Aufgabenblatt 6

Einf˙uhrung in die Bildverarbeitung

Christian Wilms und Simone Frintrop SoSe 2020

abgegeben am 18. Juni 2020 von:
Abdulssatar Khateb (6976879), Merle Hoffmann (7031673), Felix Swimmer (7162123)

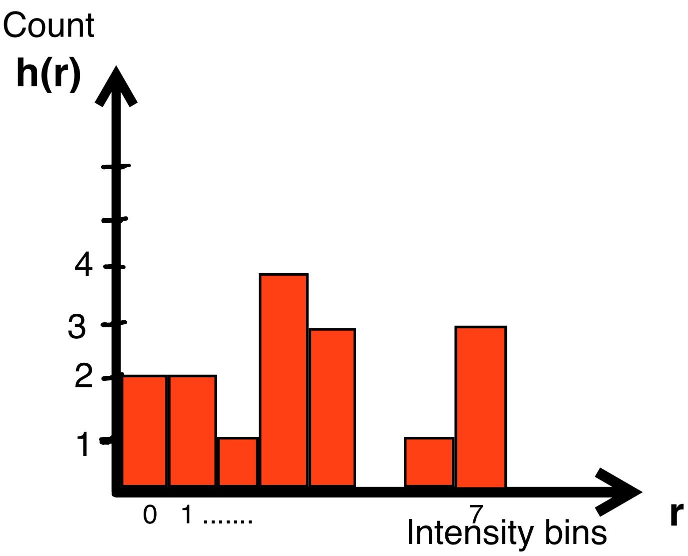
(x) Aufgabe 1.1
(x)Aufgabe 1.2
(x) Aufgabe 1.3
(x) Aufgabe 1.4
(x) Aufgabe 1.5
(x) Aufgabe 2.1
(x) Aufgabe 2.2
(_) Aufgabe 2.3
(x) Aufgabe 3
(x) Aufgabe 4.1
(x) Aufgabe 4.2
(x) Aufgabe 4.3
(_) Zusatzaufgabe 5.1
(_) Zusatzaufgabe 5.2
(_) Zusatzaufgabe 5.3

Aufgabe 1 — Histogramme berechnen

Gegeben sei das 3-bit Graustufenbild in Abbildung 1. Da es sich um ein 3-bit Graustufenbild handelt, kann das Bild Werte im Bereich 0, 1, . . . 7 beinhalten. Löst zu dem Bild die folgenden Aufgaben händisch:

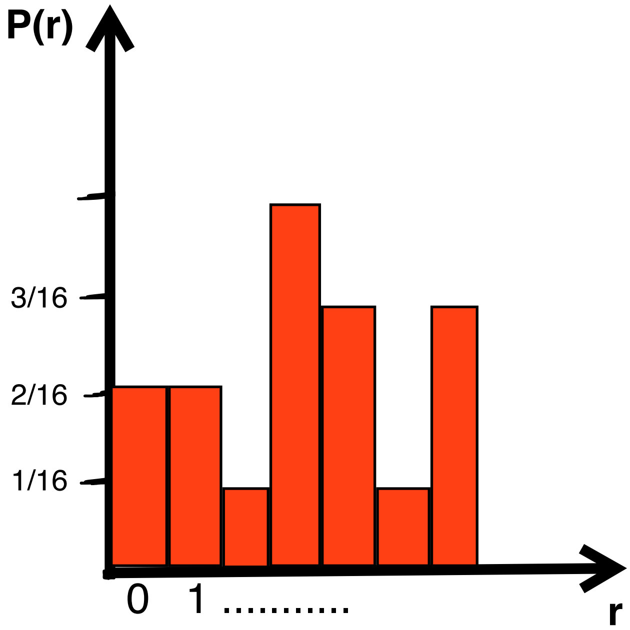
1. Ermittelt das nicht normierte Histogramm mit 8 bins (0, 1, . . . 7) und zeichnet es auf.

