

# श्रीमद्भास्कराचार्यविरचिता लीलावती

## व्याख्यानम् १ः उपोद्घातः ग्रन्थकर्तृपरिचयश्च

K. Ramasubramanian

K. Mahesh

Cell for Indian Science & Technology in Sanskrit  
IIT Bombay

### AICTE Sponsored QIP program

( Understanding Classical Scientific Texts of India in an Immersive Sanskrit Environment )

IIT Indore

September 14–October 2, 2020

# मङ्गलाचरणम् – Invocatory verse of *Lilavati*

निर्विघ्नसमाप्तिकामनया कृतं गणेशनमस्काररूपं मङ्गलं शिष्यशिक्षायै शार्दूलविक्रीडितवृत्तेन निर्विघ्नचिकीर्षितं सप्रवृत्त्यङ्गं प्रतिजानीते।

प्रीतिं भक्तजनस्य यो जनयते विघ्नं विनिघ्नन् स्मृतः  
तं वृन्दारकवृन्दवन्दितपदं नत्वा मतङ्गाननम् ।  
पाटीं सद्गणितस्य वच्मि चतुरप्रीतिप्रदां प्रस्फुटां  
संक्षिप्ताक्षरकोमलामलपदैः लालित्यलीलावतीम् ॥ १ ॥



अन्वयः – यः स्मृतः [गणेशः] भक्तजनस्य विघ्नं विनिघ्नन् प्रीतिं जनयते, तं वृन्दारकवृन्दवन्दितपदं मतङ्गाननं नत्वा, सङ्खिप्ताक्षरकोमलामलपदैः चतुरप्रीतिप्रदां प्रस्फुटां लालित्यलीलावतीं सद्गणितस्य पाटीं अहं वच्मि ॥

विषयः – पाठ्युक्तपदार्थः सङ्खलनादयः ।

प्रयोजनम् – पाठ्यन्तर्गतं गणितज्ञानम् ।

सम्बन्धः – वच्मि इत्यनेन द्योत्यते प्रतिपाद्यप्रतिपादकभावः ।

अधिकारी – गणितशास्त्रप्रतिपादितार्थजिज्ञासुः ॥

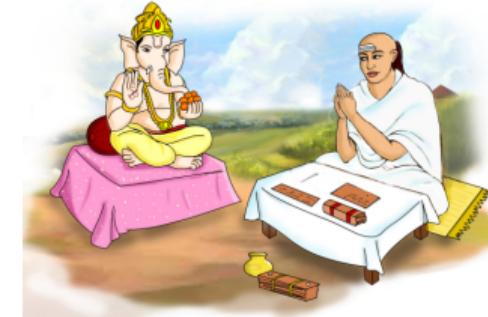
# मङ्गलाचरणम् – Invocatory verse of *Lilavati*

प्रीतिं भक्तजनस्य यो जनयते विघ्नं विनिघ्नन् स्मृतः  
तं वृन्दारकवृन्दवन्दितपदं नत्वा मतङ्गाननम् ।  
पाटीं सद्गणितस्य वच्मि चतुरप्रीतिप्रदां प्रस्फुटां  
संक्षिप्ताक्षरकोमलामलपदैः लालित्यलीलावतीम् ॥ १ ॥



- सतः स्वरूपेण विद्यमानव्यक्तस्येत्यर्थः गणितस्य सद्ग्नासम्बन्धिसङ्कलनादिकर्मणः पाटीं परिपाटीम् इतिकर्तव्यतां वच्मि, क्रियाबलादहमिति कर्त्राक्षेपः, वदामि ।
- ननु पूर्वपाटीनां सत्वात् इयं व्यर्थेवेत्यतः पाटीं विशिनष्टि प्रस्फुटाम् इति अतिसुगमामित्यर्थः ।
- चतुरप्रीतिप्रदाम् इति । चतुरेभ्यो विज्ञेभ्यः सुगमापि प्रीतिम् अनुरक्ततां प्रददातीत्यर्थः । कुत इत्यतो हेतुगर्भं विशेषणमाह – संक्षिप्ताक्षरकोमलामलपदैः लालित्यलीलावतीम् इति ।
- संक्षिप्तान्यक्षराणि वर्णाः, न तु अर्थः । कोमलवर्णयुक्तान्यमलानि निर्दूषणानि पदानि ।
- लालित्यं ललितस्य सुन्दरस्य भावः तस्य लीला अनुकरणं विद्यते यस्याः सा । तथा चेयं सुधियामनुपयुक्ता नेति भावः । लीलावतीम् इत्यनेन अस्याः पाट्याः नामापि सूचितम् ।
- को हि नाम लीलावतीभावज्ञः चतुरः तस्याः प्रीतिपात्रं न भवेत्?

