(All Rights Reserved/ முழுப்பதிப்புரிமை உடையது)

தேசிய வெளிக்கள நிலையம் தொண்டைமானாறு
ஐந்தாம் தவணைப் பரீட்சை - 2023
National Field Work Centre, Thondaimanaru.
NFWC
5th Term Examination - 2023

இணைந்த கணிதம் - I (A)
Combined mathematics - I (A)

Three Hours 10 min

Gr -13 (2023)

10 | T | I A

சுட்டெண் | | | | | | |

அறிவுறுத்தல்கள்:

- பகுதி A இன் எல்லாவினாக்களுக்கும் விடைஎழுதுக. ஒவ்வொரு வினாவுக்கும் விடைகளைத் தரப்பட்ட இடத்தில் எழுதுக. மேலதிக இடம் தேவைப்படுமெனின், நீர் மேலதிகத் தாள்களைப் பயன்படுத்தலாம்.
- பகுதி B இல் உள்ள 7 வினாக்களில் விரும்பிய 5 வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக.
- ஒதுக்கப்பட்ட நேரம் முடிவடைந்ததும் பகுதி A ஆனது பகுதி B யிற்கு மேலே இருக்கக் கூடியதாக இரு பகுதிகளையும் இணைத்துப் பரீட்சை மண்டப மேற்பார்வையாளரிடம் கையளிக்க.
- வினாத்தாளின் பகுதி B யை மாத்திரம் பரீட்சை மண்டபத்திலிருந்து வெளியே எடுத்துச் செல்வதற்கு அனுமதிக்கப்படும்.

இணைந்த கணிதம்		
பகுதி	வினா எண்	கிடைத்த புள்ளிகள்
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
வினாத்தாள் I இன் மொத்தம்		

இணைந்த கணிதம் A	
இணைந்த கணிதம் B	
இறுதிப் புள்ளிகள்	

(All Rights Reserved/ முழுப்பதிப்புரிமை உடையது)

பகுதி - A

01) **கணிதத் தொகுத்தறிவுக் கோட்பாட்டைப்** பயன்படுத்தி எல்லா $n \in \mathbb{Z}^+$ இற்கும் $1 + \sum_{r=0}^{2n} 2^r = 2^{2n+1}$ என நிறுவுக.

02) $y = \frac{1}{2}x,\ y = \big|1 - |x-1|\big|$ ஆகியவற்றின் பருமட்டான வரைபுகளை **ஒரே வரிப்படத்தில்** வரைக. **இதிலிருந்து அல்லது வேறு விதமாக,** சமனிலி $x < 2\big|1 - |x-1|\big|$ ஐத் திருப்தியாக்கும் x இன் எல்லா மெய்ப் பெறுமானங்களையும் காண்க.

(All Rights Reserved/ முழுப்பதிப்புரிமை உடையது)

03) ஓர் ஆகண் வரிப்படத்தில் சமனிலி $\left|z+1-\sqrt{3}i\right| \leq 1$ ஐத் திருப்தியாக்கும் சிக்கலெண்கள் z ஐ வகைகுறிக்கும் புள்ளிகளைக் கொண்ட பிரதேசத்தை நிழற்றுக.

இந் நிழற்றப்பட்ட பிரதேசத்தில் உள்ள புள்ளிகளினால் வகைகுறிக்கப்படும் சிக்கலெண்கள் z இற்கு $\operatorname{Arg} z$ இன் மிகப் பெரிய பெறுமானத்தையும் மிகச் சிறிய பெறுமானத்தையும் காண்க.

04) சமன்பாடு $4x^2-(2k-1)x+1=0$ இன் மூலங்களின் விகிதமும் சமன்பாடு $x^2-(k+1)x+1=0$ இன் மூலங்களின் விகிதமும் சமனாயின் $k=-\frac{1}{4}$ எனக் காட்டுக.

(All Rights Reserved/ முழுப்பதிப்புரிமை உடையது)

05) $\lim_{x\to 0} \frac{\tan\left(\frac{x}{2}\right)-\sin\left(\frac{x}{2}\right)}{x^2\{\sqrt{x^2+x+1}-\sqrt{x^2-x+1}\}} = \frac{1}{16}$ எனக் காட்டுக.

06) $\frac{d}{dx}\{x-\tan^{-1}(x+1)\} = \frac{x^2+2x+1}{x^2+2x+2}$ ஐப் **பயன்படுத்தி,** $\int_0^1 \frac{x^2+2x+1}{x^2+2x+2}dx = \frac{1}{4}\{\pi+4-4\tan^{-1}2\}$ எனக் காட்டுக.

$y=\frac{x+1}{\sqrt{x^2+2x+2}}$, $y=0$, $x=0$, $x=1$ ஆகிய வளையிகளினால் உள்ளடைக்கப்படும் பிரதேசம் x-அச்சைப் பற்றி 2π ஆரையன்களினூடாகச் சுழற்றப்படுகின்றது. இவ்வாறு பிறப்பிக்கப்படும் திண்மத்தின் கனவளவைக் காண்க.

(All Rights Reserved/ முழுப்பதிப்புரிமை உடையது)

07) அதிபரவளைவு $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{4}=1$ இற்கு அதன் மீது இருக்கும் புள்ளி $P\equiv(3\operatorname{cosec}\theta, 2\cot\theta)$ இல் உள்ள தொடலிக் கோட்டின் சமன்பாடு $\frac{x}{3}\operatorname{cosec}\theta-\frac{y}{2}\cot\theta=1$ எனக் காட்டுக; இங்கு $0<\theta<\frac{\pi}{2}$. தொடலிக் கோடு புள்ளி $\left(0,-2\sqrt{3}\right)$ இனூடாகச் சென்றால் P இன் ஆள்கூறுகளைக் காண்க.

08) நேர்கோடு l ஆனது கோடுகள் $2x+y-1=0,\ x-1=0$ என்பன இடைவெட்டும் புள்ளியினூடாகச் செல்கின்றது எனவும் உற்பத்தியில் இருந்து l இற்கான செங்குத்துத் தூரம் 1 அலகு எனவும் கொள்வோம். l இன் சமன்பாட்டைக் காண்க.

(All Rights Reserved/ முழுப்பதிப்புரிமை உடையது)

09) $(1,1)$ என்னும் புள்ளிக்கூடாகச் செல்வதும் நேர்கோடு $2x-y=0$ ஐ புள்ளி $(0,0)$ இல் தொடுவதுமான வட்டத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

10) $\alpha-\beta=\frac{\pi}{4}$ எனின், $(1-\tan\beta)(1+\tan\alpha)=2$ எனக் காட்டுக.

இதிலிருந்து, $\left(1-\tan\frac{\pi}{12}\right)\left(1-\tan^2\frac{4\pi}{12}\right)\left(1-\tan^2\frac{7\pi}{12}\right)\left(1+\tan\frac{10\pi}{12}\right)=8$ எனக் காட்டுக.