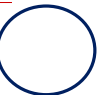

퍼지 추론 및 퍼지 클러스터링 기법

신라대학교 컴퓨터소프트웨어공학부 특강
(2018.06 ~ 2018.07)

동의대학교 창의소프트웨어공학부 우영운
(ywwoo@deu.ac.kr)



퍼지 이론의 적용 사례



Samsung WF8804RPA Front Load Washer

Consumer Rating: [Be the first one to write a review on this product](#)

Price Range: £444.00 - £500.00 at 8 stores

The Samsung WF8804RPA Front Load Washer has a capacity of 17.64 cu. ft., wash programs available: Delicates, Hand Wash, Wool, Wrinkle-Free.

Product Details and Features

Product MPN

MPN WF8804RP

Key Features

Weight Capacity 7.99 Kg

Washer Type ? Washer

Load Type ? Front Load

Wash

Wash Presets 14 Wash Presets, including: Delicates, Hand Wash, Wo

Extra Settings ? Mini Load

Spin Speeds max. 1400 rpm

Washing Method ? Drum

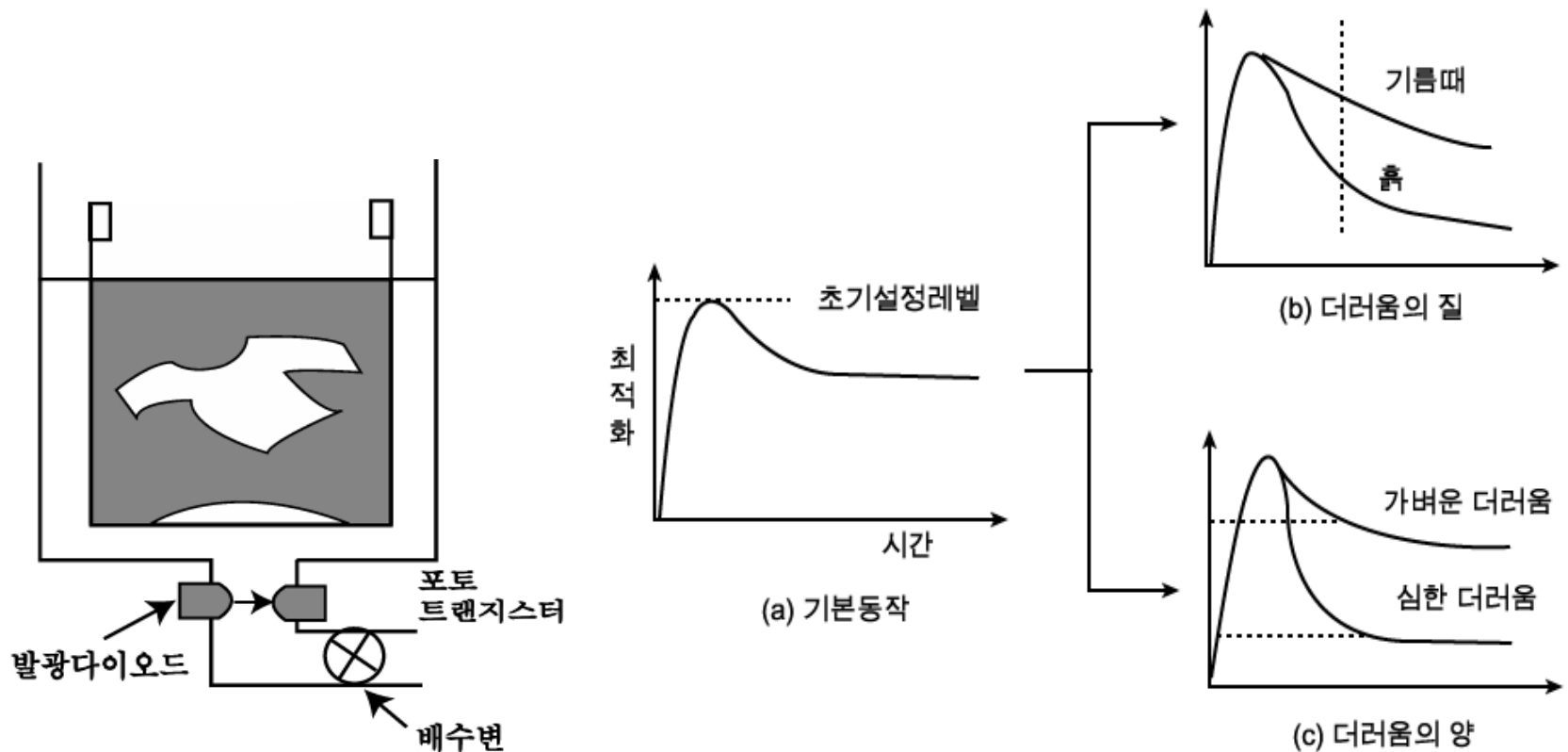
Convenience

Control Features ? Dial Controls • Digital Display • End-of-Cycle Signal • Delayed Start Timer • Fuzzy Logic

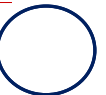
Additional Features Child Safe

• Fuzzy Logic

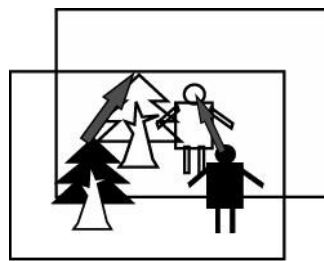
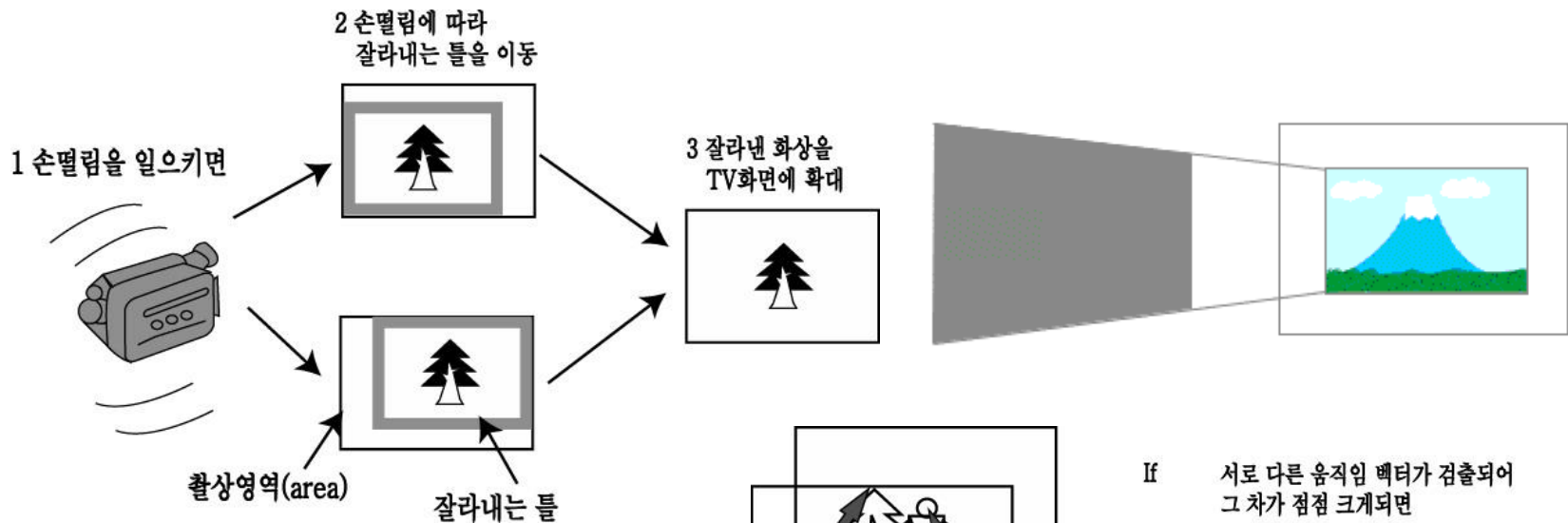
퍼지 세탁기 처리 기법



- ◆ 기름때이고 더러움이 심하면 세제를 많이 넣어라.
- ◆ 흙 때이고 더러움이 심하면 세제를 적당히 넣어라.
- ◆ 흙 때이고 더러움이 가벼우면 세제를 조금 넣어라.



