FWC

வடமாகாணக் கல்வித் திணைக்களத்தின் அனுசரணையுடன்
தொண்டைமானாறு வெளிக்கள நிலையம் நடாத்தும்

Field Work Centre

தவணைப் பரீட்சை, நவம்பர்- 2017
Term Examination, November - 2017

தரம் :- 13 (2018) **இணைந்த கணிதம் – I**

பகுதி - B

11) (a) $P^2x^2 + 6pqx + pr + 8q^2 = 0$ என்னும் இருபடிச் சமன்பாட்டின் மூலங்கள் பொருந்துவனவாயின் $pr\,(x+1)^2 = 4q^2x$ என்னும் இருபடிச் சமன்பாட்டின் மூலங்களும் பொருந்தும் எனக்காட்டுக.

(b) $x^2 - ax + b = 0$ இன் மூலங்கள் $\propto, \beta$ எனக் கொள்வோம். $\propto(2\propto + \beta), \beta(\propto + 2\beta)$ என்பவற்றை மூலங்களாகவுடைய இருபடிச் சமன்பாட்டை a, b இன் சார்பில் காண்க.

(c) $f(x), g(x)$ என்பன x இலான இரு பல்லுறுப்பிகளாகும். $f(x)$ ஐ $3x^2 + x - 2$ இனாலும் $g(x)$ ஐ $x^2 - 1$ இனாலும் வகுக்க வரும் மீதிகள் முறையே $2x + 1, x + 2$ ஆகும். பல்லுறுப்பி $f(x) + g(x)$ இன் ஏகபரிமாணக் காரணி ஒன்றைக் கண்டு $f(x).\ g(x)$ ஐ இவ் ஏகபரிமாணக் காரணியால் வகுக்க வரும் மீதி -1 எனக் காட்டுக.

12) (a)

(i) $x > 0$ இற்கு $x + \frac{1}{x} \geq 2$ எனக் காட்டுக.

(ii) a, b, c என்பன நேர்எண்கள் மேற்போந்த முடிவைப் பயன்படுத்தி $(a + b + c)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) \geq 9$ எனக் காட்டுக.

(iii) $a + b + c = 1$ எனில் $(1 - a), (1 - b), (1 - c)$ என்பன நேரானவை எனக்காட்டுக. $\frac{1}{1-a} + \frac{1}{1-b} + \frac{1}{1-c} \geq \frac{9}{2}$ என்பதை உய்த்தறிக. மேலும் $\frac{a}{1-a} + \frac{b}{1-b} + \frac{c}{1-c} \geq \frac{3}{2}$ என்பதையும் உய்த்தறிக.

(b) $Y = |2x - 1|, Y = |x + 1| + 1$ ஆகிய வரைபுகளை ஒரே வரிபடத்தில் வரைக. இதிலிருந்து, $|2x - 1| - |x + 1| \geq 1$ ஐத் தீர்க்க.

13) (a) $x \neq 1, 4$ இற்கு $f(x) = \frac{x}{(x-1)(x-4)}$ எனக் கொள்வோம் $f^1(x) = \frac{4-x^2}{(x-1)^2(x-4)^2}$ எனக் காட்டுக. அணுகு கோடுகளையும் திரும்பற்புள்ளிகளையும் காட்டி $y = f(x)$ இன் வரைபை பருமட்டாக வரைக.

(b) நீளம் a இனை உடைய சதுர அட்டைத் தாளை எடுத்து ஒவ்வொரு மூலையிருந்தும் ஒரே அளவான ஒவ்வொரு சதுரத்தை அகற்றியபின் வெட்டப்பட்ட விளிம்புகளை இணைப்பதன் மூலம் சதுர அடியுள்ள ஒரு திறந்த பெட்டி ஆக்கப்படுகின்றது. பெட்டியின் உயர் கனவளவு $\frac{2a^3}{27}$ எனக் காட்டுக.

