

第6章 天体测量

如果在地球上观测恒星,那么它的位置由于受到大气折射、视差、光行差、恒星自行以及岁差、章动和地极移动等因素的影响而发生变化。视差与光行差和所选取的参考点有关,而此参考点通常选太阳系质心。因此,视差与光行差的计算需要太阳系历表。

6.1 大气折射

大气折射源于地球大气层各处的光线折射率变化。如果一束光线从折射率为 n 的均匀介质中进入另一个折射率为 n' 的介质时,它遵从斯涅耳折射定律(图 6.1):

$$n \sin \alpha = n' \sin \alpha' \quad (6.1)$$

式中,入射角 α 、反射角 α' 分别为入射、反射光线与介质面法线的夹角。由于大气密度随着距离地面高度的增加而减小,所以入射光线的路径为一条凸向测站铅垂线的曲线,此时天体看起来有稍小的天顶距。必须注意的一点是,对于不同波长的光,折射率也不尽相同,这对于精密观测必须加以考虑。

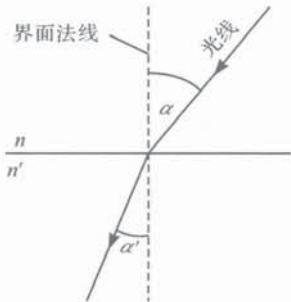


图 6.1 斯涅耳折射定律

设对大气折射进行近似处理,首先考虑观测站天顶的一小部分区域。假设地球周围的大气在引力的作用下呈流体静力学平衡状态,可以看做大气层是由无数的同心球层组成的,不同球层内的大气密度随高度呈指数规律变化。在这种情况下,对于一个较小的天顶距,可以忽略大气球层的曲率而认为是一系列平面层(图 6.2)。大气层以外为真空,其折射率不变。设大气层外星光入射角(天顶距)

仅供个人科研教学使用!

为 z , 在层与层之间发生折射现象, 遵从斯涅耳折射定律。

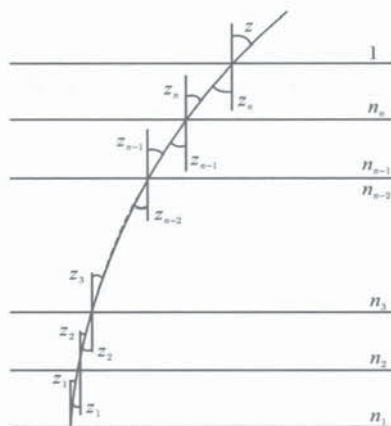


图 6.2 光线在平行大气层模型中的折射

设 n_n 为最外层大气圈的折射系数, 根据折射定律, 有

$$\sin z = n_n \sin z_n$$

式中, z_n 代表光线在最外层大气中的天顶距, 如图 6.2 所示。对于相邻的下一层, 有

$$n_n \sin z_n = n_{n-1} \sin z_{n-1}$$

如此下去, 直至光线传播到最下层, 可得

$$n_2 \sin z_2 = n_1 \sin z_1$$

综合以上各式可得

$$\sin z = n_1 \sin z_1 \quad (6.2)$$

称 $z_1 \equiv z'$ 为视天顶距, z 为真天顶距。令 $\zeta \equiv z - z'$ 为大气折射改正。由于 ζ 为微小量, 所以 $\cos \zeta \simeq 1$, $\sin \zeta \simeq \zeta$, 于是

$$\begin{aligned} \sin(z' + \zeta) &= n_1 \sin z' \\ \sin z' + \zeta \cos z' &= n_1 \sin z' \end{aligned}$$

即

$$\zeta = (n_1 - 1) \tan z' = \eta \tan z' \quad (6.3)$$

数值 $\eta = (n_1 - 1)$ 称为折射系数。对于 $n_1 = 1.00029$, 折射系数 $\eta \simeq 1'$ 。对于简单的平面平行层模型, 显然真天顶距 z 可以通过观测到的视天顶距 z' 计算得出, 其中仅用到底层大气的折射系数, 而无须知道中间各层大气的具体情况。同时, 大气折射改正只与视天顶距的正切函数相关。以上结论在大气球层曲率可以忽略的情况下是有效的。

对于大气层曲率的估计有多种方式。一种简单而可行的方式是将 ζ 展开为

仅供个人科研教学使用!

