



**தேசிய வெளிக்கள நிலையம் தொண்டைமானாறு**  
**நான்காம் தவணைப் பரீட்சை - 2024**  
**National Field Work Centre, Thondaimanaru.**  
**4<sup>th</sup> Term Examination - 2024**

**இணைந்த கணிதம் - II**  
**Combined mathematics - II**

**Gr -13 (2024)**

**10**

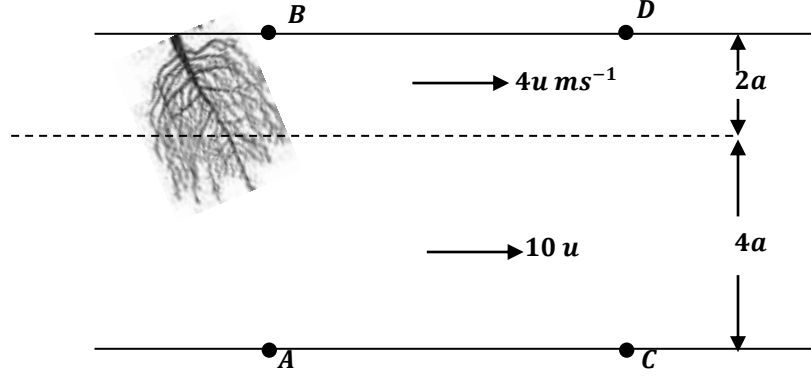
**T**

**B**

**பகுதி - B**

- 11) (a) ஒரு மனிதன் கார் ஒன்றை ஓர் நேரான பாதை வழியே இயக்கிச் செல்கின்றான். ஒரு குறித்த கணத்தில் ( $t = 0$ ) காரில் பெற்றோல் முடிவடைந்து விடுகின்றது. அக்கணத்தில் காரின் கதி  $12 \text{ ms}^{-1}$  ஆக இருப்பதுடன் கார் ஆனது சீராக அமர்முடுகி  $t = 8 \text{ s}$  இல் ஓய்வுக்கு வருகின்றது. உடனடியாக மனிதன் காரில் இருந்து இறங்கி  $0.7 \text{ ms}^{-1}$  சீரான கதியுடன் கார் இயங்கிய திசைக்கு எதிர்த் திசையில் சீரான கதியுடன் இயங்கி  $420 \text{ m}$  தூரத்தில் உள்ள பெற்றோல் நிலையத்தை அடைந்து அங்கு பெற்றோல் வாங்குவதற்கு  $250 \text{ s}$  செலவிடுகின்றான். பின் உடனடியாக பெற்றோல் நிலையத்தில் இருந்து ஓர் மோட்டார் சைக்கிளில் ஏறி காரை வந்து அடைகின்றான். மோட்டார் சைக்கிள் பெற்றோல் நிலையத்தில் ஓய்வில் இருந்து புறப்பட்டு சீரான ஆர்முடுகலுடன் இயங்கி  $20 \text{ ms}^{-1}$  கதியை அடைந்து சீராக அமர்முடுகி கார் நிற்கும் இடத்தை  $t = T$  செக்கனில் அடைகிறது.
- (i)  $0 \leq t \leq T$  நேர ஆயிடையில் மனிதனின் இயக்கத்திற்கான வேக நேர வரைபை வரைக.
- (ii)  $6 < t < 8$  இல் காரின் அமர்முடுகலையும், கார் இயங்கிய தூரத்தையும் காண்க.
- (iii)  $T$  ஐக் காண்க.
- (iv) மோட்டார் சைக்கிளின் ஆர்முடுகலின் பருமன் அமர்முடுகலின் பருமனின் இரு மடங்கு எனில் மோட்டார் சைக்கிளின் அமர்முடுகலைக் காண்க.
- (b) சமாந்தரமான நேர்க் கரைகள் உள்ள அகலம்  $6a$  ஐ உடைய ஓர் ஆறு சீரான வேகம்  $8u$  உடன் பாய்கின்றது.  $A, B$  என்பன அவற்றின் கரைகளில் நேர் எதிர் எதிர் புள்ளிகள் ஆகும்.
- $M$  என்னும் ஓர் மனிதன்  $A$  இல் இருந்து  $B$  ஐ அடையும் வண்ணம் ஆறு சார்பாக  $17u$  சீரான கதியில் நீந்துகின்றான்.
- (i) ஆறு சார்பாக மனிதன்  $M$  இயங்கும் திசையையும்  $B$  ஐ அடைவதற்கு அவனுக்கும் எடுக்கும் நேரத்தையும் சார்புவேக கோட்பாட்டைப் பயன்படுத்தி வேக முக்கோணி வரைவதன் மூலம் காண்க.

