Aufgabenblatt 4

Einführung in die Bildverarbeitung

Christian Wilms und Simone Frintrop

SoSe 2020

Ausgabe: 22. Mai 2020 **- Abgabe bis:** 29. Mai 2020, 10:00

abgegeben am 28. Mai 2020 von:

Abdulssatar Khateb (6976879), Merle Hoffmann (7031673), Felix Swimmer (7162123)

Aufgabe 1 — Bildverbesserung

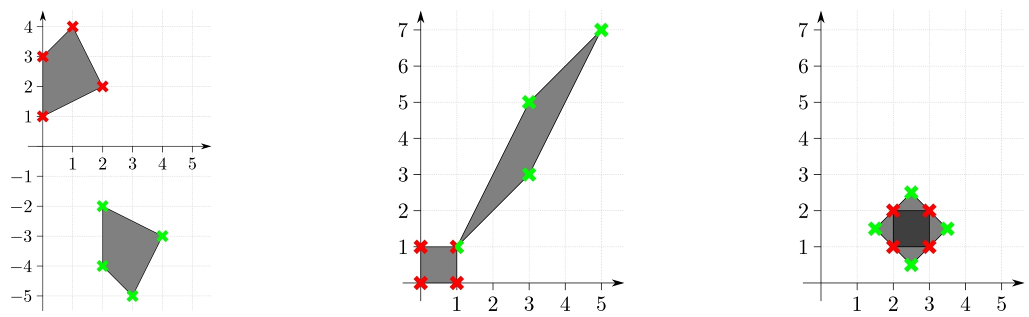
Siehe *blatt04_1.py*

1. Wie viele Poller gibt es am Rande einer kleinen Grüninsel in der unteren linken Bildecke von Abbildung 1a?

   Es gibt 8 Poller.

Aufgabe 2 — Transformationsmatrizen

1. Gebt zu den drei Szenarien die jeweilige Transformationsmatrix an. In den drei Szenarien sollen die Transformationen jeweils auf die Eckpunkte der Vierecke mit den roten Kreuzen angewendet werden, sodass jeweils das veränderte Viereck (grüne Kreuze) entsteht.



(a) (b) (c)

   (a) Zuerst wird eine Translation, dann eine Spiegelung angewendet:

$$\text{Transformation} = \text{Spiegelung} * \text{Translation}$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Oder es wird zuerst eine Spiegelung, dann eine Translation angewendet:

$$\text{Transformation} = \text{Translation} * \text{Spiegelung}$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

(x, y)	(x', y')
(1,0)	(-2,2)
(2,2)	(-3,4)
(3,0)	(-4,2)
(4,1)	(-5,3)

(b) Zuerst wird eine horizontale Scherung, dann eine vertikale Scherung, dann eine Skalierung und zum Schluss eine Translation angewendet:

$$\text{Transformation} = \text{Translation} * (\text{Skalierung} * (\text{v. Scherung} * \text{h. Scherung}))$$

$$\begin{bmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \left(\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \left(\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right) \right)$$

$$\begin{bmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \left(\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right)$$

$$\begin{bmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

(x, y)	(x', y')
(0,0)	(1,1)
(0,1)	(3,3)
(1,0)	(5,3)
(1,1)	(7,5)

(c) Zuerst wird eine Rotation um $-45°$, dann eine Skalierung und zum Schluss eine Translation angewendet:

$$\text{Transformation} = \text{Translation} * \text{Skalierung} * \text{Rotation}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & -\frac{5}{2} \\ -1 & 1 & \frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{5}{2} \\ 0 & 1 & \frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \left(\begin{bmatrix} \sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \cos(-\frac{1}{4}\pi) & -\sin(-\frac{1}{4}\pi) & 0 \\ \sin(-\frac{1}{4}\pi) & \cos(-\frac{1}{4}\pi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & -\frac{5}{2} \\ -1 & 1 & \frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{5}{2} \\ 0 & 1 & \frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -\frac{5}{2} \\ -1 & 1 & \frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

(x, y)	(x', y')
(1,2)	$(\frac{1}{2}, \frac{5}{2})$
(1,3)	$(\frac{3}{2}, \frac{7}{2})$
(2,2)	$(\frac{3}{2}, \frac{3}{2})$
(2,3)	$(\frac{5}{2}, \frac{5}{2})$