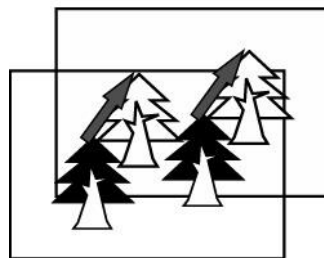
손떨림 방지 기능 카메라



(a) 피사체가 움직일 경우

If 서로 다른 움직임 벡터가 검출되어
그 차가 점점 크게 되면

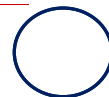
Then 움직이는 피사체가 화면중에 존재함



(b) 손떨림의 경우

If 거의 모든 움직임 벡터가 같은 방향이고
그 차도 작음

Then 화면은 손떨림 상태임



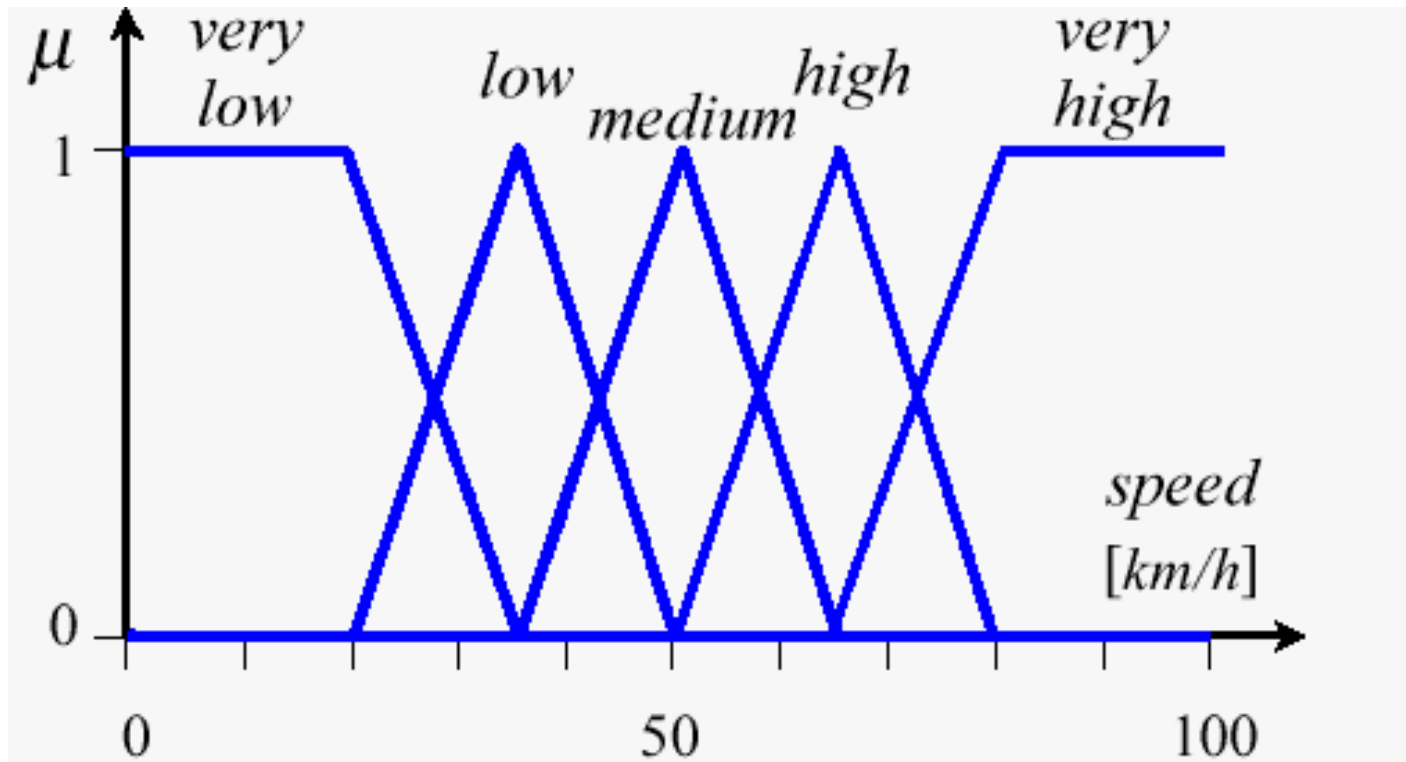
차 례

1. 퍼지 집합(Fuzzy set)
2. 퍼지 추론(Fuzzy inference)
3. 퍼지 제어(Fuzzy control)
4. 클러스터링(clustering) 알고리즘 개요
5. K-means 클러스터링
6. 퍼지 C-means 클러스터링
7. 퍼지 Decision tree

퍼지 관련 참고 동영상 및 데모 사이트

- <https://www.youtube.com/watch?v=rTrxLqSk0Kc>
- <https://www.youtube.com/watch?v=puOLD3-abwU>
- <https://www.youtube.com/watch?v=AuAZ5zOP0yQ>
- <https://www.youtube.com/watch?v=JpNAhKT7yY4>
- <https://www.youtube.com/watch?v=woCdjbsjbPg>
- https://www.youtube.com/watch?v=n_6p-1J551Y
- <https://www.youtube.com/watch?v=rlqsJU3IDt4>
- <http://rorchard.github.io/FuzzyJ/FuzzyTruck.html>
- http://www.intelligent-systems.info/neural_fuzzy/loadsway/LoadSway.htm

1. 퍼지 집합



1.1.1 퍼지 집합의 개념

- 퍼지에서는 현상 자체의 애매성과 주관적인 표현을 다루기 위하여 집합을 확장해서 생각.
- 일반 집합은 '어떤 조건들을 만족하는 것들의 모임'으로 정의되며 다음과 같이 수식화됨.

$$A = \{ x | x \text{에 대한 조건} \}$$

예 짝수의 집합 $B = \{ x | \text{mod}(x,2) = 0 \}$

홀수의 집합 $C = \{ x | \text{mod}(x,2) = 1 \}$

- 집합의 요소는 이산적인 것도 있고 연속적인 것도 있음. 그러나 어떤 요소가 집합에 포함되는지 아닌지를 생각해 보면, 한 요소는 반드시 둘 중의 하나(포함, 포함되지 않음)로만 결정.

1.1.1 퍼지 집합의 개념

- 집합 A 는 요소 x 에 대하여 다음의 식 3-1과 같이 정의될 수 있음.
- 여기서 $X_A(x)$ 는 인수 x 가 집합 A 의 요소이면 1, 그렇지 않으면 0을 돌려주는 함수.

식 3-1

$$A = \{ x | X_A(x) = 1 \}$$

$$X_A(x) \rightarrow \{0,1\}^{*1} \quad X_A(x) = 1 \ (x \in A) \quad \text{or} \quad X_A(x) = 0 \ (x \notin A)$$

- 이런 집합은 경계가 확실히 구분되어 있다는 의미에서 크리스프 (crisp) 집합이라고 함.

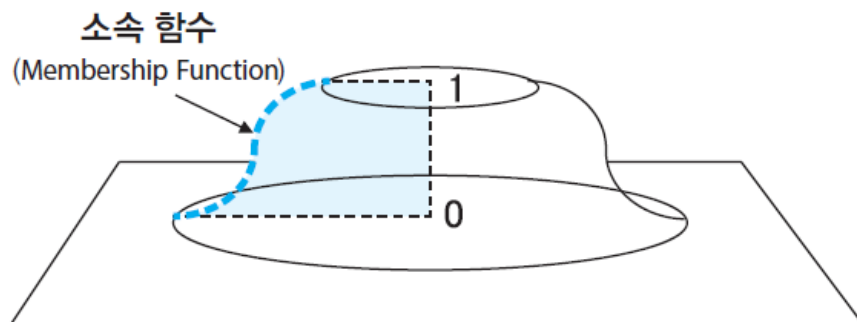
↓
명확

1.1.1 퍼지 집합의 개념

- 그럼 앞의 식 3-1에서 억지로 0과 1 사이의 값도 취할 수 있는 함수를 사용하면 어떻게 될까?
- 이것은 경계가 모호한 집합을 나타낸다고 생각할 수 있다. 즉, 값이 1에 가까우면 집합의 안쪽에 가깝고, 0에 가까우면 바깥쪽에 가깝다고 생각할 수 있음.
- 이러한 생각으로부터 **경계가 모호한 집합을 정의한 것이 퍼지 집합.**

1.1.1 퍼지 집합의 개념

퍼지 집합(Fuzzy Set) 퍼지 집합은 경계가 애매하여 '완전히 안쪽'과 '완전히 바깥쪽'과의 경계 폭이 존재한다.
이 폭을 0~1 사이의 값을 취하는 소속 함수로 보완한다.
소속 함수의 값은 집합의 안쪽일수록 1에 가깝다.



소속 함수 $0 \leq \mu_A(x) \leq 1$

퍼지 집합 A의 정의 $A = \{ x | \mu_A(x) \rightarrow [0,1] \}$

퍼지 척도의 단조성 $m(\phi) = 0, m(V) = 1, A \subseteq B \subseteq V$ 라면 $m(A) \leq m(B)$

참고 확률과의 차이점

주사위 던지기에서 2의 배수 또는 3의 배수가 나올 확률은 다음과 같다.
 $m(2\text{의 배수}) + m(3\text{의 배수}) - m(2\text{와 } 3\text{의 배수}) = 1/2 + 1/3 - 1/6 = 2/3$

퍼지의 경우에는 2의 배수나 3의 배수 중 어느 쪽이 될까?
가능성이 높은 쪽(max)으로 한다면 2의 배수가 될 가능성이 높다.

그림 3-1 퍼지 집합(Fuzzy Set)

Fuzzy sets and membership

- **Set membership** : the key to decision making when faced with uncertainty

- "tall" : a set defined as heights equal to or greater than 6 feet
 - If someone is height 5'11.999" : not a member of "tall" set
 - Binary -> probability assessment

- "nearly 6 feet tall" set (vague or ambiguous)
 - If someone is height 5'11" : a member of the set
 - Nonrandom -> "tallness" is a matter of degree and is relative

Fuzzy sets and membership

- 6 feet can be 'tall' or 'short' by contexts
 - Tall people set can overlap not-tall people set(impossible in classical binary logic)

- Set membership
 - Central to the representation of objects within a universe by sets defined on the universe
 - **Classical sets** : precise properties of membership
 - **Fuzzy sets** : imprecise properties of membership

Classical sets and fuzzy sets

□ Crisp set boundary and fuzzy set boundary

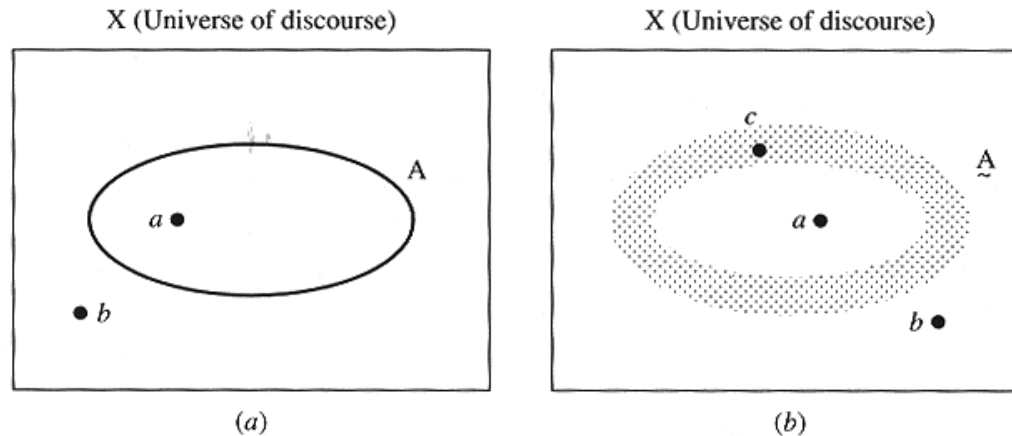
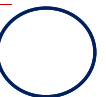


FIGURE 2.1

Diagrams for (a) crisp set boundary and (b) fuzzy set boundary.

