



தேசிய வெளிக்கள நிலையம் தொண்டைமானாறு
ஐந்தாம் தவணைப் பரீட்சை - 2023
National Field Work Centre, Thondaimanaru.
5th Term Examination - 2023

இணைந்த கணிதம் - II (B)
Combined mathematics - II (B)

Gr -13 (2023)

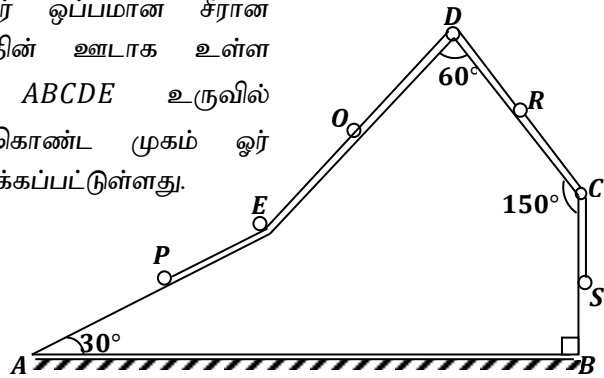
10

T

II B

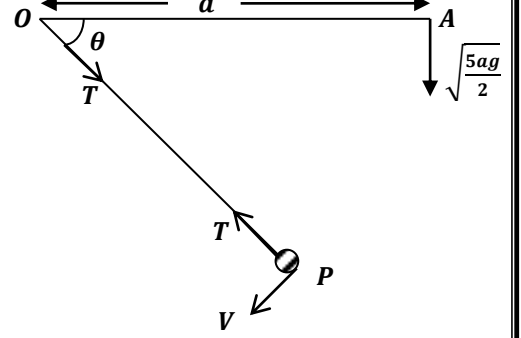
பகுதி - B

- 11) (a) P, Q என்னும் இரு கார்கள் ஒரே நேரான கிடை பாதையில் ஒரே திசையில் பயணிக்கின்றன. P, Q என்பன முறையே $25 \text{ ms}^{-1}, 20 \text{ ms}^{-1}$ சீரான கதிகளுடன் பயணிக்கின்றன. $t = 0$ இல் P ஆனது Q ஐ கடந்து செல்கிறது. $t = T$ செக்கனின் பின் P ஆனது சீராக அமர்முடுகி P ஆனது Q ஐ கடந்த நிலையில் இருந்து 800 m தூரத்தில் உள்ள தரிப்பிடம் A யில் ஓய்வுக்கு வருகின்றது. Q ஆனது 25 செக்கனின் பின் சீராக அமர்முடுகி தரிப்பிடம் A இல் P ஆனது ஓய்வடையும் அதே நேரத்தில் ஓய்வடைகின்றது.
- (i) P, Q இன் இயக்கங்களுக்கான வேக நேர வரைபுகளை ஒரே வரிப்படத்தில் வரைக.
- (ii) T இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.
- (iii) P, Q இன் அமர்முடுகல்களைக் காண்க.
- (iv) அவை அமர்முடுகல்களுடன் இயங்கிய தூரங்களைக் காண்க.
- (b) நண்பகல் 12 மணிக்கு கப்பல் A ஆனது கப்பல் B இல் இருந்து $\frac{5\pi}{3}$ திசைகோளில் 20 km தூரத்தில் உள்ளது. கப்பல் A ஆனது 20 km/h சீரான வேகத்துடன் 60° திசைகோளில் செல்கின்றது. கப்பல் B ஆனது ஒரு நேர்கோட்டில் சீரான வேகம் $V \text{ km/h}$ உடன் இயங்கி கப்பல் A ஐ சந்திக்கின்றது.
- (i) பொருத்தமான சார்பு வேக கோட்பாட்டை பயன்படுத்தி வேக முக்கோணி வரைவதன் மூலம் V இன் சாத்தியமான மிகக் குறைந்த பெறுமானத்தைக் காண்க. அப்போது B ஆனது A ஐ சந்திக்கும் நேரம் யாது.
- (ii) $V = 18$ எனத் தரப்படின் வேக முக்கோணம் வரைவதன் மூலம் கப்பல் B இரு திசைகளில் சென்று கப்பல் A ஐ சந்திக்கும் எனக் காட்டி அவற்றுக்கு எடுக்கும் நேரங்களைக் காண்க.
- (iii) $V = 20 \text{ km}^{-1}$ எனின் இயக்கத்தை விபரித்து சந்திக்க எடுக்கும் நேரத்தைக் காண்க.
- 12) (a) திணிவு 6 m ஐ உடைய ஓர் ஒப்பமான சீரான குற்றியின் புவியீர்ப்பு மையத்தின் ஊடாக உள்ள நிலைக்குத்து குறுக்குவெட்டு $ABCDE$ உருவில் காட்டப்பட்டுள்ளது. AB ஐ கொண்ட முகம் ஓர் ஒப்பமான கிடைமேசை மீது வைக்கப்பட்டுள்ளது. AE, ED, DC என்பன அவற்றை கொண்டுள்ள முகங்களின் அதிஉயர் சரிவுக்கேட்டுகளாகும். மேலும் $\angle BAE = \frac{\pi}{6}, \angle CDE = \frac{\pi}{3}, \angle BCD = \frac{5\pi}{6}$ ஆகும்.