प्रीतिं भक्तजनस्य यो जनयते विघ्नं विनिघ्नन् स्मृतः  
 तं वृन्दारकवृन्दवन्दितपदं नत्वा मतङ्गाननम् ।  
 पाटीं सद्गणितस्य वच्मि चतुरप्रीतिप्रदां प्रस्फुटां  
 संक्षिप्ताक्षरकोमलामलपदैः लालित्यलीलावतीम् ॥ १ ॥



Having bowed to the elephant-faced god [Gaṇeśa], whose feet are adored by deities, who, when called to mind, removes the obstacles and bestows happiness on those who are devoted, I expound [the book of] algorithm of good mathematics, in words concise, soft and faultless, the book which would delight experts, which is clear and unambiguous, and endowed with playful elegance.

- The word मतङ्ग can be derived as: मतं स्वच्छन्दं गच्छतीति ।
- Thus, it forms a beautiful example of परिकराङ्कुरालङ्कार ।

- While in the Indian tradition it is hard to find the details pertaining to precise dates of composition of various works, we are **fortunate** to have the details of the year of birth of Bhāskara recorded in the text itself.
- Presenting the year of his birth in the text of *Golādhyāya* in *Siddhāntasiromāṇi* appearing in the last quarter of the verse (*Praśnādhyāya* 58):

रसगुणपूर्णमही समशकनृपसमयेऽभवन्ममोत्पत्तिः ।  
 रसगुणवर्षेन मया सिद्धान्तशिरोमणी रचितः ॥

My birth took place in **1036** (*rasa* 6, *guṇa* 3, *pūrṇa* 0, *mahī* 1) of the reign reckoned after the *Śaka* kings. When I was **36** (*rasa* 6, *guṇa* 3), the *Siddhāntasiromāṇi* was composed by me.

*Śaka* 1036 = 1114 CE

# पूर्वचार्याणाम् उपजीव्यत्ववर्णनम्

Bhāskara expressing his indebtedness to his ancestors

कृती जयति जिष्णुजो गणकचक्रचूडामणिः  
जयन्ति ललितोक्तयः प्रथिततन्त्रसद्युक्तयः।  
वराहमिहिरादयः समवलोक्य येषां कृतीः  
कृती भवति मादशोऽप्यतनुतन्त्रबन्धे ल्पधीः॥

Triumphant is the blessed Brahmagupta, the son of Jisṇu, who is a crest-jewel among the mathematicians. [Similarly,] exalted are those like Varāhamihira, who have excelled in reasoning out principles of mathematics, and have authored beautiful works in mathematical astronomy. Having carefully studied their works, even a lesser intellect like me becomes blessed/qualified (*kṛtī*) to compose large (*atanu*) technical treatises.



# भास्करपर्यन्ताः प्रथिताः गणितशास्त्रविदः

Prominent Indian Mathematicians and their works till Bhāskarācārya

1400 BCE ?	लगधः	<i>Vedaṅga Jyotiṣa</i>
800 BCE ?	शुल्वसूत्रकाराः	<i>Śulbasūtras</i>
1st cent. ?	वृद्धगर्गः	<i>Vṛddhagargasaṁhitā</i>
4th cent. ?	वररुचिः	<i>Candravākyas</i>
476 CE	आर्यभटः I	<i>Āryabhaṭīya, Āryabhaṭasiddhānta</i>
505 CE	वराहमिहिरः	<i>Pañcasiddhāntikā</i>
598 CE	ब्रह्मगुप्तः	<i>Brāhmaṇaśuṭasiddhānta, Khaṇḍakhādhyaka</i>
629 CE	भास्करः I	<i>Mahābhāskarīya, Laghubhāskarīya</i>
650–700 CE	हरिदत्तः	<i>Grahaśāraṇibandhana</i>
689 CE	देवाचार्यः	<i>Karaṇaratna</i>
768 CE	लङ्घः	<i>Śiṣyadhi-vṛddhida</i>

