

இலங்கையின் உயர்தர கணித விஞ்ஞான
பிரிவின்கான இணையதளம்



SCIENCE EAGLE

www.ScienceEagle.com

✓ Biology

✓ C.Maths

✓ Physics

✓ Chemistry

 YouTube /ScienceEagle

 t.me/ScienceEagle

SCIENCE EAGLE SOCIAL MEDIA PROFILES



www.ScienceEagle.com



072 5161 322



youtube.com/ScienceEagle



t.me/ScienceEagle



t.me/ScienceEagleBOT



facebook.com/ScienceEagleSL



instagram.com/ScienceEagleSL



twitter.com/ScienceEagleSL





தொண்டைமானாறு வெளிக்கள நிலையம் நடாத்தும்
ஐந்தாம் தவணைப் பரீட்சை - 2022
Conducted by Field Work Centre, Thondaimanaru
Fifth Term Examination - 2022
இணைந்த கணிதம் I

தரம் : 13(2022)

10 T I

மூன்று மணித்தியாலம்
மேலதிக வாசிப்பு நேரம் 10 நிமிடங்கள்

சுட்டெண்

--	--	--	--	--	--	--

அறிவுறுத்தல்கள்:

- பகுதி A இன் எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை எழுதுக. ஒவ்வொரு வினாவுக்கும் விடைகளைத் தரப்பட்ட இடத்தில் எழுதுக. மேலதிக இடம் தேவைப்படுமெனின், நீர் மேலதிகத் தாள்களைப் பயன்படுத்தலாம்.
- பகுதி B இல் உள்ள 7 வினாக்களில் விரும்பிய 5 வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக.
- ஒதுக்கப்பட்ட நேரம் முடிவடைந்ததும் பகுதி A ஆனது பகுதி B பிறகு மேலே இருக்கக்கூடியதாக இரு பகுதிகளையும் இணைத்துப் பரீட்சை மண்டப மேற்பார்வையாளரிடம் கையளிக்க.
- வினாத்தாளின் பகுதி B யை மாத்திரம் பரீட்சை மண்டபத்திலிருந்து வெளியே எடுத்துச் செல்வதற்கு அனுமதிக்கப்படும்.

(10) இணைந்த கணிதம்-I		
பகுதி	வினா எண்	கிடைத்த புள்ளிகள்
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
மொத்தம்		

இணைந்தகணிதம்-I	
இணைந்தகணிதம்-II	
இறுதிப் புள்ளிகள்	

பகுதி A

1. கணிதத் தொகுத்தறிவுக் கோட்பாட்டைப் பயன்படுத்தி எல்லா $n \in \mathbb{Z}^+$ இற்கும் $\sum_{r=1}^n (-1)^{r-1} r^2 = (-1)^{n-1} \frac{n}{2} (n+1)$ என நிறுவுக.

[illegible]

2. ஒரே வரிப்படத்தில் $y = |x^2 - 1|$, $y = x + 1$ ஆகியவற்றின் வரைபுகளைப் பரம்படியாக வரைக. இதிலிருந்து அல்லது வேறுவழியாக, சமனிலி $|x^2 - 1| \leq x + 1$ ஐத் திருத்திப்படுத்தும் x இன் எல்லா மெய்ப்பெறுமானங்களைக் காண்க.

[illegible]

3. ஓர் ஆகண் வரிப்படத்தில் $|z - i| = |z - 1|$ ஐத் திருப்தியாக்கும் சிக்கலெண்கள் z ஐ வகைகுறிக்கும் புள்ளிகளின் ஒழுக்கைப் படும்படியாக வரைக.

இதிலிருந்து, $|iz - i| = |iz + 1|$ ஐத் திருப்தியாக்கும் $\left| \frac{z+i}{1+i} \right|$ இன் இழிவுப் பெறுமானத்தைக் காண்க.

4. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sqrt{\sin x}}{(2x - \pi)^2} = \frac{1}{16}$ எனக் காட்டுக.

7. t என்பது ஒரு பூச்சியமற்ற பரமானமாகவும் c என்பது ஒரு பூச்சியமற்ற மாறிலியாகவும் இருக்க $x = \frac{c}{t}$, $y = ct$ ஆகியவற்றினால் பரமான முறையாகத் தரப்படும் செங்கோண அதிபரவளைவிற்கு வளையி மீதுள்ள புள்ளி $(\frac{c}{t}, ct)$ இல் உள்ள செவ்வனின் சமன்பாடு $t^3y - tx = c(t^4 - 1)$ எனக் காட்டுக. வளையி மீதுள்ள புள்ளி $P(\frac{c}{2}, 2c)$ யிலுள்ள செவ்வன் கோடு வளையியை மீண்டும் வேறொரு புள்ளி $Q(\frac{c}{T}, cT)$ யில் சந்திப்பின் $8T^2 - 15T - 2 = 0$ எனக் காட்டுக.

8. $A(-2,0)$ எனவும் $B(1,4)$ எனவும் கொள்வோம். AB இற்குச் செங்குத்தாக B இனாடு செல்லும் l என்னும் நேர்கோட்டில் உள்ள புள்ளி எதனதும் ஆள்கூறுகள் $(1 - 4t, 4 + 3t)$ இனால் தரப்படுகின்றனவெனக் காட்டுக; இங்கு $t \in \mathbb{R}$.
இதிலிருந்து, $BP = BQ = 5$ அலகுகள் ஆகுமாறு l மீதுள்ள புள்ளிகள் P, Q இன் ஆள்கூறுகளைக் காண்க.

9. நேர்கோடு $x + 3y - 6 = 0$ ஆனது வட்டம் $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0$ ஐ இரு வேறுவேறான புள்ளிகளில் இடைவெட்டுகின்றதெனக் காட்டுக. இவ்விரு புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டுத் துண்டத்தை விட்டமாகக் கொண்ட வட்டத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

10. $2 \sin x \cos x + 2 \sin^2 x - 1$ ஐ $R \sin(2x - \alpha)$ வடிவில் எடுத்துரைக்க; இங்கு $R > 0$ உம் $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ உம் ஆகும். இதிலிருந்து, சமன்பாடு $\sin x \cos x + \sin^2 x = 1$ ஐத் தீர்க்க.



தொண்டைமானாறு வெளிக்கள நிலையம் நடாத்தும்
Conducted by Field Work Centre, Thondaimanaru
Fifth Term Examination – 2022
இணைந்த கணிதம் I
பகுதி B

11. (a) $\lambda \in \mathbb{R}$ இற்கு $f(x) = x^2 - (\lambda + 2)x + (2\lambda - 1)$ எனக் கொள்வோம்.

சமன்பாடு $f(x) = 0$ ஆனது இரு வேறுவேறான மெய்யம் மூலங்களைக் கொண்டுள்ளது எனக் காட்டுக.

