www.beeon.org

(All Rights Reserved/ முழுப்பதிப்புரிமை உடையது)

தேசிய வெளிக்கள நிலையம் தொண்டைமானாறு
ஐந்தாம் தவணைப் பரீட்சை - 2024
National Field Work Centre, Thondaimanaru.
5th Term Examination - 2024

FWC

இணைந்த கணிதம் - II
Combined mathematics - II

Gr -13 (2024) | **10** | **T** | **B**

பகுதி - B

11) a) நேர் பாதையில் அமைந்த இரு அடுத்தடுத்த பேருந்து தரிப்பிடங்கள் A, B இடையிலான தூரம் $1600\,m$ ஆகும். தரிப்பிடம் A இருந்து சீரான ஆர்முடுகல் f உடன் புறப்படும் பேருந்து P ஆனது $4T$ நேரத்தில் தனது உயர் கதி V ஐ அடைந்து பின் T நேரத்திற்கு அக்கதியை பேணி பின் சீரான அமர்முடுகல் $2\,ms^{-2}$ உடன் T_1 நேரத்திற்கு இயங்கி குறித்த நேரத்தில் தரிப்பிடம் B ஐ அடைவதற்காக இறுதி $150\,m$ தூரத்தை $3\,ms^{-2}$ சீரான அமர்முடுகலுடன் T_1 நேரத்திற்கு இயங்கி தரிப்பிடம் B இல் ஓய்வுக்கு வருகின்றது.

i) தரிப்பிடம் A இல் இருந்து தரிப்பிடம் B வரையான பேருந்தின் இயக்கத்திற்கான வேக நேர வரைபை வரைக.

ii) T_1 ஐ காண்க.

iii) V ஐ காண்க.

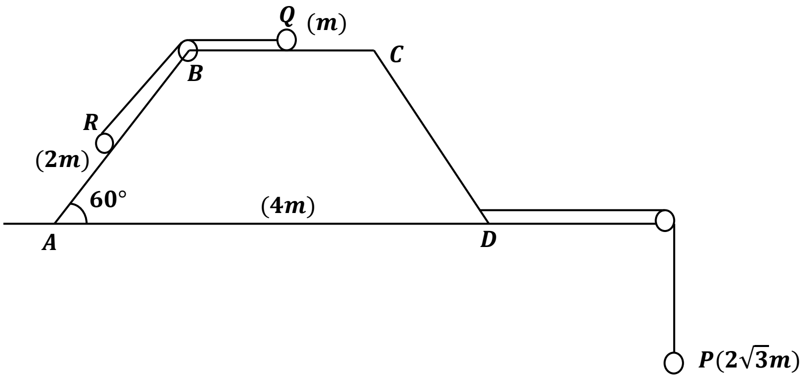
iv) பேருந்தின் இயக்கத்திற்கு எடுத்த மொத்த நேரத்தையும் f ஐ யும் காண்க.

b) விமானம் X ஆனது நிலையான வழியில் $300\,kmh^{-1}$ சீரான கதியில் செல்லக்கூடியது. தெற்கு நோக்கி $100\sqrt{2}\,kmh^{-1}$ கதியுடன் காற்று வீசும் ஒரு நாளில் சீரான கதியில் ஒரே கிடை மட்டத்தில் பறந்து கொண்டிருக்கும் விமானம் X ஆனது நிலை A யை ஒரு குறித்த கணத்தில் கடக்கின்றது. அது நிலை A இற்கு $600\,km$ வடமேற்கு திசையில் உள்ள நிலை B ஐ சென்றடைய பயணிக்கின்றது. விமானத்தின் பறப்பு வேகத்தையும் விமானம் B ஐ அடைய எடுக்கும் நேரம் $\frac{6}{7}(2\sqrt{2}+1)$ என சார்பு வேகக் கோட்பாட்டை பயன்படுத்தி வேகமுக்கோணி வரைவதன் மூலம் காட்டுக. விமானம் B ஐ அடைந்து உடனடியாக விமானி காற்று சார்பாக வடகிழக்கு திசையில் பயணிக்குமாறு விமானத்தை செலுத்துகின்றார். B ஐ அடைந்து 2 மணித்தியாலங்களின் பின் B இல் இருந்து விமானம் X இன் திசையையும் தூரத்தையும் காண்க.

