<<Nome da universidade>>

<<Nome do instituto>>

Pós-graduação em <<Nome do curso>>

<<Título da monografia>>

<<Subtítulo - opcional>>

<<Nome do aluno>>

<<JUIZ DE FORA>>

<<MÊS>>, <<ano>>

<<Título da monografia>>
<<Subtítulo - opcional>>

<<Nome do aluno>>

<<Nome da universidade>>

<<Nome do instituto>>

<<Nome do departamento>>

Mestrado em <<Nome do curso>>

Orientador: <<Nome do Orientador>>

Coorientador: <<Nome do Co-orientador>>

<<JUIZ DE FORA>>

<<MÊS>>, <<ano>>

<<TÍTULO DA MONOGRAFIA>>

<<Subtítulo - opcional>>

<<Nome do aluno>>

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO <<NOME DO INSTITUTO>> DA <<NOME DA UNIVERSIDADE>>, COMO PARTE INTEGRANTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM <<NOME DO CURSO>>.

Aprovada por:

<<Nome do Orientador>>
<<Título do Orientador>>

<<Nome do Co-orientador>>
<<Título do Co-orientador>>

<<Nome do Examinador 1>>
<<Título do Examinador 1>>

<<Nome do Examinador 2>>
<<Título do Examinador 2>>

<<JUIZ DE FORA>>

<<DIA>> DE <<MÊS>>, <<ANO>>

Aos meus amigos e irmãos.

Aos pais, pelo apoio e sustento.

Resumo

As instruções aqui contidas objetivam auxiliar os autores na preparação de documentos para impressão de monografias do Departamento de Ciência da Computação. Os estilos encontram-se definidos em um modelo denominado Monografia.cls. O resumo deve ser escrito na mesma língua do texto (Português, Inglês ou Espanhol) e descreve o conteúdo do texto em cerca de 150-200 palavras. Esta é a primeira versão das instruções e dos formatos e, portanto, sujeita a incorreções e omissões. Sugestões de melhorias são muito benvindas: envie mensagem para jairo.souza@ufjf.edu.br.

Palavras-chave: Monografia, latex, instruções.

Abstract

You must summarize your work in 150-200 words.

Keywords: Monograph, latex, instructions.

Agradecimentos

A todos os meus parentes, pelo encorajamento e apoio.

Ao professor Beltrano pela orientação, amizade e principalmente, pela paciência, sem a qual este trabalho não se realizaria.

Aos professores do Departamento de Ciência da Computação pelos seus ensinamentos e aos funcionários do curso, que durante esses anos, contribuíram de algum modo para o nosso enriquecimento pessoal e profissional.

"Lembra que o sono é sagrado e alimenta de horizontes o tempo acordado de viver".

Beto Guedes (Amor de Índio)

Conteúdo

Lista de Figuras

Lista de Tabelas

Lista de Abreviações

DCC	Departamento de Ciência da Computução
UFJF	Universidade Federal de Juiz de Fora

1 Introdução

Este modelo pretende atender às necessidades de padronização dos trabalhos de monografia do Departamento de Ciência da Computação, Instituto de Ciências Exatas da Universidade Federal de Juiz de Fora e servir de guia para alunos e professores.

Elaborado com base nas normas da ABNT, este modelo contém a formatação essencial para apresentação de trabalhos acadêmicos, contempladas em cinco partes:

O texto pode ser preparado usando LaTeX (ou TeX). Por favor, procure seguir as instruções para que as monografias do DCC possuam uma aparência uniforme.

1.1 Figuras

A impressão de monografias normalmente feita em tons de branco e preto. Portanto, evite fazer uso de fotografias coloridas, a menos que, quando transformadas em tons de cinza seus detalhes continuem visíveis.

As figuras devem ser integradas no texto, centralizadas de acordo com as margens. Para testar a visibilidade dos detalhes de suas figuras, por favor, faça a geração de um arquivo imagem de impressão (postscript) e observem se todos os detalhes estão perfeitamente visíveis e os textos legíveis. As figuras devem ser numeradas e todas devem ter uma legenda explicativa.