α, β என்பன சமன்பாடு $f(x) = 0$ இன் மூலங்கள் எனக் கொள்வோம்.

$\alpha + \beta, \alpha\beta$ ஆகியவற்றை λ இன் சார்பில் எழுதி, α, β ஆகிய இரண்டும் நேராக இருக்குமாறு λ இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.

மேலும் α^2, β^2 என்பவற்றை மூலங்களாகக் கொண்ட சமன்பாடு $x^2 - (\lambda^2 + 6)x + (2\lambda - 1)^2 = 0$ எனக் காட்டி, $1 + \alpha^2, 1 + \beta^2$ என்பவற்றை மூலங்களாகக் கொண்ட சமன்பாடு $x^2 - (\lambda^2 + 8)x + 5\lambda^2 - 4\lambda + 8 = 0$ என உய்த்தறிக.

(b) $f(x) = 4x^3 + 5x^2 + ax + b$ எனவும் $g(x) = x^3 + cx + 2$ எனவும் கொள்வோம்; இங்கு $a, b, c \in \mathbb{R}$ ஆகும். $x - 1, x + 2$ என்பன $f(x)$ இன் காரணிகளெனத் தரப்பட்டுள்ளன. மேலும் $g(x) = (x - 1)^2 \phi(x)$ எனவும் தரப்பட்டுள்ளது; இங்கு $\phi(x)$ என்பது x இல் உள்ள ஒரு ஏகபரிமாணச் சார்பாகும். a, b, c ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க. மேலும் a, b, c இன் இப் பெறுமானங்களுக்கு $f(x) - 4g(x) = 5x^2 + 5x - 10$ எனக் காட்டுக.

மேலும் $f(x) - 4g(x) \geq -\frac{45}{4}$ எனவும் $f(x) - 4g(x)$ ஐ $(x + 2)^2$ இனால் வகுக்க வரும் மீதி $-15(x + 2)$ எனவும் காட்டுக.

12. (a) கீழே தரப்பட்ட 15 இலக்கங்களிலிருந்தும் எடுக்கப்படும் 4 இலக்கங்களைக் கொண்ட ஒரு 4 இலக்க எண்ணை அமைக்கவேண்டியுள்ளது:

1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5

(i) தெரிந்தெடுக்கப்படும் எல்லா 4 இலக்கங்களும் வேறுபட்டவையாக இருப்பின்,

(ii) தெரிந்தெடுக்கப்படும் எல்லா 4 இலக்கங்களும் வேறுபட்டவையாகவும் அமைக்கப்படும் எண் 3 இனால் வகுபடக்கூடியதாகவும் இருப்பின்,

(iii) எந்த 4 இலக்கங்களும் தெரிந்தெடுக்கப்படலாமெனின்,

அமைக்கத்தக்க அத்தகைய வேறுபட்ட 4 இலக்க எண்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

(b) $r \in \mathbb{Z}^+$ இற்கு $U_r = \frac{9r^3+21r^2+13r-1}{(3r-1)^2(3r+2)^2}$ எனக் கொள்வோம்.

$r \in \mathbb{Z}^+$ இற்கு $U_r = \frac{Ar}{(3r-1)^2} - \frac{r+B}{(3r+2)^2}$ ஆக இருக்கத்தக்கதாக A, B ஆகிய மெய்ம் மாறிலிகளின் பெறுமானங்களைத் துணிக.

இதிலிருந்து, $r \in \mathbb{Z}^+$ இற்கு $\left(\frac{1}{2}\right)^{r+1} U_r = f(r) - f(r+1)$ ஆக இருக்கத்தக்கதாக $f(r)$ ஐக் கண்டு, $n \in \mathbb{Z}^+$ இற்கு $\sum_{r=1}^n \left(\frac{1}{2}\right)^{r+1} U_r = \frac{1}{8} - \frac{n+1}{(3n+2)^2} \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$ எனக் காட்டுக.

இதிலிருந்து, முடிவில் தொடர் $\sum_{r=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^{r+1} U_r$ ஒருங்கும் எனக் காட்டி, அதன் கூட்டுத்தொகையைக் காண்க.

மேலும் $\sum_{r=2}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^r U_r$ ஐயும் காண்க.

13. (a) $z_1 = 2(\sqrt{3} + i)$ எனவும் $z_2 = 2(1 - i)$ எனவும் கொள்வோம். $\frac{z_1}{z_2}$ ஐ வடிவம் $x + iy$ இல் எடுத்துரைக்க; இங்கு $x, y \in \mathbb{R}$ ஆகும். மேலும் z_1, z_2 ஆகிய சிக்கலெண்கள் ஒவ்வொன்றையும் வடிவம் $r(\cos \theta + i \sin \theta)$ இல் எடுத்துரைக்க; இங்கு $r > 0$ உம் $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ உம் ஆகும். இதிலிருந்து, $\frac{z_1}{z_2} = \sqrt{2} \left(\cos \frac{5\pi}{12} + i \sin \frac{5\pi}{12} \right)$ எனக் காட்டுக. $\sin \left(\frac{5\pi}{12} \right) = \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$ ஐ உய்த்தறிக.

(b) $z \in \mathbb{C}$ எனக் கொள்வோம். $z = \bar{z}$ ஆயின் ஆயின் மாத்திரம் z ஒரு மெய்யெண் எனக் காட்டுக.

இதிலிருந்து அல்லது வேறுவழியாக, $\frac{z}{1+z^2}$ ஒரு மெய்யெண் எனின் $|z| = 1$ எனக் காட்டுக, இங்கு $z \in \mathbb{C}$ உம் $z \notin \mathbb{R}$ உம் ஆகும்.

(c) $\theta \in \mathbb{R}$ இற்கு $z = \cos \theta + i \sin \theta$ எனக் கொள்வோம். $\frac{1}{z} = \cos \theta - i \sin \theta$ எனக் காட்டுக. $z + \frac{1}{z} = 2 \cos \theta$ ஐ உய்த்தறிக.

இதிலிருந்து, $\theta \in \mathbb{R}$ இற்கு $x + \frac{1}{x} = 2 \cos \theta$ எனின், $x = \cos \theta + i \sin \theta$ அல்லது $x = \cos \theta - i \sin \theta$ எனக் காட்டுக.

$\theta \in \mathbb{R}$ இற்கு $x + \frac{1}{x} = 2 \cos \theta$ எனின், மேலே உள்ள முடிவுகளையும் த மோய்வரின் தேற்றத்தையும் பயன்படுத்தி, $n \in \mathbb{Z}^+$ இற்கு $x^n + \frac{1}{x^n} = 2 \cos n\theta$ எனக் காட்டி, $n \in \mathbb{Z}^+$ இற்கு $\frac{x^{2n}+1}{x^{2n-1}+x} = \frac{\cos n\theta}{\cos(n-1)\theta}$ ஐ உய்த்தறிக.