# भास्करपर्यन्ताः प्रथिताः गणितशास्त्रविदः

800 CE	गोविन्दस्वामी	<i>Commentary on Mahābhāskarīya</i>
850 CE	महावीराचार्यः	<i>Ganitasārasaṅgraha</i>
864 CE	पृथूदकस्वामी	<i>Vāsanābhāṣya on Brāhmaśphuṭasiddhānta</i>
904 CE	वटेश्वरः	<i>Vaṭeśvarasiddhānta</i>
932 CE	मञ्जुलः	<i>Laghumānasa</i>
950 CE	आर्यभटः II	<i>Mahāsiddhānta</i>
966CE ?	भट्टोत्पलः	<i>Cintāmaṇi on Khaṇḍakhādhyaka, Vivṛti on Bṛhatsaṃhitā</i>
999 CE ?	श्रीपतिः	<i>Siddhāntaśekhara, Dhīkoṭidakaraṇa</i>
1073 CE	सोमेश्वरः	<i>Commentary on Āryabhaṭīya &amp; Khaṇḍakhādhyaka</i>
1073 CE	उदयदिवाकरः	<i>Sundarī on Laghubhāskarīya</i>
1114 CE	भास्करः II	<i>Līlāvatī, Bijagaṇita, etc.</i>

- ① लीलावती – a primer text in arithmetic with numerous examples covering foundational concepts in mathematics
- ② सिद्धान्तशिरोमणि: (गणिताध्यायः गोलाध्यायश्च) : deals with planetary motions, determination of their instantaneous velocities as well as longitudes, in addition to numerous other astronomical factors.
- ③ बीजगणितम्: the first text in India to deal with algebra independently as a subject.
- ④ वासनाभाष्यम्: an elaborate auto-commentary on the *Siddhāntasiromani* that presents detailed exposition on various astronomical concepts as well as justifications and proofs of various mathematical results.
- ⑤ करणकुतूहलम्: a handbook for doing a variety of astronomical computations in a simpler manner, particularly to assist calendar makers.

# लीलावती-बीजगणिते स्वतन्त्रे, उत सिद्धान्तशिरोमण्यन्तर्भूते?

*Līlāvatī* and *Bijaganita*: Are they part of *Siddhāntaśiromani*?

श्रीमान् भास्कराचार्यः सिद्धान्तशिरोमणिं नाम ग्रन्थं शालिवाहनशके १०७२ तमे वर्ष रचयामास। तस्य चत्वारोऽध्याया विलसन्ति। तत्र प्रथमः पाटी अथवा लीलावती। द्वितीयो बीजगणितमिति। तृतीयो ग्रहगणितमिति। तुरीयश्च गोलाध्याय इति प्रथन्ते। आचार्यस्य चतुर्ष्वप्यध्यायेषु गणकमूर्धन्यैः सकलमप्यायुर्बुद्धिसर्वस्वं च व्यीकृतम्।

(Intro. to *Golādhyāya*: Ānandāśrama Vol.122)

- There are **several problems** with this claim. **Nowhere** in the works of Bhāskara do we find him expressing this view. **Neither do we find pointers** indicating this four-fold division in the *Vāsanābhāṣya*.
- If it were so, then **the third verse** wherein Bhāskara puts forth **his intention of composing the *Siddhāntaśiromani*** would be incongruent.
- Traditionally, references to one's own lineage and that of one's teachers, are done **only at the end of treatises**, and not anywhere in between. *Bijaganita* contains such verses at the end, and this again confirms that it cannot be taken as a part of *Siddhāntaśiromani*.