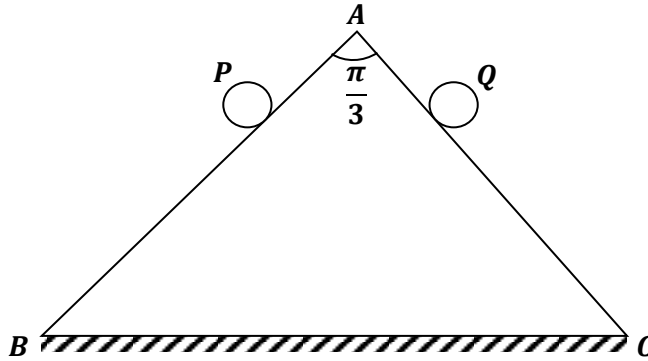
மனிதன்  $M$  ஆனவன்  $B$  ஐ அடைந்த பின்பு ஏற்படும் புயல் காரணமாக  $B$  இன் கரையில் உள்ள மரம் படத்தில் காட்டப்பட்டவாறு ஆற்றில் வீழ்ந்து ஆற்று நீரோட்டத்தின் வேகத்தை மாற்றுகின்றது.



படத்தில் காட்டியவாறு  $C, D$  என்பன ஆற்றங்கரைகளில் எதிர் எதிர் புள்ளிகளாக மனிதன்  $N$  ஆனவன் புள்ளி  $C$  இல் இருந்து ஆறு சார்பாக  $17u$  சீரான கதியுடன் மனிதன்  $M$  நீந்திய திசையில் நீந்துகிறான்.

- (ii) ஆற்றின் வேகம்  $10u$  ஆக உள்ள பகுதியில் மனிதன்  $N$  இன் வேகத்தைக் காண்க.
- (iii) ஆற்றின் வேகம்  $4u$  ஆக உள்ள பகுதியில் மனிதன்  $N$  இன் வேகத்தைக் காண்க.
- (iv) மனிதன்  $N, D$  யை அடைவானெனக் காட்டுக.

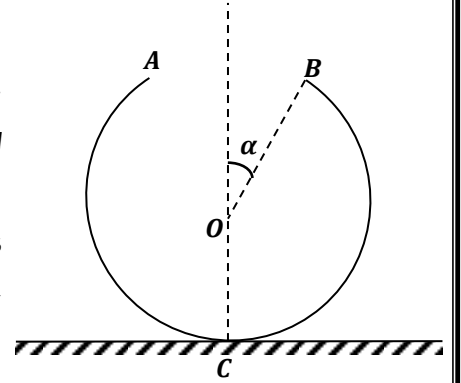
12) (a)



உருவில் உள்ள முக்கோணி  $ABC$  ஆனது  $4m$  திணிவு உடைய ஒரு சீரான ஒப்பமான ஆப்பின் புவியீர்ப்பு மையத்தின் ஊடான ஒரு நிலைக்குத்து குறுக்குவெட்டாகும்.  $AB = AC$ ,  $\hat{BAC} = 60^\circ$  ஆகும்.  $AB, AC$  என்பன அதனை கொண்டுள்ள முகங்களின் அதி உயர் சரிவுக் கேட்டுகள் ஆகும். முகம்  $BC$  ஓர் ஒப்பமான கிடை நிலத்தில் இருக்குமாறு ஆப்பானது வைக்கப்பட்டுள்ளது.  $AB, AC$  ஐ கொண்டுள்ள முகங்களில் முறையே  $2m, m$  திணிவுள்ள  $P, Q$  ஆகிய துணிக்கைகள் வைக்கப்பட்டு தொகுதி ஓய்வில் இருந்து மெதுவாக விடுவிக்கப்படுகின்றது. தொடரும் இயக்கத்தில் ஆப்பு, துணிக்கைகள்  $P, Q$  ஆகியவற்றின் ஆர்முடுகல்களை துணிவதற்கும், கிடை நிலத்தினால் ஆப்பில் தாக்கும் மறுதாக்கத்தை துணிவதற்கும் போதிய சமன்பாடுகளை எழுதுக.