www.beeon.org

www.beeon.org
(All Rights Reserved/ முழுப்பதிப்புரிமை உடையது)

12) a)



திணிவு $4m$ ஐ உடைய ஓர் ஒப்பமான சீரான ஆப்பின் புவியீர்ப்பு மையத்தின் ஊடான நிலைக்குத்து குறுக்கு வெட்டு முகம் $ABCD$ உருவில் காட்டப்பட்டுள்ளது. AD ஐ கொண்ட முகம் ஒரு ஒப்பமான கிடை மேசை மீது வைக்கப்பட்டிருக்கும் அதே வேளை BA, CD ஐ கொண்ட முகங்கள் அதி உயர் சரிவுக் கோடுகளாகும் முகம் BC கிடையாக உள்ளதுடன் $B\hat{A}D = 60^0$ ஆகும். ஆப்பின் புள்ளி D உம் திணிவு $2\sqrt{3}m$ ஐ உடைய ஒரு துணிக்கை P உம் மேசையின் ஒரு விளிம்பில் நிலைப்படுத்தப்பட்ட ஒரு சிறிய ஒப்பமான கப்பியின் மேலாகச் செல்கின்ற நீட்டமுடியாத இலேசான நீளா இழையின் நுனிகளுக்கு இணைக்கப்பட்டுள்ளதுடன் இழையானது $ABCD$ ஐ கொண்டுள்ள அதே நிலைகுத்து தளத்தில் இருக்கின்றது. முறையே $m, 2m$ திணிவுகளை உடைய Q, R துணிக்கைகள் படத்தில் காட்டப்பட்டவாறு ஒரு இலேசான நீளா இழையின் நுனிகளுக்கு இணைக்கப்பட்டு Q ஆனது முகம் BC இல் இருக்கவும் R ஆனது முகம் AB இல் இருக்கவும் இழையானது B இல் உள்ள இலேசான ஒப்பமான கப்பியின் மேலாகச் சென்று அவற்றை தாங்குகின்றது. இழைகள் யாவும் இறுக்கமாக இருக்க தொகுதி ஓய்வில் இருந்து இவ்அமைவில் உள்ளவாறு விடுவிக்கப்படுகின்றது. தொடரும் இயக்கத்தில் துணிக்கைகள் , ஆப்பின் ஆர்முடுகல்களையும் , இழைகளில் உள்ள இழுவைகளையும் துணிவதற்கு போதிய சமன்பாடுகளை பெறுக. Q, R இணைக்கப்பட்ட இழை மெதுவாக துண்டிக்கப்படின் துணிக்கை Q இன் இயக்கம் பற்றி யாது கூறலாம்.

b) நிலைக்குத்தாக நிலைப்படுத்தப்பட்ட மையம் O உம் a ஆரையும் கொண்ட ஓர் ஒப்படான தடிப்பான வட்டவளையத்தில் m திணிவுள்ள மணி P ஆனது கோர்க்கப்பட்டு சுயாதியினமாக இயங்கக்கூடியவாறு உள்ளது. அதன் அதிதாள் புள்ளியில் மணி ஆனது இருக்க மணிக்கு கிடையாக $2\sqrt{ag}$ வேகம் கொடுக்கப்படுகின்றது. தொடரும் இயக்கத்தில் OP ஆனது கீழ் முக நிலைக்குத்துடன் θ கோணத்தை ஆக்கும் போது

i) மணியின் கதியையும், வளையத்தியால் மணி மீது தாக்கும் மறுதாக்கத்தையும் காண்க.

ii) மணிமீது தாக்கும் மறுதாக்கம் $\frac{7}{2}mg$ ஆக உள்ள போது OP ஆனது கீழ் முக நிலைக்குத்துடன் ஆக்கும் கோணத்தை காண்க.

