = \beta + \propto^2$ எனவும் கொள்வோம். $\lambda + \mu = p^2 - p - 2q$ எனக் காட்டி λ, μ ஆகியவற்றை மூலகங்களாகக் கொண்ட இருபடிச்சமன்பாடு $g(x) = 0$ எனக் காட்டுக; இங்கு $g(x) = x^2 - (p^2 - p - 2q)\, x + q^2 + q + 3pq - p^3$ ஆகும்.

$g(x) =$ இன் பிரித்துக் காட்டி Δ_2 ஐ p, q சார்பில் எழுதி, $\Delta_2 = (P+1)^2\, \Delta_1$ எனக் காட்டுக.

$\propto, \beta$ என்பன கற்பனையானவை எனவும் λ, μ என்பன மெய்யானவை எனவும் தரப்படின் $P = -1$ எனக் காட்டுக. மேலும் $\lambda = \mu = 1 - q$ எனவும் காட்டுக.

b) $a \in R$ எனவும் $h(x) = 3x^3 + 5x^2 + ax - 1$ எனவும் கொள்வோம். $3x - 1$ ஆனது $h(x)$ இன் ஒரு காரணி எனின் $a = 1$ எனக்காட்டுக. a இன் இப்பெறுமானத்திற்கு $x + 1$ ஆனது $h(x)$ இன் மற்றைய ஒரு காரணி எனக் காட்டுக. இதிலிருந்து, $h(x) = \alpha(x+\beta)(x+\gamma)^2$ ஆக இருக்கத்தக்கதாக மாறிலிகள் α, β, γ ஆகியவற்றைத் துணிக.

12) a) $x \neq -1$ இற்கு $f(x) = \frac{2x}{(x+1)^2}$ எனக் கொள்வோம் $x \neq -1$ இற்கு $f(x)$ இன் பெறுதி $f'(x)$ ஆனது $f'(x) = \frac{2(1-x)}{(x+1)^3}$ இனால் தரப்படுகின்றது எனக் காட்டுக.

இதிலிருந்து, $f(x)$ அதிகரிக்கும் ஆயிடையையும் குறைகின்ற ஆயிடைகளையும் காண்க.

மேலும் $f(x)$ இன் திரும்பற் புள்ளியின் ஆள்கூறுகளையும் காண்க.

$x \neq -1$ இற்கு $f''(x) = \frac{4(x-2)}{(x+1)^4}$ எனத் தரப்பட்டுள்ளது. $y = f(x)$ இன் வரைபின் விபத்திப்புள்ளியின் ஆள்கூறுகளையும் காண்க.

$y = f(x)$ இன் வரைபை அணுகுகோடுகள், திரும்பற்புள்ளி, விபத்திப்புள்ளி ஆகியவற்றைக் காட்டி பரும்படியாக வரைக.

b) கனவுரு வடிவ உலோகக் குற்றியொன்றின் பக்க நீளங்கள் $x\,cm$, $3x\,cm$, ycm ஆகும். அதன் மொத்த மேற்பரப்பளவு $98\,cm^2$ எனின் $y = \frac{49 - 3x^2}{4x}$ எனக் காட்டுக.

இந்நிபந்தனைக்குட்பட்டு குற்றியின் கனவளவு உயர்வாக இருக்கத்தக்கதாக அதன் பரிமானங்களைக் காண்க.

13) a) $A \equiv (0,3),\ B \equiv (-1,-4),\ C \equiv (-5,8)$ எனக் கொள்வோம்.

(i) AB, BC, CA ஆகியவற்றின் நீளங்களைக் கண்டு முக்கோணி ABC ஆனது இருசமபக்க முக்கோணி எனக் காட்டுக.

(ii) A, B ஆகிய புள்ளிகளினூடாகச் செல்லும் நேர்கோடு ℓ_1 இன் சமன்பாட்டையும் A, C ஆகிய புள்ளிகளினூடாகச் செல்லும் நேர்கோடு ℓ_2 இன் சமன்பாட்டையும் காண்க.

(iii) கோணம் $B\hat{A}C$ இன் இருகூறாக்கி ℓ இன் சமன்பாடு $x - 3y + 9 = 0$ எனக்காட்டுக.

(iv) நேர்கோடு $\ell \equiv x - 3y + 9 = 0$ மீது உள்ள யாதாயினும் ஒரு புள்ளி P இன் ஆள்கூறுகள் வடிவம் $(3t, t+3)$ இல் எழுதப்படலாம் எனக்காட்டுக; இங்கு $t \in R$. PB, PC ஆகிய கோட்டுத்துண்டங்களின் படித்திறன்களை t சார்பாகக் காண்க. இதிலிருந்து, BQCR ஒரு சதுரம் ஆகுமாறு Q, R இன் ஆள்கூறுகளைக் காண்க.