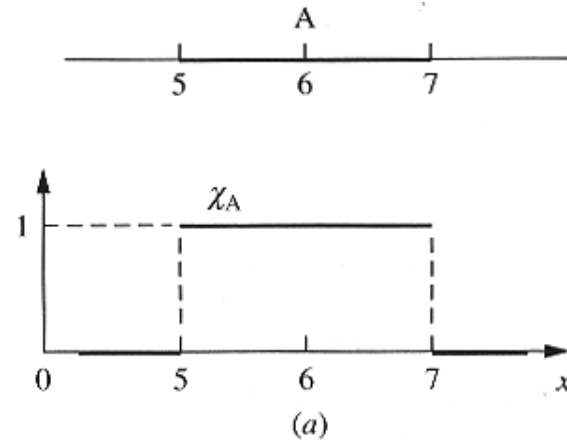
□ Classical sets, operations on classical sets, properties of classical(crisp) sets



Fuzzy sets and membership

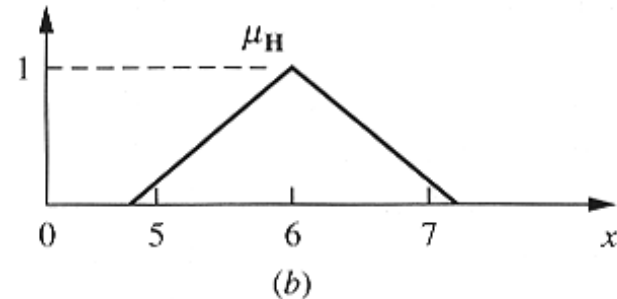
- The set of heights from 5 to 7 feet
 - Precise(crisp)

$$\chi_A(x) = \begin{cases} 1, & x \in A \\ 0, & x \notin A \end{cases}$$



- The set of heights around 6 feet
 - Imprecise(fuzzy)

$$\mu_{\tilde{A}}(x) \in [0, 1]$$



1.1.2 소속 함수

- 퍼지 집합의 경계가 모호한 상태, 즉 어떤 요소가 그 집합에 어느 정도 포함되는지 그 소속도를 나타내기 위해 **소속 함수 (Membership Function)**를 도입.
- 소속 함수는 집합의 안쪽을 1, 바깥쪽을 0으로 하고 경계에서는 그 사이 값을 취하여 안쪽에 가까울수록 1에 가까운 값을 가짐.
- 소속 함수는 퍼지 집합의 경계 형태를 나타낸다고 생각하면 됨.
- 퍼지 집합은 소속 함수 μ 를 사용하여 다음과 같이 정의.

식 3-2

$$A = \{ x | \mu_A(x) = y, y > 0 \}$$

$$\mu_A(x) \rightarrow [0,1]^{*2} \quad 0 < \mu_A(x) \leq 1 \quad (x \in A) \quad \text{or} \quad \mu_A(x) = 0 \quad (x \notin A)$$

1.1.4 퍼지 집합의 예

- 다음과 같은 집합을 생각해 보자.

| | |
|------------|---|
| A: 성인의 집합 | $A = \{ x \mu_A(x) = \text{나이가 대략 20세 이상} \}$ |
| B: 젊은이의 집합 | $A = \{ x \mu_B(x) = \text{나이가 대략 15~40세} \}$ |
| C: 노인의 집합 | $A = \{ x \mu_C(x) = \text{나이가 대략 65세 이상} \}$ |
| V: 전체 집합 | $A = \{ x \text{모든 나이} \}$ |

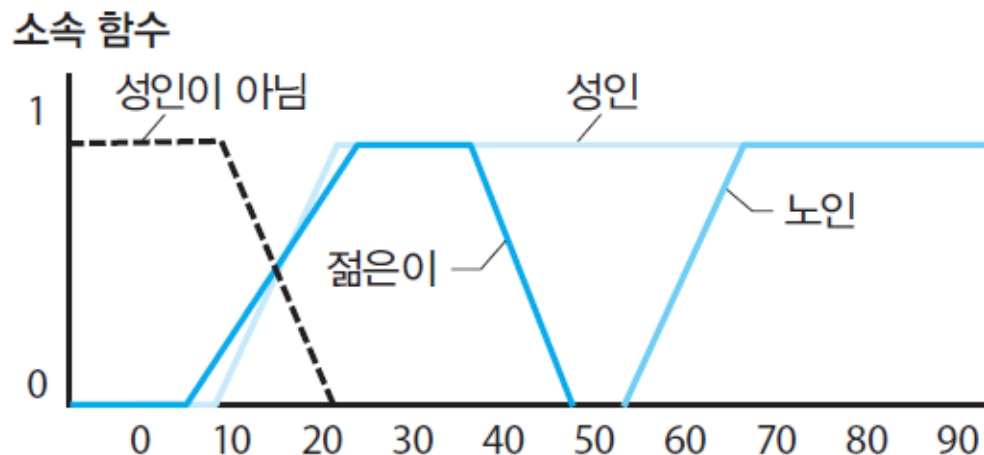


그림 3-2 퍼지 집합 예

1.1.4 퍼지 집합의 예

- 퍼지 집합이 아닌 '성인=연령 20세 이상'과 같은 크리스프 집합으로 생각하면 가법성까지 포함한 판단이 가능함.
- 퍼지 집합에서는 그렇지 않으며, 다음과 같은 문제도 있음.

D: 성인이 아닌 집합 $D = \{x | \mu_D(x) \neq \text{나이가 대략 20세 이상}\}$

- A와 D를 합하면 V가 되므로, $m(A \cup D) = 1$ 이 될 것 같지만 그렇게 되지 않음. 왜냐하면 '성인이 아니다'라는 소속 함수는 '성인'의 반대이기 때문에 다음과 같이 정의되고,

$$\mu_D(x) = 1 - \mu_A(x)$$

- 앞의 그림 3-2에서 알 수 있듯이 μ_A 와 μ_D 를 합쳐도 15세 근처가 움푹 꺼져서 ($\mu_V = 1$)이 되지 않기 때문임.

1.1.6 퍼지 집합의 연산

- 퍼지 집합의 경우에도 연산 규칙으로 교환 법칙, 결합 법칙, 분배 법칙, 드모르간 법칙 등이 성립.
- 즉, 다음 식에서 양변의 퍼지 척도는 동등.
 - ✓ 교환 법칙: $A \cup B = B \cup A, A \cap B = B \cap A$
 - ✓ 결합 법칙: $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C, A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$
 - ✓ 분배 법칙: $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C),$
 $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
 - ✓ 이중 부정: $A = \sim \sim A$
 - ✓ 드모르간 법칙: $\sim(A \cup B) = \sim A \cap \sim B, \sim(A \cap B) = \sim A \cup \sim B$

1.1.6 퍼지 집합의 연산

- 그러나 일반 집합과는 달리, **배중 법칙**과 **모순 법칙**은 성립하지 않음.
- 이것은 소속 함수의 큰 쪽, 또는 작은 쪽 값을 취하기 때문에 배중 법칙에서는 움푹 꺼지는 부분이, 모순 법칙에서는 볼록해지는 부분이 발생할 수 있음.

● 배중 법칙: $A \cup \sim A \neq V(\text{전체집합})$ $m(A \cup \sim A) \neq 1$

● 모순 법칙: $A \cap \sim A \neq \phi(\text{공집합})$ $m(A \cap \sim A) \neq 0$

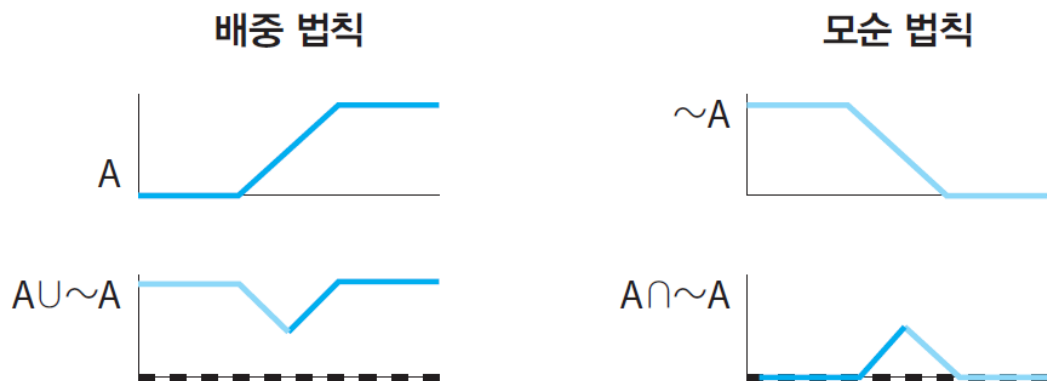
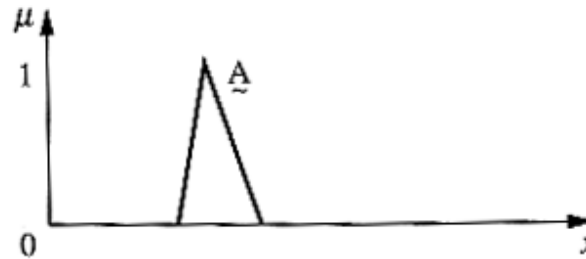


그림 3-4 배중 법칙과 모순 법칙

Fuzzy sets

- **A fuzzy set** is a set containing elements that have varying degrees of membership in the set.
- Elements of a fuzzy set are mapped to a universe of *membership values*

