श्रीमद्भास्कराचार्यविरचिता लीलावती

व्याख्यानम् ४: परिकर्माष्टकम्

K. Ramasubramanian
K. Mahesh

Cell for Indian Science & Technology in Sanskrit
IIT Bombay

AICTE Sponsored QIP program

(Understanding Classical Scientific Texts of India in an Immersive Sanskrit Environment)

IIT Indore

September 14–October 2, 2020

Questions passed on pertaining to Lecture 3 (copied as it is from mail)

Question 1:

तैत्तरीय-संहितायां (७:२:२०) शततः परार्ध-पर्यन्तं सूचितम् |

> शताय स्वाहा सहस्राय स्वाहा अयुताय स्वाहा नियुताय स्वाहा प्रयुताय स्वाहा अर्बुदाय स्वाहा न्यर्बुदाय स्वाहा समुद्राय स्वाहा मध्याय स्वाहा अन्ताय स्वाहा परार्धाय स्वाहा उषसे स्वाहा व्युष्ट्यै स्वाहा उदेष्यते स्वाहा उद्यते स्वाहा उदिताय स्वाहा सुवर्गाय स्वाहा लोकाय स्वाहा सर्वस्मै स्वाहा ॥

सायनाचार्येण भाष्ये उक्तं – परार्धे ब्रह्मण आयुष्यार्धस्याऽऽवृत्तानां मानुषसंवत्सराणामवधिभूता चरमसंख्या इति | इत्युक्ते सङ्कल्प-परार्ध-संख्या-परार्धयोः संबन्धः अस्ति खलु ? (सायनभाष्यस्य सम्बन्धित-भागं अधः योजितम्) |

Answer:

Here what we find is a list of powers of 10 upto 10^{12}. The basis of this is the following:

- We have a unit of Mahayuga $= 4.32 \times 10^6$
- It is described that 1000 such units make one day of Brahmā.
- Assuming the year to be of 360 days, the life time of Brahmā would come to something like

$$(4.32 \times 10^6) \times 10^3 \times 2 \times 360 \times 100 \sim 10^{14}$$

•

Different connotations of the word परार्ध – Is it possible?

- The term परार्ध = 10^{17} given in the verse quoted above should not be conflated with the परार्ध used in सङ्कल्प ।
- In the महासङ्कल्प (generally chanted during the *upākarma*) we say –

  सकलजगत्स्रष्टुः परार्धद्वयजीविनो ब्रह्मणः प्रथमे परार्धे पञ्चाशददात्मके अतीते, द्वितीये परार्धे, पंचाशदब्दादौ, प्रथमे वर्षे, प्रथमे मासे, प्रथमे पक्षे, प्रथमे दिवसे, अह्नि, द्वितीये यामे, तृतीये मुहूर्ते, स्वायंभुव-स्वारोचिष-उत्तम-तामस-रैवत-चाक्षुषाख्येषु षट्सु मनुषु व्यतीतेषु, सप्तमे वैवस्वतमन्वन्तरे अष्टाविंशतितमे कलियुगे, ...

- The परार्ध referred above has to do with the life-time of ब्रह्मा (the creator), which is explained in the following verses (मार्कण्डेय. ४६. ४२ – ४३):

  शतं हि तस्य वर्षाणां परमित्यभिधीयते । पञ्चाशद्भिस्तथा वर्षैः परार्द्धमिति कीर्त्यते ॥
  एवमस्य परार्द्धन्तु व्यतीतं द्विजसत्तम । यस्यान्तेऽभून्महाकल्पः पाद्म इत्यभिविश्रुतः ॥

- As shown earlier, here the magnitude of the परार्ध is of the order of 10^{14}.

Questions passed on pertaining to Lecture 3 (copied as it is from mail)

Questions:

1. भास्कराचार्यस्य काले धान्यानां परिमाण-मापनार्थम् द्वादशास्राकाराणि पात्राणि उपयुज्यन्ते स्म, इति वक्तुं शक्नुमः वा? केषु सन्दर्भेषु 'वामतो दक्षिणपर्यन्तम्' इति रीत्या सङ्कलनविधिः (व्यवकलनविधिरापि) 'दक्षिणतो वामपर्यन्तम्' इति रीत्याः अपेक्षया सुलभो भाति?
2. Request last calculation method be also explained in English. I did not understand the calculation used in last slide where numbers were arranged like an "Arrow"
3. In the document provided reference numbers have bhuddhivilasini, kriyakramakari , what are all these references?
4. तत्र, १०−६ = ४, अवगच्छामि। किन्तु तदन्तरं वयं किमर्थं "१०" - ३ व्यवकलयामः? तदनंतरं च किदृशं ६ तस्य वियोगः? अपि नाम न अवगच्छत संस्कृते। Maybe can you please explain in English. Like the last slide, like how we get the 1 numbers on the top of 10000, 10000−360.