$\tan z'$ 的多项式形式:

$$\zeta = \eta_1 \tan z' + \eta_2 \tan^3 z' + \dots \quad (6.4)$$

式中, \tan^2 项由于过小而被略去。对于大气折射系数 η_1 、 η_2 等也有类似的展开式, 在标准状况下(大气压为 $p_0 = 1013 \text{ hPa}$, 大气温度为 $T_0 = 0^\circ\text{C}$):

$$\eta_1 = 60''.1, \quad \eta_2 = 0''.072$$

在实际大气压为 p (单位: hPa)、温度为 T (单位: $^\circ\text{C}$) 时, 地面上的大气折射可由式(6.5)计算:

$$\zeta = \frac{p}{1013} \cdot \frac{273.15}{273.15 + T} (60''.1 \tan z' - 0''.072 \tan^3 z') \quad (6.5)$$

6.1.1 Saastamoinen 模型

Saastamoinen(1972)模型对式(6.5)进行了改进。此模型除了大气压 p (单位: hPa) 与温度 T (单位: $^\circ\text{C}$), 将相对湿度 H_{rel} 也作为一个输入量考虑。首先根据式(6.6)计算水汽压 p_w :

$$p_w = H_{\text{rel}} \left(\frac{273.15 + T}{247.1} \right)^{18.36} \quad (6.6)$$

计算辅助量 Q :

$$Q = \frac{p - 0.156 p_w}{273.15 + T}$$

再由下式计算大气折射系数 η_1 、 η_2 (角秒):

$$\eta_1 = 16.271Q - 7.49 \times 10^{-5} p$$

$$\eta_2 = 6.410774 \times 10^{-4} Q^2 - 7.49 \times 10^{-5} p$$

即

$$\zeta = 16''.271Q(\tan z' + 0.0000394Q \tan^3 z') - 0.0000749p(\tan z' + \tan^3 z')$$

Saastamoinen 模型针对可见光的平均波长(574nm), 适用于视天顶距小于 70° ($z' < 70^\circ$) 的情况。在 AstroRef 软件包中, 函数 RefrSaas 即是用此模型计算大气折射改正。

6.1.2 大气折射积分改正

现在进一步来讨论大气层的曲率问题(图 6.3)。设相邻两层的折射率为 n 和 n' , 结合图 6.3, 由斯涅耳折射定律可知:

$$n \sin \zeta = n' \sin \phi'$$

如图 6.3 所示, 在三角形 $GP'P$ 中, G 为地心, $GP = r$, $GP' = r'$, 内角 $P' = 180^\circ - \zeta'$, 由正弦定理可得

$$\frac{\sin(180^\circ - \zeta')}{r} = \frac{\sin \phi'}{r'}$$

仅供个人科研教学使用!

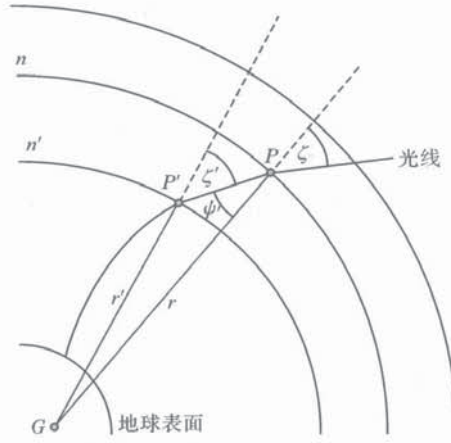


图 6.3 同心球层模型下的大气折射

即

$$r' \sin \zeta' = r \sin \phi'$$

结合折射定律,可以推导:

$$nr \sin \zeta = n' (r \sin \phi') = n' r' \sin \zeta' = \text{const} \quad (6.7)$$