Tenha especial cuidado com figuras feitas diretamente com as ferramentas MSOffice. Se a figura ocupar uma página completa, certifique-se que esta não ultrapasse as margens. Evite colocar figuras e tabelas no formato paisagem, vide a figura 1.1.

Figura 1.1: Logotipo da Universidade Federal de Juiz de Fora

1.2 Fórmulas e equações

Equações e Fórmulas devem ser colocadas em uma nova linha, centralizadas e numeradas consecutivamente para fins de referência, como pode ser observado na equação 1.1.

$$\int_0^\infty f(x)dx = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \cdots = sin(x) \tag{1.1}$$

1.3 Algoritmos

As listagens de código de programas não são consideradas figuras, de modo que não necessitam ter legenda. Listagens de código geralmente trechos de código retirados de programa, como códigos C, Java ou XML. Para fins de referência, as linhas do código podem ser numeradas.

Por exemplo, o código a seguir mostra uma classe Java, onde a linha 6 inicia um comando que se estende por diversas linhas.

```
1 import java.util.Random;
2 class Aleatorios {
3   public static void main (String[] args) {
4       Random qq=new Random();
5       for (int k=1;k<10;k++)
6          System.out.println(qq.nextInt(100) + "\n" + Math.random()
             );
7     }
8 }
```

Algoritmos geralmente são apresentados como pseudo-códigos, os quais possuem uma formatação formal conhecida dos livros de computação. Diferentemente das listagens, os algoritmos costumam possuir legendas, como no algoritmo 1 abaixo.

Algoritmo 1: Ler número e imprimir se é par ou não.

```
Entrada: número, (numero).
Saída: Se o número é par ou não
início
    ler numero;
    se numero%2 = 0 então
        imprimir numero, "par";
    senão
        imprimir numero, "impar";
    fim se
fim
```

1.4 Tabelas

Tabelas necessitam de legenda superior, conforme mostrado na tabela 1.1.

Tabela 1.1: Porcentagem de modelos por marca

Marca	Porcentagem
XPTO	60%
ZWY	10%
AWK	10%
HKL	10%
TPOI	5%
SSO	5%

1.5 Notas de rodapé

As notas de rodapé são usadas ao longo do texto para esclarecimentos rápidos sobre algum conceito ou para referência a algum endereço da web, como, por exemplo, na seguinte frase: "A W3C[1] é o consórcio regulador da Web".

1.6 Citações e referências

Ao longo do texto, as citações são feitas através do formato (AUTOR, ANO). Ao final, a lista de referências deve ter o nome de Referências Bibliográficas, sem numeração de seção. não colocar quebra de página antes.

Para inserir referências no documento Latex, se utilize do pacote ABNTEX2CITE

[1] http://www.w3.org

e uso os comandos CITE e CITEONLINE. Com o comando CITE as referências ficam como (??) ou (????) em caso de referências consecutivas. Com o comando CITEONLINE as referências ficam no formato de citação usadas para setenças que citam o autor: "Segundo ??)...".

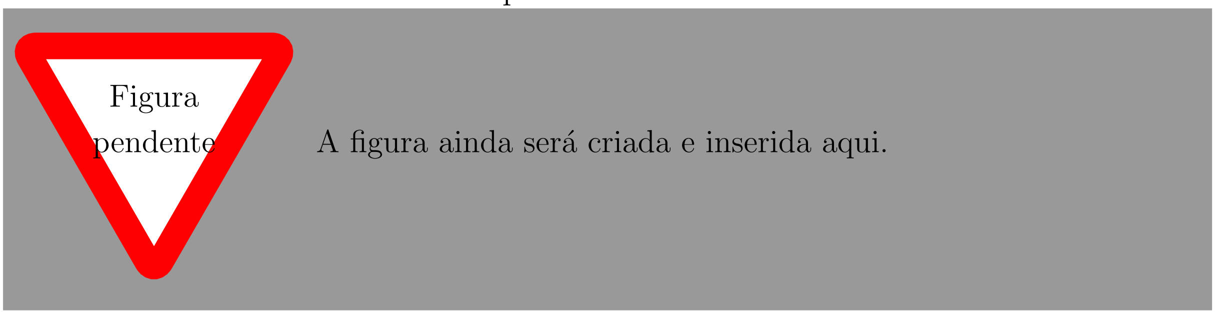
1.7 Comentários

Durante o trabalho de confecção da monografia, o aluno terá que enviar várias versões para o orientador e este retornaré as versões com comentários sobre o texto. Para facilitar esse trabalho de revisão do aluno e orientador, pode-se incluir no texto comentários do pacote TODONOTES. Os comentários podem ser dispostos NA MARGEM ou ser do tipo INLINE.

