

О-нотация, упражнения

25 января 2016 г.

1. $f(n) = O(g(n))$, если $\exists C > 0 \exists N > 0 \forall n \geq N : |f(n)| \leq C|g(n)|$
2. $f(n) = o(g(n))$, если $\forall C > 0 \exists N > 0 \forall n \geq N : |f(n)| < C|g(n)|$
3. $f(n) = \Omega(g(n))$, если $g(n) = O(f(n))$.
4. $f(n) = \omega(g(n))$, если $g(n) = o(f(n))$.
5. $f(n) = \Theta(g(n))$, если $f(n) = O(g(n))$ и $f(n) = \Omega(g(n))$.

1 Задачи

1. Используя определения, докажите следующие свойства:
 1. $O(C \cdot f(n)) = O(f(n))$, $C \in \mathbb{R}^+$
 2. $o(f(n)) + o(f(n)) = O(f(n))$
 3. $o(f(n)) \cdot O(f(n)) = o(f(n))$
2. Покажите, что, если $f(n) = o(g(n))$, то $f(n) = O(g(n))$. Верно ли это в обратную сторону?
3. Для данных пар функций выясните их связь в терминах O -, o -, ω -, Ω -, Θ -обозначений.
 1. $f(n) = n^{1/2}$, $g(n) = n^{2/3}$
 2. $f(n) = 100n + \ln n$, $g(n) = n + (\ln n)^2$
 3. $f(n) = \ln(n)^{\ln n}$, $g(n) = \frac{n}{\ln(n)}$
4. Приведите примеры функций $f(n)$ и $g(n)$, таких что
 1. $f(n) = O(g(n))$, $f(n) = \Omega(g(n))$
 2. $f(n) = O(g(n))$, $f(n) \neq \Omega(g(n))$
 3. $f(n) = O(g(n))$, $f(n) \neq o(g(n))$
5. Существуют ли такие функции $f(n)$ и $g(n)$, что $f = o(g(n))$ и $f = \omega(g(n))$? Приведите пример или докажите, что таких функций нет.
6. Приведите пример функций $f(n)$ и $g(n)$, таких что $f(n) = \Theta(g(n))$ и $2^{f(n)} = o(2^{g(n)})$ или докажите, что таких функций не существует.