आसीन्महेश्वर इति प्रथितः पृथिव्यां आचार्यवर्यपदवीं विदुषां प्रपन्नः ।  
लक्ष्वाऽवबोधकलिकां तत एव चक्रे तञ्जेन बीजगणितं लघु भास्करेण ॥

# लीलावत्या मनोरञ्जकगुणः

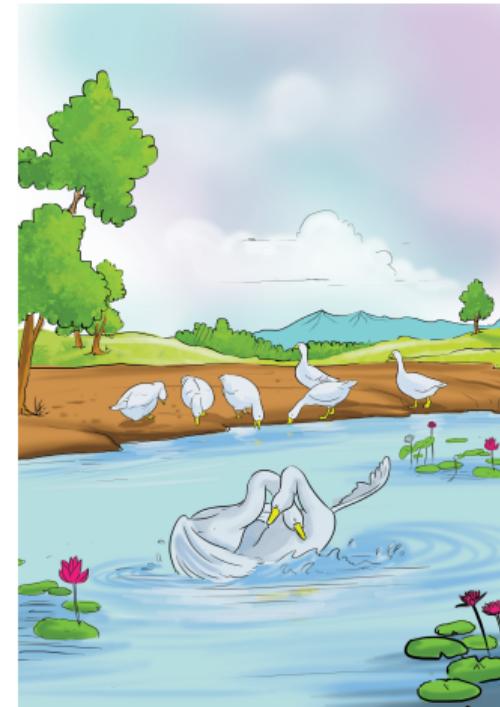
Features in the *Lilāvatī* that evoke literary elegance and charm

- सङ्खिप्तप्रस्फुटकथनम्
- विचित्रोदाहरणचित्रणम्
- रमणीयपदविन्यासः
- नानाछन्दःप्रयोगः
- अलङ्काराणामुपयोगः

बाले मरालकुलमूलदलानि सप्त  
तीरे विलासभरमन्थरगाण्यपश्यम् ।  
कुर्वच्य केलिकलहं कलहंसयुग्मं  
शोषं जले वद मरालकुलप्रमाणम् ॥

$$x^2 - 7\frac{x}{2} = 2$$

Solving this equation, we have  $x^2 = 16$ .



# Summation of series

सैकपदघ्नपदार्धमथैकायङ्ग्युतिः किल सङ्कलिताख्या ।  
सा द्वियुतेन पदेन विनिघ्नी स्यात्रिहता खलु सङ्कलितैक्यम् ॥

Now, the sum of the numbers starting with one called *saṅkalita*, is indeed half the *pada* (**the number of terms**) multiplied by the *pada* added by one. That [*saṅkalita*] multiplied by the *pada* [which is] added by two, [and] divided by three would indeed be the sum of sums (*saṅkalitaikya*).

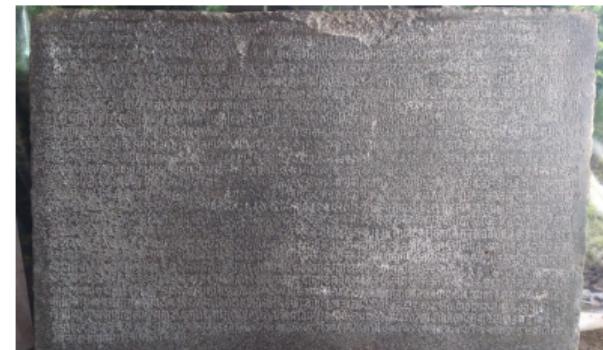
This verse gives the relations for (i) *saṅkalita*: the summation of the first  $n$  integers starting with the number one, and (ii) *saṅkalitaikya*: the sum of sums.

Sum of natural numbers (*saṅkalita*)       $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$       (1)

