श्रीमद्भास्कराचार्यविरचिता लीलावती

व्याख्यानम् ३: परिभाषाशेषः परिकर्माष्टकञ्च

K. Ramasubramanian
K. Mahesh

Cell for Indian Science & Technology in Sanskrit
IIT Bombay

AICTE Sponsored QIP program

(Understanding Classical Scientific Texts of India in an Immersive Sanskrit Environment)

IIT Indore

September 14–October 2, 2020

Questions passed on pertaining to Lecture 2 (copied with typos)

Questions:

1. एषः प्रथमावसरः यत् मुनीश्वराचार्यः पूर्वाचार्याणां व्याख्याः अनृजुप्राचीनमन्दोक्तयः इत्युच्यते । अन्यथा व्याख्याकाराः तु पूरवाचार्यान् नमस्कृत्वैव (मतभेदे सत्यपि) स्वेषां कृतिः प्रारभन्त । अस्य कारणम् किं भवेदिति अस्माकमाचार्यं प्रष्टुमिच्छामि।
2. Does Yojanam have to do anything with nautical miles or light years ? I remember in Sri Ramayana, it is mentioned that the distance between tip of Bhaaratam and Lanka was 100 yojanams..
3. 1 angulam = 8 yuvaah: Here 'angula' seems to refer to half the "length" of a fingerHowever, in1 hasta: = 6 x 4 angula = seems to refer to 6 times 4 finger "width" Is that correct? In one place, it refers to the length of a finger vs width of a finger in another place? (24 x width of a finger makes more sense in terms of measurement also, compared to 24 x 1/2 finger length which seems too long for hasta)
4. Mahodaya, in verse 3 Dhatakaha equals 14 vallaha, what does Indratulyaihi, valaaihi eko mean in making Dhatakaha ?

लीलावत्याः जनप्रियता — Popularity of the *Līlāvatī*

- Munīśvara in his commentary begins with a brilliant verse that at once brings in the glory of *Līlāvatī* as well as the importance of his commentary:

  बह्वर्थस्फुटचारुचारुकोमलपदा लीलावती मानतो
  यन्नाविष्कुरुते प्रसादमनृजुप्राचीनमन्दोक्तिभिः ।
  तस्मात्तच्चतुरप्रसादजननीं स्रष्टुं निसृष्टार्थिकां
  दूतीं सुज्ञमुनीश्वरः प्रयतते लीलावतीच्छुप्रियाम् ॥२॥

  The text filled with words having multiple meanings ...that which does not reveal itself completely ...through the dated and dull-witted expressions, ...that which is capable of generating pleasant feelings ...orients efforts towards producing ...which would be loved by those who like *Līlāvatī*.

- Since its composition in the 12th century, the *Līlāvatī* has attracted
  - the vast number of commentaries in Sanskrit, as well as
  - a number of translations into other languages.

  that clearly bring out its popularity, besides a large number of manuscripts.

धान्यादिमानम् – Measure of grains in volume

हस्तोन्मितैर्विस्तृतिदैर्घ्यपिण्डैर्यद्द्वादशास्रं घनहस्तसंज्ञम् ।
धान्यादिके यद्घनहस्तमानं शास्त्रोदिता मागधखारिका सा ॥ ७॥ ।इन्द्रवज्रा।

- हस्त+उन्मितैः विस्तृतिदैर्घ्यपिण्डैः यत् द्वादशास्रं [तत्] घनहस्तसंज्ञं [भवति]।
- धान्यादिके यत् घनहस्तमानं सा शास्त्रोदिता मागधखारिका ॥

1 घनहस्तः	=	1 खारी

- हस्तपरिमितैः विस्तारदैर्घ्यस्थौल्यैः कृत्वा यत् कल्पितद्वादशास्रं तलोर्ध्वस्थसमचतुरस्राभ्याम् अष्टास्रं कोणास्रचतुष्टयं चैवं कोष्ठागारसदृशं सत्, उक्ताकारं द्वादशास्रं घनहस्तसंज्ञं तत् स्यात्, यतः तत्क्षेत्रफले हस्तस्य वक्ष्यमाणपरिभाषिको घनः स्यात्।
- धान्यं शालिगोधूममुद्गचणकादिकम्। आदिशब्दात्तिलादि, तन्मात्रमेव तदादिकम्, तस्मिन्।

  ऊर्ध्वमानं किलोन्मानं परिमाणं तु सर्वतः ।
  आयामस्तु प्रमाणं स्यात् संख्या बाह्या तु सर्वतः ॥

द्रोणस्तु खार्याः खलु षोडशांशः स्यादाढको द्रोणचतुर्थभागः ।
प्रस्थश्चतुर्थांश इहाढकस्य प्रस्थाङ्घ्रिराद्यैः कुडवः प्रदिष्टः ॥८॥ । उपजातिः ।