முறையே $m, 2m, 3m, 5m$ திணிவுகளை உடைய P, Q, R, S என்னும் நான்கு துணிக்கைகள் AE, ED, DC, CB ஆகிய முகங்களின் நடுப்புள்ளிகளில் வைக்கப்பட்டு படத்தில் காட்டப்பட்டவாறு மூன்று இலேசான மெல்லிய நீட்டமுடியாத இழைகளினால் இணைக்கப்பட்டு இழைகள் E, D, C இல் நிலைப்படுத்தப்பட்ட ஒப்பமான கப்பிகள் ஊடு சென்று இலேசான இழையின் பகுதிகள் இறுக்கமாக இருக்க துணிக்கைகளை தாங்கும் வேளை தொகுதி ஓய்வில் இருந்து மெதுவாக விடுவிக்கப்படகின்றது. தொடரும் இயக்கத்தில் இழைகளில் உள்ள இழுவைகள், துணிக்கைகள், ஆப்பின் ஆர்முடுகலைத் துணிவதற்கு போதிய சமன்பாடுகளைப் பெறுக.

- (b) m திணிவுள்ள துணிக்கை P ஆனது a நீளமுள்ள இலேசான நீளா இழையின் ஒரு முனைக்கு இணைக்கப்பட்டு மறுமுனை ஆனது ஒரு நிலையான புள்ளி O இற்கு இணைக்கப்பட்டுள்ளது. ஒரு குறித்த கணத்தில் துணிக்கை ஆனது O இன் கிடைமட்டத்தில் a தூரத்தில் உள்ள புள்ளி A இல் பிடிக்கப்பட்டு துணிக்கைக்கு நிலைக்குத்தாக கீழ்நோக்கி $\sqrt{\frac{5ag}{2}}$ கதி கொடுக்கப்படுகின்றது. படத்தில்



உள்ளவாறு இழை இறுக்கமாக இருக்க துணிக்கையின் கதி V ஆகவும் இழையில் உள்ள இழுவை T ஆகவும் இருப்பின்

- $V^2 = \frac{ga}{2} (5 + 4 \sin \theta)$ எனக் காட்டுக.
- T ஐ m, g, θ இன் சார்பில் காண்க.
- $\theta = \alpha$ இல் இழை தொய்வடையும் எனில் α ஐக் காண்க.
- துணிக்கை ஆனது எறியப்பட்டு O இன் மட்டத்தை முதல் தடவை அடையும் கணித்தில் O இன் கிடைமட்டத்தில் O இல் இருந்து $\frac{a}{2}$ தூரத்தில் உள்ள B என்ற புள்ளியில் உள்ள ஒப்பமான முனையை இழையானது சந்திப்பதால் துணிக்கை ஆனது B ஐ மையமாகக் கொண்ட வட்டத்தில் இயங்கி இழை தொய்வடையாது B இற்கு நேர் மேலே $\frac{a}{2}$ உயரத்தில் உள்ள புள்ளி C ஐ அடைகிறது எனில் C இல் இழையில் உள்ள இழுவையைக் காண்க.