1: Este é um comentário na margem da página

2: Este é um comentário inline

Caso você vá inserir uma figura no texto mas ainda não o fez, você pode informar isso ao seu orientador como no exemplo abaixo:



Com esse pacote TODONOTES você pode também inserir em um local da sua monografia um índice de todos os comentários que o seu orientador fez, para que você se lembre do que ainda tem que ser corrigido na monografia. Veja abaixo:

Lista de tarefas pendentes

3: Lembre-se: todos os comentários e a lista de tarefas **devem** ser retirados do texto na versão que será enviada para a banca.

2 Texto de exemplo

2.1 A noção de função

Iremos trabalhar com a noção intuitiva de função. Uma definição formal de função, na qual se faz uso da linguagem de conjuntos e produtos cartesiano, será dada no Anexo I.

Uma função envolve um conjunto A, chamado de DOMÍNIO, um conjunto B chamado de CONTRADOMÍNIO e uma regra denotada por $f : A \to B$, que nos diz como associar a cada $a \in A$, um único $f(a) = b \in B$, chamado de VALOR DE f NO PONTO a ou IMAGEM DE a PELA FUNÇÃO f.

Exemplo 2.1.1. Seja $A = \mathbb{R}^2$, ou seja, os conjunto de todos os pares ordenados (x, y) tais que $x, y \in \mathbb{R}$ e seja $B = \mathbb{R}$ o conjunto dos números reais. Então $f : A \to B$, definida para cada par (x, y) por $f(x, y) = x$ é uma função, uma vez que, para cada par (x, y), corresponde um único $x \in \mathbb{R}$.

Exemplo 2.1.2. Se tomarmos $A = \mathbb{R}$ e $B = \mathbb{R}^2$ a regra $g : A \to B$, definida para cada $x \in \mathbb{R}$ por $g(x) = (x, y)$ onde $y \in \mathbb{R}$, não é uma função pois, para cada $x \in \mathbb{R}$, existem infinitos pares ordenados $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.

Definição 2.1.1. Duas funções $f : A \to B$ e $g : C \to D$ são iguais se as seguintes condições são satisfeitas:

1. $A = C$ e $B = D$;

2. para cada $a \in A$, $f(a) = g(a)$.

Definição 2.1.2. Dada uma função $f : A \to B$, o subconjunto de B formado pelos elementos $b = f(a)$, com $a \in A$, é chamado de IMAGEM de A por f, ou IMAGEM de $f : A \to B$.

Usaremos $Im(f)$ ou $f(A)$ para denotar a imagem de $f : A \to B$. Portanto, temos

$$f(A) = \{b = f(a) \in B \; ; \; a \in A\}.$$

2.2 Funções Injetivas, Sobrejetivas e Bijetivas

Definição 2.2.1. Seja $f : A \to B$ uma função. Dizemos que:

1. f é INJETIVA (ou UM-A-UM, ou INJETORA, ou uma INJEÇÃO) sempre que $a \neq a'$ em A, $f(a) \neq f(a')$ em B;

2. f é SOBREJETIVA (ou SOBRE, ou SOBREJETORA, ou uma SOBREJEÇÃO) sempre que $f(A) = B$;

3. f é BIJETIVA (ou BIJETORA, ou uma BIJEÇÃO) se f é injetiva e sobrejetiva.

Observe que, equivalentemente, podemos dizer que $f : A \to B$ é injetiva sempre que $f(a) = f(a')$ implicar em $a = a'$.