- Membership function for a typical fuzzy set



- **A notation convention for fuzzy sets**

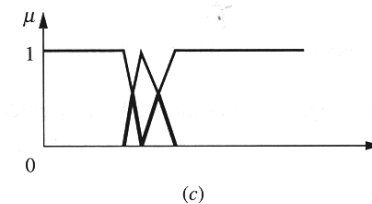
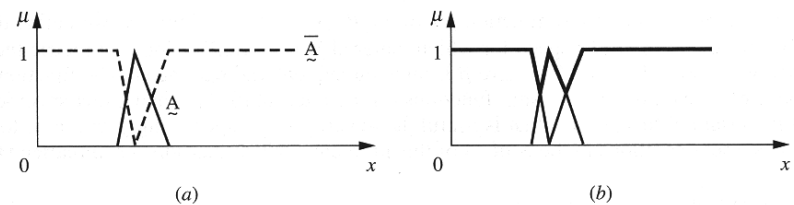
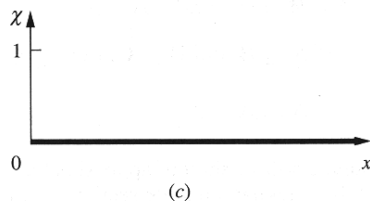
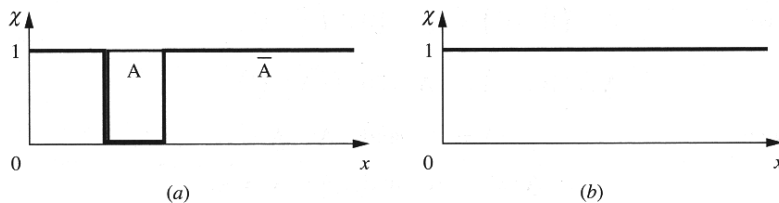
- The universe of discourse, X , is discrete and finite

$$\tilde{A} = \left\{ \frac{\mu_A(x_1)}{x_1} + \frac{\mu_A(x_2)}{x_2} + \dots \right\} = \left\{ \sum_i \frac{\mu_A(x_i)}{x_i} \right\}$$

- The universe, X , is continuous and infinite :
$$\tilde{A} = \left\{ \int \frac{\mu_A(x)}{x} \right\}$$

Fuzzy set operations

- Define three fuzzy sets A , B , and C on the universe X
 - Union
 - Intersection
 - Complement
 - Containment
 - De Morgan's principles
 - Excluded middle axioms



Fuzzy set examples

□ Example

$$U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$A = \{1/2 + 0.5/3 + 0.3/4 + 0.2/5\}$$

$$B = \{0.5/2 + 0.7/3 + 0.2/4 + 0.4/5\}$$

- Complement, union, intersection, difference, De Morgan's principles ?

2. 퍼지 추론

- 추론이라고 말하면 삼단논법을 떠올리는 사람도 많을 것으로 생각하지만, 진위 판정만을 위한 이진논리 추론은 현실 문제에 적용하기 어려움.
- 현실 문제는 '~에 가깝다', '~처럼 보인다' 등과 같이 범위를 고려하여 판단해야 함.
- 퍼지 추론은 이런 추론을 가능하게 하는 기술로, 최초로 고안한 사람의 이름을 따서 **맘다니(Mamdani) 추론**이라고도 함.

2.1 퍼지 추론의 개념

- 개념은 이진 논리 추론의 **긍정식(Modus Ponens)**을 다음과 같이 확장한 형태.

식 3-7

$$((p \rightarrow q) \ \& \ p') \rightarrow q' \quad (p \text{에 가까우면 } q \text{에 가깝다})$$

- $p \rightarrow q$ 부분을 퍼지 규칙이라고 하며, p 와 q 는 모두 퍼지 집합(또는 애매한 용어)을 나타냄.
- p' 는 **현실의 관측 값** 또는 **퍼지 집합**도 될 수 있다. q' 는 **결론**을 나타내는 퍼지 집합으로 최종 결과는 하나의 수치 값으로 변환됨.

2.2 퍼지 추론의 순서

- 퍼지 추론은 다음과 같은 순서로 실행.
 - 1) 퍼지 규칙을 정의 -> 형식: IF (조건부) THEN (결론부)
 - 2) 규칙에 나타나는 개념(애매한 용어)의 소속 함수를 정의.
 - 3) 각 규칙의 조건부에 대한 각 개념의 관측값에 대해 각 개념의 교집합을 구함(각 개념척도의 최솟값).
 - 4) 결론부의 개념에 상응하는 소속 함수에 대하여 조건부 척도의 최솟값으로 수평 절단 기법을 수행.
 - 5) 2)의 각 규칙에 대하여 3), 4)를 수행하여 각 규칙 결론부의 잘려진 소속 함수 결과의 합집합(최댓값)을 구함.
 - 6) 5)가 결과의 척도를 나타내는 새로운 소속 함수가 되며, 이 함수의 무게 중심으로 **비퍼지화(defuzzification)**를 수행.

● 체험해 봅시다: 퍼지 추론에 의한 에어컨 제어

- 체험해 봅시다: Ex3_퍼지 추론.xlsx
에어컨 제어하기

◎ 체험해 봅시다: 퍼지 추론에 의한 에어컨 제어

- 에어컨 제어에 대한 퍼지 추론 시뮬레이션.
- 온도, 습도, 방의 밀폐 정도, 이 세가지 요소에 대해 그것들의 측정값을 기초로 적절한 에어컨 제어값을 구하는 문제.
- 세 가지 요소만으로 엄밀하게 수치 계산으로 제어하려면, 각 요소가 취할 수 있는 모든 패턴 조합에 상응하는 제어를 가정하지 않으면 안 되기 때문에 매우 번거로움.
- 그러나 퍼지 추론이라면 온도가 높거나 습도가 낮다는 감각적인 표현만으로 적절한 에어컨 제어값을 나타낼 수 있음.

2.3 퍼지 추론의 구체적 예

- 앞의 시뮬레이션에서 체험한 에어컨 제어의 예를 자세히 살펴봄.
- 퍼지 규칙은 '몹시 추우면 많이 따뜻하게 하라', '무더우면 약간 차게 하라'와 같은 직감적인 표현으로 서술.
- 여기서는 조건부에 '온도가 높다/낮다', '습도가 높다/낮다', '방의 밀폐 정도가 높다/낮다'의 3가지 파라미터를 사용.
- 각 파라미터에는 '높다/낮다'라는 표현에 대한 소속 함수를 정의.
- 또 결론부에는 에어컨 제어에 대한 표현으로 '강냉(強冷) / 약냉(弱冷) / 약난(弱暖) / 강난(強暖)'이라는 4가지 단어를 사용하고 각각에 대한 에어컨 제어값을 x축으로 하여 소속 함수를 정의.

2.3 퍼지 추론의 구체적 예

퍼지 규칙

IF (Cond-11, Cond-12, ..., Cond-1j, Cond-1n) THEN Action-1

:

IF (Cond-i1, Cond-i2, ..., Cond-ij, Cond-in) THEN Action-i

:

IF (Cond-m1, Cond-m2, ..., Cond-mj, Cond-mn) THEN Action-m

조건부

결론부

개념적으로는

| | |
|------------------------------|---------------------------|
| m | n |
| $\vee_{i=1} \text{Action-i}$ | $(\wedge \text{Cond-ij})$ |

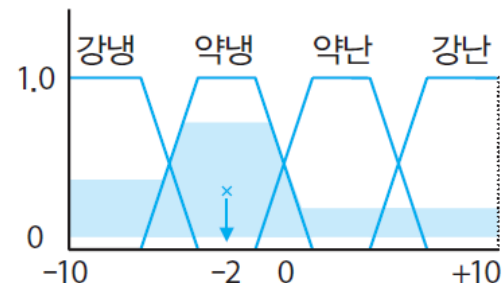
퍼지 추론

- ① 각 규칙 조건부의 소속 함수에 대한 $\wedge(\text{Min})$ 으로부터 결론부 소속 함수들의 수평 절단을 수행한다.
- ② 모든 규칙의 결론부에 대한 소속 함수 수평 절단을 수행한 후, 그 결과의 $\vee(\text{Max})$ 에 따라 합성한다.
- ③ 합성 결과의 중심을 구하고, 그 중심의 수평 좌표 위치를 구한다(비퍼지화).

2.3 퍼지 추론의 구체적 예

에어컨 제어 퍼지 규칙

- R1: IF(온도와 습도가 모두 높고, 방의 밀폐 정도가 높다) THEN 약냉
R2: IF(온도와 습도가 모두 높고, 방의 밀폐 정도가 낮다) THEN 강냉
R3: IF(온도가 높고 습도가 낮을 때는 밀폐 정도에 관계없다) THEN 약냉
R4: IF(온도가 낮고 습도가 높을 때는 밀폐 정도에 관계없다) THEN 약난
R5: IF(온도와 습도가 모두 낮고, 방의 밀폐 정도가 높다) THEN 약난
R6: IF(온도와 습도가 모두 낮고, 방의 밀폐 정도가 낮다) THEN 강난