www.beeon.org

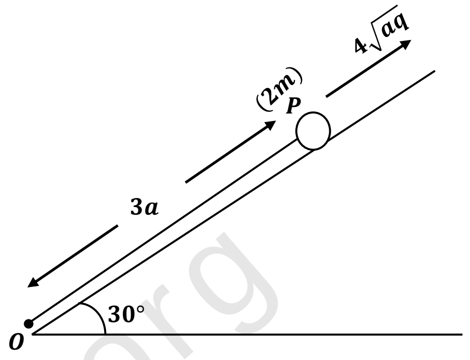
www.beeon.org

(All Rights Reserved/ முழுப்பதிப்புரிமை உடையது)

iii) OP ஆனது கீழ் முக நிலைக்குத்துடன் θ கோணம் ஆக்கும் போது மணியின் கோண வேகம் $k\sqrt{\frac{g}{a}}\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)$ வடிவில் எழுதப்படலாம் எனக் காட்டுக. இற்கு k துணியப்பட வேண்டிய மாறிலி ஆகும்.

iv) மணிமீது தாக்கும் மறுதாக்கம் $\frac{7}{2}\,mg$ ஆக உள்ள போது துணிக்கையின் கோண ஆர்முடுகல் $\frac{-\sqrt{3}g}{2a}$ எனக் காட்டுக.

13) இயற்கை நீளம் $2a$ ஐ உடைய ஒரு இலேசான மீள்தன்மை இழையின் ஒரு நுனி உயரமான ஒரு புள்ளிக்கு இணைக்கப்பட்டு மறு நுனியில் m திணிவுள்ள துணிக்கை ஆனது இணைக்கப்பட்டு துணிக்கையானது நிலைக்குத்தாக சமனிலையில் உள்ள போது இழையின் நீட்சி a ஆக காணப்பட்டது. இழையின் மீள்தன்மை மட்டு $2mg$ எனக் காட்டுக.



இப்போது அவ் இழையின் ஒரு நுனியானது கிடையுடன் 30^0 சாய்வான ஒரு நீளமான ஒப்பமான சாய்தளத்தின் அதிதாள் புள்ளி O இற்கு இணைக்கப்பட்டு மறுமுனையில் $2m$ திணிவுள்ள துணிக்கை P ஆனது இணைக்கப்பட்டு துணிக்கை P ஆனது சாய்தளத்தின் அதிஉயர் சரிவுக்கோட்டின் வழியே O இல் இருந்து $3a$ தூரத்தில் பிடிக்கப்பட்டு சாய்தளத்தின் அதிஉயர் சரிவுக் கோட்டின் வழியே மேல்நோக்கி துணிக்கைக்கு $4\sqrt{ag}$ கதி கொடுக்கப்படுகின்றது. தொடரும் இயக்கத்தில் O இல் இருந்து துணிக்கையின் தூரம் x ஆக ($x \geq 2a$) உள்ள போது துணிக்கையானது $\ddot{x} = \frac{-g}{2a}\,(x - a)$ என்னும் இயக்கச் சமன்பாட்டை திருப்தியாக்கும் எனக் காட்டுக.

இச் சமன்பாட்டை $\ddot{X} = \frac{-g}{2a}\,X$ என்னும் வடிவில் எழுதலாம் எனக் காட்டி எளிமை இசை இயக்கத்தின் அலைவு மையத்தை எழுதுக. இங்கு $X = x - a$ ஆகும்.

இச் சமன்பாட்டின் ஓர் தீர்வு வடிவம் $\dot{X}^2 = \omega^2(b^2 - X^2)$ எனில் ω, b ஐ காண்க.

துணிக்கையானது எறியப்பட்ட கணத்தில் இருந்து சாய்தளத்தின் வழியே O இல் இருந்து $5a$ தூரத்தை அடைய எடுக்கும் நேரம் $\sqrt{\frac{2a}{g}}\,\left(\cos^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) - \cos^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)\right)$ எனக் காட்டுக.

துணிக்கையானது O இல் இருந்து $5a$ தூரத்தை முதன்முதல் அடையும் போது அதன் கதியைக் காண்க.

துணிக்கை O இல் இருந்து சாய்தளத்தின் வழியே மேல்நோக்கிய திசையில் $5a$ தூரத்தில் உள்ள போது ஓய்வில் உள்ள $2m$ திணிவுள்ள துணிக்கை Q உடன் நேரடியாக மோதுகின்றது. P, Q இற்கு இடையிலான மோதுகை பூரண மீள்தன்மை உடையது எனில் மோதுகைக்கு சற்றுப் பின் உடனடியாக P இன் கதி யாது.

தொடர்ந்து நடைபெறும் எளிமை இசை இயக்கத்தின் அலைவு மையம் , வீச்சம் என்பவற்றை காரணங்களுடன் தருக.

