

В чем разница между $O(f)$ и $o(f)$

23 января 2016 г.

Если быть кратким, то запись $f(n) = O(g(n))$ означает, что функция f ограничена сверху g . При этом, если допустить, что g после некоторого n всегда отлична от нуля, а обычно с такими функциями вы будете работать в теории алгоритмов, то определение эквивалентно следующему пределу

$$\exists C \in \mathbb{R}^+ \lim_{n \rightarrow \infty} \sup \frac{f(n)}{g(n)} < C$$

В свою очередь запись $f(n) = o(g(n))$ означает, что функция g доминирует f . Или иными словами f бесконечно мала относительно g на бесконечности. При этом, если допустить, что g после некоторого n всегда отлична от нуля, то определение эквивалентно следующему пределу

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(n)}{g(n)} = 0$$

Вообще говоря o —маленькое имеет более строгое условие.

Еще немного о обозначениях. Когда мы пишем, к примеру, $o(f(n)) = O(f(n))$ то подразумеваем, что любая функция доминируемая сверху f также является ограниченной сверху f . Или вот еще пример, $O(n^2) = O(n^3)$, любая функция ограниченная сверху функцией n^2 также ограничена n^3 . В обратную же сторону это утверждение не верно. Короче говоря, все не так сложно.