



தேசிய வெளிக்கள நிலையம் தொண்டைமானாறு
மூன்றாம் தவணைப் பரீட்சை - 2025
National Field Work Centre, Thondaimanaru.
3rd Term Examination - 2025

இணைந்த கணிதம் - (B)
Combined mathematics - (B)

Gr -12 (2025)

10

T

B

பகுதி - B

- 11) (a) $x^2 + x - 1 = 0$ என்ற இருபடிச்சமன்பாட்டின் மூலங்கள் α, β எனின் $\alpha^2 = \beta + 2, \beta^2 = \alpha + 2$ என நிறுவுக. $\left(\frac{\alpha+1}{\beta+1}\right), \left(\frac{\beta+1}{\alpha+1}\right)$ என்பவற்றை மூலங்களாகக் கொண்ட இருபடிச்சமன்பாடு $x^2 + 3x + 1 = 0$ எனக்காட்டுக. மேலும் $\frac{\alpha+\beta+2}{\beta+1}, \frac{\alpha+\beta+2}{\alpha+1}$ என்பவற்றை மூலங்களாகக் கொண்ட சமன்பாட்டை உய்த்தறிக.
- (b) $x^2 + ax + b = 0, x^2 + bx + a = 0 (a \neq b)$ ஆகிய சமன்பாடுகளுக்கு ஒரு பொது மூலம் இருப்பின் $a + b + 1 = 0$ எனக்காட்டுக.
 சமன்பாடு $2x^3 - (a + b)x^2 + (a + b - 1)x = (a + b)^2$ இன் மூலகங்களைக் காண்க.
- (c) $k \in \mathbb{R}$ எனவும் $(x - k)^2$ ஆனது $P(x)$ இன் காரணி எனவும் தரப்படின் $(x - k)$ ஆனது $P'(x)$ இன் காரணி எனக்காட்டுக.
 $f(x) = x^4 - 2x^3 + 5x^2 + ax + b$ என்க. $(x - 1)^2$ ஆனது $f(x)$ இன் காரணி எனத்தரப்படின் $b = 4, a = -8$ எனக்காட்டுக.
 $f(x) = (x - 1)^2(x^2 + px + q)$ ஆகுமாறு மாறிலிகள் p, q இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.
 இதிலிருந்து $f(x)$ ஐ $(x - 1)^3$ ஆல் வகுக்கவரும் மீதியைக் காண்க.
- 12) (a) $x \neq 1$ இற்கு $f(x) = \frac{x^2 - x - 2}{(x - 1)^2}$ எனக்கொள்வோம்.
 $x \neq 1$ இற்கு $f'(x)$ ஆனது $f'(x) = \frac{5 - x}{(x - 1)^3}$ இனால் தரப்படுகின்றதெனக் காட்டுக.
 இதிலிருந்து $f(x)$ ஆதிதிகரிக்கின்ற ஆயிடைகளையும் $f(x)$ குறைகின்ற ஆயிடைகளையும் காண்க.
 அத்துடன் $f(x)$ இன் திரும்பற் புள்ளியின் ஆள்கூறுகளையும் காண்க.
 $x \neq 1$ இற்கு $f''(x) = \frac{2(x - 7)}{(x - 1)^4}$ எனத்தரப்பட்டுள்ளது $y = f(x)$ இன் வரைபின் விபத்திப் புள்ளியின் ஆள்கூறுகளைக் காண்க.

அணுகுகோடுகள், திரும்பப் புள்ளி, விபத்திப்புள்ளி அச்சை வெட்டும் புள்ளிகள் ஆகியவற்றைக் காட்டி $y = f(x)$ இன் வரைபை பரும்படியாக வரைக.

