



**தேசிய வெளிக்கள நிலையம் தொண்டைமானாறு**  
**இரண்டாம் தவணைப் பரீட்சை - 2023**  
**National Field Work Centre, Thondaimanaru.**  
**2<sup>nd</sup> Term Examination - 2023**

**இணைந்த கணிதம் - (B)**  
**Combined mathematics - (B)**

**Gr -12 (2024)**

**10**

**T**

**B**

**பகுதி - B**

11) (a)  $p > q > 0$  எனவும்  $f(x) = x^2 - 2px + q^2$  எனவும்  $g(x) = x^2 - 2qx + p^2$  எனவும் கொள்வோம். சமன்பாடு  $f(x) = 0$  இன் மூலங்கள் மெய்யானவையும் வேறுவேறானவையும் எனவும் சமன்பாடு  $g(x) = 0$  இன் மூலங்கள் கற்பனையானவை எனவும் காட்டுக.

$f(x) = 0$  இன் மூலங்கள்  $\alpha, \beta$  எனவும்  $g(x) = 0$  இன் மூலங்கள்  $\gamma, \delta$  எனவும் கொள்வோம்.

$\alpha\gamma + \beta\delta, \alpha\delta + \beta\gamma$  ஆகியவற்றை மூலங்களாகக் கொண்ட இருபடிச் சமன்பாடு  $x^2 - 4pqx + 4(p^4 - p^2q^2 + q^4) = 0$  எனக் காட்டுக.

மேலும் இச்சமன்பாட்டின் மூலங்கள் இரண்டும் கற்பனையானவை எனவும் காட்டுக.

$x \in \mathbf{R}$  இற்கு  $f(x) + g(x) \geq \frac{1}{2}(p - q)^2$  எனக் காட்டுக.

(b)  $p(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 - 4x + c$  எனக் கொள்வோம்; இங்கு  $a, b, c$  என்பன மெய்ம் மாறிலிகள் ஆகும்.  $x, x - 1$  என்பன  $p(x)$  இன் காரணிகள் எனவும்  $p(x)$  ஐ  $x + 1$  இனால் வகுக்க வரும் மீதி 10 எனவும் தரப்பட்டுள்ளன.  $a, b, c$  இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.

$p(x)$  ஐ இரு ஏகபரிமாணக் காரணிகளினதும் ஒரு இருபடிக் காரணியினதும் பெருக்கமாக எடுத்துரைக்க.

**இதிலிருந்து**  $p(x)$  ஐ  $x(x - 1)(x - 2)$  இனால் வகுக்க வரும் ஈவையும் மீதியையும் காண்க.

12) (a) பின்வருவனவற்றைக் காண்க.

(i)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x+5} - \sqrt{x+7}}{x-2}$

(ii)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 4x^2 - 3}{(x-1)(2x-1)}$

(b) முதற் தத்துவங்களில் இருந்து  $x$  குறித்து  $\sin x$  இன் பெறுதியைக் காண்க.

**இதிலிருந்து**,  $x$  குறித்து  $\sin^{-1} x$  இன் பெறுதியைப் பெறுக.

$y = \sin(m \sin^{-1} x)$  எனின்,  $(1 - x^2) \frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} + m^2 y = 0$  எனக் காட்டுக; இங்கு  $m$  ஒரு மெய்ம் மாறிலி.

- (c)  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$  இற்கு  $x = 2 \sin \theta - \sin 2\theta$  எனவும்  $y = 2 \cos \theta - \cos 2\theta$  எனவும் கொள்வோம்.

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{3}{8} \operatorname{cosec}^3 \frac{3\theta}{2} \operatorname{cosec} \frac{\theta}{2} \text{ எனக் காட்டுக.}$$

$$\theta = \frac{\pi}{3} \text{ இல் } \frac{d^2y}{dx^2} \text{ ஐயும் காண்க.}$$

- 13) (a) பின்வரும் சர்வசமன்பாடுகளை நிறுவுக.

$$(i) \frac{\cos \theta}{1-\sin \theta} + \frac{1-\sin \theta}{\cos \theta} = 2 \sec \theta,$$

$$(ii) \frac{\sin \theta - 2\sin^3 \theta}{2\cos^3 \theta - \cos \theta} = \tan \theta.$$

- (b)  $\sin x = \frac{2t}{1+t^2}$  எனவும்  $\cos x = \frac{1-t^2}{1+t^2}$  எனவும் நிறுவுக; இங்கு  $t = \tan \frac{x}{2}$ .