- (b)  $P, Q$  ஆகிய இரு துணிக்கைகளின் திணிவுகள் முறையே  $9m \text{ kg}$ ,  $\lambda m \text{ kg}$  ( $\lambda < 9$ ). இவை இலேசான நீளா இழைகளின் நுனிகளுக்கு இணைக்கப்பட்டு இழையானது உயரமாக நிலைப்படுத்த கப்பியின் மேலாக சென்று  $P, Q$  ஆகிய திணிவுகளை தாங்குகின்றது. ஆரம்பத்தில்  $P$  ஆனது கிடை தரையில் இருந்து  $3.15 \text{ m}$  உயரத்தில் இருக்குமாறும் இழையில் பகுதிகள் நிலைக்குத்தாகவும் இறுக்கமாகவும் இருக்குமாறும் பிடிக்கப்பட்டு மெதுவாக விடப்படுகின்றது. தொடரும் இயக்கத்தில்  $P$  ஆனது தரையை  $1.5 \text{ s}$  இல் அடிக்கின்றது. அப்போது  $Q$  ஆனது கப்பியின் மட்டத்தை அடையவில்லை எனில்,
- $P$  ஆனது தரையை அடிப்பதற்கு முன் அதன் ஆர்முடுகலைக் காண்க.
  - $P$  ஆனது தரையை அடிப்பதற்கு முன் இழையில் உள்ள இழுவையைக் காண்க. ( $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$ )
  - $\lambda = 5$  எனக் காட்டுக.
  - $P$  ஆனது தரையை அடித்து பின்னதைக்கவில்லை எனவும்  $Q$  ஆனது கப்பியை அடையவில்லை எனவும் தரப்படின்  $P$  ஆனது தரையை அடித்ததில் இருந்து எவ்வளவு நேரத்தில் இழை இறுகும் எனக் காண்க.

- 13) மையம்  $O$  உம் ஆரை  $r$  ஆகவும் உள்ள ஓர் ஒப்பமான பொள் கோளத்தின் பகுதி படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளது. முகம்  $AB$  ஆனது தட்டையான வட்ட வளையம் ஆகும். இக்கோள வடிவம் ஓர் ஒப்பமான கிடை மேசை மீது படத்தில் காட்டப்பட்டவாறு நிலைப்படுத்தப்பட்டுள்ளது.  $C$  ஆனது அதிதாழ் புள்ளி ஆகும்.  $AB$  கிடையாக உள்ளது.  $OB$  ஆனது மேல்முக நிலைக்குத்துடன்  $\alpha$  கோணத்தை ஆக்குகின்றது. இங்கு  $\tan \alpha = \frac{4}{3}$  ஆகும்.

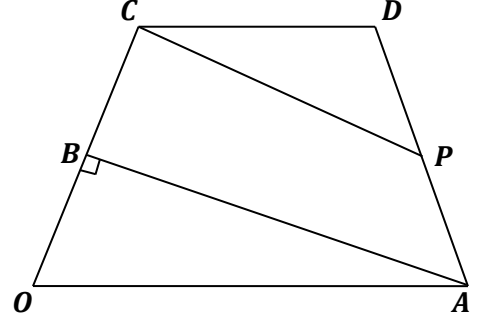


$m$  திணிவுள்ள ஒப்பமான சிறிய மாபிள் புள்ளி  $C$  இல் உட்புறமாக வைக்கப்பட்டு கிடையாக  $U$  வேகம் நிலைக்குத்துத் தளம்  $COB$  இல் கொடுக்கப்படுகின்றது. மாபிள் ஆனது  $B$  ஐ அடையும் வரை கோளத்துடன் தொடுகையில் இருப்பதுடன்  $B$  இல் அதன் கதி  $V_0$  ஆகும்.

- மாபிள் ஆனது கீழ்முக நிலைக்குத்துடன்  $\theta$  கோணத்தில் உள்ள போது கதி  $V$  எனில்  $V^2 = U^2 - 2gr(1 - \cos \theta)$  எனக்காட்டி செவ்வன் மறுதாக்கம்  $R$  ஐக் காண்க.
- $V_0$  ஐக் காண்க.
- $U^2 = 4gr$  எனில்  $B$  இல் கோள ஓட்டினால் மாபிளில் தாக்கும் செவ்வன் மறுதாக்கத்தைக் காண்க.