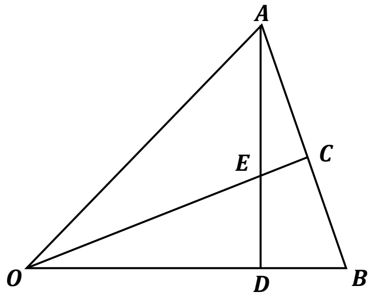
துணிக்கை எறியப்பட்டதில் இருந்து மீண்டும் அதே புள்ளியை அடைய எடுக்கும் நேரம் யாது?

www.beeon.org

www.beeon.org

(All Rights Reserved/ முழுப்பதிப்புரிமை உடையது)

14) a) முக்கோணி OAB இல் C , D என்பன முறையே AB , OB இன் மீது $AC : CB = 8 : 7$, $OD : DB = 16 : 5$ ஆகுமாறு உள்ள புள்ளிகள் ஆகும். OC , AD என்பன E இல் சந்திக்கின்றன. $\overrightarrow{OA} = \underline{a}$, $\overrightarrow{OB} = \underline{b}$ ஆகும்.



i) $\overrightarrow{OC} , \overrightarrow{AD}$ என்பவற்றை $\underline{a}$, $\underline{b}$ சார்பில் காண்க.

ii) $\overrightarrow{OE} = \boldsymbol{\alpha}\, \overrightarrow{OC}$, $\overrightarrow{AE} = \beta\, \overrightarrow{AD}$ எனில் $\alpha = \frac{6}{7}$ எனக் காட்டி β இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

iii) $EC : ED = 1 : 2$ எனில் (ii) ஐ பயன்படுத்தி $EA : EO$ ஐ கண்டு $OACD$ வட்டநாற்பக்கல் எனக் காட்டுக.

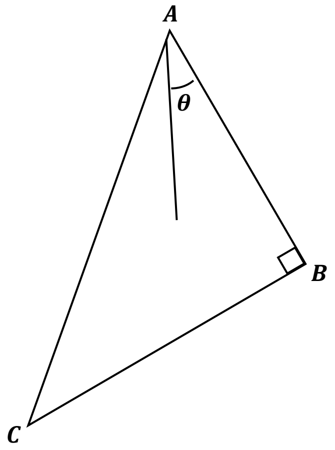
b) ஆள்கூற்று அச்சுத் தளத்தில் உற்பத்தி O குறித்து $A \equiv (-2a , 0), B \equiv \left(0 ,\ 2\sqrt{3}\, a \right)$ $C \equiv (2a , 0)$, $D \equiv \left(-a , -\sqrt{3}\, a \right)$ ஆகிய புள்ளிகளில் முறையே $p\, \underline{i} + \sqrt{3}p\, \underline{j}$, $-2p\, \underline{i} + 2\sqrt{3}\, p\underline{j}$ $-kp\, \underline{i} - \sqrt{3}\, kp\underline{j}$, $2p\, \underline{i} - 2\sqrt{3}\, p\underline{j}$ நியூட்டன் விசைகள் தாக்குகின்றன.

i) இவ் விசைத்தொகுதி O இன் ஊடு தாக்கும் தனிவிசைக்கு சமவலுவானது எனில் k இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

ii) இவ் விசைகளின் விளையுளின் பருமன் , திசையைக் காண்க.

iii) இப்போது $E \equiv \left(a , -\sqrt{3}\, a \right)$ என்னும் புள்ளியில் தாக்கும் $-2p\, \underline{i}$ நியூட்டன் மேலதிக விசையினாலும் , தொகுதியில் இடஞ்சுழிப்போக்கில் தாக்கும் $4\sqrt{3}pa$ இணையினாலும் புதிய விசைத்தொகுதி தனிவிசையாக ஒடுங்குகின்றது. புதிய தொகுதியின் அத் தனிவிசையின் பருமன் , திசையையும் மற்றும் தாக்கக் கோட்டின் சமன்பாட்டையும் காண்க

15) a) AB , BC என்பன W நிறையும் $2a$ நீளமும் கொண்ட இரு சீர்க் கோல்கள் ஆகும். அவை B இல் ஒப்பமாக மூட்டப்பட்டும் A இல் சுயாதியினமாக பிணைக்கப்பட்டும், A , C என்பன ஒரு இலேசான நீளா இழையின் நுனிகளுக்கு இணைக்கப்பட்டும் $A\hat{B}C = 90^0$ ஆகவும் AB நிலைக்குத்துடன் θ கோணத்தில் சாய்ந்திருக்கவும் நிலைக்குத்து தளத்தில் சமனிலையில் பேணப்படுகின்றது.



i) $\tan\theta = \frac{1}{3}$ எனக் காட்டுக.