	1				
		1			
			1		
शोधकः →	1	0	0	0	0
शोध्यः →			3	6	0
					0
				4	
			6		
		9			
		9	6	4	0

- अयुतात् १०,००० उक्ताङ्कयोगस्य ३६० अपासने; शून्यमेकस्थानस्थशून्याच्छोधितं शून्यम् एकस्थाने।
- शोध्यदशकस्थानाङ्काः षट् शोधकदशकस्थानस्थशून्यान्न शुद्ध्यन्ति, तेन शोधकशतस्थानादेको दशकस्थानदशको गृहीतः। तस्मात् षडपनीता दशकस्थाने अवशिष्टाः चत्वारः।
- शोध्यशतस्थानाङ्कः त्रयं, गृहीतदशकश्च एकः इति चत्वारः शोधकशतस्थाने शून्ये शुद्ध्यन्ति नेत्यतः तदुत्तरस्थानात् एकः तद्दशकरूप उत्तरस्थानस्य पूर्वस्थानात् दशगुणितत्वोक्तेः गृहीतः। तस्मादपनीताः शेषं षट्।
- शोधकसहस्रस्थाने शून्ये गृहीतदशक एको न शुद्ध्यतीति तद्दशकः अयुतस्थानात् गृहीतः। तस्मात् अपनीत एकोऽवशेषं सहस्रस्थाने नव। गृहीतदशकोऽयुतस्थाने एकसङ्ख्यायां हीनः, अवशेषं शून्यं न स्थाप्यते, उत्तराङ्कात्यन्ताभावात्। अन्यथा स्थानानाम् अनेकत्वात् अनेकशून्यनिवेशनापत्तेः।

गुणकर्म – Multiplication

गुणनविधौ पारिभाषिकपदानि – Technical terms employed in the process of multiplication

Bhāskarācārya devotes 2.5 verses to explain the process of multiplication:

गुण्यान्त्यमङ्कं गुणकेन हन्यात् उत्सारितेनैवमुपान्तिमादीन् ।
गुण्यस्त्वधोऽधो गुणखण्डतुल्यः तैः खण्डकैः सङ्गुणितो युतो वा ॥१४॥

भक्तो गुणः शुद्ध्यति येन तेन लब्ध्या च गुण्यो गुणितः फलं वा ।
द्विधा भवेद्रूपविभाग एवं स्थानैः पृथग्वा गुणितः समेतः ॥१५॥
इष्टोनयुक्तेन गुणेन निघ्नोऽभीष्टघ्नगुण्यान्वितवर्जितो वा ॥१६॥ । उपजातिः ।

- A '*kośa-vākya*' that is worth recounting – गुणस्तु आवृत्तितन्तुषु।
- गुण आमन्त्रणे, आम्रेडने (repeatedly invoking an operation); In fact, सङ्कलनोपजीवकं गुणनम्।
- गुण्यतेऽनेनेति गुणकः। गुण्यतेऽसौ गुण्यः (कर्मणि यत् प्रत्ययः)।
- गुण्यसङ्ख्यायाः गुणकसङ्ख्या आवर्तनं गुणनफलम्।
- सम्मार्जनम् – removal/deletion; उत्सारणम् – sliding/moving

गुणनकोष्टकम् - How was the multiplication table earlier?

How were the multiplication tables memorised in earlier days? We find some hints towards this in the commentary of Gaṇeśa-daivajña.

