TUGAS 2 SPSF

Dascha Gularni Purnawulan/10219010

Soal:

Sebuah partikel bermuatan q bergerak dengan kecepatan

$$\overrightarrow{v(t)} = v_x(t)\hat{\imath} + v_y(t)\hat{\jmath}$$

Dalam ruang bermedan magnetic konstan

$$\vec{B} = -\vec{k}B_z$$

Tentukan gerak partikel!

Jawaban:

a. Tuliskan hukum newton problem di atas!

Berdasarkan Hukum II Newton,

$$\Sigma\vec{F} = m\vec{a} \tag{1}$$

Pada partikel muatan tersebut hanya berlaku gaya yang ditimbulkan oleh adanya medan magnet, sehingga

$$\overrightarrow{F_B} = q\vec{v} \times \vec{B} = m\vec{a} \tag{2}$$

$$q\left(v_x(t)\hat{\imath} + v_y(t)\hat{\jmath}\right) \times \left(-\hat{k}B_z\right) = m\frac{d\vec{v}(t)}{dt} \tag{3}$$

$$q\left(v_x(t)\hat{\imath} \times \left(-\hat{k}B_z\right) + v_y(t)\hat{\jmath} \times \left(-\hat{k}B_z\right)\right) = m\frac{d\vec{v}(t)}{dt} \tag{4}$$

$$q\left(-v_y(t)B_z\hat{\imath} + v_x(t)B_z\hat{\jmath}\right) = m\frac{d\vec{v}(t)}{dt} \tag{5}$$

b. Tuliskan persamaan diferensial terkopel antara kecepatan pada kedua arah!

Persamaan diferensial terkopel pada arah horizontal didapatkan dari meninjau persamaan (5)

$$-qv_y(t)B_z = m\frac{dv_x(t)}{dt} \tag{6}$$

$$\frac{-qB_z}{m}v_y(t) = \frac{dv_x(t)}{dt} \tag{7}$$

berikutnya, merupakan persamaan diferensial terkopel pada arah vertikal

$$qv_x(t)B_z = m\frac{dv_y(t)}{dt} \tag{8}$$

$$\frac{qB_z}{m}v_x(t) = \frac{dv_y(t)}{dt} \tag{9}$$

c. Selesaikan kedua persamaan diferensial sehingga dapat diperoleh $v_x(t)$, $v_y(t)$, x(t), dan y(t) menggunakan perhitungan berdasarkan teori!

Saat persamaan (7) dan (9) didiferensialkan, akan dihasilkan

$$\frac{-qB_z}{m}\frac{dv_y(t)}{dt} = \frac{d^2v_x(t)}{dt^2} \tag{10}$$

$$\frac{qB_z}{m}\frac{dv_x(t)}{dt} = \frac{d^2v_y(t)}{dt^2} \tag{11}$$

Setelah itu, persamaan (9) disubstitusikan ke persamaan (10) dan persamaan (7) disubstitusikan ke persamaan (11), sehingga dihasilkan persamaan di bawah ini

$$-\left(\frac{qB_z}{m}\right)^2 v_x(t) = \frac{d^2v_x(t)}{dt^2} \tag{12}$$

$$-\left(\frac{qB_z}{m}\right)^2 v_y(t) = \frac{d^2v_y(t)}{dt^2} \tag{13}$$

Solusi diferensial orde 2 yaitu,

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} = -a^2x \tag{14}$$

Maka,

$$x(t) = A_1\cos(at) + A_2\sin(at) \tag{15}$$

Persamaan (12) dan (13) memiliki solusi di bawah ini

$$v_x(t) = k_1\cos\left(\frac{qB_z}{m}t\right) + k_2\sin\left(\frac{qB_z}{m}t\right) \tag{16}$$

$$v_y(t) = k_3\cos\left(\frac{qB_z}{m}t\right) + k_4\sin\left(\frac{qB_z}{m}t\right) \tag{17}$$

Solusi tersebut dapat dituliskan seperti berikut

$$v_x(t) = A\sin\left(\frac{qB_z}{m}t + \emptyset\right) \tag{18}$$

$$v_y(t) = -\mathrm{A}\cos\left(\frac{qB_z}{m}t + \emptyset\right) \tag{19}$$

dengan A adalah amplitudo dan ϕ merupakan beda fasa. A menjadi kecepatan tangensial dari rotasi partikel jika ditinjau $v_x^2 + v_y^2 = A^2$ dan didapat $v_z = 0$. Misal amplitudo (A) diasumsikan dengan nilai sebesar 20, beda fasanya(ϕ) 0, muatan(q) dan massa(m) partikel bernilai 1, serta medan magnet(B_z) bernilai 1, maka dapat dibuat grafik $v_x = 20\ \sin(t)$ dan $v_y = -20\ \cos(t)$ sebagai berikut,

d. Tentukan solusi numeriknya!

Dengan menggunakan persamaan (7) dan (9)

$$\frac{-qB_z}{m} v_y(t) = \frac{dv_x(t)}{dt} \tag{7}$$

$$\frac{qB_z}{m} v_x(t) = \frac{dv_y(t)}{dt} \tag{9}$$

Asumsi: muatan (q) dan massa (m) partikel sebesar 1 serta medan magnet (B_z) sebesar 1, maka solusi numerik menggunakan *Runge-Kutta* orde 4 dapat diperoleh sebagai berikut,

e. Bandingkan hasil yang diperoleh

Pada simulasi yang dilakukan, visualisasi gerak partikel pada medan magnet berdasarkan teori dengan gerak partikel pada medan magnet menggunakan metode *Runge-Kutta* tidak menghasilkan perbedaan.