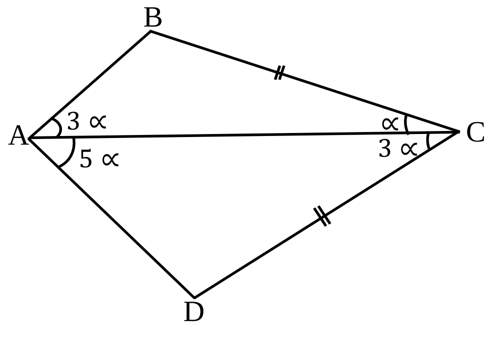
14) a) $\sin(A+B)$ ஐ $\sin A, \cos A, \sin B, \cos B$ ஆகியவற்றில் எழுதி, $\sin(A-B)$ இற்கு ஓர் இயல்பொத்த கோவையைப் பெறுக.

$2\sin A\ \cos B = \sin(A+B) + \sin(A-B)$ எனவும்.

$2\cos A\ \sin B = \sin(A+B) - \sin(A-B)$ எனவும் உய்த்தறிக.

இதிலிருந்து, $0 < x < \frac{\pi}{2}$ இற்கு $2\cos 4x\ \sin 3x = \sin 5x$ ஐத் தீர்க்க.

b) வழக்கமான குறிப்பீட்டில் ஒரு முக்கோணி ABC இற்குச் சைன் நெறியைக் கூறுக.



உருவில் காட்டப்பட்ட முக்கோணிகள் ABC, ADC இல் $B\hat{A}C = A\hat{C}D = 3\propto, B\hat{C}A = \propto$, $D\hat{A}C = 5\propto$ உம் $BC = DC$ உம் ஆகும். சைன் நெறியை ABC, ADC ஆகிய முக்கோணிகளுக்குப் பிரயோகிப்பதன் மூலம் $\frac{\sin 8\propto}{\sin 4\propto} = \frac{\sin 5\propto}{\sin 3\propto}$ எனக் காட்டுக.

மேலே (a) இல் உள்ள சமன்பாட்டின் தீர்வுகளையும் பயன்படுத்தி $\propto$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

c) $\tan^{-1}\left(\frac{x-1}{x-2}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{x+1}{x+2}\right) = \frac{\pi}{4}$ ஐத் தீர்க்க.

15) a) $AB = 451m$ ஆகுமாறு A, B என்பன ஒரு நேர்கோட்டுப் பாதையில் உள்ள இருமரங்கள் ஆகும். ஒரு முயல் A இல் ஓய்வில் இருந்து தனது பயணத்தை ஆரம்பித்து 8 செக்கன்களுக்கு சீரான ஆர்முடுகலுடன் சென்று $2u$ வேகத்தை பெற்று பின் 12 செக்கன்களுக்கு அதே வேகத்தை பேணி பின் $\frac{11}{6}\,ms^{-2}$ அமர்முடுகளுடன் இயங்கி B ஐ u வேகத்துடன் கடந்து ஓய்வடைகின்றது.

(i) முயல் ஓய்வடையும் வரை முயலின் இயக்கத்திற்கான வேகநேர வரைபை வரைக.

(ii) u ஐக் கணிக்க.

(iii) முயல் இயங்கத்தொடங்கி எவ்வளவு நேரத்தில் B ஐ கடக்கும்.

(iv) முயல் A இல் இருந்து எவ்வளவு தூரத்தில் ஓய்வடையும்.

b) ஒரு கப்பல் தெற்கு நோக்கி $15\sqrt{2}\,km/h$ சீரான கதியில் செல்கின்றது. ஒரு குறித்த கணத்தில் ஒரு படகானது கப்பலுக்கு நேர் மேற்கே $60\,km$ தூரத்தில் உள்ளது. படகு தென்கிழக்குத் திசையில் $15\,km/h$ சீரான கதியில் பயணிக்கின்றது.

(i) சார்பு வேக கோட்பாட்டைப் பயன்படுத்தி வேக முக்கோணியை வரைபதன் மூலம் படகு சார்பாக கப்பலின் வேகத்தைக் காண்க.

(ii) படகு சார்பாக கப்பலின் பாதையைக் காண்க.

(iii) படகுக்கும் கப்பலுக்கும் இடையான மிகக் குறைந்த தூரத்தைக் காண்க.

(iv) இத்தூரத்தை அடைய எடுக்கும் நேரத்தையும் காண்க.