소속 함수

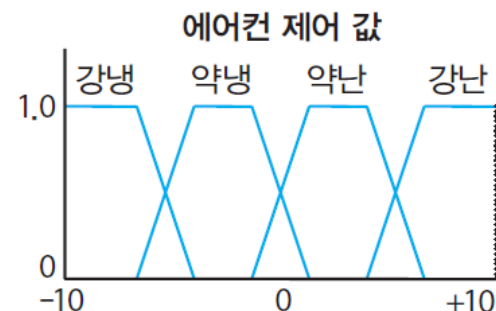
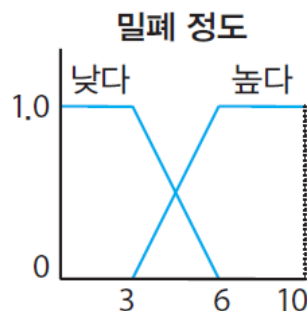
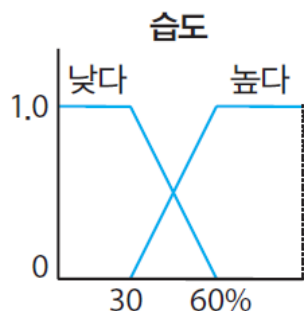
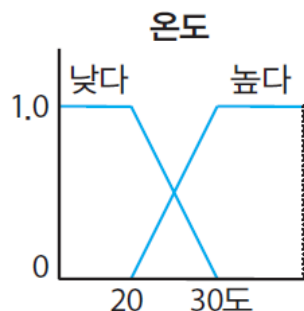


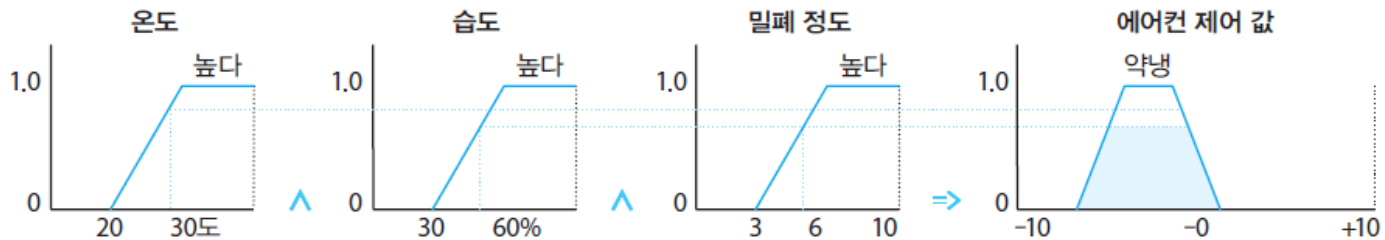
그림 3-6 퍼지 추론

2.3 퍼지 추론의 구체적 예

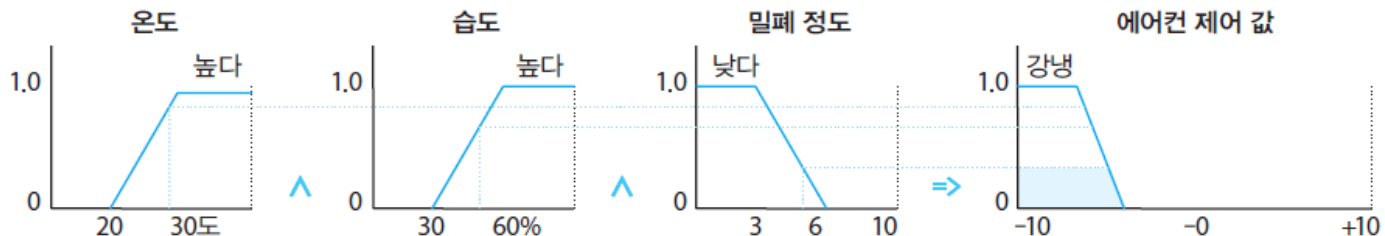
퍼지 추론

온도 28도, 습도 50%, 밀폐 정도 5의 경우

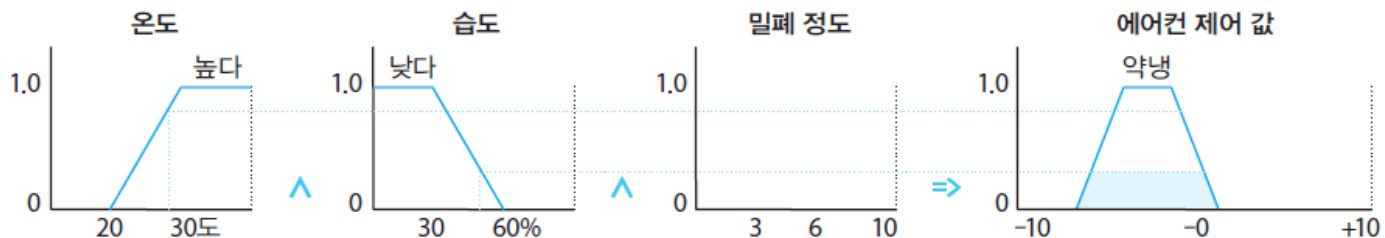
R1: 온도와 습도가 모두 높고, 방의 밀폐 정도가 높을 때에는 '약냉'



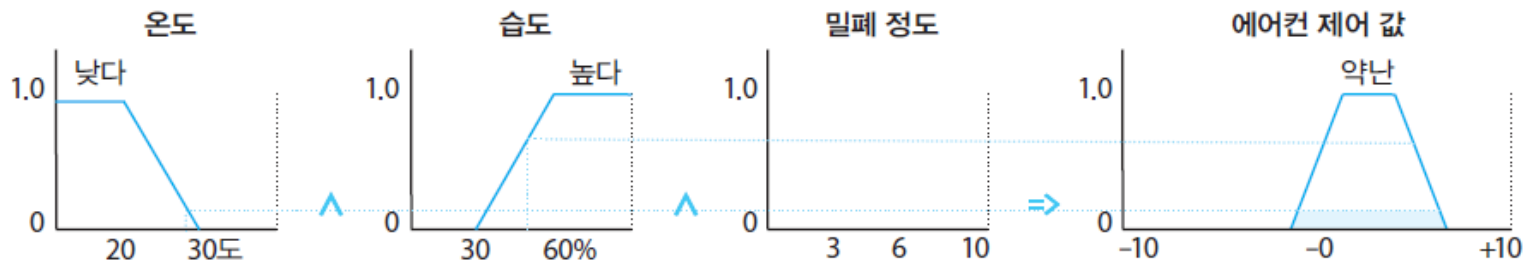
R2: 온도와 습도가 모두 높고, 방의 밀폐 정도가 낮을 때에는 '강냉'



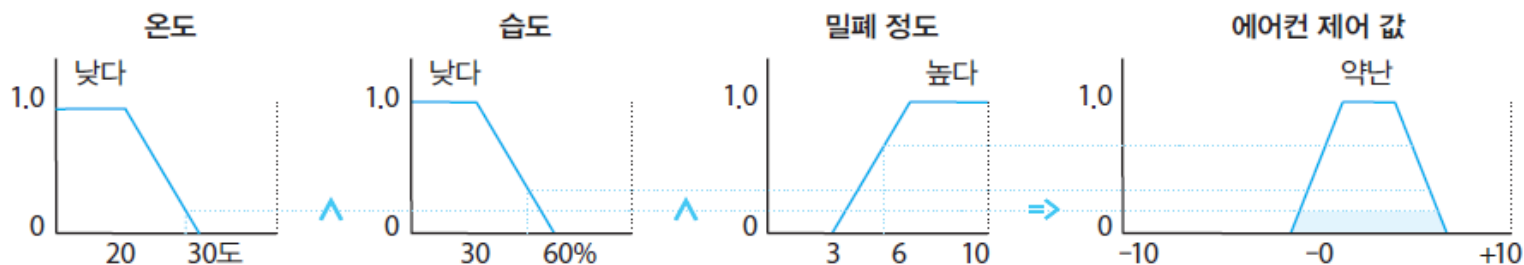
R3: 온도가 높고 습도가 낮을 때에는 밀폐 정도에 관계없이 '약냉'



2.3 퍼지 추론의 구체적 예



R5: 온도와 습도가 모두 낮고, 방의 밀폐 정도가 높을 때에는 '약난'



R6: 온도와 습도가 모두 낮고, 방의 밀폐 정도가 낮을 때에는 '강난'