14) (a) $t = x^{\frac{1}{2}}$ எனும் பிரதியீட்டைப் பயன்படுத்தி $\int_1^4 \frac{1}{1+x^{\frac{1}{2}}} dx$ ஐக் காண்க.

(b) பகுதிகளாகத் தொகையிடலைப் பயன்படுத்தி $\int x^3 \tan^{-1} x dx$ ஐக் காண்க.

(c) $\frac{2x+1}{(x+1)(x^2+4)}$ ஐ பகுதிப் பின்னங்களாக எடுத்துரைக்க. இதிலிருந்து $\int \frac{2x+1}{(x+1)(x^2+4)} dx$ ஐக் காண்க.

15) $(ax_1 + by_1 + c)(ax_2 + by_2 + c)$ என்பது நேர் அல்லது மறை என்பதற்கேற்ப $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ என்னும் புள்ளிகள் கோடு $ax + by + c = 0$ இற்கு ஒரே பக்கத்தில் அல்லத எதிர்பக்கங்களில் இருக்கும் என நிறுவுக.

முக்கோணி ABC இன் பக்கங்கள் AB, BC, CA என்பன முறையே

$2x - y = 0, 2x - 4y + 1 = 0, 11x - 2y + 1 = 0$ என்னும் நேர்கோடுகள் வழியே உள்ளன.

(i) $A\hat{B}C$ இன் இருசம கூறாக்கியின் சமன்பாட்டைக் காண்க.
(ii) $A\hat{C}B$ இன் இருசமகூறாக்கியின் சமன்பாட்டைக் காண்க.
(iii) முக்கோணி ABC இன் உள் மையத்தின் ஆள்கூறுகளையும் உள்வட்ட ஆரையையும் காண்க.

16) $S_1 \equiv x^2 + y^2 - 2x - 32y + 1 = 0,\ S_2 \equiv x^2 + y^2 + 12x + 16y + 19 = 0$ எனக் கொள்வோம்.

(i) S_1, S_2 என்பன ஒன்றையொன்று வெளியே தொடுமெனக் காட்டுக.

(ii) தொடுபுள்ளியின் ஆள்கூறுகளைக் காண்க.

(iii) தொடுபுள்ளியில் உள்ள இரு வட்டங்களுக்குமான தொடலியின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

(iv) $S_1,\ S_2$ என்பன உட்புறமாகத் தொடுகின்ற வட்டங்களுள் மிகச்சிறிய வட்டத்தின் மையத்தையும் ஆரையையும் கண்டு வட்டத்தின் சமன்பாட்டையும் எழுதுக.

17) (a) நேர் நிறைவெண்கள் p, q இங்கு $tan^{-1}\left(\frac{1}{P}\right) + tan^{-1}\left(\frac{1}{q}\right) = \frac{\pi}{4}$ எனின்

$(p-1)(q-1) = 2$ எனக் காட்டுக.

இதிலிருந்து p, q இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.

மேலே உள்ள முடிவைப் பயன்படுத்தி

$tan^{-1}\left(\frac{1}{x+2y}\right) + tan^{-1}\left(\frac{1}{x+y}\right) = \frac{\pi}{4}$ என்னும் சமன்பாட்டைத் திருப்திப்படுத்தும்

நேர்நிறைவெண்கள் x, y இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.

(b) $Cos\, x + Cos\, 2x + Cos\, 3x = \sin x + Sin\, 2x$ ஐத் தீர்க்க.

(c) வழமையான குறியீடுகளுடன் சைன்விதியைக் கூறுக.

வழமையான குறியீடுகளுடன்

$\text{a}\cos\left(\frac{B-C}{2}\right) = (b+c)\sin {}^{A}/_{2}$ ஐ நிறுவுக.

இதிலிருந்து $tan\frac{B}{2}\tan\frac{C}{2} = \frac{b+c-a}{b+c+a}$ என்பதை உய்த்தறிக.