Exemplo 2.2.1. A função do exemplo (2.1.1) é sobrejetiva. De fato, dado $x' \in \mathbb{R}$, para qualquer $y \in \mathbb{R}$, temos $f(x', y) = x'$. Observe também que tal função não é injetora pois, por exemplo $f(2, 1) = f(2, 3)$, mas $(2, 1) \neq (2, 3)$.

Definição 2.2.2. Dados uma função $f : A \to B$ e $C \subseteq A$, definimos a RESTRIÇÃO DE f A C como sendo a função $g : C \to B$, definida por $g(c) = f(c)$, para todo $c \in C$. Normalmente usa-se a notação $f|_C$ para indicar a restrição de f a C.

Definição 2.2.3. Sejam $f : A \to B$ uma função, $C \subseteq A$ e $D \subseteq B$. Definimos:

1. a IMAGEM (DIRETA) DE C por f com sendo o subconjunto de $f(A)$ dado por

$$f(C) = \{f(x) \; ; \; x \in C\},$$

2. e a IMAGEM INVERSA DE D por f como sendo o subconjunto de A dado por

$$f^{-1}(D) = \{a \in A \; ; \; f(a) \in D\}.$$

Note que a imagem inversa $f^{-1}(D)$, de um conjunto D por uma função f pode ser o conjunto vazio, mesmo que D não seja o conjunto vazio. Por exemplo, considere a função $f : A \to B$, onde $A = B = \mathbb{R}$, definida por $f(x) = |x|$. Então, se

$$D = \{x \in \mathbb{R} \; ; \; x < 0\},$$

teremos que $f^{-1}(D) = \emptyset$, uma vez que não existe $x \in \mathbb{R}$ tal que $|x| < 0$.

Proposição 2.2.1. *Sejam $f : A \to B$ uma função e C, D subconjuntos de A.*

(a) Se $C \subseteq D$, então $f(C) \subseteq f(D)$;

(b) $f(C \cup D) = f(C) \cup f(D)$;

(c) $f(C \cap D) \subseteq f(C) \cap f(D)$.

Demonstração.

(a) Se $y \in f(C)$, então existe $c \in C$ tal que $y = f(c)$. Como $C \subseteq D$, segue que $c \in D$ e portanto $y = f(c) \in f(D)$, isto é, $f(C) \subseteq f(D)$.

(b) Seja $y \in f(C \cup D)$. Então existe $x \in C \cup D$ tal que $y = f(x)$. Logo $x \in C$ ou $x \in D$. Se $x \in C$, temos que $y = f(x) \in f(C)$. Mas se $x \in D$, teremos $y = f(x) \in f(D)$. Logo $y \in f(C) \cup f(D)$ o implica em $f(C \cup D) \subseteq f(C) \cup f(D)$.

Por outro lado, como $C \subseteq C \cup D$, segue do item (a) que $f(C) \subseteq f(C \cup D)$. Da mesma maneira temos que $D \subseteq C \cup D$ o que implica que $f(D) \subseteq f(C \cup D)$. Portanto $f(C) \cup f(D) \subseteq f(C \cup D)$.

(c) Como $C \cap D \subseteq C$, segue que $f(C \cap D) \subseteq f(C)$. Analogamente, temos $f(C \cap D) \subseteq f(D)$. Assim, podemos concluir que $f(C \cap D) \subseteq f(C) \cap f(D)$.

□

Devemos observar que em geral, no item *(c)* da proposição (2.2.1), não se pode substituir o sinal de inclusão pelo sinal de igualdade, ou seja nem sempre vale a inclusão oposta. Por exemplo, sejam $A = B = \mathbb{R}$ e $f : A \to B$ definida por $f(x) = x^2$, $C = \{x \in \mathbb{R}\ ;\ -1 \leq x < 0\}$ e $D = \{x \in \mathbb{R}\ ;\ 0 < x \leq 1\}$. Então

$$f(C) = f(D) = \{x \in \mathbb{R}\ ;\ 0 < x \leq 1\} = f(C) \cap f(D).$$

Por outro lado $C \cap D = \emptyset$ o que implica em $f(C \cap D) = \emptyset$. Portanto

$$f(C) \cap f(D) \nsubseteq f(C \cap D).$$

Proposição 2.2.2. *Sejam $f : A \to B$ uma função e E, F subconjuntos de B.*

(a) Se $E \subseteq F$, então $f^{-1}(E) \subseteq f^{-1}(F)$;

(b) $f^{-1}(E \cup F) = f^{-1}(E) \cup f^{-1}(F)$;

(c) $f^{-1}(E \cap F) = f^{-1}(E) \cap f^{-1}(F)$.