- (b) a நீளமுள்ள கம்பித்துண்டொன்று இரு பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்பட்டு ஒன்று சதுரமாகவும் மற்றையது செவ்வகமாகவும் வளைக்கப்படுகின்றது. சதுரத்தின் ஒரு பக்க நீளம் x எனவும் செவ்வகத்தின் ஒரு பக்க நீளம் $2x$, மற்றைய பக்கம் y எனவும் கொண்டு $0 < x < \frac{a}{8}$ இற்கு $y = \frac{a-8x}{2}$ எனக்காட்டுக. சதுரத்தினதும் செவ்வகத்தினதும் பரப்பளவுகளின் கூட்டுத்தொகை A எனின் $0 < x < \frac{a}{8}$ இற்கு $A = ax - 7x^2$ எனக்காட்டுக. A உயர்வாக இருக்கம் x இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

- 13) (a) $\sin(A + B)$ இன் விரிவை $\sin A, \sin B, \cos A, \cos B$ சார்பில் எழுதுக. இதிலிருந்து $\cos(A - B)$ இன் விரிவை உய்தறிக.

$$(\sin x + \cos x)(\sin 2x, \cos 2x) = \sin 3x + \cos x \text{ எனக்காட்டி}$$

$$(\sin x + \cos x)(\sin 2x + \cos 2x) - \cos 5x = 0 \text{ என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்க்க.}$$

- (b) வழமையான குறியீடுகளுடன் யாதாயினும் ஒரு முக்கோணி ABC இற்கு சைன் நெறியை கூறுக.

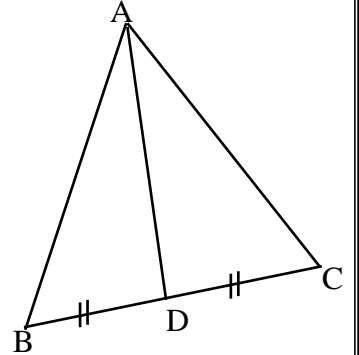
முக்கோணி ABC இல் பக்கம் BC இன் நடுப்புள்ளி D ஆகும். AD ஆனது AB, AC என்பவற்றுடன் முறையே α, β கோணங்களை அமைக்கின்றது. மேலும் $\widehat{ADC} = \theta$ எனின்

$$\Delta ABD \text{ இல் } \sin \text{ விதியை பிரயோகித்து } AD = \frac{a \sin(\theta - \alpha)}{2 \sin \alpha}$$

எனக்காட்டுக. ΔADC இல் AD இற்கு இன்னொரு

$$\text{தொடர்பை பெற்று } \frac{\sin(\theta - \alpha)}{\sin \alpha} = \frac{\sin(\theta + \beta)}{\sin \beta} \text{ எனக்காட்டுக.}$$

$$\text{மேலும் } 2 \cot \theta = \cot \alpha - \cot \beta \text{ எனவும் காட்டுக.}$$



- (c) $\tan^{-1} \left\{ \frac{1}{1+x} \right\} + \tan^{-1} \left\{ \frac{1}{1+2x} \right\} = \tan^{-1} \left\{ \frac{8}{x^2} \right\}$ எனின் $x(x - 6)(3x + 4) = 0$ எனக்காட்டுக.

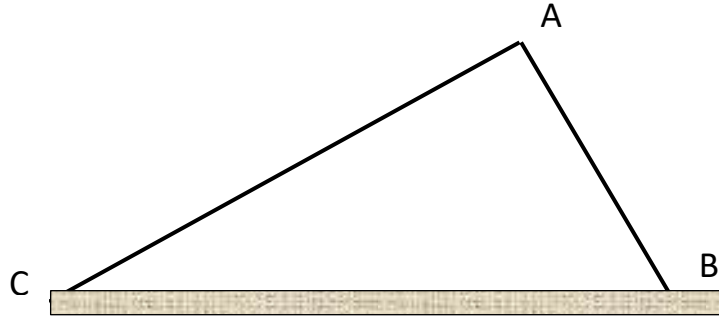
$$\text{இம் முடிவைப் பயன்படுத்தி } \tan^{-1} \left\{ \frac{1}{1+e^x} \right\} + \tan^{-1} \left\{ \frac{1}{1+2e^x} \right\} = \tan^{-1} \left\{ \frac{8}{e^{2x}} \right\} \text{ எனின்}$$