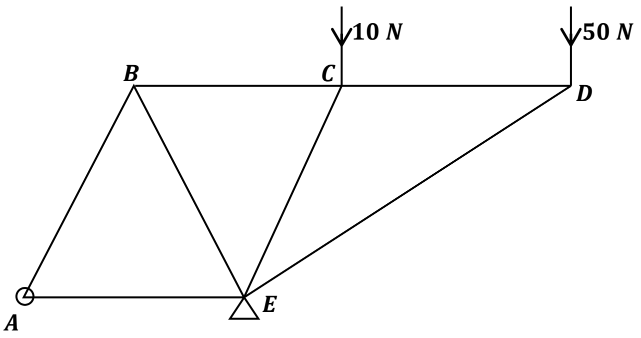
ii) இழையில் உள்ள இழுவை $\frac{3\sqrt{5}\, W}{10}$ எனக் காட்டுக.

iii) மூட்டு B இல் மறுதாக்கத்தின் பருமனைக் காண்க.

www.beeon.org

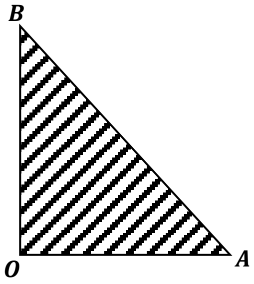
(All Rights Reserved/ முழுப்பதிப்புரிமை உடையது)

b)

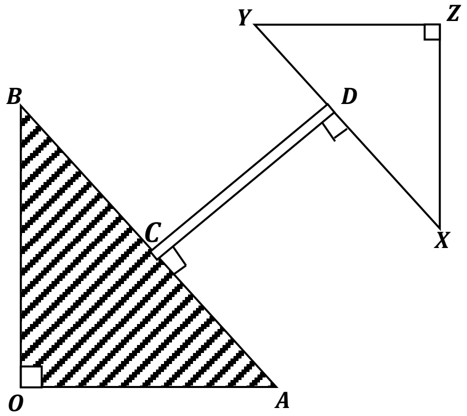


உருவில் $ABCDE$ ஆனது 7 இலேசான கோல்களால் ஆன முனைகள் ஒப்பமாக ஊசிமூட்டப்பட்ட சட்டப்படலைக் குறிக்கின்றது. இச்சட்டப்படல் A இல் ஒப்பமாக பிணைக்கப்பட்டும், E இல் ஓர் ஒப்பமான முளை மீது தங்கவும், மூட்டுக்கள் C, D களில் முறையே $10N, 50N$ நிறைளை தாங்கியவாறும் , AE, BCD என்பன கிடையான இருக்குமாறும் நிலைக்குத்து தளத்தில் சமனிலையில் பேணப்படுகின்றது. இங்கு $AB = BE = AE = BC = CE = CD$ ஆகும். போவின் குறிப்பீட்டை பயன்படுத்தி தகைப்பு வரிப்படம் வரைவதன் மூலம் ஒவ்வொரு கோலிலும் உள்ள தகைப்புக்களை வேறுபடுத்தி அவற்றின் பருமன்களைக் காண்க. தகைப்பு வரிப்படத்தில் இருந்து பிணையல் A இல் உள்ள மறுதாக்கத்தைக் காண்க.