- 13) இயற்கை நீளம் a ஐ உடைய ஒரு இலேசான மீள்தன்மை இழையின் ஒரு நுனி கிடைத்தரையில் உள்ள ஒரு புள்ளி O இற்கு இணைக்கப்பட்டு இழையின் மறுநுனியில் m திணிவுள்ள துணிக்கை இணைக்கப்பட்டு துணிக்கை ஆனது O இற்கு அருகே பிடிக்கப்பட்டு நிலைக்குத்தாக மேல்நோக்கி $\sqrt{10ag}$ கதியில் எறியப்பட்ட போது துணிக்கை ஆனது O இன் மட்டத்திற்கு மேலே $3a$ உயரத்தில் கணநிலை ஓய்வடைந்தது எனில் இழையின் மீள்தன்மை மட்டு mg எனக் காட்டுக.

இப்போது m திணிவுள்ள துணிக்கைக்கு பதிலாக $2m$ திணிவுள்ள துணிக்கை இணைக்கப்பட்டு துணிக்கை O இற்கு அருகே பிடிக்கப்பட்டு துணிக்கைக்கு நிலைக்குத்தாக மேல்நோக்கி $\sqrt{8ag}$ கதி கொடுக்கப்படுகின்றது. தொடரும் இயக்கத்தில் துணிக்கை O இற்கு மேலே x ($x > a$) உயரத்தில் உள்ள போது துணிக்கையின் இயக்கச் சமன்பாடு $\ddot{x} = \frac{-g}{2a}(x + a)$ எனக் காட்டுக. $X = x + a$ எனில் $\ddot{X} = \frac{-g}{2a} X$ எனக் காட்டுக.

இச்சமன்பாட்டின் தீர்வு வடிவம் $X^2 = \omega^2(b^2 - X^2)$ எனத் தரப்படின் b, ω ஐ காண்க. இங்கு b ஆனது வீச்சம் ஆகும். துணிக்கை O இற்கு மேலே $2a$ உயரத்தை அடைய எடுக்கும் நேரம் $T_1 = \sqrt{\frac{2a}{g}} \left[2 - \sqrt{3} + \frac{\pi}{3} + \cos^{-1}\left(\frac{3}{4}\right) \right]$ எனக் காட்டுக.

துணிக்கை O இற்கு மேலே $2a$ உயரத்தில் உள்ள கிடையான தளத்தில் மோதி பின்னுதைக்கின்றது எனில் மோதுகைக்கு சற்றுமுன் துணிக்கையின் கதியை காண்க.

$e = \frac{1}{\sqrt{2}}$ எனில் இழை முதல் தடவை தளர்வுறும் போது துணிக்கையின் வேகத்தையும் அதற்கு எடுக்கும் நேரத்தையும் காண்க.

14) (a) $OACB$ ஓர் சரிவகம் $B \parallel AC$, $AC = 2OB$. P, Q என்பன முறையே OA, BC இல் உள்ள புள்ளிகள் இங்கு $OP = \frac{1}{2}OA$, $BQ = \frac{1}{3}BC$, $\vec{OA} = \underline{a}$, $\vec{OB} = \underline{b}$ ஆகும்.

(i) OC, BC, OQ என்பவற்றை a, b சார்பில் காண்க.

(ii) OC, PQ இடைவெட்டும் புள்ளி R ஆகவும் $PR : RQ = \lambda : 1 - \lambda$ ஆகவும் இருப்பின்

(1) \vec{OR} ஐ $\underline{a}, \underline{b}, \underline{\lambda}$ சார்பில் காண்க.

(2) $\vec{OR} = \mu \vec{OC}$ எனில் λ, μ ஐக் காண்க.