$a, b \in \mathbf{R}^+$  இற்கு  $(a^2 - b^2) \sin \alpha + 2ab \cos \alpha = a^2 + b^2$  எனின்  $\sin \alpha$  ஐயும்  $\cos \alpha$  ஐயும்  $a, b$  சார்பில் காண்க.

- (c) சமன்பாடு  $2 \sin x - 2\sqrt{3} \cos x - \sqrt{3} \tan x + 3 = 0$  இன் பொதுத் தீர்வைக் காண்க.

- 14) (a)  $\cos(A+B)$  ஐ  $\sin A, \cos A, \sin B, \cos B$  ஆகியவற்றின் சார்பில் எழுதுக.

**இதிலிருந்து,**  $\cos(A-B)$  இற்கான ஓர் ஒத்த விரிவைப் பெறுக.

$$\cos \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}} \text{ எனக் காட்டுக.}$$

- (b) வழமையான குறியீடுகளுடன் யாதாயினும்

ஒரு முக்கோணி  $ABC$  யிற்கு **சைன்**

**நெறியைக்** கூறி நிறுவுக.

உருவில் காட்டப்பட்ட முக்கோணி  $ABC$  யின் பக்கம்  $BC$  யின் நடுப்புள்ளி  $D$  ஆகும்.  $B\hat{D}A = \frac{\pi}{4}$ ,  $B\hat{C}A = \frac{\pi}{6}$ ,  $B\hat{A}D = \alpha$  ஆகும்.

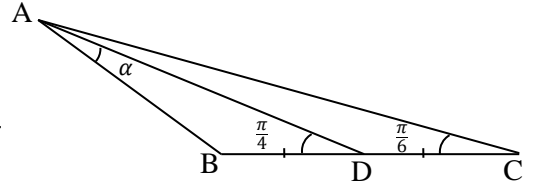
முக்கோணிகள்  $ABD, ADC$  ஆகியவற்றிற்கு சைன் நெறியைப் பிரயோகிப்பதன் மூலம்

$$2 \sin \alpha \cos \frac{\pi}{12} = \sin \left( \alpha + \frac{\pi}{4} \right) \text{ எனக் காட்டுக.}$$

**இதிலிருந்து,**  $\alpha = \frac{\pi}{6}$  எனக் காட்டுக. [ $\cos \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$  எனக் கொள்க.]

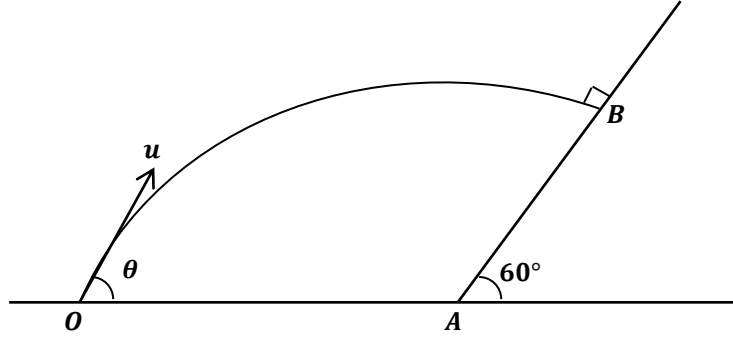
- (c)  $x > 0$  இற்கு  $\tan^{-1} \left( \frac{1-x}{1+x} \right) = \frac{1}{2} \tan^{-1} x$  ஐத் தீர்க்க.

- 15) (a) நிலையம்  $A$  இல் ஓய்வில் இருந்து புறப்படும் ஒரு புகையிரதம் ஒரு நேரான கிடையான புகையிரதப் பாதை வழியே இயங்கிச் செல்கிறது. அது தன் பயணத்தின் முதல்  $5T$  செக்கனுக்கு சீரான ஆர்முடுகல்  $8f \text{ ms}^{-2}$  உடன் இயங்கி அடுத்த  $12T$  செக்கன்களுக்கு சீரான ஆர்முடுகல்  $5f \text{ ms}^{-2}$  உடன் இயங்கி பெற்ற வேகத்துடன்  $T_0$  செக்கன்களுக்கு சீராக இயங்கி பின்  $20f \text{ ms}^{-2}$  அமர்முடுகலுடன் இயங்கி நிலையம்  $B$  இல் ஓய்வுக்கு வருகின்றது.