14. (a) $x \neq -3$ இற்கு $f(x) = \frac{(x+2)^2}{(x+3)^3}$ எனக் கொள்வோம்.

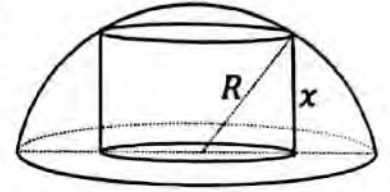
$x \neq -3$ இற்கு $f(x)$ இன் பெறுதி $f'(x)$ ஆனது $f'(x) = -\frac{x(x+2)}{(x+3)^4}$ இனால் தரப்படுகின்றதெனக் காட்டுக.

இதிலிருந்து, $f(x)$ அதிகரிக்கின்ற ஆயிதையையும் குறைகின்ற ஆயிதையையும் காண்க. மேலும் $f(x)$ இன் திரும்பற் புள்ளிகளின் ஆள்கூறுகளையும் காண்க.

$y = f(x)$ இன் வரைபை அணுகுகோடு, திரும்பற்புள்ளி, y -வெட்டுத்துண்டு ஆகியவற்றைக் காட்டிப் பரும்படியாக வரைக.

இதிலிருந்து, $y = -f(x)$ இன் வரைபை வேறொரு வரிப்படத்தில் பரும்படியாக வரைக.

(b) படத்தில் காட்டியவாறு ஆரை R ஐ உடைய திண்ம அரைக்கோளம் ஒன்றிலிருந்து கோளத்தின் மையத்தினூடாகச் செல்கின்ற அச்சைக் கொண்ட திண்ம செவ்வட்ட உருளையொன்று வெட்டப்படுகின்றது. இரண்டினதும் அச்சுக்கள் ஒன்றுடன் ஒன்று பொருந்துகின்றது. உருளையின் உயரம் x எனக் கொள்வோம். உருளையின் கனவளவு V ஆனது



$0 < x < R$ இற்கு $V = \pi(R^2x - x^3)$ இனால் தரப்படும் எனக் காட்டுக. உருளையின் கனவளவு அரைக் கோளத்தின் கனவளவின் $\frac{1}{3}$ இற்கு மேற்பட முடியாது எனக் காட்டுக.

15. (a) எல்லா $x \in \mathbb{R}$ இற்கும் $16x^4 + 4x^3 + 16x^2 + x + 1 \equiv A(4x^2 + 1)^2 + Bx(4x^2 + 1) + Cx^2$ ஆக இருக்கத்தக்கதாக A, B, C ஆகிய மாறிலிகளைக் காண்க.

இதிலிருந்து, $\frac{16x^4 + 4x^3 + 16x^2 + x + 1}{x(4x^2 + 1)^2}$ ஐப் பகுதிப்பின்னங்களில் எழுதி $\int \frac{16x^4 + 4x^3 + 16x^2 + x + 1}{x(4x^2 + 1)^2} dx$ ஐக் காண்க.

(b) $t = \sqrt{x}$ என்னும் பிரதியீட்டைப் பயன்படுத்தி $\int_0^1 \frac{x^{\frac{3}{2}}}{1+x} dx = 2 \int_0^1 \frac{t^4}{1+t^2} dt = \frac{1}{6}(3\pi - 8)$ எனக் காட்டுக.

பகுதிகளாகத் தொகையிடலைப் பயன்படுத்தி $\int_0^1 x \tan^{-1} \sqrt{x} dx = \frac{\pi}{8} - \frac{1}{4} \int_0^1 \frac{x^{\frac{3}{2}}}{1+x} dx$ எனக் காட்டி, $\int_0^1 x \tan^{-1} \sqrt{x} dx$ ஐக் காண்க.

(c) a, b என்பன மாறிலிகளாக இருக்க சூத்திரம் $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(a+b-x) dx$ ஐப் பயன்படுத்தி $\int_{-1}^1 \frac{x^{2022}}{1+e^x} dx = \int_{-1}^1 \frac{x^{2022} e^x}{1+e^x} dx$ எனக் காட்டி, $\int_{-1}^1 \frac{x^{2022}}{1+e^x} dx$ ஐக் காண்க.
 $\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \frac{x^{2022}}{1+e^{2x}} dx = \frac{1}{2023 \times 2^{2023}}$ ஐ உய்த்தறிக.

16. புள்ளி $P \equiv (x_1, y_1)$ இலிருந்து நேர்கோடு $ax + by + c = 0$ இற்குள்ள செங்குத்துத் தூரம் $\frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ என நிறுவுக.

புள்ளி $A \equiv (-1, 2)$ ஆனது நேர்கோடு $l \equiv x - 2y + 5 = 0$ இல் உள்ளதெனக் காட்டுக. மேலும் கோடு $l \equiv x - 2y + 5 = 0$ மீதுள்ள புள்ளி எதனதும் ஆள்கூறுகள் $(2t - 1, t + 2)$ இனால் தரப்படுகின்றதெனவும் காட்டுக; இங்கு $t \in \mathbb{R}$.

கோடு l இல் மையத்தைக் கொண்டுள்ளதும் ஆரை $\sqrt{10}$ அலகுகளை உடையதும் A இனாடாகச் செல்லும் கோடு $l_1 \equiv 3x - y + 5 = 0$ ஐத் தொடுவதுமான s_1, s_2 என்னும் இரு வட்டங்களின் சமன்பாடுகளைக் காண்க. A இனாடாகச் செல்லும் s_1, s_2 இற்கான மற்றைய பொதுத் தொடலியின் சமன்பாட்டைக் காண்க. A ஐ மையமாகக் கொண்டதும் s_1, s_2 ஆகிய இரு வட்டங்களினதும் பரிதியை இரு கூறிடுவதுமான வட்டத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

17. (a) $\sin(A + B)$ ஐ $\sin A, \cos A, \sin B, \cos B$ ஆகியவற்றில் எழுதுக.

இதிலிருந்து, $\sin 2A = 2 \sin A \cos A$ எனவும் $\cos 2A = 1 - 2 \sin^2 A$ எனவும் நிறுவுக.

மேலே உள்ள முடிவுகளைப் பயன்படுத்தி $\sin 3A = 3 \sin A - 4 \sin^3 A$ எனக் காட்டி, $\cos 3A = 4 \cos^3 A - 3 \cos A$ ஐ உய்த்தறிக.

சமன்பாடு $\cos 3x - \sin 3x - 3(\sin x + \cos x) = 0$ ஐத் தீர்க்க.