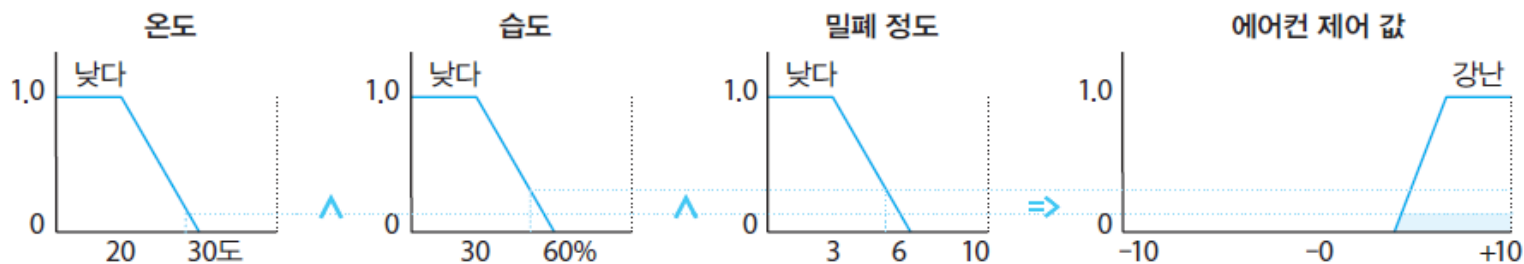
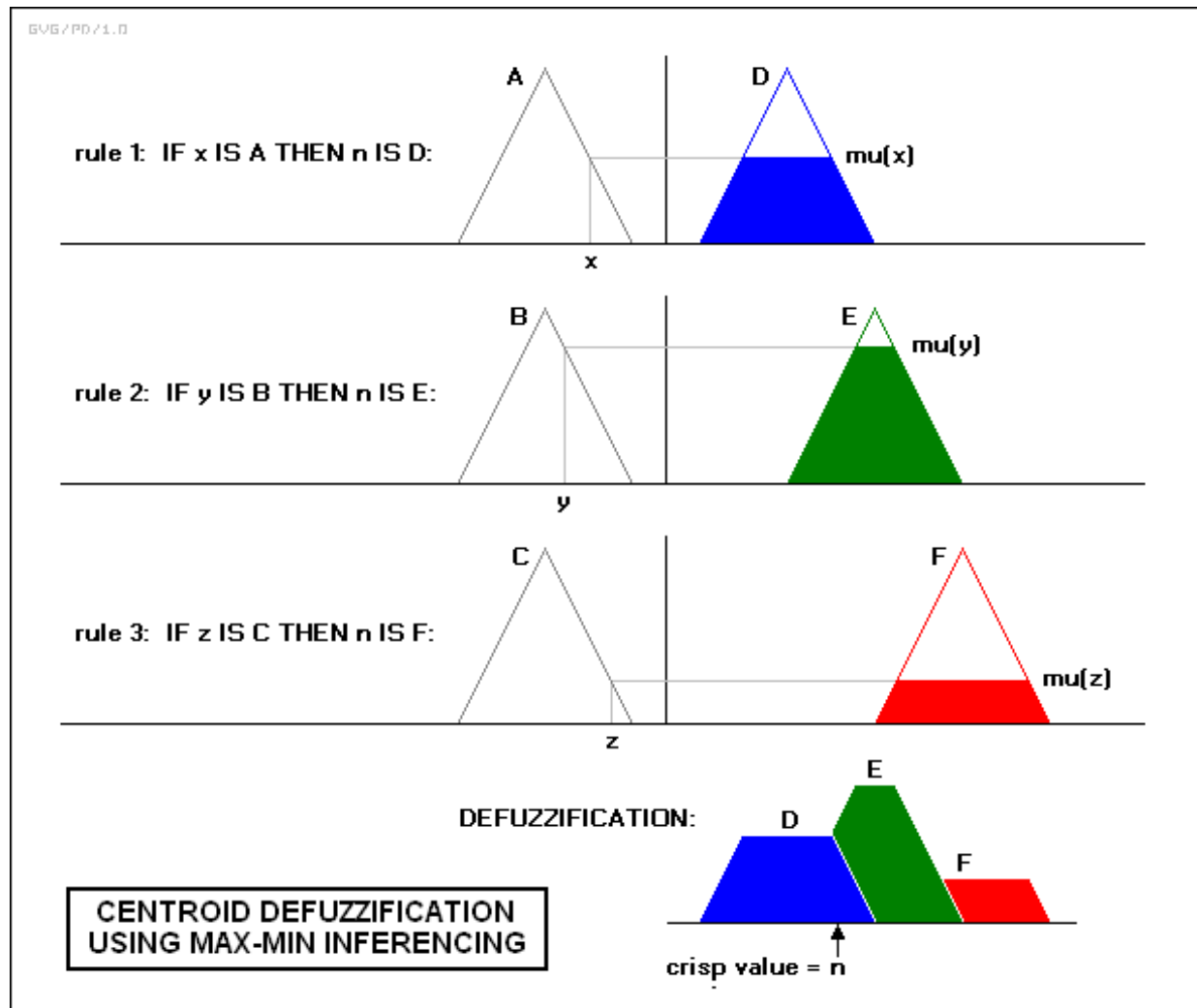


그림 3-6 퍼지 추론 (계속)

2.3 퍼지 추론의 구체적 예

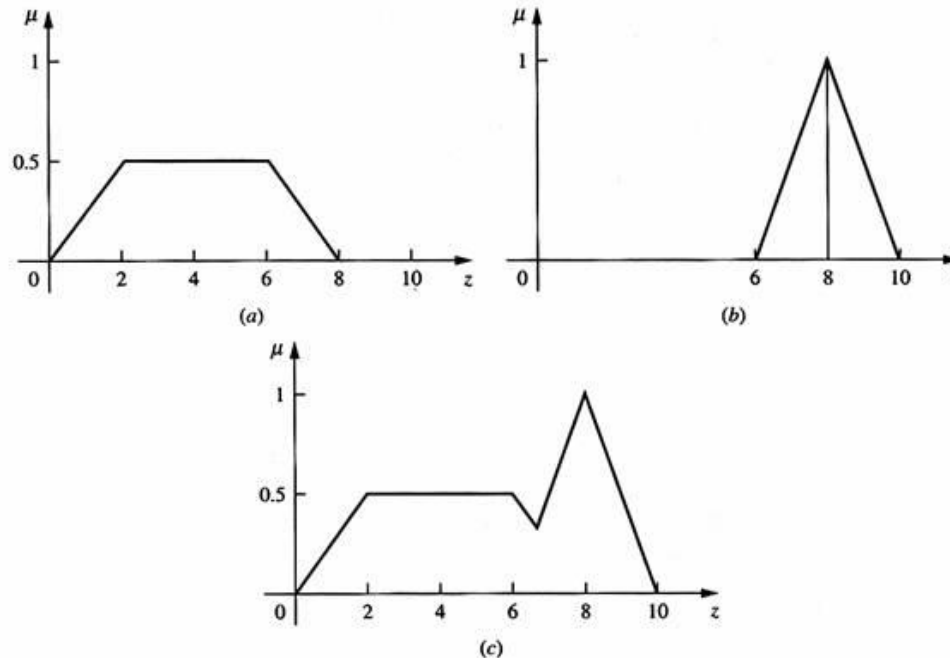


2.3 퍼지 추론의 구체적 예

- 퍼지 추론은 온도, 습도 밀폐 정도의 관측값에 근거하여 각 퍼지 규칙 조건부의 최소 척도를 구하고, 그 값으로 결론부의 소속 함수의 수평 절단을 수행하여 6개의 잘려진 소속 함수들의 합집합을 도출.
- 여기서는 온도 28°C, 습도 50%, 밀폐 정도 5의 경우에 대하여 퍼지 추론을 실행하고 있음.
- 최종적으로는 비퍼지화에 따라 **‘에어컨 제어값을 2도 낮춤으로 하라’**는 결론을 얻음.

Defuzzification to scalars

- Defuzzification is the conversion of a fuzzy quantity to be a single scalar quantity
 - A general fuzzy process can involve many output can have shapes other than triangles and trapezoids
 - The membership function may not always be normal



7 methods for defuzzifying fuzzy output functions

□ **Max-membership principle**

- Also known as the height method

$$\mu_c(z^*) \geq \mu_c(z) \quad \text{for all } z \in Z$$

where z^* is the defuzzified value

□ **Centroid method(center of area, center of gravity)**

- The most prevalent and physically appealing of all defuzzification methods

$$z^* = \frac{\int \mu_c(z) \cdot z \, dz}{\int \mu_c(z) \, dz}$$

where \int denotes an algebraic integration

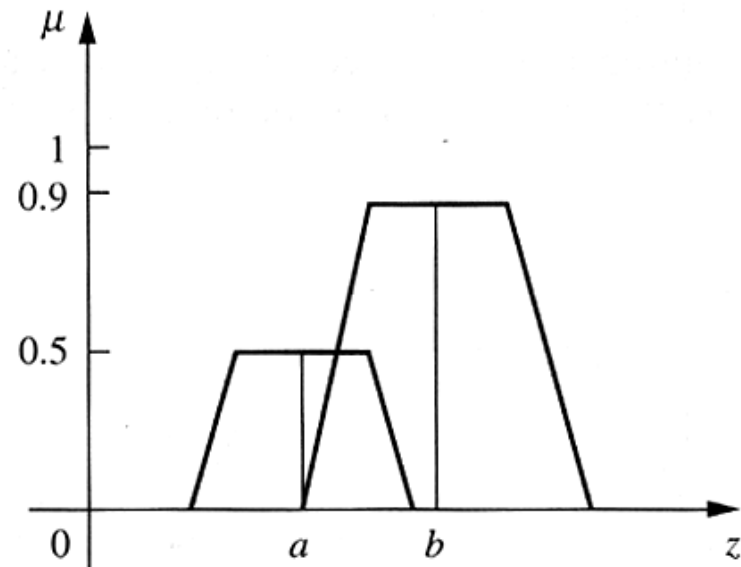
7 method for defuzzifying fuzzy output functions

□ Weighted average method

- The most frequently used in fuzzy applications since it is one of the more computationally efficient methods
- Unfortunately it is usually restricted to symmetrical output membership functions

$$z^* = \frac{\sum \mu_C(\bar{z}) \cdot \bar{z}}{\sum \mu_C(\bar{z})}$$

where $\sum \bar{z}$ denotes the algebraic sum and \bar{z} is the centroid of each symmetric membership functions

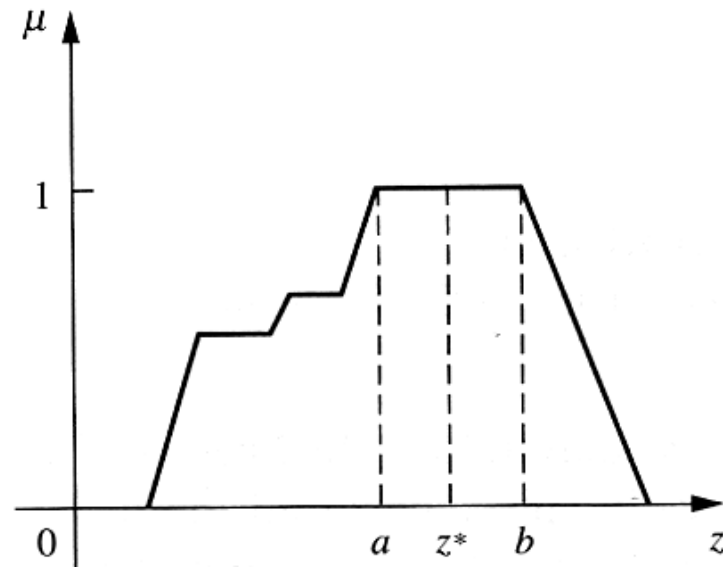


7 method for defuzzifying fuzzy output functions

□ Mean max membership(middle of maxima)