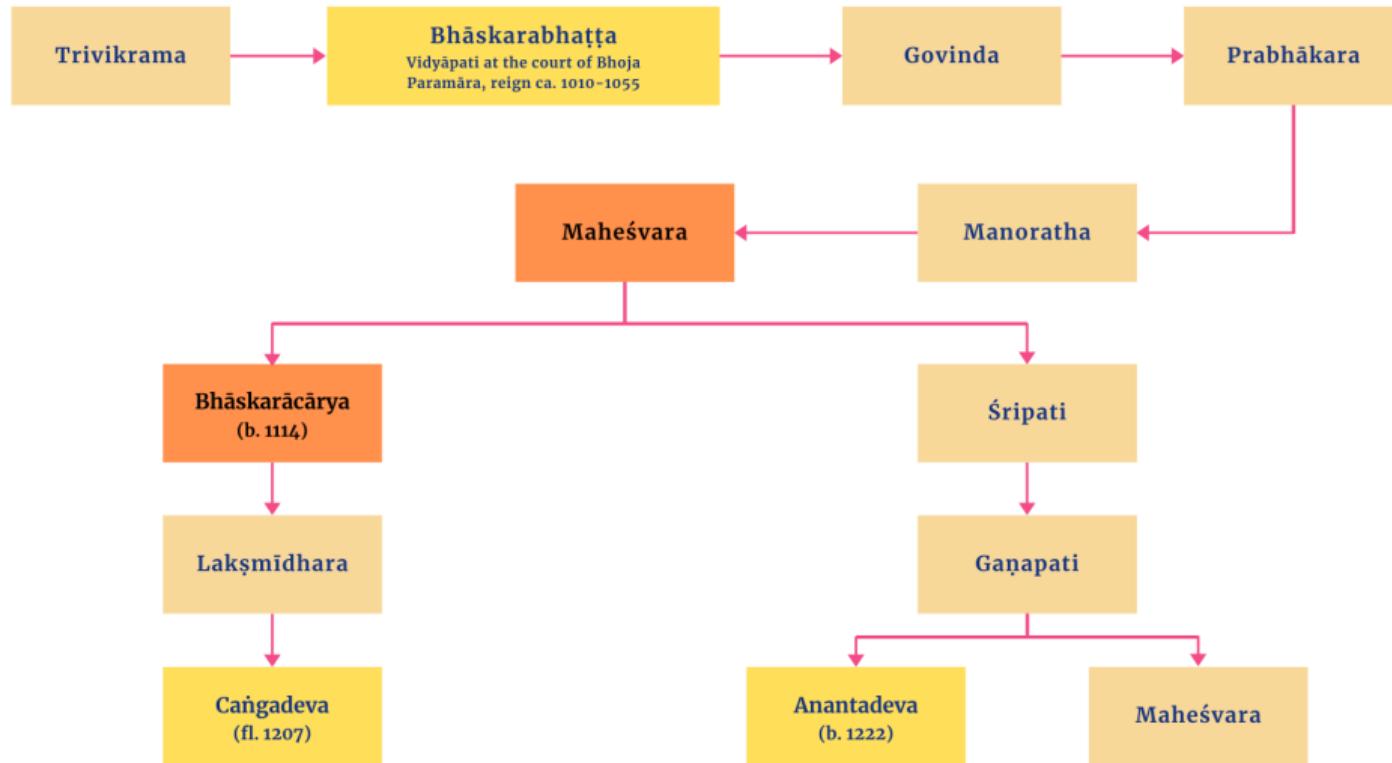
Sum of sums (*saṅkalitaikya*)       $1 + (1+2) + \dots + \frac{n(n+1)}{2} = \frac{n(n+1)(n+2)}{1.2.3}$ .      (2)

प्रतिवर्ष गौः सूते वर्षत्रितयेण तर्णकी तस्याः ।  
विद्वन् विंशतिवर्षैः गौरेकस्याश्च सन्ततिं कथय ॥

- Bhāskarācārya's grandson Caṅgadeva established a college (मठम्) for the propagation of his grandfather's works (श्रीभास्कराचार्यनिबद्धशास्त्रविस्तारहेतोः) and announced this fact in an inscription in 1207 CE.
- The inscription is currently badly eroded, and is available (among the ruins) for inspection, in the temple of 'Bhavānī', locally known as Pātanādevī (20°20'N; 74°58'E) near the town Chalisgaon, Maharashtra, India.
- It was first discovered by Bhau Daji (1822–74), some time before 1865 and published in that year in the journal Epigraphia Indica by F. Kielhorn along with an English translation.



# भास्करस्य वंशावलि: Genealogy of Bhāskara



Caṅgadeva's tribute to Bhāskara preserved in an inscription of 1207 CE

उद्धटबुद्धिर्भाटे साद्ग्नेऽसद्ग्नः स्वतन्त्रधीस्तन्त्रे ।  
 वेदेऽनवद्यविद्योऽनल्पः शिल्पादिषु कलासु ॥ २ ॥  
 स्वच्छन्दो यश्छन्दसि शास्त्रे वैशेषिके विशेषज्ञः ।  
 यः श्रीप्रभाकरगुरुः प्राभाकरदर्शने कविः काव्ये ॥ ३ ॥  
 बहुगुण-गणित-प्रभृति-स्कन्धत्रितये त्रिनेत्रसमः ।  
 विवुधाभिवन्दितपदो जयति श्रीभास्कराचार्यः ॥ ४ ॥