- गुणस्त्वावृत्तितन्तुषु इत्यभिधानात् गुणशब्दः अत्र आवृत्तौ वर्तते।
- अतो द्विरावृत्तो द्विगुणः, त्रिरावृत्तः त्रिगुणः इत्याद्युच्यते। एवं सति
- एकेन गुणेन एकः एकः।
- द्वाभ्यां गुणः एको द्वौ।
- त्रिभिस्त्रयः चतुर्भिश्चत्वारः। इत्यादयः।
- एकेन गुणौ द्वौ द्वौ। द्वाभ्यां चत्वारः। त्रिभिः षट्। चतुर्भिरष्टौ।
- इत्यादीन् एकाद्यङ्कान् एकादिभिर्दशान्तैः गुणयित्वा सर्वजनैः पठ्यन्ते।

गुणकाः			
१	१	२	३
२	२	४	६
३	३	६	९
४	४	८	१२
५	५	१०	१५
६	६	१२	१८
७	७	१४	२१
८	८	१६	२४
९	९	१८	२७
१०	१०	२०	३०

गुणनम् – Multiplication

Bhāskarācārya devotes 2.5 verses to explain the process of multiplication:

गुण्यान्त्यमङ्कं गुणकेन हन्यात् उत्सारितेनैवमुपान्तिमादीन् ।
गुण्यस्त्वधोऽधो गुणखण्डतुल्यः तैः खण्डकैः सङ्गुणितो युतो वा ॥१४॥

भक्तो गुणः शुद्ध्यति येन तेन लब्ध्या च गुण्यो गुणितः फलं वा ।
द्विधा भवेद्रूपविभाग एवं स्थानैः पृथग्वा गुणितः समेतः ॥१५॥
इष्टोनयुक्तेन गुणेन निघ्नोऽभीष्टघ्नगुण्यान्वितवर्जितो वा ॥१६॥ । उपजातिः ।

The four 'different' methods of multiplication delineated above are:

- उत्सारणविधिः (उत्+सृ+णिच्+ल्युट्) – sliding the multiplier (also referred to as स्वरूपगुणनम्)
- रूपविभागः (गुणखण्डैः गुणनम्) – splitting or factoring the multiplier
- स्थानगुणनम् – place-wise multiplication
- इष्टोनयुक्-गुणनम् – modifying the multiplier by adding or subtracting from a desired quantity

गुण्यान्त्यमङ्कं गुणकेन हन्यात् उत्सारितेनैवमुपान्तिमादीन्

Considering two numbers abc and mn whose product needs to be determined, the method given by Bhāskara is equivalent to determining the following algebraic expression:

$$abc \times mn = 100 \times a \times mn + 10 \times b \times mn + 1 \times c \times mn$$

where $abc = 100a + 10b + c$.

12×1 =	1	2		
गुण्यः ⟶		**1**	3	5
गुणकः ⟶	1	2		

The above has been chosen as an illustrative example since Bhāskara himself has given this in verse 17 of *Līlāvatī*: पञ्चत्र्येकमिता दिवाकरगुणा अङ्काः कति स्युर्यदि ।

गुणनम् – Method 1 (उत्सारणविधिः – Sliding the multiplier)

		1	5	6
12×3 =			3	6
		1	2	
गुण्यः ⟶				**3**	5
गुणकः ⟶			1	2	

	1	6	2	0
		1		
	1	5	2	0
12×5 =			6	0
	1	5	6	
गुण्यः ⟶				**5**
गुणकः ⟶			1	2

- गुण्यान्त्यमङ्कं गुणकेनावर्त्तितं कृत्वा १२। गुण्यदशकाङ्को ३, गुणकेनावर्तितः ३६। एतस्य स्थापनम् — गुण्यस्थापने गुण्यदशकाङ्कं सम्मार्ज्य तत्स्थाने षट् स्थापिताः। शतस्थानाङ्को(२)परि त्रयं स्थापितम्, तयोरङ्कयोर्योगः ५। तयोः सम्मार्जनं कृत्वा तत्स्थाने स्थापितः। सहस्रस्थाने एकं च, इति जातम् १५६।
- ततो गुण्यस्यैकस्थानाङ्को ५ गुणकेनावर्तितः ६०। एतस्यापि गुण्यस्यैकस्थानाङ्कं ५ सम्मार्ज्य तत्स्थाने शून्यं निवेश्य दशकाङ्कोपरि ६ षट् स्थापिताः।
- तयोः अङ्कयोर्योगं द्वादश कृत्वा तयोः सम्मार्जनपूर्वकं तत्स्थाने द्वयं कृत्वा, एकः शतस्थानाङ्के ५ मिलितः। एवं जातं गुणनफलं १६२०।