- (b) வழக்கமான குறிப்பீட்டில் ஒரு முக்கோணி ABC இற்கு கோசைன் நெறியைக் கூறுக.

$$\frac{\cos A}{a} + \frac{\cos B}{b} = \frac{c}{ab} \text{ எனக் காட்டுக.}$$

$$\frac{\cos A}{a} + \frac{\cos B}{b} + \frac{\cos C}{c} = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{2abc} \text{ ஐ உய்த்தறிக.}$$

- (c) $\cos^{-1} x + \cos^{-1} y + \cos^{-1} z = \pi$ எனின், $x^2 + y^2 + z^2 + 2xyz = 1$ எனக் காட்டுக.

A, B, C என்பன கூர்ங்கோணங்களாகவும் $A + B + C = \frac{\pi}{2}$ ஆகவும் இருப்பின், $\sin^2 A + \sin^2 B + \sin^2 C + 2 \sin A \sin B \sin C = 1$ என்பதை உய்த்தறிக.



தொண்டைமானாறு வெளிக்கள நிலையம் நடாத்தும்
ஐந்தாம் தவணைப் பரீட்சை - 2022
Conducted by Field Work Centre, Thondaimanaru.
5th Term Examination - 2022

தரம் :- 13 (2022)

இணைந்த கணிதம் II - A

நேரம் : முன்றுமணித்தியாலம்
பத்து நிமிடம்

சுட்டெண்

அறிவுறுத்தல்கள்

- பகுதி - A இன் எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை எழுதுக. ஒவ்வொரு வினாவுக்கும் விடைகளைத் தரப்பட்ட இடத்தில் எழுதுக. மேலதிக இடம் தேவைப்படுமெனின், நீர் மேலதிகத் தாள்களைப் பயன்படுத்தலாம்.
- பகுதி - B இல் உள்ள 7 வினாக்களில் விரும்பிய 5 வினாக்களுக்குமாதிரம் விடைஎழுதுக.
- ஒதுக்கப்பட்டநேரம் முடிவடைந்ததும் பகுதி A ஆனது பகுதி B யிற்கு மேலே இருக்கக்கூடியதாக இரு பகுதிகளையும் இணைத்துப் பரீட்சை மண்டப மேற்பார்வையாளரிடம் கையளிக்க.
- வினாத்தாளின் பகுதி B யை மாத்திரம் பரீட்சை மண்டபத்திலிருந்து வெளியே எடுத்துச் செல்வதற்கு அனுமதிக்கப்படும்.

இணைந்தகணிதம் II		
பகுதி	வினாஎண்	கிடைத்த புள்ளிகள்
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
வினாத்தாள் I இன் மொத்தம்		

இணைந்த கணிதம் I

இணைந்த கணிதம் II

இறுதிப் புள்ளிகள்

பஞ்சுதி - A

- [illegible]

- $\frac{1}{2}$

3) கிடைத்தரையில் இருந்து $4a$ உயரத்தில் நிலைப்படுத்தப்பட்ட ஓர் ஒப்பமான இலேசான கப்பியின் மேலாகச் செல்லும் $4a$ நீளமுள்ள இலேசான நீள இழையின் நுனிகளுக்கு $2m, m$ திணிவுள்ள துணிக்கைகள் இணைக்கப்பட்டு இரு துணிக்கைகளும் ஒரே மட்டத்தில் இருக்க இழையின் பகுதிகள் இறுக்கமாகவும் நிலைக்குத்தாகவும் இருக்குமாறு பிடிக்கப்பட்டு மெதுவாக விடப்படுகின்றது. $2m$ திணிவுள்ள துணிக்கை கப்பியில் இருந்து x ஆழத்தில் உள்ள போது சக்தி காப்பு விதியை பயன்படுத்தி துணிக்கைகளின் ஆர்முடுகல்களை காண்க. $2m$ திணிவுள்ள துணிக்கை தரையை அடையும் கதியைக் காண்க.

4) புகையிரத எஞ்சின் ஒன்றின் திணிவு $100kg$ புகையிரத எஞ்சின் Vms^{-1} வேகத்துடன் பயணிக்கும் போது அதன் தடைவிசை $3v^2$ ஆகவும். புகையிரத எஞ்சினால் பிறப்பிக்கப்படும் வலு $\frac{3000}{v} W$ ஆகவும் காணப்படுகின்றது.

i) புகையிரதம் $5ms^{-1}$ வேகத்துடன் கிடைத்தரையில் பயணிக்கும் போது எஞ்சினின் உஞற்று விசை $120N$ எனக் காட்டி எஞ்சினின் ஆர்முடுகலைக் காண்க.

ii) எஞ்சின் ஆனது கிடையுடன் $\sin^{-1}\left(\frac{1}{98}\right)$ என்ற சரிவில் மாறாவேகத்துடன் மேல்நோக்கி பயணிக்கும் போது எஞ்சினின் கதியைக் காண்க.

5) 25a நீளமுள்ள ஒரு இலேசான நீளா இழையின் முனைகள் A, B புள்ளிகளுக்கு நிலைப்படுத்தப்பட்டுள்ளன. A ஆனது B இற்கு நிலைக்குத்தாக மேலே உள்ளது. m திணிவுள்ள ஓர் ஒப்பமாக வளையம் இழையில் கோர்க்கப்பட்டு வளையம் ஆனது B ஐ மையமாக கொண்டு ஒரு சீரான வேகத்துடன் வட்டத்தில் இயங்குகின்றது. A ஐயும் வளையத்தையும் இணைக்கும் பகுதி கிடையுடன் $\tan^{-1}\left(\frac{5}{12}\right)$ கோணத்தில் இருப்பின்

- இழையில் உள்ள இழுவை
- வளையத்தின் வேகம் என்பவற்றைக் காண்க.

.....

.....

.....

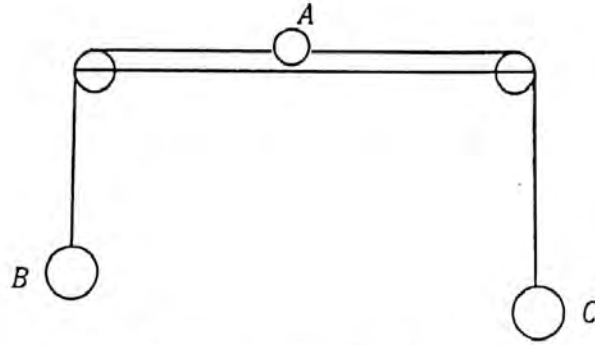
.....

.....

.....

.....