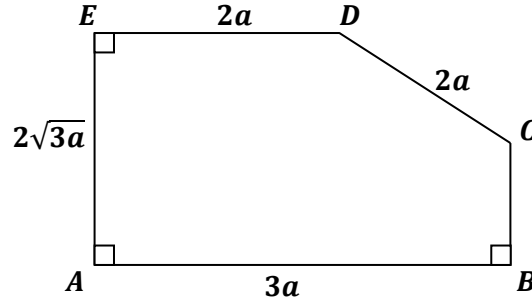
- (iv) மாபிள்  $B$  ஐ அடைவதற்கு  $U$  இன் இழிவுப் பெறுமானத்தைக் காண்க.
- (v) மாபிள் ஆனது  $B$  இன் ஊடாக வெளியேறி மீண்டும்  $A$  ஐ அடைவதற்கு  $U$  இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.
- 14) (a) சம ஆரையுள்ள ஒப்பமான கோளங்கள்  $A, B$  இன் திணிவுகள் முறையே  $m, 4m$  ஆகும். அவை ஓர் ஒப்பமான கிடைத்தளம் ஒன்றில் வைக்கப்பட்டு  $A$  இற்கு  $B$  ஐ நோக்கி அவற்றின் மையம் இனை கோட்டின் வழியே  $u$  வேகம் கொடுக்கப்படுகின்றது.  $A$  ஆனது  $B$  உடன் மோதி பின்னதைப்பதுடன்  $A, B$  க்கு இடையிலான  $u, e$  சார்பில் காண்க.
- அ)  $A, B$  ஒன்றுடன் ஒன்று மோதிய சற்றுப் பின் அவற்றின் வேகங்களை  $u, e$  சார்பில் காண்க.
- ஆ) தொடரும் இயக்கத்தில்  $B$  ஆனது ஒப்பமான நிலைக்குத்துச் சுவரை மோதி பின்னதைக்கின்றது. சுவர் ஆனது  $B$  இன் இயக்கத் திசைக்கு செங்குத்து ஆகும். கோளம்  $B$  இற்கும் சுவருக்கும் இடையிலான மீளமைவுக் குணகம்  $\frac{4}{5}$  ஆகவும்  $B$  ஆனது இரண்டாவது தடவை  $A$  உடன் மோதுகின்றது எனத் தரப்படின்
- (i)  $\frac{1}{4} < e < \frac{9}{16}$  எனக் காட்டுக.
- (ii)  $e = \frac{1}{2}$  எனில்  $A, B$  க்கு இடையிலான முதலாவது மோதுகையில் இழந்த இயக்க சக்தியைக் காண்க.
- (b)  $\underline{i}, \underline{j}$  என்பன நிலைக்குத்துத் தளம் ஒன்றில் முறையே கிடையாக, நிலைக்குத்தாக மேல் நோக்கிய கிடைத் தரையில் உள்ள நிலையான புள்ளி  $O$  குறித்த அலகுக் காவிகள் ஆகும்.  $A$  ஆனது  $O$  குறித்த தானக்காவி  $10j$  ஆகுமாறு நிலைக்குத்துத் தளத்தில்  $O$  இற்கு மேலே உள்ள புள்ளி ஆகும். ஒரு துணிக்கை  $P$  ஆனது  $A$  இல் இருந்து  $(3\underline{i} + 4.8\underline{j})ms^{-1}$  வேகத்துடன் அதே நிலைக்குத்துத் தளத்தில் புவியீர்ப்பின் கீழ் எறியப்படுகின்றது. துணிக்கை ஆனது  $T$  செக்கனில் தரையை அடிப்பின் ( $g = 9.8$ )
- (i)  $0 \leq t \leq T$  இற்கு  $O$  குறித்து புள்ளி  $P$  இன் தானக்காவி  $\underline{r}$  எனில்  $\underline{r} = 3t\underline{i} + (10 + 4.8t - 4.9t^2)\underline{j}$  எனக் காட்டுக.
- (ii)  $T$  ஐக் காண்க.
- $t = T$  இல் துணிக்கை  $P$  இன் வேகத்தைக் காண்க.
- (iii) துணிக்கை  $P$  ஆனது புள்ளி  $B$  ஐக் கடக்கும் கணத்தில்  $P$  இன் இயக்கத் திசை கிடையுடன் கீழ்முகமாக  $45^\circ$  எனில் துணிக்கை  $P$  ஆனது  $A$  இல் இருந்து  $B$  ஐ அடைய எடுக்கும் நேரத்தையும்  $B$  ஐக் கடக்கும் போது துணிக்கை  $P$  இன் கதிரையும் காண்க.