Munīśvara's remarks

Some of the observations made by Munīśvara are worth quoting:

- गुण्यस्य अन्त्यस्थानस्थम् अङ्कं, गुणकेन "गुणस्तु आवृत्तितन्तुषु" इत्यभिधानात् आवृत्तिकारकेणाङ्केन हन्यात् आवर्तयेत्; हिंसावाचकशब्दैर्गुणनाभ्युपगमात्।
- अन्त्यस्थानाधःस्थितगुणकेन उत्सारितेन अगुणितस्थानाधःस्थितेन चालितरूपेण उपान्तिमादीन् अन्तिमस्य समीपस्थः उपान्तिमः, तदादयः; तानङ्कानेवं हन्यादित्यर्थः; यावद्गुण्यस्य प्रथमस्थानाङ्कं गुणयेदिति।

उत्क्रमगुणनं व्यस्तगुणनं च —

- एतेनैव "कार्यः क्रमादुत्क्रमतोऽथवा" इति सङ्कलनरीत्या "गुण्याद्यमङ्कं गुणकेन हन्यादुत्सारितेनैवमुपादिमादीन्" इति क्रमगुणनं; "गुण्येष्टमङ्कं गुणकेन हन्यादुत्सारितेनेतरकानपीत्थम्" इति च व्यस्तगुणनं सूचितम्। (यं कमपि अङ्कमादाय)
- परन्तु गुणकस्य यथास्थानं गुण्याधः सञ्चालनं, गुणिताङ्कानां स्वस्वगुण्याङ्कोपरि यथास्थानस्थापनं, तेषां सर्वेषां सजातीयस्थानस्थानां योगो यथास्थानक्रमेणेति विशेषः स्वतः सिद्धः, अन्यथा गुणनफलानुपपत्तेः।
- एषां मध्ये कोष्ठोक्तगुणनविधानं लघुभूतं सुगमञ्च मन्दानामिति ध्येयम्।

गुण्यस्त्वधोऽधो गुणखण्डतुल्यः तैः खण्डकैः सङ्गुणितो युतो वा ॥

Bhāskara uses the distributive property of multiplication to describe a procedure, which can be used to simplify such problems.

This method involves splitting the multiplier into the sum of two or more parts. We can express the multiplier as:

$$a \times b = a \times x_1 + a \times x_2 + \cdots + a \times x_n,$$

where $b = x_1 + x_2 + \cdots + x_n$.

The product of 135 and 12 can be determined by splitting the multiplier into two parts, say 8 and 4. Then, we have

$$\begin{array}{rcr} 135 \times \mathbf{8} & = & 1080 \\ 135 \times \mathbf{4} & = & 540 \\ \hline 135 \times \mathbf{12} & = & 1620 \end{array}$$

भक्तो गुणः शुद्ध्यति येन तेन लब्ध्या च गुण्यो गुणितः फलं वा ।

This rule uses the associative property of multiplication and is most useful when the given multiplier is large.

Here, instead of splitting the multiplier as sum of parts, we split it as a product of parts. Given a multiplicand a, and multiplier b, if we express the latter as

$$\frac{b}{x} = y, \qquad \text{(both } x, y \text{ integers)}$$

then, $a \times b = a \times (x \times y) = (a \times x) \times y$.

As an example, we can carry out the multiplication of 135 and 12 by splitting the multiplier into its factors 4 and 3. Then, we have

$$\begin{aligned} 135 \times 12 &= (135 \times 4) \times 3 \\ &= 540 \times 3 \\ &= \mathbf{1620} \end{aligned}$$

गुणनम् – Method 3 (स्थानगुणनम् – Place-wise multiplication)

(द्विधा भवेद्रूपविभाग एवं) स्थानैः पृथग्वा गुणितः समेतः ॥

गुणकस्य स्थानस्थिताङ्कैः क्रमेण गुणितः; स्थानैः सजातीयस्थानस्थिताङ्कैः समेतः सङ्कलितः।

Here, the multiplicand needs to be multiplied with each digit of the multiplier, and the products added according to place value to obtain the result of the multiplication.

This is very similar to the method we currently learn in schools.

In the Indian tradition, the multiplicand is multiplied with the most significant digit of the multiplier first.