Triumphant is the illustrious Bhāskarācārya whose feet/words are revered by the wise, [who was] eminently learned in (Kumarila)Bhaṭṭa's doctrine, unique in the *Sāṅkhya*, an independent thinker in the *Tantra*, possessed of unblemished knowledge of *Vedas*, [and] inferior to none in sculpture and other arts, who could employ [various] poetic metres, who was was deeply versed in the *Vaiśeṣika system*, who was the illustrious *Prabhākaraguru* in the *Prabhākara's doctrine* [of *Mīmāṃsā*], who was a great poet in [the art of writing] poetry, and who was equal to the three-eyed [God Śiva] in the three branches [of *Jyotiḥśāstra*], beginning with *Ganita* which comprises various [mathematical] procedures.

At the outset of his brilliant commentary *Vāsanāvārtika* to the *Vāsanābhāṣya*, Nr̥siṁha Daivajña introduces Bhāskarācārya to his readers in glowing terms as follows:

अथ शाण्डिल्यमुनिवरगोत्रावतंसः कुभोद्दवालङ्कृतदिगङ्गनाभरणसर्वस्वं सह्यकुलाचलाश्रितविज्ञडविडनगर-  
 निवासी पवित्रितदण्डकारण्यो नानामखार्जितपुण्यो याज्ञिकानामग्रणीः यजुःशाखिनामुपाध्यायः सांवत्सराणामाचार्यः  
 काव्यनाटकालङ्कारविदामध्यापयिता धीवृच्छिदोपायकर्ता ब्रह्मतुल्यवसिष्ठतुल्यसर्वतोभद्रादियन्त्रनिर्माता  
 महाराष्ट्राणामाश्रयो महेश्वराचार्यनन्दनः परमकारुणिकः श्रीभास्कराचार्यः श्रीधरब्रह्मगुप्तलळचतुर्वेदाचार्य-  
 निर्मितापारगणितार्णवविचारवारिरिङ्गत्सन्देहसन्दोहग्राहगृहीतान् उद्धीर्षुः सिद्धान्तशिरोमणिं प्रणिनाय ॥

शाण्डिल्यमुनिवरगोत्रावतंसः  
 कुभोद्दवालङ्कृतदिगङ्गना-  
 भरणसर्वस्वं

सह्यकुलाचलाश्रितविज्ञडविड-  
 नगरनिवासी

पवित्रितदण्डकारण्यः  
 नानामखार्जितपुण्यः

A brilliant ear-ring to the lineage of Śaṇḍilya-muni  
 Spectacular ornament adorning the direction (south) in  
 which [the sage] Agastya was dwelling

Resident of the city ‘Vijjalaviḍa’ in the mountain ranges of  
 Sahyādri

One who purified the forest of Daṇḍaka

One who has accrued lot of *punya* by performing a variety  
 of sacrifices

अथ शाण्डिल्यमुनिवरगोत्रावतंसः कुम्भोद्धवालङ्कृतदिगङ्गनाभरणसर्वस्वं सह्यकुलाचलाश्रितविज्ञडविडनगर-  
निवासी पवित्रितदण्डकारण्यो नानामखार्जितपुण्यो याज्ञिकानामग्रणीः यजुःशाखिनामुपाध्यायः सांवत्सराणामाचार्यः  
काव्यनाटकालङ्कारविदामध्यापयिता धीवृद्धिदोपायकर्ता ब्रह्मतुल्यवसिष्ठतुल्यसर्वतोभद्रादियन्त्रनिर्माता  
महाराष्ट्राणामाश्रयो महेश्वराचार्यनन्दनः परमकारुणिकः श्रीभास्कराचार्यः श्रीधरब्रह्मगुप्तलङ्घचतुर्वेदाचार्य-  
निर्मितापारगणितार्णवविचारवारिरिङ्गत्सन्देहसन्दोहग्राहगृहीतान् उद्धिधीर्षुः सिद्धान्तशिरोमणिं प्रणिनाय ॥

