Упражнения

29 января 2016 г.

Определение 1. $f(n) = O(g(n))$, если $\exists C > 0$, n_0: $\forall n > n_0$ $|f(n)| \leq C \cdot |g(n)|$.

Определение 2. $f(n) = o(g(n))$, если $\forall C > 0$ $\exists n_0 : \forall n > n_0$ $|f(n)| < C \cdot |g(n)|$.

Упражнение 1. Известно, что $f(n), g(n) > 0$, используя определение, докажите следующее свойство $\max(f(n), g(n)) = \Theta(f(n) + g(n))$.

Упражнение 2. Покажите, что $\ln n! = \Theta(n \ln n)$.

Замечание. Если упражнение длительное время вам не сдается, то подумайте, знаете ли вы какие-либо асимптотические приближения для n!, если нет, то прочитайте про них.

Упражнение 3. Пусть $f(n) = [\ln n]!$. Существует ли полином $p(n)$, что $f(n) = O(p(n))$?

Упражнение 4. Верно ли для всех произвольных $f(n), g(n) > 0$, что, если $f(n) = o(g(n))$, то и $\ln(f(n)) = o(\ln(g(n)))$.

Упражнение 5. Докажите, что $(\ln n)^k = O(n^{\varepsilon})$, где $\varepsilon > 0$, а $k \in \mathbb{N}^+$.