6)



முறையே $m, 2m, 4m$ திணிவுள்ள A, B, C என்னும் துணிக்கைகள் படத்தில் காட்டப்பட்டவாறு இரு இலேசான நீளா இழைகளின் நுனிகளுக்கு இணைக்கப்பட்டு A ஆனது ஒரு கரடான உயரமான மேசை மீது இருக்க இழைகள் மேசையின் விளிம்புகளில் நிலைப்படுத்தப்பட்ட ஒப்பமான இலேசான கப்பிகள் மேலேகச் சென்று துணிக்கைகள் B, C என்பவற்றைத் தாங்குகின்றன. இழையின் பகுதிகள் இறுக்கமாக இருக்க மெதுவாக இயங்கவிடப்படுகின்றன. தொடரும் இயக்கத்தில் இழைகளில் உள்ள இழுவைகள் துணிக்கை A ற்கு மேசைக்குமான உராய்வுக் குணகம் என்பவற்றை துணிவதற்கு போதிய சமன்பாடுகளை பெற்று உராய்வு குணகத்தை காண்க. துணிக்கை B இன் ஆர்முடுகல் $\frac{g}{4}$ ஆகும்.

.....

.....

.....

.....

.....

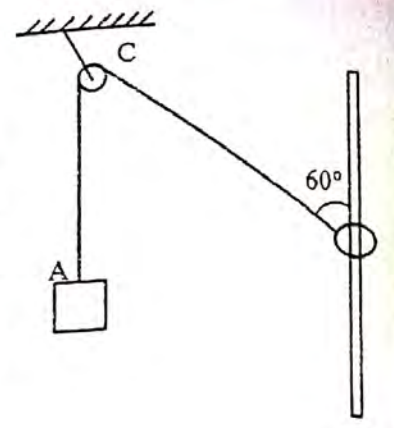
.....

.....

7) உற்பத்தி O குறித்து A, B ஆகிய புள்ளிகளின் தானக்காவிகள் முறையே $2\sqrt{3}i + 2j$, $\sqrt{3}i - j$ ஆகும். $OACB$ ஓர் இணைகரம் ஆகுமாறு புள்ளி C இன் தானக்காவியை காண்க. OC செங்குத்து BD ஆகுமாறு OA இன் மீது உள்ள புள்ளி D இன் தானக்காவியை காண்க.

8) நிறை W உம் நீளம் $4a$ உம் உடைய ஒரு சீரான கோல் AB இன் முனை A ஆனது ஒரு நிலைத்த புள்ளியுடன் ஒப்பமாக பிணைக்கப்படும் $6a$ நீளமுள்ள இலேசான நீளா இழையின் ஒரு முனை $AC = 3a$ ஆகுமாறு கோலில் உள்ள புள்ளி C க்கு இணைக்கப்படும் மறுமுனை A இற்கு நேர் மேலே உள்ள ஒரு புள்ளி D க்கு இணைக்கப்படும் கோல் கிடையாக சமநிலையில் உள்ளது. சமநிலையில் இழையில் உள்ள இழுவையையும் பிணையலில் உள்ள மறுதாக்கத்தையும் காண்க.

- 9) படத்தில் காட்டப்பட்டவாறு ஒரு இலேசான நீள இழை ஆனது நிலைப்படுத்தப்பட்ட ஒப்பமான இலேசான C என்ற கம்பியின் மேலோகச் சென்று முனை A ஆனது $4w$ நிறையுடனும் முனை B ஆனது நிலைக்குத்தாக நிலைப்படுத்தப்பட்ட கரடான கம்பியில் கோர்க்கப்பட்ட w_1 நிறையுடைய கரடான வளையத்துடனும் இணைப்பட்டு BC ஆனது மேல்முகநிலைக்குத்துடன் 60° கோணத்தில் இருக்க வளையம் கீழ்நோக்கி வழுக்கும் தறுவாயில் இருப்பின் வளையத்துக்கும் கோலுக்கும் இடையிலான உராய்வுக்குணம் $\frac{\sqrt{3}}{2}$ எனில் w_1 இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.



- 10) A, B என்னபன ஒரு மாதிரிவெளியின் இரு நிகழ்ச்சிகள்

$$P(A) = \frac{1}{2}, P(B) = \frac{1}{3}, P(A \cap B) = \frac{1}{4} \text{ ஆகும்.}$$

- i) $P(A/B)$ ii) $P(B/A)$ iii) $P(A'/B)$ என்பவற்றைக் காண்க.



தொண்டைமானாறு வெளிக்கள நிலையம் நடத்தும்

ஐந்தாம் தவணைப் பரீட்சை - 2022

Conducted by Field Work Centre, Thondaimanaru.

5th Term Examination - 2022

தரம் :- 13 (2022)

இணைந்த கணிதம் II - B

சுட்டெண்

11) (a) ஒரு புகையிரத நிலையம் O இல் இருந்து இரு நேரான சமாந்தரமான பாதைகள் உள்ளன. அவ்விரு பாதைகள் வழியே A, B என்னும் புகையிரதங்கள் ஒரே நேரத்தில் ஒரே திசையில் பயணமாகின்றன. புகையிரதம் A ஆனது நிலையம் O ஐ u வேகத்துடன் கடந்து சீரான ஆர்முடுகல் f உடன் பயணிக்கின்றது. புகையிரதம் B ஆனது ஓய்வில் இருந்து சீரான ஆர்முடுகல் $2f$ உடன் பயணிக்கின்றது. இரு புகையிரதங்களின் கதிகள் சமனாகும் நேரம் T ஆகும். புகையிரதம் B ஆனது புகையிரதம் A ஐ கடக்கும் கணத்தில் அடைந்த கதியுடன் சீராக இயங்குகின்றது. பின் புகையிரதம் A ஐ B கடந்த உடன் A தன் ஆர்முடுகலை $2f$ ஆக அதிகரித்து சீரான ஆர்முடகலுடன் இயங்கி B ஐ கடக்கின்றது.

(i) புகையிரதம் A ஆனது புகையிரதம் B ஐ கடக்கும் வரை இரு புகையிரதங்களின் இயக்கங்களுக்கான வேக நேர வரைபை ஒரே வரிப்படத்தில் வரைக.

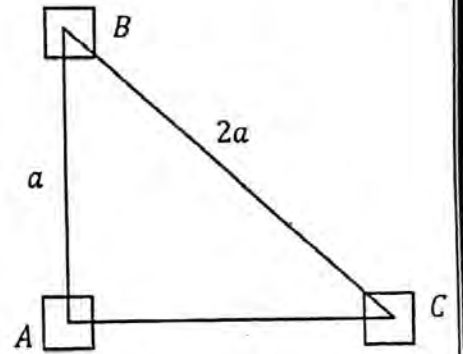
(ii) $T = \frac{u}{f}$ எனக் காட்டுக.

(iii) B ஆனது முதலில் A ஐ கடக்க எடுக்கும் நேரத்தை T சார்பில் காண்க.

(iv) B ஆனது முதலில் A ஐ கடக்கும் போது A, B இன் கதிகளைக் காண்க.

(v) மீண்டும் A ஆனது B ஐ கடக்கும் போது A இன் கதியையும் காண்க.