- 15) (a)  $\Delta OAB$  செங்கோண முக்கோணி,  $\angle OBA = \frac{\pi}{2}$ .  
 $OB = BC$  ஆகமாறு  $OB$  ஆனது  $C$  வரை நீட்டப்பட்டு  $\overrightarrow{CD} = k \overrightarrow{OA}$  ( $k > 0$ ) ஆகமாறு உள்ள புள்ளி  $D$  ஆகும்.  $CP$  சமாந்தரம்  $BA$  ஆகமாறு  $P$  ஆனது  $AD$  இல் உள்ள ஒரு புள்ளி ஆகும்.  $\overrightarrow{OA} = \underline{a}$ ,  $\overrightarrow{OB} = \underline{b}$ ,  $\overrightarrow{DP} = \lambda \overrightarrow{DA}$  எனில்



- $\overrightarrow{OD}, \overrightarrow{DA}$  ஐ  $\underline{a}, \underline{b}, k$  சார்பில் காண்க.
- $\overrightarrow{BA}$  ஐ  $\underline{a}, \underline{b}$  சார்பிலும்  $\overrightarrow{CP}$  ஐ  $\underline{a}, \underline{b}, \lambda, k$  சார்பிலும் கண்டு அதில் இருந்து  $\lambda$  ஐ  $k$  சார்பில் காண்க.
- $\underline{a} \cdot \underline{b} = |\underline{b}|^2$  எனக் காட்டுக.
- $OB = \frac{1}{4} OA$  எனில்  $\overrightarrow{OD} \cdot \overrightarrow{DA} = (-16k^2 + 12k - 2) |\underline{b}|^2$  எனக் காட்டி  $OD \perp DA$  எனில்  $k, \lambda$  ஐக் காண்க.

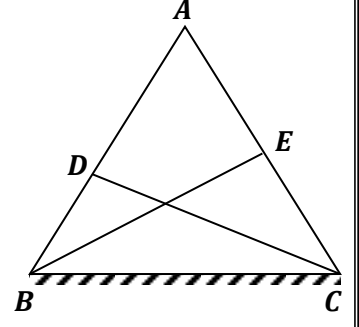
(b)



$ABCDE$  ஓர் ஐங்கோணி.  $\angle BAE = \angle ABC = \angle AED = \frac{\pi}{2}$ ,  $AB = 3a$ ,  $CD = DE = 2a$ ,  $AE = 2\sqrt{3}a$  ஆகும். பக்கங்கள்  $\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{EC}, \overrightarrow{CD}$  வழியே முறையே  $8\sqrt{3}, 12, \alpha\sqrt{3}, \beta$  விசைகள் தாக்குகின்றன.

- இவ்விசைத் தொகுதியின் விளையுள்  $AD$  இற்கு சமாந்தரமாக  $30$  எனில்  $\alpha, \beta$  ஐக் காண்க.
- $A$  பற்றி இவ்விசைத் தொகுதியின் திருப்பத்தைக் காண்க.
- விளையுள்  $AB$  ஐ வெட்டும் புள்ளியைக் காண்க.
- இவ்விசைத்தொகுதியானது  $A$  இன் ஊடாக செல்லும் தனிவிசையாக ஒடுக்க சேர்க்க வேண்டிய இணையைக் காண்க.
- அவ் இணை  $G$  தொழிற்படும் போது  $\overrightarrow{AB}$  இற்கு சமாந்தரமாக  $C$  இன் ஊடு தாக்கும் ஓர் விசை  $P$  இனால் விளையுள் ஆனது  $DC$  க்கு செங்குத்தாக அமையின் விசை  $P$  ஐயும் விளையுள் விசையையும் காண்க.

