Aufgabenblatt 3

Einführung in die Bildverarbeitung

Christian Wilms und Simone Frintrop
SoSe 2020

Ausgabe: 15. Mai 2020 **- Abgabe bis:** 22. Mai 2020, 10:00

abgegeben am 21. Mai 2020 von:

Abdulssatar Khateb (6976879), Merle Hoffmann (7031673), Felix Swimmer (7162123)

Aufgabe 1 — Gesetz der großen Zahlen

Beweist, dass

$$\sigma^2_{\overline{g}(x,y)} = \frac{1}{M}\sigma^2_{\eta(x,y)}$$

gilt, wobei $\sigma^2_{\overline{g}(x,y)}$ die Varianz von $\overline{g}(x,y)$ ist und $\sigma^2_{\eta(x,y)}$ die Varianz von $\eta(x,y)$. Den Rest des Szenarios entnehmt ihr bitte Aufgabe 4 des Aufgabenblatts 2.

Beweis:

Es gilt : $\quad V(X) = E((X - E(X))^2) \quad$ bzw. $\quad \sigma^2_{f(x,y)} = E((f(x,y) - E(f(x,y)))^2)$

Anwendung der Formel:

$$\sigma^2_{\overline{g}(x,y)} = E((\overline{g}(x,y) - E(\overline{g}(x,y)))^2)$$

Durch Aufgabe 4 des Aufgabenblatts 2 wissen wir:

$$E(\overline{g}(x,y)) = f(x,y)$$

$$\overline{g}(x,y) = \frac{1}{M}\sum_{m=1}^{M} f_m(x,y) + \eta_m(x,y)$$

Einsetzen in die Formel:

$$\begin{aligned}
\sigma^2_{\overline{g}(x,y)} &= E((\overline{g}(x,y) - E(\overline{g}(x,y)))^2) \\
&= E\bigg(\Big(\frac{1}{M}\sum_{m=1}^{M} f_m(x,y) + \eta_m(x,y) - f(x,y)\Big)^2\bigg) \\
&= E\bigg(\Big(\frac{1}{M}\sum_{m=1}^{M} f_m(x,y) + \frac{1}{M}\sum_{m=1}^{M} \eta_m(x,y) - f(x,y)\Big)^2\bigg) \\
&= E\bigg(\Big(f(x,y) + \frac{1}{M}\sum_{m=1}^{M} \eta_m(x,y) - f(x,y)\Big)^2\bigg) \\
&= E\bigg(\Big(\frac{1}{M}\sum_{m=1}^{M} \eta_m(x,y)\Big)^2\bigg) \\
&= \frac{1}{M} E\bigg(\Big(\sum_{m=1}^{M} \eta_m(x,y)\Big)^2\bigg)
\end{aligned}$$

$$\text{Da} \quad \lim_{m\to\infty} \left(\frac{1}{M}\sum_{m=1}^{M} \eta_m(x,y)\right) = 0 \quad \text{, gilt:} \quad E\bigg(\Big(\frac{1}{M}\sum_{m=1}^{M} \eta_m(x,y)\Big)^2\bigg) = \frac{1}{M}\sigma^2_{\eta(x,y)}$$

Daraus folgt:

$$\sigma^2_{\overline{g}(x,y)} = \frac{1}{M}\sigma^2_{\eta(x,y)}$$

□

Aufgabe 2 — Serienbild

Siehe *blatt03_2.py*

1. Wenn man den Ball als Rauschen annimmt, kann man nach dem Gesetz der großen Zahlen durch Mittelung über die Bilder das Rauschen, bzw. hier den Ball, zumindest recht gut entfernen. Reichen fünf Bilder dafür aus?

   Nein, fünf Bilder reichen nicht. Man sieht die Bälle noch leicht.

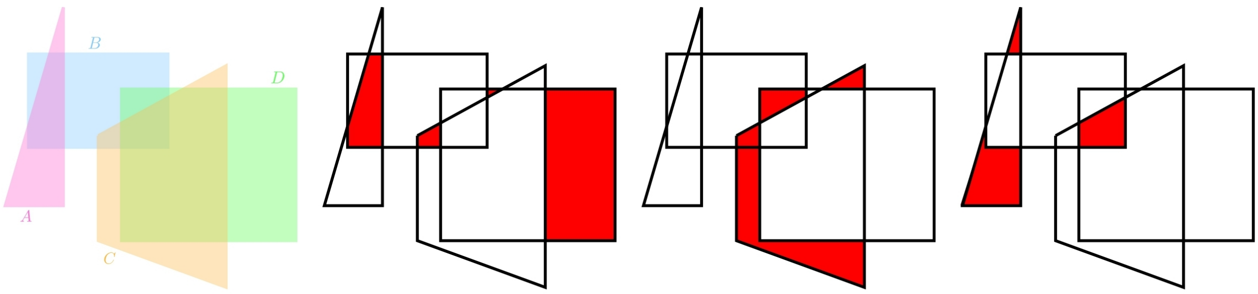
Aufgabe 3 — Findet die Fehler

Siehe *blatt03_3.py*

3.c Welche Anzahl an veränderten Bereichen ermittelt euer Skript?

Es findet 8 veränderte Bildbereiche.

Aufgabe 4 — Mengenoperationen auf Bildern



(a) (b) (c) (d)

(b) $(D - (B \cup C)) \;\cup\; ((B \cap C) - D) \;\cup\; (A \cap B)$

(c) $(C - D) \;\cup\; ((D - C) \cap B)$

(d) $(A - B) \;\cup\; (B \cap C \cap D)$

Aufgabe 5 — Räumliche Operationen

a. Die Funktion `a()` ist eine Punktoperation, da zu jedem Pixel ein konstanter Wert addiert wird, der nicht von anderen Pixeln abhängt.

b. Die Funktion `b()` ist eine Punktoperation, da jeder Pixel des Ergebnisbildes den gleichen Pixel des Eingangsbildes bekommt. Das Ergebnisbild sieht dann genau so aus, wie das Eingabebild.

c. Die Funktion `c()` ist eine globale Operation, da alle Pixel betrachtet werden, um das Maximum zu bestimmen und jeder Pixel mit diesem Wert überschrieben wird.

d. Die Funktion `d()` ist eine geometrische Transformation, da auf dem Bild eine Rotationsmatrix angewendet wird. Das Bild wird um 180 Grad gedreht.

e. Die Funktion `e()` ist eine Nachbarschaftsoperation, denn jeder Pixel wird mit seinem linken Nachbarn subtrahiert. `img[:,1:]` sind alle Bildspalten bis auf die erste und `img[:,:-1]` sind alle Bildspalten bis auf die letzte.

f. Die Funktion `f()` ist eine globale Operation, die ein Bild erzeugt, welches aus dem Mittelwert aller Werte des Eingabebilds besteht.

g. Die Funktion `g()` ist eine Punktoperation, die jedes Pixel von dem Ursprungsbild auf unser Ergebnisbild der selben Größe kopiert.

h. Die Funktion `h()` ist eine Nachbarschaftsoperation, die jeden Wert aus dem Durchschnitt aller Pixel bis zu der derzeitigen Spalte berechnet.