(b) A, B, C என்னும் மூன்று சைக்கிள் ஓட்டிகள் சம தரை வெளியில் ஒரு குறித்த கணத்தில் A இற்கு வடக்கே $a \text{ km}$ தூரத்தில் B உம், A இற்கு கிழக்கே C உம் உள்ளவாறு நிற்கின்றனர் இங்கு $BC = 2a$ ஆகும். A ஆனவர் வடக்குக்கு 30° கிழக்கு திசையில் ஓர் சீரான கதியுடனும் B ஆனவர் தெற்குக்கு 30° கிழக்கு திசையில் $\sqrt{3}u$ கதியுடனும் C ஆனவர் சீரான கதி u உடனும் ஒரே நேரத்தில் பயணத்தை ஆரம்பிக்கின்றனர். அப்போது C இற்கு A ஆனவர் வடக்குக்கு 60° கிழக்கு திசையில் $2u$ கதியுடன் பயணிப்பவராக தோன்றுகிறார் எனில்



(i) C சார்பாக A இன் பாதையை வரைக.

(ii) A, C க்கு இடைப்பட்ட மிகக் கிட்டிய தூரத்தை காண்க.

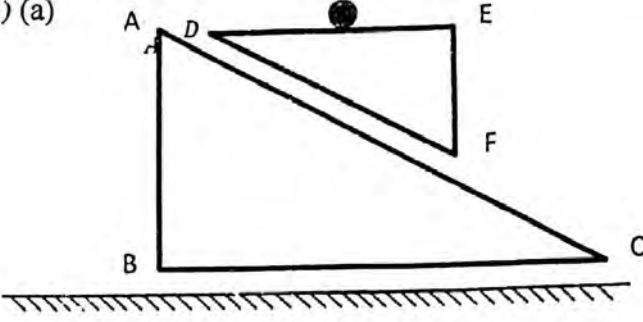
(iii) பொருத்தமான சார்புலோக கோட்பாட்டை பயன்படுத்தி வேகமுக்கோணி வரைவதன் மூலம் A இன் பூமி சார்பான கதியைக் காண்க.

(iv) சார்பு வேக கோட்பாட்டை பயன்படுத்தி B சார்பாக A இன் வேகத்தைக் காண்க.

(v) A ஆனது B ஐ சந்திக்கும் எனக் காட்டி சந்திக்க எடுக்கும் நேரத்தைக் காண்க.

(vi) C இன் இயக்கத்திசையைக் காண்க.

12) (a)



உருவில் செங்கோணமுக்கோணிகள் ABC, DEF என்பன $\angle ABC = \angle DEF = 90^\circ, \angle BCA = 30^\circ$ ஆகவும் முறையே $5m, 3m$ திணிவுகளை உடைய சீரான ஆப்புகளின் புவியீர்பு மையத்தின் ஊடான நிலைக்குத்து குறக்கு வெட்டுகள் ஆகும் ஆப்பு ABC ஆனது அதன் முகம் BC ஆனது ஓர் ஒப்பமான கிடை நிலத்தில் வைக்கப்பட்டு படத்தில் காட்டப்பட்டவாறு மற்றய ஆப்பு DEF இன் முகம் DF ஆனது AC யின் அதி உயர் சரிவுக்கோட்டுடன் பொருந்துமாறு வைக்கப்பட்டு முகம் DE கிடையாக இருக்கிறது. முகம் DE இன் மீது m திணிவுள்ள துணிக்கை P வைக்கப்பட்டு தொகுதி ஓய்வில் இருந்து மெதுவாக விடுவிக்கப்படுகின்றது. தொடரும் இயக்கத்தில் ஆப்புகள், துணிக்கை P இன் ஆர்முடுகல்களை துணிவதற்கு போதுமான சமன்பாடுகளை பெறுக. துணிக்கை P இன் மீது ஆப்பு DEF இனால் ஏற்படும் மறுதாக்கத்தை துணிவதற்கு சமன்பாட்டை எழுதுக.

b) $2l$ நீளமான இலேசான நீள இழையின் ஒரு நுனி உயரமான புள்ளி O இற்கு இணைக்கப்பட்டு மற்றைய நுனியில் m திணிவுள்ள ஓர் துணிக்கை P இணைக்கப்பட்டு P ஆனது O இன் மட்டத்தில் O இல் இருந்து $\sqrt{3}l$ தூரத்தில் பிடிக்கப்பட்டு மெதுவாக விடப்படுகின்றது. தொடரும் இயக்கத்தில்

(i) இழை இறுகுவதற்கு சற்று முன் துணிக்கையின் வேகத்தை காண்க.

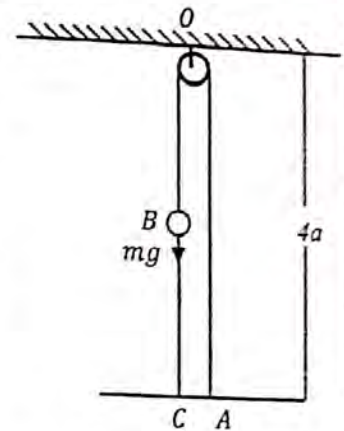
(ii) இழை இறுகிய சற்றுப்பின் துணிக்கையின் வேகத்தைக் காண்க..

(iii) இழை கீழ்முக நிலைக்குத்துடன் θ கோணத்தில் $0 < \theta < \frac{\pi}{3}$ உள்ள போது துணிக்கையின் வேகத்தையும் இழையில் உள்ள இழுவுவையையும் காண்க.

(iv) துணிக்கை O இன் மட்டத்திற்கு கீழே எவ்வளவு ஆழத்தில் முதலில் கணநிலை ஓய்வடையும் என்பதை உய்த்தறிக.

13) இயற்கை நீளம் $2a$ உம் மீள்தன்மை மட்டு λ ஆகவும் உள்ள இலேசான மீள்தன்மை இழை AB இன் ஒரு நுனி கிடைத்தரையில் உள்ள புள்ளி A இற்கு இணைக்கப்பட்டு இழையானது கிடைத்தரையில் இருந்து $4a$ உயரத்தில் நிலைப்படுத்தப்பட்ட இலேசான ஒப்பமான கப்பியின் மேலாகச் சென்று மறு நுனி B இல் n திணிவுள்ள துணிக்கை

இணைக்கப்பட்டு இருக்கும் அதேவேளை இயற்கை நீளம் a யும் மீள்தன்மை மட்டு λ ஆகவும் உள்ள இன்னோர் இலேசான இழையின் ஒரு நுனி படத்தில் காட்டியவாறு கிடைத்தரையில் உள்ள புள்ளி C இற்கு இணைக்கப்பட்டு மறு நுனி அதே துணிக்கைக்கு இணைக்கப்பட்டு சமநிலையில் உள்ள போது துணிக்கை O இற்கு கீழே $2a$ ஆழத்தில் உள்ளது. சமநிலையில் உள்ள போது துணிக்கை ஆனது மேல்நோக்கி a தூரம் இழுக்கப்பட்டு மெதுவாக விடப்படுகின்றது.