- द्रोणः तु खार्याः षोडशांशः खलु। द्रोणस्य चतुर्थभागः आढकः स्यात् ।
- प्रस्थः चतुर्थांश इह आढकस्य। प्रस्थस्य अङ्घ्रिः आद्यैः कुडवः प्रदिष्टः ॥

1 घनहस्तः	=	1 खारी
1 खारी	=	16 द्रोणाः
1 द्रोणः	=	4 आढकाः
1 आढकः	=	4 प्रस्थाः
1 प्रस्थः	=	4 कुडवाः

1 प्रस्थः	=	4 कुडवाः
1 कुडवः	=	4 पलानि
1 पलम्	=	4 कर्षाः
1 कर्षः	=	4 शाणाः
1 शाणः	=	4 माषाः

अर्थशास्त्रीयपरिभाषा

- अथ माषद्विपलशतं द्रोणम् आयमानम् (200 पलानि),
- सप्ताशीतिपलशतम् अर्धपलञ्च व्यावहारिकम् (187.5 पलानि),
- पञ्चसप्ततिपलशतम् (175) भजनीयम्,
- द्विषष्टिपलशतमर्धपलम् (162.5) अन्तःपुरभजनीयम्।
- तेषाम् आढकप्रस्थकुडवाः चतुर्भागाः वराः। षोडशद्रोणा खारी।
- विंशतिद्रोणिकः कुम्भः। कुम्भैः दशभिः वहः।

A short summary of the section on *Paribhāṣā*

- It was pointed out that the basic units of measurements was evolving – perfectly understandable!.
- We all know that of length and area varied in their definition across time and geography.
- It may be noted measuring the volume (of heap of grains) $\equiv$ measuring the circumference and height of the heap.
- Having described the units of currency, length and area, and volume, Bhāskara concludes the discussion on terminology with the following comment in the *Vāsanābhāṣya*:

  शेषा कालादिपरिभाषा लोकतः प्रसिद्ध्या ज्ञेया ।

- In the text on astronomy the various units of time have been listed by Bhāskara.

परिकर्माष्टकम्

Eight types of arithmetic operations

Verses 9 – 29

मङ्गलाचरणम् – Invocation

लीलागललुललोलकालव्यालविलासिने ।
गणेशाय नमो नीलकमलामलकान्तये ॥९॥ । अनुष्टुभ् ।

Salutations to Gaṇeśa, who is resplendent like the spotless blue lotus, and who is playing with a **black serpent** which is gracefully swaying, coiling and uncoiling around the neck.

Oft quoted verse on Gaṇeśa:

शुक्लाम्बरधरं विष्णुं शशिवर्णं चतुर्भुजम्।
प्रसन्नवदनं ध्यायेत् सर्वविघ्नोपशान्तये॥

Now there are two problems:

- How to reconcile शशिवर्णं and नीलकमलामलकान्तये ?
- Serpent coiling around the neck ? (नागयज्ञोपवीतिने)

Reconciling the apparent contradiction

For this we introduce a couple of figures of speech, and then look into the verse in the light of these.

तद्गुणालङ्कारः Definition with example:

तद्गुणः स्वगुणत्यागात् अन्यतस्स्वगुणोदयः।
पद्मरागारुणं नासामौक्तिकं तेऽधरश्रितम्॥

The figure of speech is said to be *tadguṇa*, when the property ...Because of being in the proximity of your lower lips the pearl in your nose looks as red as a ruby.

काव्यलिङ्गालङ्कारः Definition with example:

स्यात् काव्यलिङ्गं वागर्थो नूतनार्थसमर्पकः।
जितोऽसि मन्दकन्दर्प मच्चित्तेऽस्ति त्रिलोचनः॥

Oh stupid Cupid! You have been won over by me. In my heart resides the three-eyed Lord (Parameśvara).

Invocatory verse – in the light of Alaṅkāras

लीलागललुलल्लोलकालव्यालविलासिने ।
गणेशाय नमो नीलकमलामलकान्तये ॥९॥ । अनुष्टुभ् ।

Salutations to Gaṇeśa, who is resplendent like the spotless blue lotus, and who is playing with a **black serpent** which is gracefully swaying, coiling and uncoiling around the neck.