$$x = \ln 6 \text{ எனக்காட்டுக.}$$

- 14) (a) $a, x + b_1y + c_1 = 0, a_2x + b_2y + c_2 = 0$ ஆகிய இடைவெட்டும் நேர்கோடுகளுக்கு இடையிலான கோணங்களின் இருகூறாக்களின் சமன்பாடுகள் $\frac{a_1x+b_1y+c_1}{\sqrt{a_1^2+b_1^2}} = \pm \frac{a_2x+b_2y+c_2}{\sqrt{a_2^2+b_2^2}}$ எனக்காட்டுக.
- (b) $l \equiv ax + by + c = 0$ என்பது ஒரு நேர்கோடு எனவும் $P_1 \equiv (x_1, y_1), P_2 \equiv (x_2, y_2)$ என்பன இரு புள்ளிகள் எனவும் கொள்க.
 $(ax_1 + by_1 + c)(ax_2 + by_2 + c) \geq 0$ என்பதற்கேற்ப புள்ளிகள் P, Q என்பன நேர்கோடு $ax + by + c = 0$ இற்கு ஒரே பக்கத்தில் அல்லது எதிர்ப்பக்கங்களில் இருக்கும் எனக்காட்டுக.
- (c) $\triangle ABC$ இன் பக்கங்கள் AB, BC, CA என்பவற்றின் சமன்பாடுகள் முறையே $x - y = 0, 2x + y + 4 = 0, 11x - 2y - 8 = 0$ ஆகும். புள்ளி $A \equiv \left(\frac{8}{9}, \frac{8}{9}\right)$ எனக்காட்டி புள்ளிகள் B, C இன் ஆள்கூறுகளைக் காண்க.
 $\angle C$ இன் உள்ளிருகூறாக்கி $7x + y + 4 = 0$ எனக்காட்டுக. இவ்விருகூறாக்கி AB ஐ D இல் சந்திக்கின்றது. $\angle D$ இன் உள்ளிருகூறாக்கி $3x - y + 1 = 0$ எனக்காட்டுக. இவ்விருகூறாக்கி BC ஐ E இல் சந்திப்பின் E இன் ஆள்கூறையைக் காண்க.
- 15) (a) ஒரு நேரான வீதியில் ஒரு பேருந்து தரிப்பிடத்தில் மனிதன் ஒருவன் நிற்கின்றான் அவனுக்கு பின்னால் d தூரத்தில் பேருந்து ஒன்று வேகம் u உடனும் சீரான ஆர்முடுகல் f உடனும் பேருந்து தரிப்பிடத்தை நோக்கிய திசையில் வருவதை காண்கிறான். உடன் அவன் ஓய்வில் இருந்து புறப்பட்டு சீரான ஆர்முடுகல் $2f$ உடன் பேருந்து இயங்கும் திசையில் ஓடுகின்றான். T நேரத்தில் பேருந்து அவனை மட்டுமட்டாக சந்தித்து தொடர்ந்து இயங்குகின்றன.
 (i) பேருந்தினதும், மனிதனதும் வேக நேர வரைபுகளை ஒரே வரிப்பத்தில் வரைக.
 (ii) d ஐ u, T சார்பில் காண்க.
 (iii) பேருந்து, மனிதன் என்பவற்றின் ஆர்முடுகல்களை காண்க.
 (iv) இரண்டும் இயங்க தொடங்கி $2T$ நேரத்தில் பேருந்துக்கும் மனிதனுக்கும் இடைப்பட்ட தூரம் யாது?
- (b) சமாந்தரமான நேர் கரைகளையும் அகலம் a ஐயும் உடைய ஓர் ஆறு சீரான கதி u உடன் பாய்கின்றது. A, B என்னும் ஆற்றின் இரு கரைகளிலும் உள்ள புள்ளிகள் \overline{AB} ஆனது ஆறு பாயும் திசையுடன் 120° உள்ளவாறு உள்ளன. ஆறு சார்பாக $\sqrt{3}u$ கதியுடன் நீந்ததக்க மனிதன் A இல் இருந்து நீந்தி B ஐ அடைகின்றான்.