- (i) மீள்தன்மை மட்டு $\lambda = mg$ எனக் காட்டுக
 - (ii) துணிக்கை O இற்கு கீழே x ஆழத்தில் ($x < 3a$) உள்ள போது துணிக்கை ஆனது $\ddot{x} = \frac{-3g}{2a}(x - 2a)$ என்னும் இயக்கச் சமன்பாட்டை திருப்தி ஆக்கும் எனக் காட்டுக.
 - (iii) துணிக்கையின் இயக்கம் எளிமை இசை இயக்கம் எனக் காட்டி அலைவு மையத்தைக் காண்க
 - (iv) இவ் இயக்கச் சமன்பாட்டின் ஓர் தீர்வு வடிவம் $\dot{X}^2 = w^2(b^2 - X^2)$ எனத்தரப்படின் w, b ஐ காண்க. இங்கு $X = x - 2a$ ஆகும்.
 - (v) $x = 3a$ இல் துணிக்கையில் கதியைக் காண்க.
 - (vi) துணிக்கை O இற்கு கீழே அதிதாழ்புள்ளியில் உள்ள போது இழை BC இன் பகுதி மெதுவாக துண்டிக்கப்படுகின்றது எனில் தொடரும் இயக்கத்தில் துணிக்கை O இற்கு கீழே y ஆழத்தில் உள்ளபோது துணிக்கை $\ddot{y} = \frac{-g}{2a}y$ என்னும் எளிமை இசை இயக்கச்சமன்பாட்டை திருப்தி ஆக்கும் எனக் காட்டி அலைவு மையம், வீச்சத்தை எழுதுக.
 - (vii) துணிக்கை இயங்கத்தொடங்கியதில் இருந்து கப்பியை அடைவதற்கு எடுக்கும் மொத்த நேரத்தைக் காண்க.

14) (a) O குறித்து A, C இன் தானக்காவிகள் முறையே $a, a+b$ ஆகும். D என்ற புள்ளியின் தானக்காவி $3a$ ஆகும். AC க்கு சமாந்தரமாக O ஊடாக வரையப்படும் கோட்டை நீட்டப்பட்ட DC ஆனது M இல் சந்திக்கிறது. AO க்கு சமாந்தரமாக C ஊடாக வரையும்கோடு OM ஐ B இல் சந்திக்கிறது. AB க்கு சமாந்தரமாக O ஊடாகவரையும் கோட்டை நீட்டிய CB , ஆனது N இல் சந்திக்கிறது. $DM = \lambda DC, OM = \mu OB$ எனக் கொள்க.

- (i) B இன் தானக்காவியை காண்க.
- (ii) N இன் தானக்காவியை காண்க.
- (iii) \overline{DC} ஐக் காண்க.

(iv) $\overline{DM}, \overline{OM}$ என்பவற்றை λ, μ, a, b இல் காண்க.

(v) பொருத்தமான காவிக் கூட்டலை உபயோகித்து λ, μ , ஐக் காண்க.

(vi) $OB:BM$ ஐ உய்த்தறிக.

(b) $ABCD$ சரிவகம் $AB \parallel DC$, $\frac{1}{2}AD = DC = AM = \frac{1}{4}MB$. ஆகுமாறு M என்பது AB இல் ஓர் புள்ளி ஆகும். இங்கு $\angle ABC = 30^\circ$ ஆகும். $5P, \sqrt{3}\lambda P, 3P, 2P, 4P, N$ விசைகள் முறையே $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{DC}, \overline{CM}, \overline{AD}$ வழியே தாக்குகின்றன.

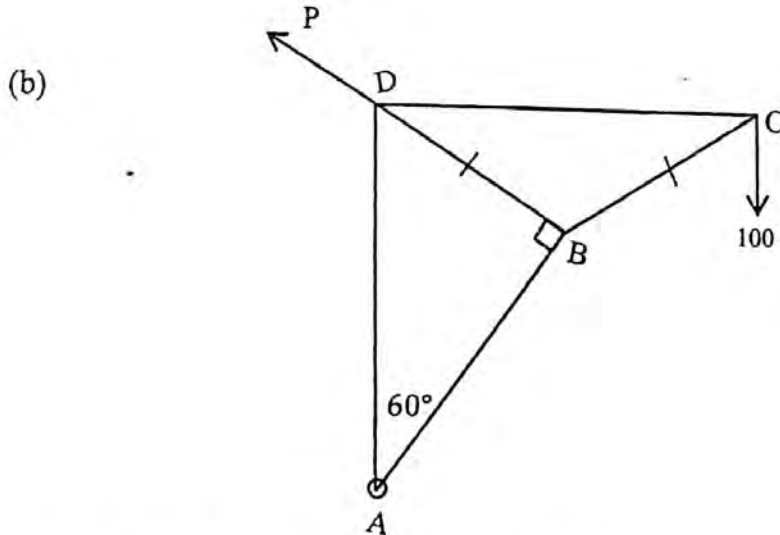
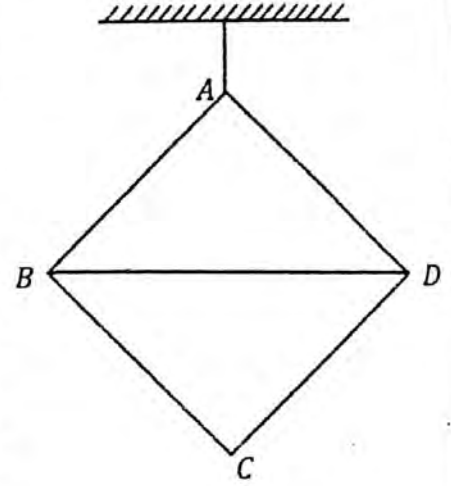
(i) விளையுள் MD க்கு சமாந்தரம் எனின் λ ஐக் காண்க.

(ii) விளையுளின் பருமனைக் காண்க.

(iii) விளையுள் AB ஐ வெட்டுப்புள்ளியை M இலிருந்து காண்க.

(iv) விளையுள் C ஊடாக செல்வதற்கு சேர்க்கப்பட வேண்டிய இணையைக் காண்க.