Thus we find the use of तद्गुण-उपजीवितकाव्यलिङ्गालङ्कार

- स्वगुण(शशिवर्ण)त्याग & अन्यगुण(कालकान्ति)परिग्रह ⇝ तद्गुणालङ्कारः
- बालमुखस्य अन्यकान्तिप्रतिबिम्बकत्वरूपनूतनार्थ ⇝ काव्यलिङ्गालङ्कारः
- भक्तानामज्ञानात्मकः संसारो रज्जुसर्पभ्रमवत् भ्रमात्मकः सर्पः।
- महाभ्रमनिवारणसमर्थस्य गणितक्रियाभ्रमनिवारणं कियत्? इति भावः ।

संख्यास्थाननिर्वचनम् – Names of the various (decimal) place values

एकदशशतसहस्रायुतलक्षप्रयुतकोटयः क्रमशः ।
अर्बुदमब्जं खर्वनिखर्वमहापद्मशङ्कवस्तस्मात् ॥१०॥
जलधिश्चान्त्यं मध्यं परार्धमिति दशगुणोत्तराः संज्ञाः ।
संख्यायाः स्थानानां व्यवहारार्थं कृताः पूर्वैः ॥११॥॥

। आर्या ।

एकम्	=	10^0
दश	=	10^1
शतम्	=	10^2
सहस्रम्	=	10^3
अयुतम्	=	10^4
लक्षम्	=	10^5

प्रयुतम्	=	10^6
कोटिः	=	10^7
अर्बुदम्	=	10^8
अब्जम्	=	10^9
खर्वम्	=	10^{10}
निखर्वम्	=	10^{11}

महापद्मम्	=	10^{12}
शङ्कुः	=	10^{13}
जलधिः	=	10^{14}
अन्त्यम्	=	10^{15}
मध्यम्	=	10^{16}
परार्धम्	=	10^{17}

The purpose of providing list of powers of 10 has been succinctly indicated:

संख्यायाः स्थानानां संज्ञाः व्यवहारार्थं कृताः पूर्वैः।

Munīśvara's remarks on the place value system

- Having explained the verses listing the names of the powers of 10, Munīśvara makes some additional remarks that are at once erudite and elucidating:

  एकैकस्थाने नवसङ्ख्याङ्कानां कल्पितत्वात् स्थानानां दशगुणोत्तरसंज्ञत्वं युक्तम्।

  Since in each of the places the numerals are restricted to 9, it is indeed appropriate to list the names of only powers of 10.

- The posing the questions, – "Aren't the numbers unending? If so, why restrict the names to up to 10^{17} that is 18 places?"

  यद्यप्यनन्तसङ्ख्यात्वात् अष्टादशस्थानान्येव [इति] वक्तुमनुचितम् — अधिकस्थानानामपि सम्भवात्; अत एव ग्रन्थान्तरे द्वात्रिंशत्स्थानानां संज्ञोक्तेः — तथापि स्वतन्त्रेच्छस्य नियोगानर्हत्वात्, अनन्तत्वेन निरवधित्वाच्च अष्टादशैव स्थानानि कल्पितानि। परार्द्धाधिकसङ्ख्यायां दशगुणोत्तरान्यूनायामपि परार्धेनैव व्यवहारस्याभ्युपगमात्। अन्यथा अनवस्थापत्तेरिति ध्येयम् ॥

- The term परार्ध = 10^{17} used here should not be confused with the परार्ध used in सङ्कल्प ।

परिकर्माष्टकम् – Eight fundamental arithmetic operations with integers

- What do we understand by the term परिकर्म?

  परितः क्रियमाणं कर्म परिकर्म ।

  The [mathematical] operations that are performed all around.

- योगः or सङ्कलितम् : Addition
- अन्तरम् or व्यवकलितम् : Subtraction
- गुणकर्म or गुणनम् : Multiplication
- भागहारः or हरणम् : Division
- वर्गः : Square
- वर्गमूलम् : Square Root
- घनः : Cube
- घनमूलम् : Cube Root

- While introducing परिकर्म, Munīśvara in his commentary notes:

  सङ्ख्या द्विधा — अखण्डा खण्डा च। तत्राखण्डसङ्ख्यागणितं विनासङ्कलनव्यवकलनगुणनभजनक्रियाम् अशक्यम्। अतस्तद्विवक्षुः प्रथमं गुणनभजनक्रियोपजीव्ययोः सङ्कलनव्यवकलनक्रिययोः सूत्रमवतारयति —

- It may be worth recounting Brahmagupta's verse:

  परिकर्मविंशतिं यः सङ्कलिताद्यां पृथग्विजानाति ।अष्टौ व्यवहारान् छायान्तान् भवति गणकः सः ॥

कार्यः क्रमादुत्क्रमतोऽथवाऽङ्कयोगो यथास्थानकमन्तरं वा ॥१२॥ । इन्द्रवज्रा ।

Addition or subtraction of the digits should be done place-wise in regular order (right to left) or in reverse order (left to right).