- (i) புகையிரதத்தின் இயக்கத்திற்கான வேக நேர வரைபை வரைக.
- (ii) புகையிரதம் இயங்கத் தொடங்கி  $17 T$  செக்கனில் புகையிரதத்தின் கதியாது?
- (iii) புகையிரதத்தின் இயக்கத்தின் முதல்  $17 T$  செக்கனில் புகையிரதம் சென்ற தூரம் யாது?
- (iv) நிலையம்  $A$  இல் இருந்து நிலையம்  $B$  இற்கான தூரம் முதல்  $17 T$  செக்கனில் இயங்கிய தூரத்தின் 6 மடங்கு எனின்  $T_0$  ஐ  $T$  சார்பில் கண்டு இயக்கத்திற்கு எடுத்த மொத்த நேரத்தைக் காண்க.

(b)



கிடைத்தரையில் உள்ள புள்ளி  $O$  இல் இருந்து கிடையுடன்  $\theta$  கோணத்தில்  $u$  கதியுடன் நிலைக்குத்துத் தளத்தில் எறியப்படும் துணிக்கை அதே நிலைக்குத்துத் தளத்தில் கிடைத்தரையில் உள்ள புள்ளி  $A$  இன் ஊடாக  $OA$  உடன்  $60^\circ$  சாய்வில் அமைந்துள்ள நிலைத்த தளத்தை  $\sqrt{3ag}$  கதியுடன்  $\sqrt{\frac{12a}{g}}$  நேரத்தில் செங்குத்தாக புள்ளி  $B$  இல் அடிக்கின்றது.

- (i)  $u = 3\sqrt{ag}$  எனக் காட்டுக.
- (ii)  $\theta$  இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.
- (iii)  $\overrightarrow{OA}$  மட்டத்தில் இருந்து  $B$  இன் உயரத்தைக் காண்க.
- (iv) துணிக்கை  $B$  ஐ அடித்து அடிக்கும் திசைக்கு நேர் எதிர்திசையில்  $v$  வேகத்துடன் பின்னதைத்து  $A$  இல் விழுகின்றது எனில்  $v$  ஐக் காண்க.

16) (a)  $O$  என்ற உற்பத்தி குறித்து  $A, C$  என்ற புள்ளிகளில் தானக்காவிகள் முறையே  $a, a + b$  ஆகும்.  $D$  இன் தானக்காவி  $2a$ .  $AC$  க்கு சமாந்தரமாக  $O$  ஊடாக வரையும் கோட்டில்  $AC = OB$  ஆகுமாறு  $B$  ஐக் குறிக்க.  $DB, OC$  ஐ  $M$  இல் சந்திக்கும்.  $OM = \lambda OC, MB = \mu DB$  ஆகக் கொள்க.

- (i)  $B$  இன் தானக்காவியைக் காண்க.
- (ii)  $\overrightarrow{DB}$  ஐ  $a, b$  சார்பாக தருக.
- (iii)  $\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{MB}$  என்பவற்றை  $\lambda, \mu, a, b$  சார்பாக தருக.
- (iv)  $DM : MB, OM : MC$  என்பவற்றைக் காண்க.

- (b) முக்கோணி  $ABC$  இன் நிமிர் மையம்  $H$ .  $\overrightarrow{HA}$ ,  $\overrightarrow{HB}$ ,  $\overrightarrow{HC}$  திசைகளில் முறையே  $P$ ,  $Q$ ,  $R$  என்ற விசைகள் தாக்குகின்றன. விசைத்தொகுதி சமனிலையிலிருப்பின்  $\frac{P}{a} = \frac{Q}{b} = \frac{R}{c}$  எனக் காட்டுக.
- 17) (a)  $ABCDEF$  ஓர் ஒழுங்கான அறுகோணி.  $3, 4\sqrt{3}, 8, \sqrt{3}, 2N$  விசைகள் முறையே  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{CA}$ ,  $\overrightarrow{AD}$ ,  $\overrightarrow{AE}$ ,  $\overrightarrow{FA}$  திசைகளில் தாக்குகின்றன.
- (i) தொகுதியின் விளையுளின் பருமன், திசையைக் காண்க.
- (ii) இத்தொகுதியை சமனிலையடையச் செய்ய சேர்க்க வேண்டிய விசையின் பருமன் திசையைக் காண்க.
- (b)  $4m$  நீளமும்  $40 kg$  நிறையுமுள்ள சீரான கோல் அதன் நுனிகளில் இணைக்கப்பட்ட இழைகளால் தாங்கப்படுகிறது. இழைகள் அறாது தாங்கக்கூடிய இழுவை  $35 kg$  எனின்  $20 kg$  நிறையை மையத்திலிருந்து எவ்வளவு தூரத்தில் தொங்கவிட முடியும் எக் காண்க.