याज्ञिकानामग्रणीः

The foremost among the priests engaged in *yajña*

यजुःशाखिनामुपाध्यायः

The teacher of those belonging to the branch of Yajurveda

सांवत्सराणामाचार्यः

Most respected teacher of the almanac-makers<sup>a</sup>

काव्यनाटकालङ्कार-

One who trains scholars who versed in literature, drama

विदामध्यापयिता

and poetics

<sup>a</sup> The role and importance of almanac-makers are stated in these verses:

मुहूर्तं तिथिनक्षत्रमृतवश्यायने तथा। सर्वाण्येवाकुलनि स्युः न स्यात् सांवत्सरो यदि ॥

तस्माद्राजाभिगन्तव्यो विद्वान् सांवत्सरोऽग्रणीः । जयं यशःश्रियं भोगान् श्रेयश्च समभीप्सता ॥

अथ शाण्डिल्यमुनिवरगोत्रावतंसः कुम्भोद्धवालङ्कृतदिगङ्गनाभरणसर्वस्वं सह्यकुलाचलाश्रितविज्ञडविडनगर-  
निवासी पवित्रितदण्डकारण्यो नानामखार्जितपुण्यो याज्ञिकानामग्रणीः यजुःशाखिनामुपाध्यायः सांवत्सराणामाचार्यः  
काव्यनाटकालङ्कारविदामध्यापयिता धीवृद्धिदोपायकर्ता ब्रह्मतुल्यवसिष्ठतुल्यसर्वतोभद्रादियन्त्रनिर्माता  
महाराष्ट्राणामाश्रयो महेश्वराचार्यनन्दनः परमकारुणिकः श्रीभास्कराचार्यः श्रीधरब्रह्मगुप्तलङ्घचतुर्वेदाचार्य-  
निर्मितापारगणितार्णवविचारवारिरिङ्गत्सन्देहसन्दोहग्राहगृहीतान् उद्धीषुः सिद्धान्तशिरोमणिं प्रणिनाय ॥

धीवृद्धिदोपायकर्ता  
ब्रह्मतुल्यवसिष्ठतुल्य-  
सर्वतोभद्रादियन्त्रनिर्माता  
महाराष्ट्राणामाश्रयः  
महेश्वराचार्यनन्दनः  
परमकारुणिकः श्रीभास्कराचार्यः

One who devices suitable means for enhancing the intellect  
One who constructs *sarvatobhadra-yantra* similar to the  
ones developed by Brahmā and Vasiṣṭha  
One who was sought after by great kingdoms  
Son of the great preceptor Maheśvara  
The greatly compassionate Bhāskarācārya

अथ शाण्डिल्यमुनिवरगोत्रावतंसः कुम्भोद्धवालङ्कृतदिगङ्गनाभरणसर्वस्वं सह्यकुलाचलाश्रितविज्ञडविडनगर-  
निवासी पवित्रितदण्डकारण्यो नानामखार्जितपुण्यो याज्ञिकानामग्रणीः यजुःशाखिनामुपाध्यायः सांवत्सराणामाचार्यः  
काव्यनाटकालङ्कारविदामध्यापयिता धीवृद्धिदोपायकर्ता ब्रह्मतुल्यवसिष्ठतुल्यसर्वतोभद्रादियन्त्रनिर्माता  
महाराष्ट्राणामाश्रयो महेश्वराचार्यनन्दनः परमकारुणिकः श्रीभास्कराचार्यः श्रीधरब्रह्मगुप्तलङ्कृतवर्दाचार्य-  
निर्मितापारगणितार्णवविचारवारिरिङ्गत् सन्देहसन्दोहग्राहगृहीतान् उद्धिधीर्षुः सिद्धान्तशिरोमणिं प्रणिनाय ॥

श्रीधरब्रह्मगुप्तलङ्कृतवर्दाचार्य-  
निर्मितापारगणितार्णव-  
विचारवारिरिङ्गत् सन्देह-  
सन्दोहग्राहगृहीतान् उद्धिधीर्षुः

सिद्धान्तशिरोमणिं प्रणिनाय

With the desire to lift up those who have been caught by the crocodile [in the form] of a series of doubts swimming in the waters [in the form] of the discussion pertaining to the numerous mathematical procedures outlined by Śrīdhara, Brahmagupta, Lalla, Pṛthūdaka, and so on.

Composed the work *Siddhāntasiromani*

Thanks!

धन्यवादः !