16) a) உயரமாக நிலைப்படுத்தப்பட்ட ஒரு ஒப்பமான இலேசான கப்பியின் மேலாகச் செல்லும் ஒரு இலேசான நீளா இழையின் முனைகளில் முறையே $km, 3m$ $(k < 3)$ திணிவுகள் உடைய P, Q துணிக்கைகள் இணைக்கப்பட்டு இழையின் பகுதிகள் இறுக்கமாகவும் நிலைக்குத்தாகவும் இருக்க கிடைத்தரையில் இருந்து ஒரே உயரத்தில் பிடிக்கப்பட்டு மெதுவாக விடப்படுகின்றது. Q ஆனது $\frac{g}{3}$ ஆர்முடுகளுடன் இயங்கின்

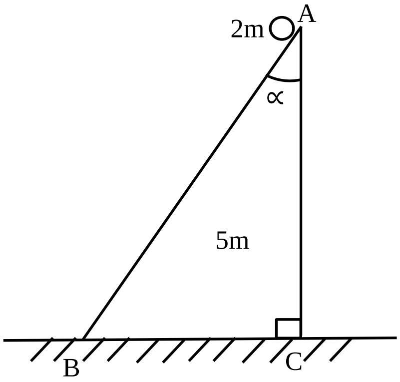
(i) Q இன் பகுதியில் இழையில் உள்ள இழுவையைக் காண்க.

(ii) P இன் பகுதியில் இழையின் இழுவை Q இன்பகுதியில் இழையின் இழுவைக்கு சமனாக இருப்பதற்கான காரணம் யாது?

(iii) k இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(iv) Q இயங்கத் தொடங்கி 2 செக்கனில் தரையை மோதி ஓய்வடைகின்றது எனில் P ஆனது தரையில் இருந்து ஆகக்கூடியது எவ்வளவு உயரம் செல்லும். (P கப்பியை அடையாதவாறு இழை நீளமானது எனக் கொள்க)

b) ΔABC ஆனது 5m திணிவு உடைய ஓர் சீரான ஒப்பமான ஆப்பின் புவியீர்ப்பு மையத்தின் ஊடான நிலைக்குத்து குறுக்குவெட்டாகும் $B\hat{A}C = \propto$, $ACB = \frac{\pi}{2}$ ஆகும். BC ஐ கொண்ட முகம் ஓர் ஒப்பமான கிடை நிலத்தில் இருக்குமாறு வைக்கப்பட்டு திணிவு 2m உடைய ஒரு துணிக்கை P ஆனது A இற்கு அருகில் பிடிக்கப்பட்டது முகம் AB இன் அதி உயர் சரிவுக்கோட்டின் வழியே இயங்குமாறு மெதுவாக விடப்படுகின்றது. துணிக்கை ஆப்பின் முகத்தில் உள்ள போது



(i) ஆப்பு, துணிக்கையில் தாக்கும் விசைகளைக் குறிக்க.

(ii) ஆப்பு, துணிக்கையின் ஆர்முடுகல்களைக் குறிக்க.

(iii) ஆப்பின் ஆர்முடுகலையும், ஆப்பு சார்பாக துணிக்கையின் ஆர்முடுகலையும் காண்க.

(iv) $AC = a$ எனில் துணிக்கை B ஐ அடைய எடுக்கும் நேரத்திற்கான கோவையை எழுதுக.

17) a) O என்ற உற்பத்தி குறித்து A, B, C என்ற புள்ளிகளின் தானக்காவிகள் முறையே $\underline{a}\,,\underline{b}\,,\underline{b}-\underline{a}$ ஆகும். AB இல் $AD{:}DB = 3{:}1$ ஆகுமாறு D ஓர் புள்ளி நீட்டிய CB, OD என்பன M இல் சந்திக்கின்றன. $OM = \lambda\, OD,\ CM = \mu CB$ எனக் கொள்க.

(i) D இன் தானக்காவியைக் காண்க.

(ii) $\overrightarrow{OM}\,,\overrightarrow{CM}$ என்பவற்றை $\lambda, \mu, \underline{a}\,, \underline{b}$ சார்பாக காண்க.

(iii) λ, μ ஐ கண்டு இதிலிருந்து D ஆனது OM ஐ பிரிக்கும் விகிதத்தைக் காண்க.
B, CM ஐ பிரிக்கும் விகிதத்தையும் காண்க.

b) $ABCD$ சரிவகம் $AB/DC, D\hat{A}B = A\hat{B}C = 60^\circ$ M என்பது AB இன் நடுப்புள்ளி $AB = 2a,\ DC = a$ $8, 6, 4, \mu, \lambda$ N விசைகள் முறையே $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{AD}\,, \overrightarrow{DM}$ வழியே தாங்குகின்றன.

(i) விளையுள் AC வழியே இருப்பின் λ, μ என்பனவற்றைக் காண்க.

(ii) μ, λ இன் இப்பெறுமானங்களுக்கு விளையுளைக் காண்க.

(iii) இவ்விளையுள் B ஊடாக செல்வதற்கு சேர்க்கப்பட வேண்டிய இணையைக்காண்க.