

## Цель работы

---

Целью данной работы является построение модели эпидемии.

## Теоретическое введение

---

Рассмотрим простейшую модель эпидемии SIR [1]. Предположим, что некая популяция, состоящая из  $N$  особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через  $S(t)$ . Вторая группа – это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их  $I(t)$ . А третья группа, обозначаемая через  $R(t)$  – это здоровые особи с иммунитетом к болезни. До того, как число заболевших не превышает критического значения  $I^*$ , считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда  $I(t) > I^*$ , тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей. [2]

## Задание

---

### Вариант 9

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове ( $N=15\,500$ ) в момент начала эпидемии ( $t=0$ ) число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции)  $I(0)=115$ , А число здоровых людей с иммунитетом к болезни  $R(0)=15$ . Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени  $S(0)=N-I(0)-R(0)$ .

Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае:

1) если  $I(0) \leq I^*$

2) если  $I(0) > I^*$

## Выполнение лабораторной работы

---

Построение математической модели. Решение с помощью программ

Julia

Первый случай:

```
using Plots
using DifferentialEquations

N = 15500
I0 = 115
R0 = 15
S0 = N - I0 - R0
a = 0.01
b = 0.02

function ode_fn(du, u, p, t)
    S, I, R = u;
    du[1] = 0
    du[2] = -b*u[2]
    du[3] = b*u[2]
end

v0 = [S0, I0, R0]
tspan = (0.0, 60.0)
prob = ODEProblem(ode_fn, v0, tspan)
sol = solve(prob, dtmax = 0.05)
S = [u[1] for u in sol.u]
I = [u[2] for u in sol.u]
R = [u[3] for u in sol.u]
T = [t for t in sol.t]

plt = plot(
    dpi = 300,
    legend =:topright)

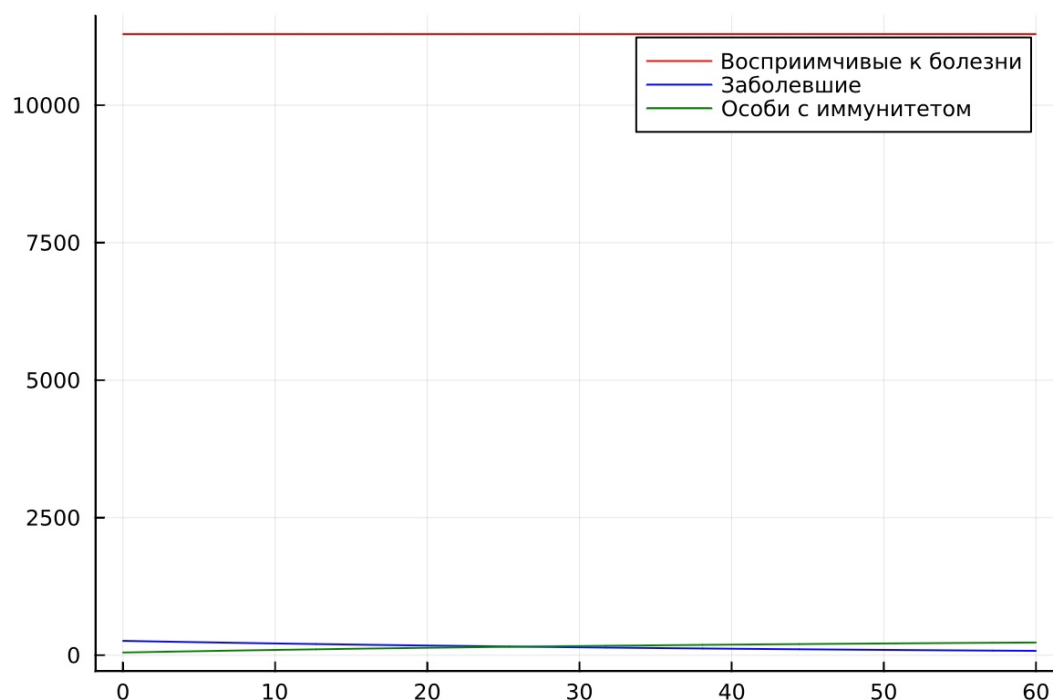
plot!(
    plt,
    T,
    S,
    label = "Восприимчивые к болезни",
    color = :red)

plot!(
    plt,
    T,
    I,
    label = "Заболевшие",
    color = :blue)

plot!(
    plt,
    T,
    R,
    label = "Особь с иммунитетом",
    color = :green)
```