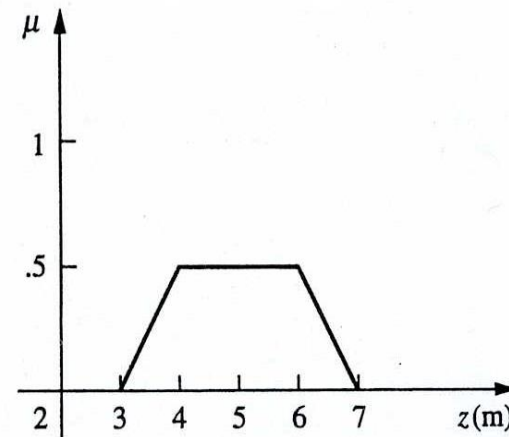
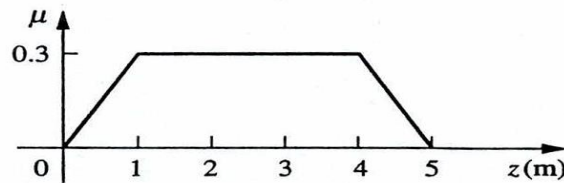
- Closely related to the first method, except that the locations of the maximum membership can be nonunique

$$z^* = \frac{a+b}{2}$$

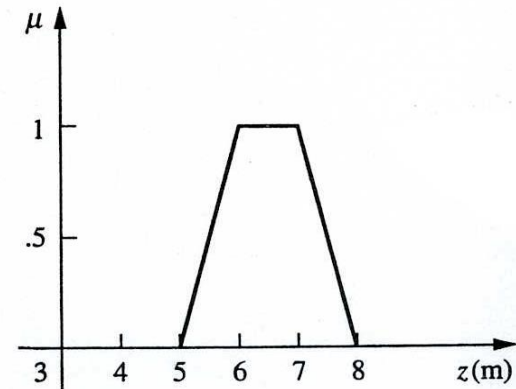


Example

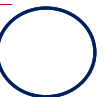
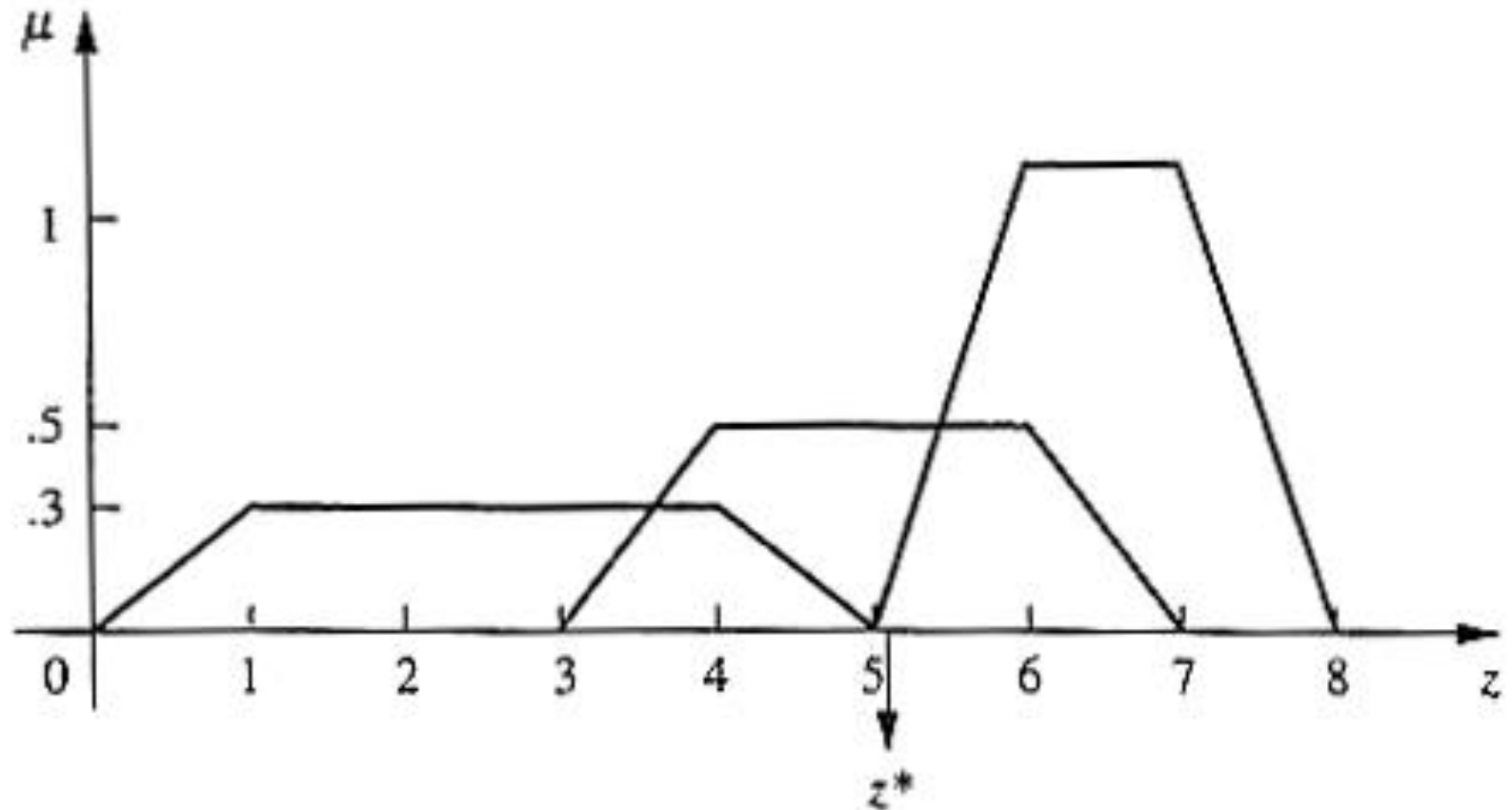
- Compute defuzzified values using 4 kinds of defuzzification methods



1. Max membership principle ?
2. Centroid method ?
3. Weighted average method ?
4. Mean max membership ?

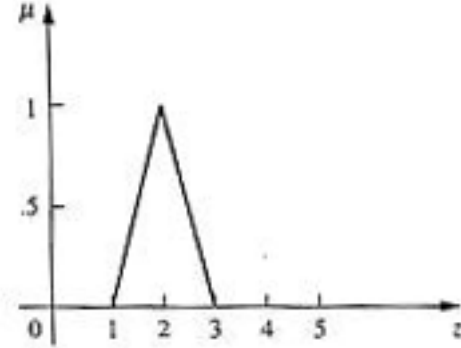
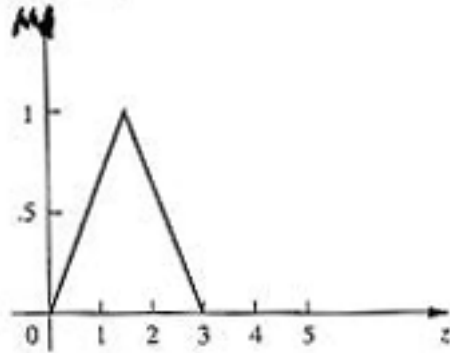


Example

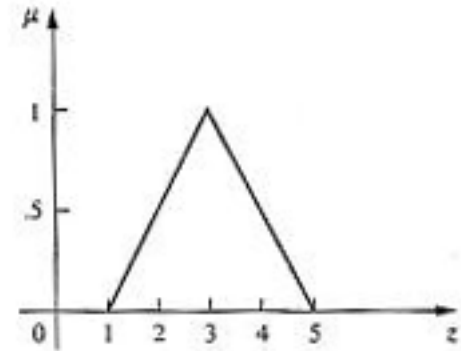


Example

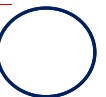
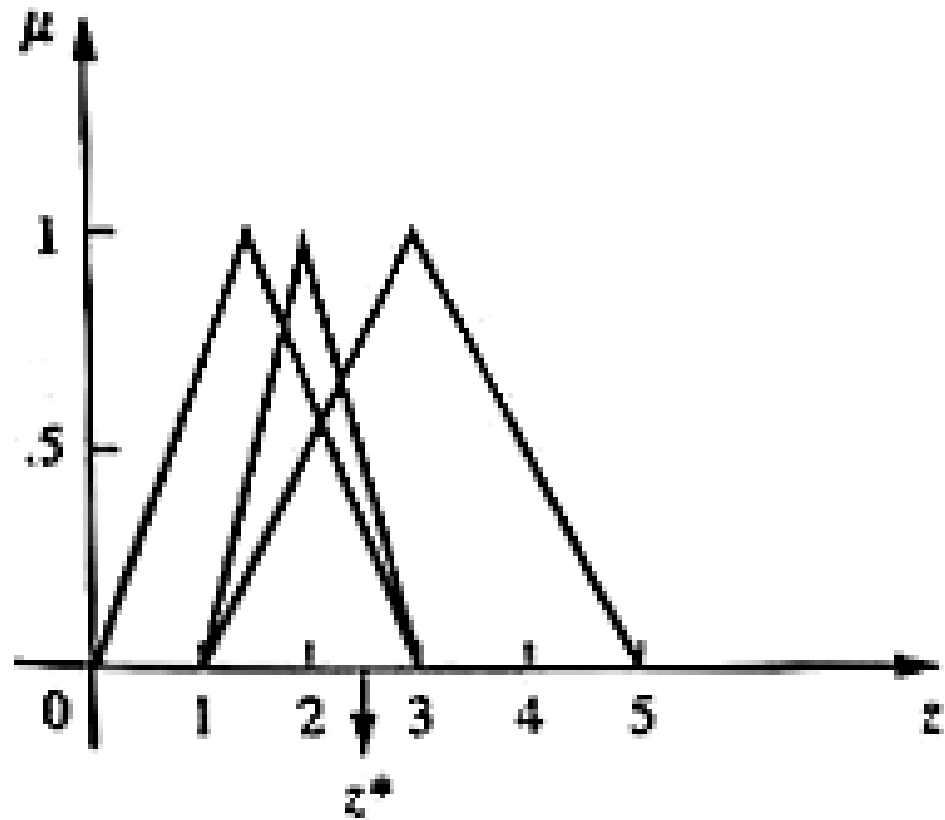
- Compute defuzzified values using 4 kinds of defuzzification methods