r	0	1	2	3	4	5	6	
h(r)	2	2	1	4	3	0	1	3



2. Normiert das erzeugte Histogramm nun und stellt es ebenfalls grafisch dar.

r	0	1	2	3	4	5	6	7
P(r)	2/16	2/16	1/16	4/16	3/16	0	1/16	3/16



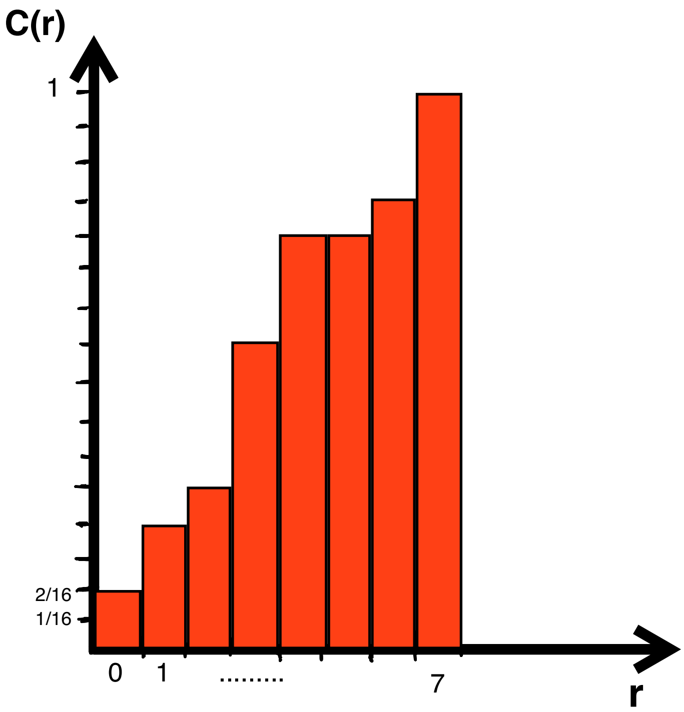
3. Berechnet auf Basis des normierten Histogramms das kumulierte Histogramm und skizziert es ebenfalls.

$$C(i) = \sum_{j=1}^{i} h(j)$$

auf Basis des normierten Histogramms

$$C(i) = \sum_{j=1}^{i} P(j)$$

r	0	1	2	3	4	5	6	7
C(r)	2/16	4/16	5/16	9/16	12/16	12/16	13/16	1



4. Berechnet aus einem der Histogramme den Mittelwert des Bildes und notiert dabei euren Rechenweg.

$$\mu_I = \sum_{i=0}^{L-1} r_i\, P(r) = 0\cdot\frac{2}{16} + 1\cdot\frac{2}{16} + 2\cdot\frac{1}{16} + 3\cdot\frac{4}{16} + 4\cdot\frac{3}{16} + 5\cdot\frac{0}{16} + 6\cdot\frac{1}{16} + 7\cdot\frac{3}{16}$$

$$= \frac{0+2+2+12+12+6+21}{16} = 3{,}4375 \approx 3{,}5$$

5. Ermittelt aus einem der Histogramme ebenso die Varianz des Bildes und haltet erneut euren Rechenweg fest.

$$\sigma^2 = \sum_{i=0}^{L-1} (i-m)^2 \cdot P(r_i) = (0-3{,}5)^2\cdot\frac{2}{16} + (1-3{,}5)^2\cdot\frac{2}{16} + (2-3{,}5)^2\cdot\frac{1}{16} +$$

$$(3-3{,}5)^2\cdot\frac{4}{16} + (4-3{,}5)^2\cdot\frac{3}{16} + (5-3{,}5)^2\cdot\frac{0}{16} + (6-3{,}5)^2\cdot\frac{1}{16} +$$

$$(7-3{,}5)^2\cdot\frac{3}{16} = 5{,}2656 \approx 5{,}3$$

Aufgabe 3 — Varianz in einem Durchlauf

Beweist nun, dass die beiden Formeln 1 und 2 zur Berechnung der Varianz gleich sind. Startet dazu bei der Formel 1 und zerlegt mit Hilfe der binomischen Formeln den Summanden der Doppelsumme. Überlegt anschließend, was die drei einzelnen Teile bedeuten und wie sie vereinfacht werden können. Tipp: Schreibt nach der initialen Zerlegung des Summanden die Formel mit drei Doppelsummen, um die einzelnen Teile einfacher zu untersuchen.

$$\sigma^2 = \frac{1}{N_{cols} \cdot N_{rows}} \sum_{x=1}^{N_{cols}} \sum_{y=1}^{N_{rows}} \left[I(x,y) - \mu_I \right]^2$$

$$= \frac{1}{N_{cols} \cdot N_{rows}} \sum_{x=1}^{N_{cols}} \sum_{y=1}^{N_{rows}} (I(x,y))^2 - 2 \cdot \mu_I \cdot I(x,y) + \mu_I^2$$

$$= \left(\frac{1}{N_{cols} \cdot N_{rows}} \sum_{x=1}^{N_{cols}} \sum_{y=1}^{N_{rows}} (I(x,y))^2 \right) - 2\mu_I \left(\frac{1}{N_{cols} \cdot N_{rows}} \sum_{x=1}^{N_{cols}} \sum_{y=1}^{N_{rows}} I(x,y) \right) + \mu_I^2$$

$$= \left(\frac{1}{N_{cols} \cdot N_{rows}} \sum_{x=1}^{N_{cols}} \sum_{y=1}^{N_{rows}} (I(x,y))^2 \right) - \mu_I^2$$