$$
\begin{array}{rrrrr}
 & \mathbf{1} & \mathbf{7} & \mathbf{2} & \mathbf{9} \\
+ & & \mathbf{3} & \mathbf{1} & \mathbf{4} \\
\hline
 & \cancel{1} & 0 & \cancel{1} & 3 \\
 & \mathbf{2} & \mathbf{0} & \mathbf{4} & \mathbf{3} \\
\hline
\end{array}
$$

a. Right to left addition

$$
\begin{array}{rcrrrr}
 & & \mathbf{1} & \mathbf{7} & \mathbf{2} & \mathbf{9} \\
 & + & \downarrow & \mathbf{3} & \mathbf{1} & \mathbf{4} \\
\hline
1+0 & = & 1 & \downarrow & & \\
7+3 & = & 1 & 0 & \downarrow & \\
2+1 & = & & & 3 & \downarrow \\
9+4 & = & & & 1 & 3 \\
\hline
 & & \mathbf{2} & \mathbf{0} & \mathbf{4} & \mathbf{3} \\
\hline
\end{array}
$$

b. Left to right addition

Bhāskara's illustrative example

अये बाले लीलावति मतिमति ब्रूहि सहितान्
द्विपञ्चद्वात्रिंशत्त्रिनवतिशताष्टादशदश ।
शतोपेतानेतान् अयुतवियुतांश्चापि वद मे
यदि व्यक्ते युक्तिव्यवकलनमार्गेऽसि कुशला ॥१३॥ । शिखरिणी ।

O intelligent girl Līlāvati! Tell me [the sum when] two, five, thirty two,one hundred and ninety three, eighteen, and ten, are put together with hundred. Also tell me [the result of] those subtracted from ten thousand, if you are skilled in arithmetic methods of addition and subtraction.

Here, we need to

1. determine the sum of 2, 5, 32, 193, 18, 10, and 100, and
2. find the result when 10000 is subtracted by all the numbers given in the previous step. sing the described methods, we obtain 360 as the result of the addition. Subtracting this sum, we have

$$10000 - 360 = 9640.$$

योगः – क्रमात् उत्क्रमात् च

एकस्थानस्थानामङ्कानां २, ५, २, ३, ८, ०, ० योगः २०। दशकस्थानस्थानां ३, ९, १, १, ० योगः १४। पूर्वयोगदशके २ युतो जातः स्थानद्वययोगः १६०, शतस्थानस्थयोरेतयोः १, १ योगः २, स्थानद्वययोगे पूर्वसिद्धे १६० शतस्थाने १ युतो जातः स्थानत्रययोगः ३६०। अयमेवोद्दिष्टाङ्कानां योगः क्रमसिद्धः।

		2
		5
	3	2
1	9	3
	1	8
	1	0
1	0	0
	2	0
1	4	
2		
3	6	0

		2
		5
	3	2
1	9	3
	1	8
	1	0
1	0	0
2		
1	4	
	2	0
3	6	0

व्युत्क्रमेण तु पूर्वं शतस्थानस्थितयोरनयोरङ्कयोः १, १ योगो २, दशकस्थानस्थानामेषां ३, ९, १, १ योगे १४ शतस्थाने युतः ३४। अयमपि युतः एकस्थानस्थाङ्कयोगे २०, दशकस्थाने ३६० इति पूर्वसिद्धो योगः।

	1				
		1			
			1		
शोधकः →	1	0	0	0	0
शोध्यः →			3	6	0
					0
				4	
			6		
		9			
		9	6	4	0

- अयुतात् १०,००० उक्ताङ्कयोगस्य ३६० अपासने; शून्यमेकस्थानस्थशून्याच्छोधितं शून्यम् एकस्थाने।
- शोध्यदशकस्थानाङ्काः षट् शोधकदशकस्थानस्थशून्यान्न शुद्ध्यन्ति, तेन शोधकशतस्थानादेको दशकस्थानदशको गृहीतः। तस्मात् षडपनीता दशकस्थाने अवशिष्टाः चत्वारः।
- शोध्यशतस्थानाङ्कः त्रयं, गृहीतदशकश्च एकः इति चत्वारः शोधकशतस्थाने शून्ये शुद्ध्यन्ति नेत्यतः तदुत्तरस्थानात् एकः तद्दशकरूप उत्तरस्थानस्य पूर्वस्थानात् दशगुणितत्वोक्तेः गृहीतः। तस्मादपनीताः शेषं षट्।
- शोधकसहस्रस्थाने शून्ये गृहीतदशक एको न शुद्ध्यतीति तद्दशकः अयुतस्थानात् गृहीतः। तस्मात् अपनीत एकोऽवशेषं सहस्रस्थाने नव। गृहीतदशकोऽयुतस्थाने एकसङ्ख्यायां हीनः, अवशेषं शून्यं न स्थाप्यते, उत्तराङ्कात्यन्ताभावात्। अन्यथा स्थानानाम् अनेकत्वात् अनेकशून्यनिवेशनापत्तेः।

Thanks!

THANK YOU !