上面的常数用 κ 表示,可得

$$\sin \zeta = \frac{\kappa}{nr} \quad (6.8)$$

即

$$\tan \zeta = \frac{\sin \zeta}{\sqrt{1 - \sin^2 \zeta}} = \frac{\kappa}{\sqrt{n^2 r^2 - \kappa^2}} \quad (6.9)$$

由图 6.4 可知, P' 处的三角形内角为 $180^\circ - z$, 即 $180^\circ - z + \zeta + \theta = 180^\circ$, 则

$$z = \zeta + \theta$$

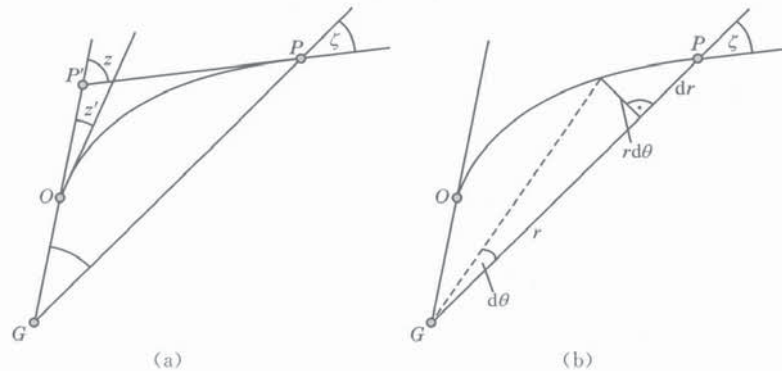


图 6.4 球层模型大气折射天顶距

仅供个人科研教学使用!

微分上式,有

$$dz = d\zeta + d\theta \quad (6.10)$$

式中,小角度 $d\zeta$ 可由折射定律得到。由式(6.7)得

$$nr \sin \zeta = \text{const}$$

微分可得

$$d(nr) \sin \zeta + nr \cos \zeta d\zeta = 0$$

即

$$d\zeta = -\tan \zeta \frac{d(nr)}{nr} \quad (6.11)$$

另一个结果为

$$\frac{d(nr)}{dr} \tan \zeta + (nr) \frac{d\zeta}{dr} = 0$$

即

$$\frac{d\zeta}{dr} = -\frac{(n + rdn/dr) \tan \zeta}{nr} \quad (6.12)$$

小角度 $d\theta$ 如图 6.4(b) 所示,由图可知 $\zeta = r d\theta / dr$, 或

$$d\theta = \tan \zeta \frac{dr}{r} \quad (6.13)$$

因此可得

$$\begin{aligned} dz &= d\theta + d\zeta \\ &= \tan \zeta \frac{dr}{r} - \tan \zeta \frac{d(nr)}{nr} \\ &= -\tan \zeta \frac{dn}{n} = \frac{\kappa}{\sqrt{n^2 r^2 - \kappa^2}} \frac{dn}{n} \end{aligned}$$

大气折射改正 $\zeta \equiv z - z'$ 可由积分得

$$\zeta = - \int_{n_0}^1 \frac{\kappa}{\sqrt{n^2 r^2 - \kappa^2}} \frac{dn}{n} \quad (6.14)$$

大气层之外为真空,其折射率不变。数值 κ 与观测者所处的位置有关,即

$$\kappa = n_0 r_0 \sin \zeta_0$$

式中, ζ_0 在数值上等于观测(视)天顶距 z' 。

$$\zeta = n_0 r_0 \sin \zeta_0 \int_1^{n_0} (n^2 r^2 - n_0^2 r_0^2 \sin^2 \zeta_0)^{-1/2} \frac{dn}{n}$$

ζ 可以表示为

$$\begin{aligned} \zeta &= \int_{\zeta_0}^{\zeta_{\infty}} \left[d\zeta + \tan \zeta \frac{dr}{r} \right] = \int_{\zeta_0}^{\zeta_{\infty}} \left[1 + \frac{\tan \zeta}{r} \left(\frac{d\zeta}{dr} \right)^{-1} \right] d\zeta \\ &= \int_{\zeta_0}^{\zeta_{\infty}} \frac{r dn/dr}{n + r dn/dr} d\zeta \end{aligned} \quad (6.15)$$

仅供个人科研教学使用!