Demonstração.

(a) Se $a \in f^{-1}(E)$, então $f(a) \in E$. Como $E \subseteq F$, segue que $f(a) \in F$, isto é, $a \in f^{-1}(F)$. Portanto $f^{-1}(E) \subseteq f^{-1}(F)$.

(b) Como $E \subseteq E \cup F$ e $F \subseteq E \cup F$, segue que $f^{-1}(E) \cup f^{-1}(F) \subseteq f^{-1}(E \cup F)$.

Por outro lado, se $a \in f^{-1}(E \cup F)$, então $f(a) \in E \cup F$, ou seja, $f(a) \in E$ ou $f(a) \in F$ e isto implica em $a \in f^{-1}(E)$ ou $a \in f^{-1}(F)$. Logo $a \in f^{-1}(E) \cup f^{-1}(F)$. Portanto $f^{-1}(E \cup F) \subseteq f^{-1}(E) \cup f^{-1}(F)$.

(c) Como $E \cap F \subseteq E$ e $E \cap F \subseteq F$, temos que $f^{-1}(E \cap F) \subseteq f^{-1}(E) \cap f^{-1}(F)$.

Reciprocamente, se $a \in f^{-1}(E) \cap f^{-1}(F)$, então $f(a) \in E$ e $f(a) \in F$. Portanto, $f(a) \in (E \cap F)$, ou seja, $a \in f^{-1}(E \cap F)$. Logo $f^{-1}(E) \cap f^{-1}(F) \subseteq f^{-1}(E \cap F)$.

□

2.3 Composição de Funções

Definição 2.3.1. Sejam $f : A \to B$ e $g : B \to C$ duas funções. A composição $g \circ f$ é a função de A em C, definida por $(g \circ f)(a) = g(f(a))$.

Exemplo 2.3.1. Considere as funções $\log : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}$ e $\text{sen} : \mathbb{R} \to [0, 1]$, onde $\mathbb{R}_+$ é o conjunto dos números reais não negativos. Então $(\text{sen} \circ \log) : \mathbb{R}_+ \to [0, 1]$ é a função que a cada $x \in \mathbb{R}_+$ associa o valor $\text{sen}(\log(x))$. Por outro lado, $(\log \circ \text{sen})$ nem sempre está definida (não existe $\log(\text{sen}(x))$, quando $x = \frac{3\pi}{2}$). Isso mostra que, em geral $f \circ g \neq g \circ f$, isto é, a composição de funções é não-comutativa.

Proposição 2.3.1. *Sejam $f : A \to B$, $g : B \to C$ e $h : C \leftarrow D$ funções. Então,*

$$h \circ (g \circ f) = (h \circ g) \circ f : A \to D.$$

Demonstração. Basta provar que para cada $a \in A$, $h((g \circ f)(a)) = (h \circ g)(f(a))$. Mas,

$$h((g \circ f)(a)) = h(g(f(a))) = (h \circ g)(f(a)).$$

□

Teorema 2.3.1. *Se $f : A \to B$ e $g : B \to C$ são ambas injetoras (sobrejetora), então $g \circ f$ também é injetora (sobrejetora).*

Demonstração. Vamos mostrar inicialmente que, se $f : A \to B$ e $g : B \to C$ são ambas injetoras, então $g \circ f$ também o é. Sejam $a_1, a_2 \in A$ tais que $(g \circ f)(a_1) = (g \circ f)(a_2)$. Então, $g(f(a_1)) = g(f(a_2))$. Como g é injetora, segue que $f(a_1) = f(a_2)$. Mas como f também é injetora, temos $a_1 = a_2$, o que prova que $g \circ f$ é injetora.