गुण्यः	$\rightarrow$		**1**	**3**	**5**
गुणकः	$\rightarrow$		$\times$	**1**	**2**
135×1	$=$	1	3	5	
135×2	$=$		2	7	0
		1	**6**	**2**	**0**

इष्टोनयुक्तेन गुणेन निघ्नोऽभीष्टघ्नगुण्यान्वितवर्जितो वा ॥

This method involves modifying the multiplier by adding or subtracting a desired quantity to make the process of multiplication easier.

Taking a as the multiplicand, b as the original multiplier, m as the modified multiplier, and i as the quantity by which the multiplier is modified (addition or subtraction), the given method can be expressed as:

$$a \times b = a \times m \pm a \times i,$$

where $b \mp i = m$.

Modifying the multiplier 12 as $10 + 2$, we will get

$$\begin{aligned} 135 \times 12 &= 135 \times 10 + 135 \times 2 \\ &= 1350 + 270 \\ &= 1620 \end{aligned}$$

Alternately, modifying the multiplier 12 as $20 - 8$, we will get

$$\begin{aligned} 135 \times 12 &= 135 \times 20 - 135 \times 8 \\ &= 2700 - 1080 \\ &= 1620 \end{aligned}$$

गुणनम् – Example presented by Bhāskarācārya

बाले बालकुरङ्गलोलनयने लीलावति प्रोच्यतां
पञ्चत्र्येकमिता दिवाकरगुणा अङ्काः कति स्युर्यदि ।
रूपस्थानविभागखण्डगुणने कल्पासि कल्याणिनि
छिन्नास्तेन गुणेन ते च गुणिता जाताः कति स्युर्वद ॥१७॥ । शार्दूलविक्रीडितम् ।

O girl Līlāvati with the darting eyes of a fawn! What is obtained by multiplying a measure of one hundred and thirty-five with twelve? If you have mastered the methods of multiplication... tell me O *kalyāṇi*, how much would be obtained when that [obtained] product is divided by that [given] multiplier.

- बालश्चासौ कुरङ्गो हरिणस्तस्य लोले नयने नेत्रे इव नेत्रे यस्यास्तत्सम्बोधनम्।
- हरिणापेक्षया तदर्भकनेत्रे अतित्रस्ततयाधिकचञ्चले। विचारदत्तमनसः चक्षुषी अतिचञ्चले विशाले च भवत इत्यनुभवैकवेद्यत्वादभिज्ञे इति फलितार्थः।
- यदि त्वं रूपस्थानविभागखण्डगुणने — रूपगुणनं "गुण्यान्त्यम्" इत्यर्द्धोक्तम्; स्वरूपगुणनम्; स्थानगुणनम् "स्थानैः पृथग्वा" इत्युक्तम्; विभागगुणनं "भक्तो गुण" इत्यर्द्धोक्तम्; खण्डगुणनं "गुण्यस्त्वधोध" इत्यर्धोक्तम्।
- पञ्चत्र्येकमिताः अङ्कानामेकादिस्थानक्रमेणोद्दिष्टानां वामगत्या पञ्चत्रिंशदधिकशतसङ्ख्याकाः। अभ्यर्हितस्थानसव्यक्रमपर्यवसिताः।

भागहरणम् – Division

भाज्याद्धरः शुद्ध्यति यद्गुणः स्यात् अन्त्यात् फलं तत् खलु भागहारे ।
समेन केनाप्यपवर्त्य भाज्यहारौ भजेद्वा सति संभवे तु ॥१८॥ । उपजातिः ।

Starting from the last [position of] dividend, that number by multiplying with which the divisor gets cleared, would indeed be the result in division. Or, if possible, having reduced the divisor and dividend by a common factor, one may divide [as before].

- भज्यतेऽसौ भाज्यः; भज्यतेऽनेनेति भाजकः; ह्रियतेनेनेति हरश्च।
- हरणं हारः, भागस्य हारः भागहारः । भाज्यात् भाज्यसङ्ख्याङ्कात् शुद्ध्यतीत्यनेनान्वयः।
- हारभाज्यौ तुल्येन केनापि केनचिदङ्केन अपवर्त्य निश्शेषतया भक्त्वा तादृशेन हारेण, "भाज्याद्धरः शुद्ध्यती"त्यादिप्रागुक्तरीत्या गणको भजेत्।
- सम्भवे उपस्थितापवर्ताङ्के सति; यद्यपि अल्पाङ्कहारभाज्यस्थले गुरुभूतं, तथापि महाङ्कहारभाज्यस्थलेऽपवर्ताङ्कोपस्थितौ अतिलाघवं भजनफलसिद्धौ इति भावः।

What is *apavartana*?