Построим графики численности особей трех групп S, I, R для первого случая (рис.1)

Out [2]:



Julia

Второй случай:

```
using Plots
using DifferentialEquations

N = 15500
I0 = 115
R0 = 15
S0 = N - I0 - R0
a = 0.01
b = 0.02

function ode_fn(du, u, p, t)
    S, I, R = u;
    du[1] = -a*u[1]
    du[2] = a*u[1]-b*u[2]
    du[3] = b*u[2]
end

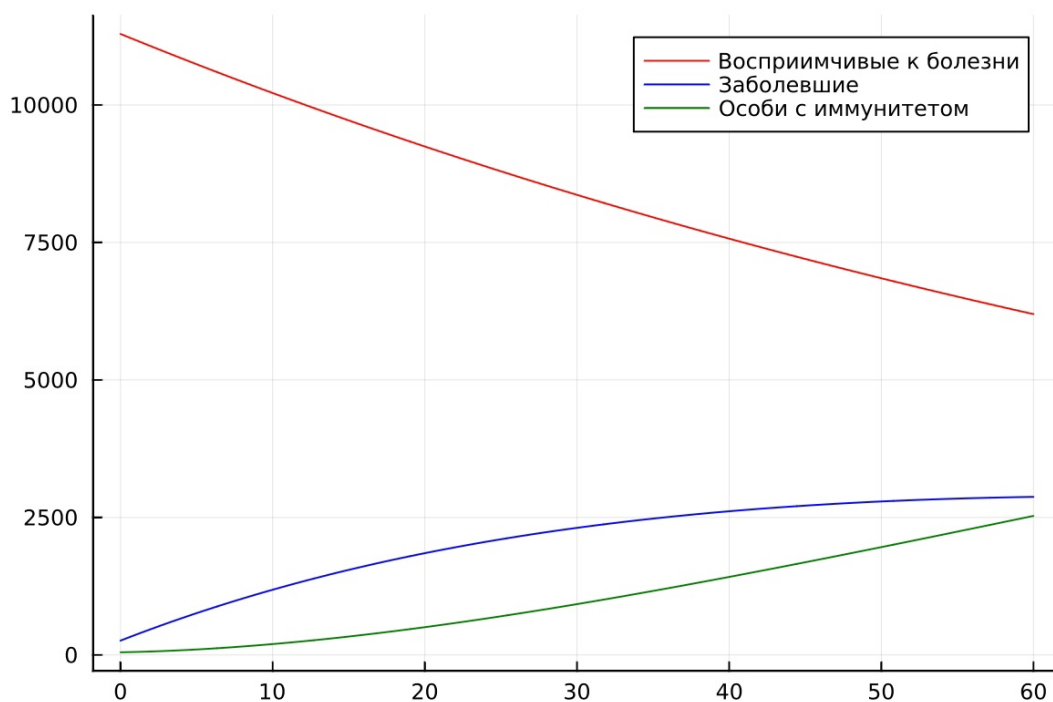
v0 = [S0, I0, R0]
tspan = (0.0, 60.0)
prob = ODEProblem(ode_fn, v0, tspan)
sol = solve(prob, dtmax = 0.05)
S = [u[1] for u in sol.u]
I = [u[2] for u in sol.u]
R = [u[3] for u in sol.u]
T = [t for t in sol.t]
```

```
plt = plot(  
    dpi = 300,  
    legend = :topright)  
  
plot!(  
    plt,  
    T,  
    S,  
    label = "Восприимчивые к болезни",  
    color = :red)  
  
plot!(  
    plt,  
    T,  
    I,  
    label = "Заболевшие",  
    color = :blue)  
  
plot!(  
    plt,  
    T,  
    R,  
    label = "Особи с иммунитетом",  
    color = :green)
```

## Результаты работы кода на Julia

По аналогии с предыдущим построением получим графики для второго случая (рис.2)

Out[1]:



Первый случай:

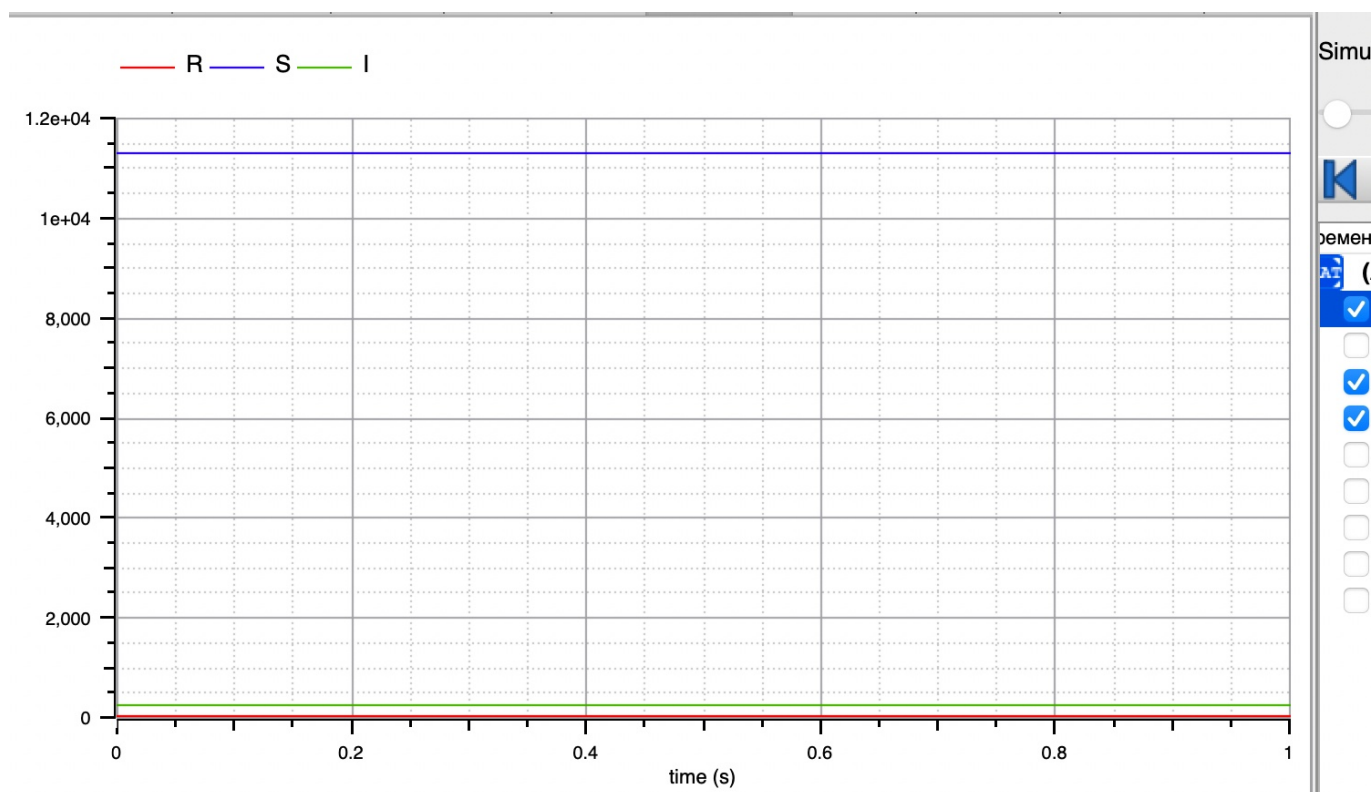
```
model lab6_1
Real N = 15500;
Real I;
Real R;
Real S;
Real a = 0.01;
Real b = 0.02;
initial equation
I = 115;
R = 15;
S = N - I - R;
equation
der(S) = 0;
der(I) = -b*I;
der(R) = b*I;
end lab6_1;
```

Второй случай:

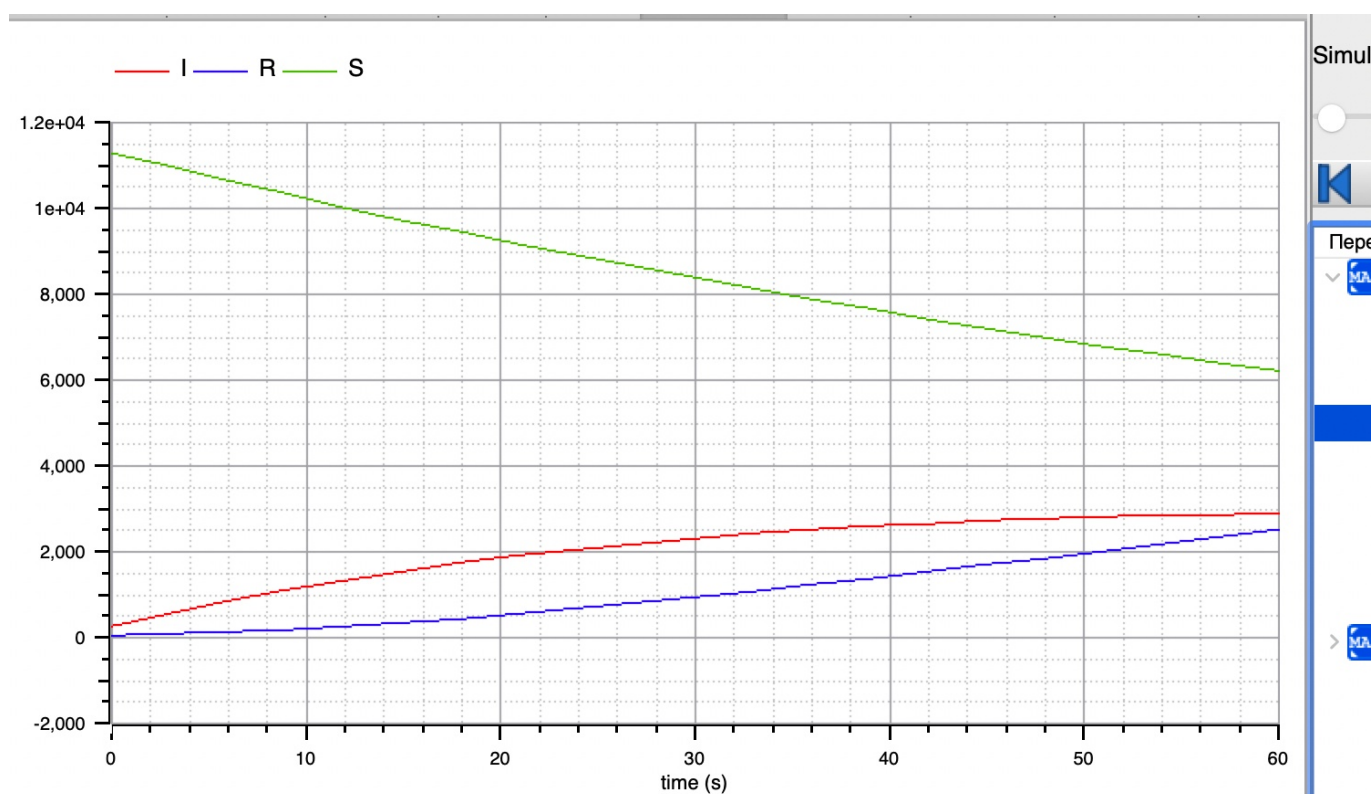
```
model lab6_2
Real N = 15500;
Real I;
Real R;
Real S;
Real a = 0.01;
Real b = 0.02;
initial equation
I = 115;
R = 15;
S = N - I - R;
equation
der(S) = -a*S;
der(I) = a*S-b*I;
der(R) = b*I;
end lab6_2;
```

## Результаты работы кода на OpenModelica

Построим графики численности особей трех групп S, I, R для первого случая (рис.3)



По аналогии с предыдущим построением получим графики для второго случая (рис.4)



## Выводы

В итоге проделанной работы мы построили графики зависимости численности особей трех групп S, I, R для случаев, когда больные изолированы и когда они могут заражать особей группы S, на языках Julia и OpenModelica. Построение модели эпидемии на языке OpenModelica занимает значительно меньше

строк, чем аналогичное построение на Julia. Кроме того, построения на языке OpenModelica проводятся относительно значения времени  $t$  по умолчанию, что упрощает нашу работу.

## Список литературы {.unnumbered}

---

[1] Конструирование эпидемиологических моделей. Habr: <https://habr.com/ru/post/551682/>

[2] Руководство к лабоарторной работе:

[https://esystem.rudn.ru/pluginfile.php/1971664/mod\\_resource/content/2/%D0%9B%D0%B0%D0%B1%D0%BE%D1%80%D0%B0%D1%82%D0%BE%D1%80%D0%BD%D0%B0%D1%8F%20%D1%80%D0%B0%D0%B1%D0%BE%D1%82%D0%B0%20%E2%84%96%205.pdf](https://esystem.rudn.ru/pluginfile.php/1971664/mod_resource/content/2/%D0%9B%D0%B0%D0%B1%D0%BE%D1%80%D0%B0%D1%82%D0%BE%D1%80%D0%BD%D0%B0%D1%8F%20%D1%80%D0%B0%D0%B1%D0%BE%D1%82%D0%B0%20%E2%84%96%205.pdf)