Vamos mostrar agora que, se $f : A \to B$ e $g : B \to C$ são ambas sobrejetoras, então $g \circ f$ também o é. Dado $c \in C$, existe $b \in B$ tal que $g(b) = c$, uma vez que g é sobrejetora. Por outro lado, como f também é sobre, existe $a \in A$ tal que $f(a) = b$. Logo,

$$(g \circ f)(a) = g(f(a)) = g(b) = c.$$

Portanto, $g \circ f$ é sobrejetora. □

Corolário 2.3.1. *Se $f : A \to B$ e $g : B \to C$ são ambas bijetoras, então $g \circ f$ também é bijetora.*

Dado um conjunto A, iremos denotar por $\mathbf{1}_A$ a função identidade de A, ou seja, $\mathbf{1}_A : A \to A$ é a função definida por $\mathbf{1}_A(a) = a$.

Teorema 2.3.2. *Se $f : A \to B$ é uma função bijetora, então existe uma única função também bijetora, $g : B \to A$, tal que $g \circ f = \mathbf{1}_A$ e $f \circ g = \mathbf{1}_B$. A função g é chamada de inversa de f e é geralmente, denotada por f^{-1}.*

Demonstração. Dado $b \in B$, como f é bijetora existe $a \in A$ tal que $f(a) = b$ e se $a' \in A$ tal que $f(a') = b$, então $a' = a$, ou seja, dado $b \in B$, existe um único $a \in A$, satisfazendo $f(a) = b$. Denotando tal a por $g(b)$, definimos uma função $g : B \to A$. Vamos mostrar que tal função satisfaz as propriedades do teorema.

Temos que $(f \circ g)(b) = f(g(b)) = f(a) = b$, ou seja $f \circ g = \mathbf{1}_B$. Por outro lado $(g \circ f)(a) = g(f(a)) = g(b) = a$, ou seja, $g \circ f = \mathbf{1}_A$.

Vamos provar agora que g também é bijetora. Segue da definição de g que a mesma é sobrejetora e portanto, basta mostrarmos que a mesma e injetora. Sejam $b_1, b_2 \in B$ tais que $g(b_1) = g(b_2)$. Então, como $f \circ g = \mathbf{1}_B$, temos

$$b_1 = \mathbf{1}_B(b_1) = (f \circ g)(b_1) = f(g(b_1)) = f(g(b_2)) = (f \circ g)(b_2) = \mathbf{1}_B(b_2) = b_2.$$

o que mostra que g é injetora.

Suponha agora que existe $h : B \to A$ satisfazendo $h \circ f = \mathbf{1}_A$ e $f \circ h = \mathbf{1}_B$. Então,

$$h = h \circ \mathbf{1}_B = h \circ (f \circ g) = (h \circ f) \circ g) = \mathbf{1}_A \circ g = g.$$

Logo g é única. □

Observação 2.3.1. Note que se $g = f^{-1}$, então $f = g^{-1}$.

Se uma função $f : A \to B$ admite uma inversa, dizemos que a mesma é INVERSÍVEL. Portanto, pelo teorema (2.3.2), toda função bijetora é inversével. O próximo resultado mostra que a recíproca desta afirmação também é verdadeira.

Proposição 2.3.2. *Se $f : A \to B$ e $g : B \to A$ são funções que satisfazem $g \circ f = \mathbf{1}_A$ e $f \circ g = \mathbf{1}_B$, então ambas são bijetoras.*

Demonstração. Vamos provar que g é bijetora (a prova para f é análoga). Sejam $b_1, b_2 \in B$ tais que $g(b_1) = g(b_2)$. Então $f(g(b_1)) = f(g(b_2))$. Como $f \circ g = \mathbf{1}_B$, temos que $\mathbf{1}_B(b_1) = \mathbf{1}_B(b_2)$, ou seja, $b_1 = b_2$, provando que g é injetora.

Dado $a \in A$, temos

$$a = \mathbf{1}_A(a) = (g \circ f)(a) = g(f(a)).$$

Assim, tomando $b = f(a)$ teremos $g(b) = a$ e isto prova que g é sobrejetora. □