16) OAB ஆனது $OA = OB = 2a, A\hat{O}B = 90^0$ ஆகவுள்ள சீரான முக்கோண வடிவ அடர் ஆகும். தொகையிடல் மூலம் இவ் அடரின் திணிவு மையம் $\left(\frac{2a}{3}, \frac{2a}{3}\right)$ எனக் காட்டுக.இங்கு O உற்பத்தி A, B என்பன முறையே நேர் X, Y அச்சுக்கள் மீதுள்ள புள்ளிகள் ஆகும்



படத்தில் உள்ள உபகரணம் ஆனது கழிவுப் பொருட்களை ஒதுக்கும் ஒரு உபகரணம் ஆகும். OAB ஆனது $OA = OB = 6a, A\hat{O}B = 90^0$ ஆகவும் பரப்படர்த்தி σ ஆகவும் உள்ள சீரான முக்கோண தட்டு ஆகும். CD, XY என்பன ஓரலகு நீளத்தின் திணிவு $2\sqrt{2}\, a\sigma$ ஆகவுள்ள சீரான கோல்கள் ஆகும்.. $YZ,\ ZX$ என்பன ஓரலகு நீளத்தின் திணிவு $2\, a\sigma$ ஆகவுள்ள சீரான கோல்கள் ஆகும. இவை படத்தில் காட்டப்பட்டவாறு ஒன்றுடன் ஒன்று விறைப்பாக பொருத்தப்பட்டுள்ளன.



இங்கு $AC = CB$, CD செங்குத்து AB , OA செங்குத்து AD ஆகும். மேலும் XY சமாந்தரம் AB ஆவதுடன் $XY = 2\sqrt{2}\ a,\ YZ = ZX,\ XD = YD,\ X\hat{Z}Y = 90^0$ ஆகும். இவ் உபகரணத்தின் திணிவு மையம் OA, OB அச்சுக்களில் இருந்து $\frac{121\, a}{27}$ தூரத்தில் அமையும் எனக் காட்டுக.

www.beeon.org
(All Rights Reserved/ முழுப்பதிப்புரிமை உடையது)

இவ் உபகரணமானது A இல் இருந்து சுயாதியினமாக தொங்கவிடப்படும் போது உபகரணத்தின் சமச்சீர் அச்சு நிலைக்குத்துடன் ஆக்கும் கோணம் $\tan^{-1}\left(\frac{81}{40}\right)$ எனக் காட்டுக.

17) a) i) நிபந்தனை நிகழ்தகவை வரையறுக்க.

ii) மொத்த நிகழ்தகவு தேற்றத்தை கூறி நிறுவுக.

b) நிறத்தை தவிர சம அளவான மாபிள்கள் உடைய இரு பைகள் X , Y உள்ளன. பை X இனுள் 3 சிகப்பு, 4 கறுப்பு மாபிள்களும், பை Y இனுள் 4 சிகப்பு , 5 கறுப்பு மாபிள்களும் உள்ளன. பை X இல் இருந்து ஒரு பந்து எழுமாற்றாக எடுக்கப்பட்டு பை Y இனுள் இடப்பட்டு பின் பை Y இல் இருந்து ஒரு பந்து எழுமாற்றாக எடுக்கப்படுகின்றது.

i) பை Y அல் இருந்து எடுக்கப்படும் மாபிள் சிகப்பு ஆக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு யாது.

ii) பை Y இல் இருந்து எடுக்கப்படும் மாபிள் சிகப்பு எனத் தரப்படின் பை X இல் இருந்து எடுக்கப்படும் மாபிள் கறுப்பாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு யாது.

c) மனிதன் ஒருவன் 1 தொடக்கம் 6 வரை இலக்கம் இடப்பட்ட கோடாத தாயக்கட்டைஒன்றை சுண்டுகின்றான். தாயக்கட்டையில் 5 அல்லது 6 ஐ பெற்றால் அவன் கோடாத நாணயம் ஒன்றை அடுத்தடுத்து மூன்று முறைகள் சுண்டி தலை விழும் தடவைகளின் எண்ணிக்கையை அவதானிக்கின்றான். தாயக்கட்டையில் 1 அல்லது 2 அல்லது 3 அல்லது 4 ஐ பெறின் அவன் கோடாத நாணயம் ஒன்றை இரு முறை சுண்டி தலை விழும் தடவைகளின் எண்ணிக்கையை அவதானிக்கின்றான்.

i) அவன் சரியாக இரு தலைகளை பெறுவதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க..

ii) அவன் சரியாக இரு தலைகளை பெறுகின்றான் எனத் தரப்படின் அவன் தாயக்கட்டையில் 5 அல்லது 6 ஐ பெறாது இருப்பதற்கான நிகழ்தகவை காண்க.

www.beeon.org