2. Interpretiert die drei folgenden Transformationsmatrizen und beschreibt kurz welche einzelnen Transformationen (inklusive Parameter wie Rotation um $45°$) in welcher Reihenfolge hier beschrieben werden.
Tipp: Es gibt tlw. mehrere Lösungen.

a) Bei der Transformation handelt es sich um eine Rotationsmatrix mit der Rotation um $11,25°$.

$$\begin{array}{ccc} \text{Transformation} & = & \text{Rotation} \\ \begin{bmatrix} 0,981 & -0,195 & 0 \\ 0,195 & 0,981 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & = & \begin{bmatrix} \cos(\frac{1}{16}\pi) & -\sin(\frac{1}{16}\pi) & 0 \\ \sin(\frac{1}{16}\pi) & \cos(\frac{1}{16}\pi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

b) Die Transformation besteht aus zwei einzelnen Transformationen. Zuerst wird eine Translation angewendet, die jeden Punkt um -2 Schritte an der x-Achse und 3 Schritte an der y-Achse verschiebt, dann folgt eine Rotation um $315°$.

$$\begin{array}{ccccc} \text{Transformation} & = & \text{Rotation} & * & \text{Translation} \\ \begin{bmatrix} 0,707 & 0,707 & 0,707 \\ -0,707 & 0,707 & 3,536 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & = & \begin{bmatrix} \cos(\frac{7}{4}\pi) & -\sin(\frac{7}{4}\pi) & 0 \\ \sin(\frac{7}{4}\pi) & \cos(\frac{7}{4}\pi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & * & \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

c) Die Transformation besteht aus drei einzelnen Transformationen. Zuerst wird eine Translation angewendet, die jeden Punkt um 3 Schritte an der x-Achse und -5,5 Schritte an der y-Achse verschiebt. Danach folgt eine Skalierung, wobei nur die y-Werte um -4 skaliert werden. Zum Schluss folgt noch eine horizontale Scherung mit -8.

$$\begin{array}{ccccccccc} \text{Transformation} & = & \text{h. Scherung} & * & (\text{Skalierung} & * & \text{Translation}) \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ -8 & -4 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -8 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & -\frac{11}{2} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right)$$

Aufgabe 3 — Inverse Abbildung

1. $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

		A			E		
(I)	1	1	1	1	0	0	| (I) - (III)
(II)	0	1	1	0	1	0	| (II) - (III)
(III)	0	0	1	0	0	1	
	1	1	0	1	0	-1	| (I) - (III)
	0	1	0	0	1	-1	
	0	0	1	0	0	1	
	1	0	0	1	-1	0	
	0	1	0	0	1	-1	
	0	0	1	0	0	1	

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

2. $B = \begin{bmatrix} -2\cos(\pi) & 2\sin(\pi) & 2 \\ \sin(\pi) & -\cos(\pi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

		B			E		
(I)	2	0	2	1	0	0	| (I)/2
(II)	0	1	0	0	1	0	
(III)	0	0	1	0	0	1	
	1	0	1	$\frac{1}{2}$	0	0	| (I)-(III)
	0	1	0	0	1	0	
	0	0	1	0	0	1	
	1	0	0	$\frac{1}{2}$	0	-1	
	0	1	0	0	1	0	
	0	0	1	0	0	1	

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

3. $C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

$$\begin{array}{rccc|cccl}
 & & C & & & E & & \\
\text{(I)} & 1 & 0 & 2 & 1 & 0 & 0 & \\
\text{(II)} & 2 & 3 & 4 & 0 & 1 & 0 & \mid \text{(II) - 2*(I)} \\
\text{(III)} & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & \\
\hline
 & 1 & 0 & 2 & 1 & 0 & 0 & \\
 & 0 & 3 & 0 & \text{-}2 & 1 & 0 & \mid \text{(II)/3} \\
 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & \\
\hline
 & 1 & 0 & 2 & 1 & 0 & 0 & \mid \text{(I) - 2*(III)} \\
 & 0 & 1 & 0 & \text{-}\frac{2}{3} & \frac{1}{3} & 0 & \\
 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & \\
\hline
 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & \text{-}2 & \\
 & 0 & 1 & 0 & \text{-}\frac{2}{3} & \frac{1}{3} & 0 & \\
 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 &
\end{array}$$

$$C^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \\ -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$