- The word *apavartana* which literally means changing or transforming, is employed in two senses: (i) in the verbal form and (ii) in the noun form. Consider the following verse:

  राश्योरन्योन्यहरणे शेषः स्यादपवर्तनम् । तेन तौ विहृतौ राशी दृढाख्यावपवर्तितौ ॥ २ ॥

- In the noun form it refers to the GCD. In the verbal form it refers to the process of factoring out the GCD from both the numerator and the denominator.
- Here is a specific example. In the case of the Sun, the *mahāguṇakāra* and the *mahāhāra*, are: $G = 4320000$, $H = 1577917500$. Now dividing H by G,

$$\frac{1577917500}{4320000} = 365 + \frac{1117500}{4320000}$$

- Continuing the process,

$$\frac{967500}{150000} = 6 + \frac{1}{2 + \frac{1}{4 + \frac{7500}{15000}}}$$

- When we do the *apavartana*, then we would get *tatsama* and *dhījagannūpura*

भाज्याद्धरः शुद्ध्यति यद्गुणः स्यात् अन्त्यात् फलं तत् खलु भागहारे ।
समेन केनाप्यपवर्त्य भाज्यहारौ भजेद्वा सति संभवे तु ॥१८॥ । उपजातिः ।

This verse describes two rules related to division.

- The first half of the verse succinctly describes the standard process of division – Long Division method, which is similar to currently taught method.
- The second half shows how the process can be further simplified in certain cases.

फलं = 135

				6	0	5
				6	0	
			3	6		3
			4	2		
		1	2			1
भाज्यः	→	1	6	2	0	
भाजकः	→	1	2			
			1	2		
				1	2	

भाज्याद्धरः शुद्ध्यति यद्गुणः स्यात् अन्त्यात् फलं तत् खलु भागहारे ।
समेन केनाप्यपवर्त्य भाज्यहारौ भजेद्वा सति संभवे तु ॥१८॥ । उपजातिः ।

- In certain circumstances, where the dividend and the divisor share a common factor, the process of division can be significantly simplified by eliminating this factor.
- Without this, the method can be quite long and unnecessarily tedious.
- In the given problem, it is easily evident that the dividend and the divisor share a common factor of 4.

फलं = 135

			1	5	5
			1	5	
		0	9		3
		1	0	5	
		3			1
भाज्यः	→	4	0	5	
भाजकः	→	3			
			3		
				3	

वर्गपरिकर्म – Process of squaring

Multiple methods of squaring are given by Bhāskarācārya in the following two verses:

समद्विघातः कृतिरुच्यतेऽथ स्थाप्योऽन्त्यवर्गो द्विगुणान्त्यनिघ्नाः ।
स्वस्वोपरिष्टाच्च तथाऽपरेऽङ्काः त्यक्त्वाऽन्त्यमुत्सार्य पुनश्च राशिम् ॥१९॥ । उपजातिः ।
खण्डद्वयस्याभिहतिर्द्विनिघ्नी तत्खण्डवर्गैक्ययुता कृतिर्वा ।
इष्टोनयुग्राशिवधः कृतिः स्यात् इष्टस्य वर्गेण समन्वितो वा ॥२०॥ । इन्द्रवज्रा ।

Āryabhaṭa's definition of वर्ग – वर्गः समचतुरश्रः फलं च सदृशद्वयस्य संवर्गः।

A few terminologies:

- वर्गः करणी कृतिः वर्गणा यावकरणमिति पर्यायाः। (कारणवाचकशब्दः कार्येऽपि प्रयुज्यते)
- तदुभयं करोति। करोति / करणी। (कर्मव्युत्पत्ति)
- कर्णभुजयोः समत्वं करोति यस्मात्ततः करणी।
- $\sqrt{2}$ = द्विकरणी (करणव्युत्पत्ति)
- कर्णभुजयोः वर्गयोगसमं फलं क्रियते अनेन इति करणी। (the sides corresponding to the hypotenuse)

Thanks!

धन्यवादाः!