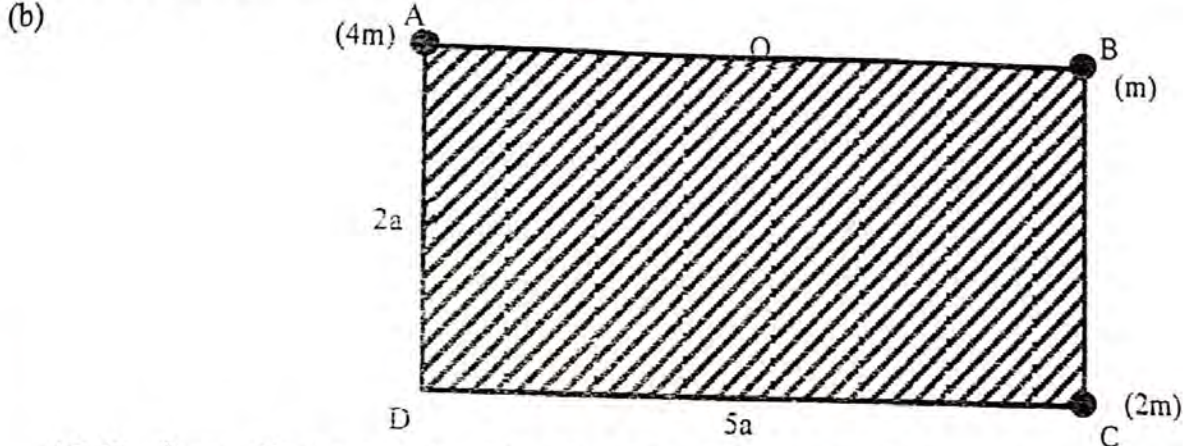
15) (a) AB, AC என்பன ஒவ்வொன்றும் w நிறையும் $2\sqrt{3}a$ நீளமும் உடைய இரு சீரான கோல்கள் ஆகும். BC, CD என்பன ஆகிய ஒவ்வொன்றும் $2w$ நிறையும் $3\sqrt{2}a$ நீளமும் கொண்ட சீரான கோல்கள் ஆகும். அவற்றின் முனைகள் படத்தில் காட்டப்பட்டவாறு ஒப்பமாக மூட்டப்பட்டு மூட்டு A இல் இருந்து தொங்கவிடப்பட்டு $6a$ நீளம் உள்ள இலேசான கோல் BD ஆனது மூட்டுகள் B, D க்கு இணைக்கப்பட்டு தொகுதி சமநிலையில் தொங்கவிடப்பட்டு உள்ளது. சமநிலையில் மூட்டு C இல் உள்ள மறுதாக்கத்தையும் இலேசான கோல் BD இல் உள்ள உதைப்பையும் காண்க.



AB, BC, CD, BD, AD ஆகிய இலேசான கோல்களாலான சட்டப்படல் படத்திலுள்ளவாறு மூட்டப்பட்டு A ல் ஒப்பமாக பிணைக்கப்பட்டு C இல் $100N$ நிறையைதாங்குவதுடன் \overline{BD} வழியே செயற்படும் P என்ற விசையால் AD நிலைக்குத்தாகவும் BC கிடையாகவும் இருக்குமாறு சமநிலையில் பேணப்படுகிறது.

- (i) போவின் குறியீட்டு முறையில் தகைப்பு வரிப்படம் வரைந்து கோல்களிலுள்ள இழவை உதைப்புகளை வேறுபடுத்தி அவற்றின் பருமன்களைக் காண்க.
- (ii) P இன் பெறுமானத்தையும் A இலுள்ள மறுதாக்கத்தையும் வரைபிலிருந்து காண்க.

- 16) (a) 2a நீளமுள்ள சீரான கோலின் திணிவு மையத்தை தொலையிடல் மூலம் காண்க
 (b) 2a, 2b என்பவற்றை முறையே நீள அகலமாக உள்ள செவ்வக அடரின் திணிவு மையத்தை தொலையிடல் மூலம் காண்க.



ABCD சீரான செவ்வகஅடர். $AD = 2a, DC = 5a$ ஆகும். செல்ல அடரின் திணிவு $3m$. ஆகும். $4m, m, 2m$ திணிவுகள் முறையே A, B, C உச்சிகளில் இணைக்கப்பட்டுள்ளன.

- (i) AD, AB இல் இருந்து தொகுதியின் திணிவு மையத்தூரங்களைக் காண்க.
 (ii) AD இன் நடுப்புள்ளி O ஆகும். தொகுதி ஆனது O இல் இருந்து சுயாதீனமாக தொங்கவிடப்படுகின்றது. AB ஆனது கிடையுடன் ஆக்கும் கோணத்தைக் காண்க.
 (iii) C இல் CD வழியே பிரயோகிக்கப்படும் கிடை விசை P இனால் O இல் இருந்து தெங்கவிடப்படும் தொகுதியானது AB கிடையாகவும் C ஆனது B இற்கு நிலைக்குத்தாக கீழே உள்ளவாறு சமநிலையில் உள்ளது எனில் $P = \frac{5}{4}mg$ எனக் காட்டுக.

- 17) (a) A, B என்பன மாதிரிவெளி ஒன்றிலுள்ள இரு நிகழ்ச்சிகளாயின்

- (i) $P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap B')$ எனவும்
 (ii) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ எனவும்

(iii) $P\left(\frac{A'}{B}\right) = 1 - P\left(\frac{A}{B}\right)$ எனவும் நிறுவுக.

- (b) ஒரு பெட்டியில் 4 சிவப்பு, 8 பச்சை மாபிள்கள் உள்ளன. ஒரு மாபிள் எழுமாறாக தெரியப்பட்டு நிறம் குறிக்கப்படும். பின் அதனுடன் அதே நிறத்தாலான ஒத்த இரு மாபிள்களும் பிரதிவைக்கப்படுகின்றன. அடுத்தடுத்து மூன்று மாபிள்கள் மேற் கூறியவாறு எடுக்கப்படுகின்றன.

- (i) அடுத்தடுத்து எடுக்கப்படும் மூன்று மாபிள்களும் சிவப்பாக இருக்கும் நிகழ்தகவு யாது
 (ii) சிவப்பு, பச்சை, சிவப்பு என்றவாறு எடுக்கப்படுவனவாக இருக்கும் நிகழ்தகவு யாது.
 (iii) முதலில் எடுத்தது சிவப்பு எனத் தரப்படின் மூன்றாவது பச்சையாக இருக்கும் நிகழ்தகவு யாது

இலங்கையின் உயர்தர கணித விஞ்ஞான
பிரிவின்கான இணையதளம்



SCIENCE EAGLE

www.ScienceEagle.com

✓ Biology

✓ C.Maths

✓ Physics

✓ Chemistry

 YouTube /ScienceEagle

 t.me/ScienceEagle

SCIENCE EAGLE SOCIAL MEDIA PROFILES



www.ScienceEagle.com



072 5161 322



youtube.com/ScienceEagle



t.me/ScienceEagle



t.me/ScienceEagleBOT



facebook.com/ScienceEagleSL



instagram.com/ScienceEagleSL



twitter.com/ScienceEagleSL