- (i) சார்புவேக கோட்பாட்டை பயன்படுத்தி வேகமுக்கோணி வரைவதன் மூலம் மனிதன் நீந்திய கதியையும், ஆறு சார்பாக மனிதன் நீந்திய திசையையும் காண்க.
- (ii) மனிதன் A இல் இருந்து Bஐ அடைய எடுத்த நேரம் யாது?
- (iii) ஆறு சார்பாக மனிதன் $\sqrt{3}u$ கதியுடன் ஆற்றோட்டத்திற்கு செங்குத்தாக A இல் இருந்து நீந்த தொடங்குவான் எனில் சார்பு வேக கோட்பாட்டை பயன்படுத்தி மனிதன் B இல் இருந்து $\frac{2a}{\sqrt{3}}$ தூரத்தில் கரையை அடைவான் எனக் காட்டுக.

16)



முக்கோணி ABC ஆனது M திணிவுள்ள ஓர் ஒப்பமான சீரான ஆப்பின் திணிவு மையத்தின் ஊடான குறுக்கு வெட்டாகும். $\angle CAB = \frac{\pi}{2}$ $\angle ABC = \alpha$ ($\alpha > \frac{\pi}{4}$) முகம் BC ஆனது ஒப்பமான கிடைநிலத்தில் தங்க ஆப்பானது வைக்கப்பட்டு உச்சி A இற்கு அருகில் சமதிணிவு m உடைய P, Q ஆகிய துணிக்கைகள் முறையே AC, AB இன் அதி உயர் சரிவுக்கோடுகள் வழியே இயங்குமாறு வைக்கப்பட்டு விடப்படுகின்றன. இங்கு $BC = a$ ஆகும்

- (i) ஆப்பு, துணிக்கைகள் மீது தாக்கும் விசைகள், ஆர்முடுகல்களை குறிக்க.
- (ii) பொருத்தமான சமன்பாடுகளை பெற்று ஆப்பு $\sqrt{\frac{2a}{g \tan \alpha}}$ என்ற நேரத்துக்கு ஓய்வில் இருந்து பின் $\frac{mg \sin \alpha \cos \alpha}{M + m \cos^2 \alpha}$ என்ற ஆர்முடுகலுடன் இயங்கும் எனக்காட்டுக.

17) (a) I. a, b, c காவிகளாக $a.(b + c) = \underline{a.b} + \underline{a.c}$ எனக்காட்டுக.

II. O என்ற உற்பத்தி குறித்து A, B என்ற புள்ளிகளின் தானக்காவிகள் முறையே $\underline{a}, \underline{b}$ ஆகும். புள்ளி c இன் தானக்காவி $\underline{a} + \underline{b}$ ஆகும். $\frac{BM}{MC} = \frac{1}{3}, \frac{AN}{NC} = 4$ ஆகுமாறு M, N ஆகிய புள்ளிகள் முறையே BC, AC என்பவற்றிலுள்ளன. AM, ON என்பன L இல் வெட்டுகின்றன. $\frac{ML}{LA} = \mu, \frac{OL}{LN} = \lambda$ ஆகும்.

(i) M, N என்பவற்றின் தானக்காவிகளைக் காண்க.

(ii) $\overrightarrow{AL}, \overrightarrow{OL}$ என்பவற்றை $\lambda, \mu, \underline{a}, \underline{b}$ சார்பாக காண்க.

(iii) காவிக்கூட்டல் மூலம் λ, μ ஐக் காண்க.

(b) $ABCDEF$, 4 cm பக்கமுள்ள ஒழுங்கான அறுகோணி $\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AE}, \overrightarrow{BA}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{DE}, \overrightarrow{EF}$ வழியே முறையே $4\sqrt{3}, 2\sqrt{3}, 12, 4, 2, 2$ என்ற விசைகள் தாக்குகின்றன.

(i) விளையுளின் பருமனைக் காண்க.

(ii) விளையுள் BC உடன் அமைக்கும் கோணத்தை காண்க.

(iii) விளையுள் BC ஐ வெட்டும் புள்ளியைக் காண்க.

(iv) இவ் விளையுள் C ஊடாக தாக்குமாறு செய்வதற்கு சேர்க்கப்படவேண்டிய இணையை காண்க.