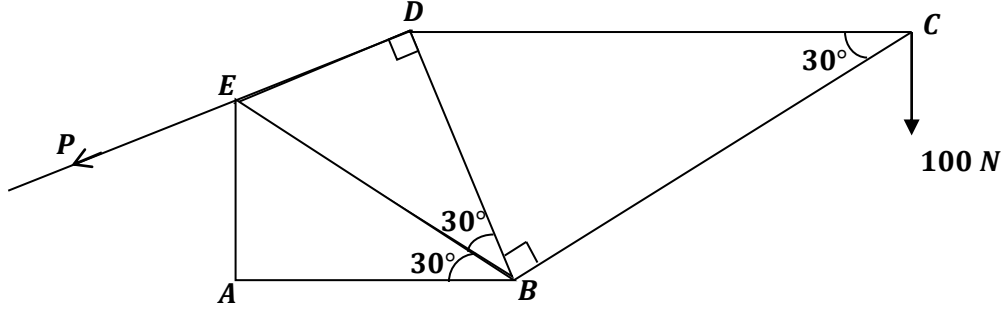
- 16) (a) ஒவ்வொன்றும்  $W$  நிறையும்  $5a$  நீளமும் கொண்ட  $AB$ ,  $AC$  என்னும் சீரான கோல்கள்  $A$  இல் ஒப்பமாக பிணைக்கப்பட்டு  $B, C$  ஆகிய முனைகள் ஓர் ஒப்பமான கிடை நிலத்தில்  $8a$  இடைத்தூரத்தில் தங்க வைக்கப்பட்டு  $BE, CD$  ஆகிய இரு இலேசான நீளா இழைகளினால் படத்தில் காட்டப்பட்டவாறு நிலைக்குத்துத் தளத்தில் சமனிலையில் பேணப்படுகின்றது.



இங்கு  $D, E$  என்பன முறையே  $AB, AC$  இன் நடுப்புள்ளிகள் ஆகும்.

- $BCD = \tan^{-1}\left(\frac{1}{4}\right)$  எனக் காட்டுக.
- இழையில் உள்ள இழுவை  $T = \frac{\sqrt{17}w}{8}$  எனக் காட்டுக.
- மூட்டு  $A$  இல் உள்ள மறுதாக்கத்தைக் காண்க.

(b)



படத்தில்  $AB, BC, CD, DE, EA, BD$  ஆகிய ஏழு இலேசான கோல்கள் அவற்றின் முனைகள் ஒப்பமாக பிணைக்கப்பட்டு உருவாக்கப்பட்ட சட்டப்பட்டல் காட்டப்பட்டுள்ளது. இது  $A$  இல் ஒப்பமாக பிணைக்கப்படும். மூட்டு  $C$  இல் வைக்கப்பட்ட  $100\text{ N}$  விசையினாலும், மூட்டு  $E$  இல் தாக்கும்  $DE$  வழியான விசை  $P$  இனாலும்  $DC$  என்பது கிடையாக இருக்க  $AE$  நிலைக்குத்தாக நிலைக்குத்துத் தளத்தில் சமனிலையில் பேணப்படுகின்றது. போவின் குறியீட்டைப் பயன்படுத்தி  $C, D, B, A$  ஆகிய மூட்டுக்களுக்கு தகைப்பு வரிப்படத்தை வரைக. இதிலிருந்து,

- கோல்களில் உள்ள தகைப்புக்களின் பருமன்களைக் காண்க.
- விசை  $P$  இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

- 17) (a)  $\ell$  நீளமும்  $W$  நிறையும் உடைய சீரான கோல்  $AB$  இன் முனை  $A$  கரடான கிடைத்தளத்திலும், மறுமுனை  $B$  கிடை நிலத்தில் இருந்து  $h$  உயரத்தில் உள்ள ஓர் ஒப்பமான முளையின் மீதும் தங்க எல்லைச் சமனிலையில் உள்ளது. தரைக்கும் கோலுக்கும் இடையிலான உராய்வுக் குணகம்  $\frac{\ell \sin 2\theta \sin \theta}{4h - \ell \sin 2\theta \cos \theta}$  எனக் காட்டுக.

- (b)  $AB$  என்பது  $W$  நிறையும்  $12a$  நீளமும் உடைய சீரான கோல் முனை  $A$  ஒப்பமான நிலைக்குத்து சுவர் மீது பொறுத்திருக்க கோலில் உள்ள புள்ளி  $C$  இல் கட்டப்பட்ட இழையின் மறுமுனை  $A$  இற்கு நிலைக்குத்தாக மேலே சவரிலுள்ள புள்ளி  $D$  இற்கு கட்டப்பட்டுள்ளது.  $B, D$  என்பன ஒரே மட்டத்திலுள்ளன.  $CB$  இன் நீளம் யாது?