(iii) OB, PQ என்பன T இல் சந்திப்பின், $\vec{OT} = K\underline{b}$ எனத் தரப்படின்

(1) PQ, PT ஐ a, b, K சார்பில் காண்க.

(2) இதில் இருந்தோ அல்லது வேறு வழியிலோ K இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(b) $ABCD$ ஓர் வட்ட நற்பக்கல். $\angle BAD = 90^\circ$ $\angle ABC = 60^\circ$ $AB = BC = 2a$ ஆகும். $2P, 6P, 6\sqrt{3}P, 2\sqrt{3}P, Kp$ பருமனுள்ள விசைகள் முறையே $\vec{AB}, \vec{BC}, \vec{AD}, \vec{DC}, \vec{CA}$ வழியே தாக்குகின்றன. இவ் விசைத் தொகுதியின் விளையுள் BC க்கு சமாந்தரம் எனில்

(i) $K = 12$ எனக் காட்டுக.

(ii) விளையுள் ஆனது AB ஐ வெட்டும் புள்ளியைக் காண்க.

(iii) இவ்விசைத்தொகுதி D இன் ஊடு தாக்கும் தனிவிசை R இற்கும் இணை G இற்கும் சமவலுவானது எனின் R, G இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.

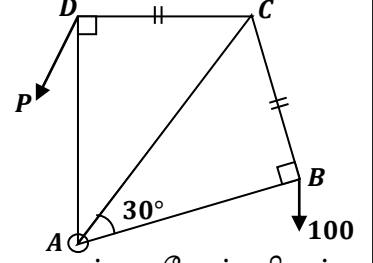
(iv) இவ்விசைத் தொகுதிக்கு BD வழியே சேர்க்கப்படும் மேலதிக விசை Q இனால் விளையுள் ஆனது DC க்கு சமாந்தரம் ஆக மாற்றம் அடைகிறது எனில் Q இன் பருமனையும் திசையையும் கூறுக.

15) (a) AB, BC என்பன ஒரே திரவியத்தாலான சீரான வெவ்வேறு நீளமுடைய கோல்கள் ஆகும். அவை B இல் சுயாதீனமாக ஒப்பமாக மூட்டப்பட்டு A, C முனைகள் ஒரே நிலைக்கு கோட்டில் A யிற்கு கீழ் C இருக்குமாறு ஒப்பமாக பிணைக்கப்பட்டுள்ளன. $\triangle ABC$ இன் இருகூறாக்கி BD ஆகும். இங்கு D ஆனது AC இல் உள்ள ஓர் புள்ளி ஆகும். மூட்டு B இல் உள்ள மறுதாக்கம் ஆனது BD வழியே இருக்கும் எனக் காட்டி அதன் பருமன் $\frac{w}{2} \frac{BD}{AC}$ இற்கு சமன் எனக் காட்டுக.

இங்கு W ஆனது AB, BC ஆகிய கோல்களின் இணைந்த நிறை ஆகும்.

- (b) AB, BC, CD, AD, AC ஆகிய இலேசான கோல்களாலான சட்டப்படலை மேலுள்ள படம் காட்டுகிறது.

DC கிடையானது. D இல் P என்ற விசை \overline{CA} க்கு சமாந்தரமான திசையில் பிரயோகிக்கப்படுகிறது. A இல் பிணைக்கப்பட்டும் B இல் 100 N நிறை தொங்க விடப்பட்டும் உள்ளது.