精确的大气折射改正公式可以由此积分表达式来推求。但对于精确的大气折射改正计算,积分表达式(6.15)可以使用大气模型通过数值积分求得,通常使用所谓的综合模型(Seidelmann,1992)。在这个模型中,大气层由对流层与平流层两部分组成。对流层从地面开始延伸至距地面 11km 的高度($h_t=11\text{km}$),其中的温度随高度的增加按照 $\alpha=0.0065$ 的速率降低,并且假设湿度与地面观测站的实测值一致。温度在平流层中不再发生变化,其值取对流顶层的温度。此外,假设在平流层中不再有水汽压,且平流层从对流层顶一直延伸至距地面 80km 的高度($h_s=80\text{km}$)。

式(6.15)中的大气折射 ζ 分为对流层和平流层两部分:

$$\zeta = \zeta_t + \zeta_s$$

对于输入值,有

z' :视天顶距;

p :大气压测量值(hPa);

T_0 :大气热力学温度(K),摄氏度+273.15K;

H_{rel} :相对湿度;

λ :光的波长(μm);

Φ :观测站纬度;

h_0 :距大地水准面高度(m)。

相应的地球与大气模型的参数为: $S=8314.36, M_d=28.966, M_w=18.016, \delta=18.36, R_E=6378120, h_t=11000, h_s=80000, \alpha=0.0065$ 。首先计算下列数值:

$$p_w = H_{\text{rel}} \left(\frac{T_0}{247.1} \right)^{\delta}$$

$$g = 9.784 \times (1 - 26 \times 10^{-4} \cos 2\Phi - 28 \times 10^{-8} h_0)$$

$$A = \left(287.604 + \frac{1.6288}{\lambda^2} + \frac{0.0136}{\lambda^4} \right) \times \frac{273.15}{1013.25} \times 10^{-6}$$

$$C_1 = \alpha$$

$$C_2 = gM_d/S$$

$$C_3 = C_2/C_1 \equiv \gamma$$

$$C_4 = \delta$$

$$C_5 = \frac{p_w(1 - M_d/M_w)\gamma}{\delta - \gamma}$$

$$C_6 = \frac{A(p + C_5)}{T_0}$$

$$C_7 = \frac{AC_5 + 11.2684 \times 10^{-6} p_w}{T_0}$$

仅供个人科研教学使用!

$$C_8 = \frac{\alpha(\gamma-1)C_6}{T_0}$$

$$C_9 = \frac{\alpha(\delta-1)C_7}{T_0}$$

这种方法需要知道作为角度 ζ 函数的距离 r 的值,它可以通过迭代斯涅耳折射定律得

$$r_{i+1} = r_i - \left[\frac{n_i r_i - n_0 r_0 \sin z' / \sin z_r}{n_i + r_i (dn/dr)_i} \right], \quad i=1, 2, \dots$$

对于地球大气层的对流层与平流层,计算 n 和 dn/dr 时有所差别。在对流层中, $r \leq r_i \equiv R_E + h_i$,有

$$n = 1 + \left[C_6 \left(\frac{T}{T_0} \right)^{\gamma-2} - C_7 \left(\frac{T}{T_0} \right)^{\delta-2} \right] \frac{T}{T_0}$$

$$\frac{dn}{dr} = -C_8 \left(\frac{T}{T_0} \right)^{\gamma-2} + C_9 \left(\frac{T}{T_0} \right)^{\delta-2}$$