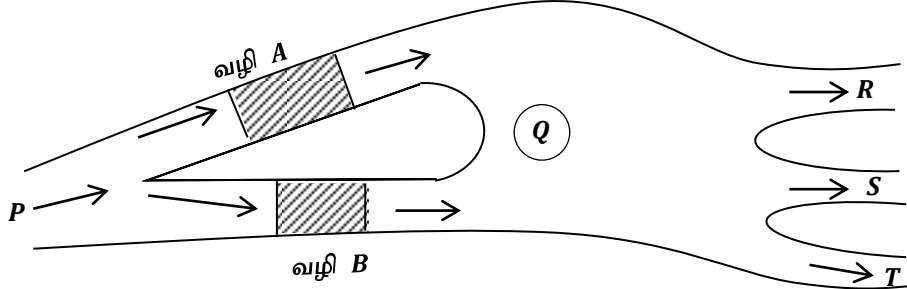
- (i) போவின் குறியீட்டு முறையில் தகைப்பு வரிப்படம் வரைந்து கோல்களிலுள்ள தகைப்புகளை வகைப்படுத்துக.
- (ii) A இலுள்ள மறுதாக்கத்தையும், P ஐயும் காண்க.

- 16) (a) $2a$ நீளமுள்ள சீரான கோலின் திணிவு மையத்தை தொகையிடல் மூலம் காண்க.

- (b) ΔABC என்பது AB, BC, CA ஆகிய ஒரே திரவியத்தால் ஆன சீரான கோல்களால் ஆக்கப்பட்டது. இவ்வுருவின் திணிவு மையம் கோல்களின் நடுப்புள்ளிகளால் ஆன முக்கோணியின் உள்மையம் எனக் காட்டுக.

இம்முக்கோணி A இல் இருந்து தொங்கவிடப்பட்டின் A ஊடான நிலைக்குத்து கோடு BC ஐ D இல் சந்திக்கிறது. $\frac{BD}{DC} = \frac{a+b}{a+c}$ எனக் காட்டுக. இங்கு $AB = c, BC = a, CA = b$ ஆகும்.

- 17) (I)



மேலே தரப்பட்ட வலையமைப்பு ஆனது நகரம் P இல் இருந்து நகரங்கள் R, S, T ஆன ஒரு வழிப்பாதையை காட்டுகின்றது. நகரம் P இல் இருந்து புறப்படும் எந்த ஒரு காரும் வழி A , வழி B இல் எதாவது ஒரு வழி ஊடாக மாத்திரம் சென்று சுற்றுவட்டப் பாதை Q இன் ஊடு சென்று R, S, T ஐ அடைய முடியும். P இல் இருந்து புறப்படும் கார் ஒன்று வழி A இன் ஊடு செல்வதற்கான நிகழ்தகவு $\frac{2}{5}$ ஆகும்.

சுற்றுவட்டப் பாதையைத் தாண்டி செல்லும் கார் R, S, T என்பவற்றை அடைவதற்கான நிகழ்தகவுகள் முறையே $\frac{1}{7}, \frac{2}{7}, \frac{4}{7}$ ஆகும்.

- (a) P இன் ஊடாக புறப்படும் கார் ஒன்று
- (i) வழி B இன் ஊடாக செல்வதற்கான நிகழ்தகவு
- (ii) T ஐ அடையாது இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு
- (iii) வழி B இன் ஊடாக சென்று R ஐ அடைவதற்கான நிகழ்தகவு
- (iv) வழி A இன் ஊடாக சென்று R ஐ அடையாது இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு
- (b) P இல் இருந்து இரு கார்கள் புறப்படும் எனில்
- (i) ஒரு கார் R ஐயும் மற்றைய கார் S ஐயும் அடைவதற்கான நிகழ்தகவு யாது?
- (ii) ஒரு கார் வழி A இன் ஊடாகவும் மற்றைய கார் வழி B இன் ஊடாகவும் சென்று இரண்டும் S ஐ அடைவதற்கான நிகழ்தகவு என்பவற்றைக் காண்க.

- (II) ஒரு குடும்பத்தில் இரு பிள்ளைகள் உள்ளனர்.

- (a) இரண்டாவது பிள்ளை பெண்ணெனத் தரப்படின் இரு பிள்ளைகளும் பெண்ணாக இருக்கும் நிகழ்தகவு யாது?
- (b) குறைந்தது ஒரு பிள்ளை பெண்ணெனத் தரப்படின் இருவரும் பெண்களாக இருக்கும் நிகழ்தகவு யாது?