温度 T 为

$$T = T_0 - \alpha(r - r_0)$$

在平流层中, $r_i \leq r \leq r_s \equiv R_E + h_s$,温度 T_i 为

$$T_i = T_0 - \alpha(r_i - r_0)$$

有

$$n = 1 + (n_i - 1) e^{-C_2(r-r_i)/T_i}$$

$$\frac{dn}{dr} = -\frac{C_2}{T_i} (n_i - 1) e^{-C_2(r-r_i)/T_i}$$

在积分边界, ζ 的值 z_i 和 z_s 可由斯涅耳折射定律得出,如

$$z_i = \arcsin \frac{n_0 r_0 \sin z'}{n_i r_i}$$

在AstroRef中,函数RefrNumInt就是使用数值积分方法计算大气折射改正的。

6.1.3 折射改正的应用

大气折射引起天体的位置发生变化,相应赤经 α 与赤纬 δ 的变化可由下式计算(Mueller, 1969),即

$$(\Delta\alpha)_R = \alpha' - \alpha = \zeta \sin h \csc z' \cos \Phi \sec \delta$$

$$(\Delta\delta)_R = \delta' - \delta = \zeta (\sin \Phi \csc z' \sec \delta - \tan \delta \cot z')$$

练习 6.1 对于天顶距 $z=10^\circ, 20^\circ, \dots, 70^\circ$,温度 0°C ,气压1000hPa,相对湿度50%,高度0m,纬度 50° 以及光的波长 $0.574\mu\text{m}$,使用函数RefrSaas和RefrNumInt计算大气折射改正 ζ_i ,并对结果进行比较。

仅供个人科研教学使用!

练习 6.2 借助于 Saastamoinen 大气折射模型(RefrSaas),分析确定气压、湿度、温度等气象参数对大气折射改正的影响,并将它们按照重要性进行排序。

练习 6.3 在海平面上观察日落,太阳的下边缘恰好相切于海平面时,太阳的视圆面直径为 $30'$ 。假如没有大气(大气折射),此时又会是什么情形。

6.2 视 差

在不同的地点观测一个有限距离的目标时,其观测方向是不同的,这一现象称为视差。天文学上的视差与所选择的参考点有关,通常选择太阳系质心(有时以太阳的中心作近似)为参考点。由地心与太阳系质心位置的不同所引起的视差称为周年视差,原因是此视差所引起的角度变化周期为一年。由地面观测站与地心位置的不同所引起的视差称为地心视差或周日视差,原因是其变化周期为一天。

1838 年, Bessel 首次成功测量了天鹅座 61 星(61 Cygni)的周年视差。在第三年, Henderson 在南非测定了半人马座 α 星(α Centauri)的视差。1840 年, Struve 测量了织女星(Vega)的视差。

邻近的恒星系统,半人马座 α 星的视差为 $0''.76$ 。其他恒星由于距离地球非常遥远,其视差很小。

6.2.1 周年视差

由于地球的绕日运动,由地心指向恒星的方向随准惯性轴发生变化,所以应将地心位置移至太阳系质心位置。周年视差的几何描述如图 6.5 所示,图中 θ 和 θ' 为光源相对于日地连线的方向角。如果由地球、太阳与光源三者所形成的三角形为一个直角三角形(图 6.5),那么以光源为顶点的角度 π 称为周年视差。

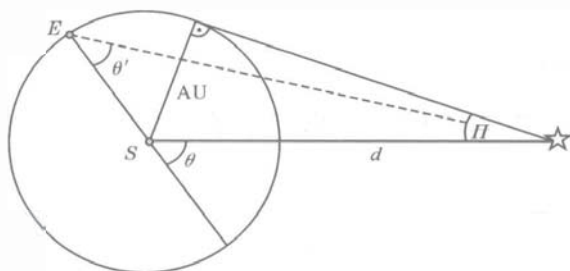


图 6.5 周年视差

若忽略一年中日地距离的变化而取其平均距离,则有以下关系式:

仅供个人科研教学使用!