1. Max membership principle ?
2. Centroid method ?
3. Weighted average method ?
4. Mean max membership ?



Example



7 method for defuzzifying fuzzy output functions

□ Center of sums

- This is faster than many defuzzification methods that are presently in use, and the method is not restricted to symmetric membership functions

$$z^* = \frac{\int_Z z \sum_{k=1}^n \mu_{C_k}(z) dz}{\int_Z \sum_{k=1}^n \mu_{C_k}(z) dz}$$

- This method is similar to the weighted average method, except in the center of sums method the weights are the areas of the respective membership functions
- Two drawbacks to this method are that the intersecting areas are added twice, and the method also involves finding the centroids of the individual membership functions

7 method for defuzzifying fuzzy output functions

□ Center of largest area

- If the output fuzzy set has at least two convex subregions, then the center of gravity of the convex fuzzy subregion with the largest area is used to obtain the defuzzified value

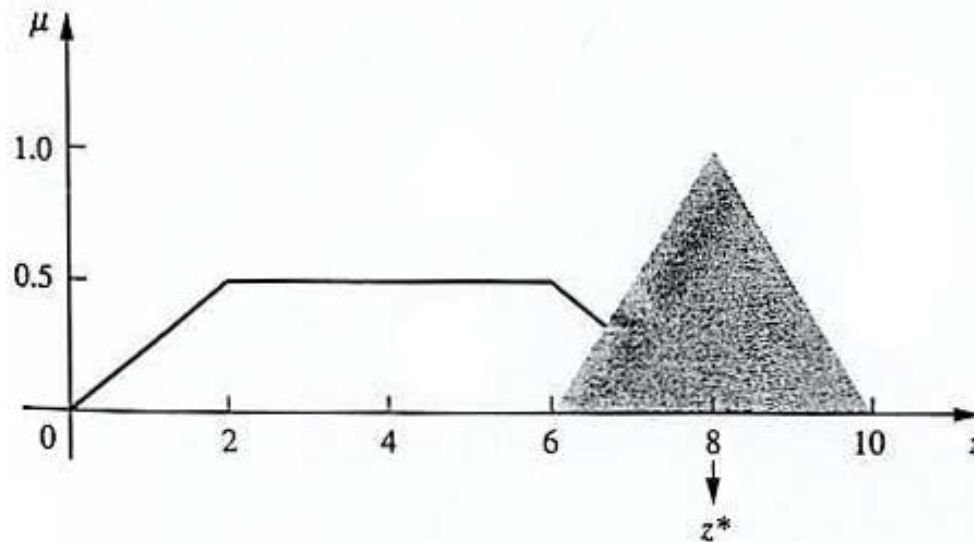
$$z^* = \frac{\int \mu_{C_m}(z) z dz}{\int \mu_{C_m}(z) dz}$$

- C_m is the convex subregion that has the largest area making up C_k
- When C_k is convex this method is same as centroid methods

7 method for defuzzifying fuzzy output functions

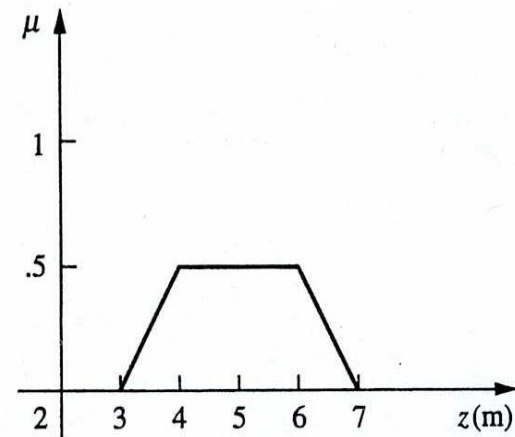
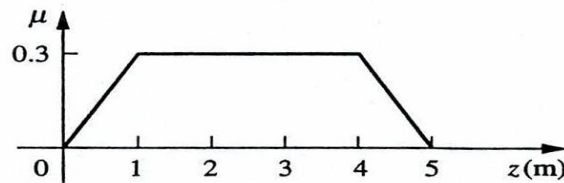
□ First (or last) of maxima

- The smallest (or largest) value of the domain with maximized membership degree in C_k

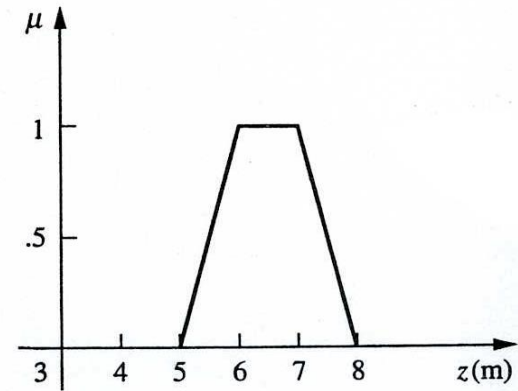


Example

- Compute defuzzified values using last 3 kinds of defuzzification methods

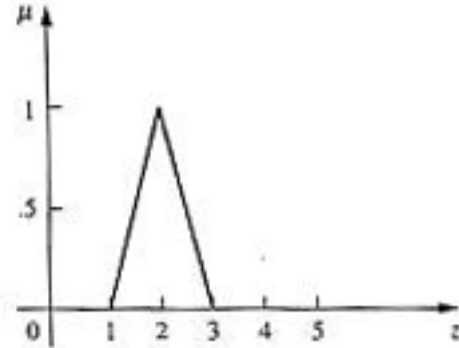
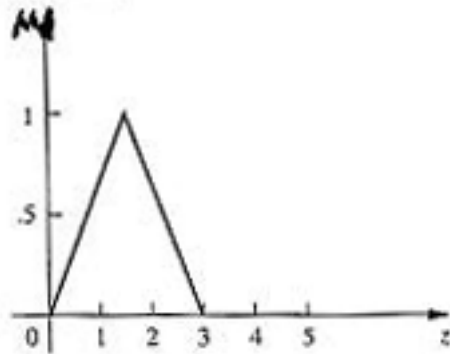


1. Center of sums ?
2. Center of largest area ?
3. First (or last) of maxima ?

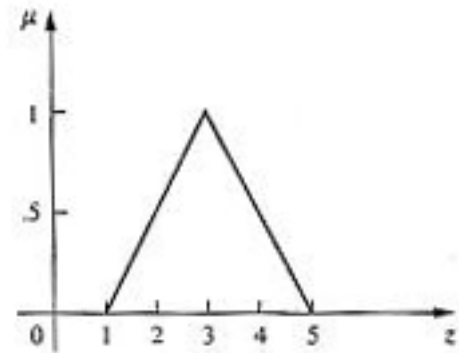


Example

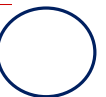
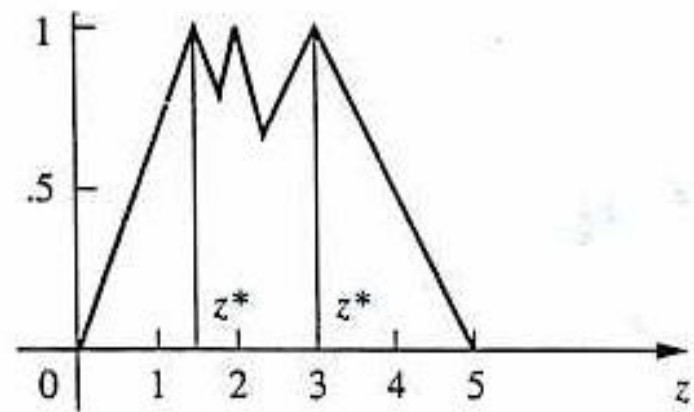
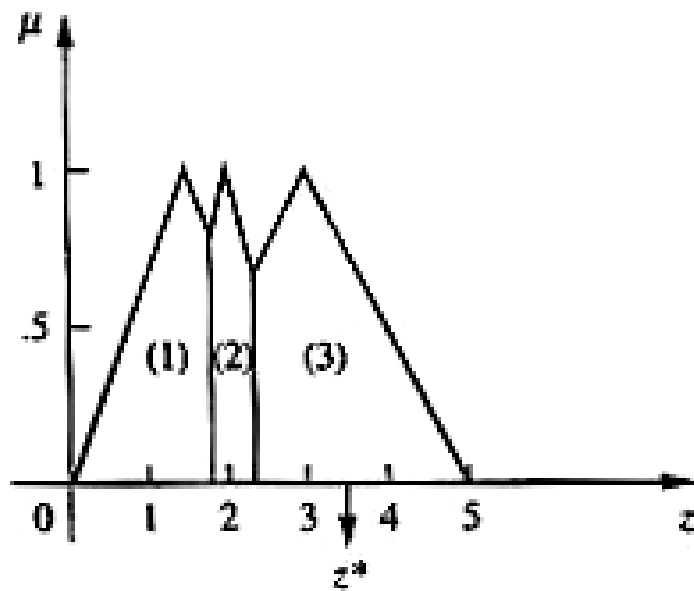
- Compute defuzzified values using last 3 kinds of defuzzification methods



1. Center of sums ?
2. Center of largest area ?
3. First (or last) of maxima ?



Example



3 퍼지 제어

- 두 번째 시뮬레이션에서 체험한 제어 규칙표에 기초한 퍼지 제어를 자세히 살펴봄.
- 상태를 일정하게 유지하는 것처럼 제어 문제에 퍼지를 적용하는 경우에 일반적인 퍼지 추론을 그대로 적용하면 많은 퍼지 규칙에 대하여 소속 함수를 계산해야 하기 때문에 '실시간 응답성'이 문제가 될 수 있음.
- 그래서 제어 문제의 특징을 살려 편차 e 및 변화율 Δe 로부터 제어 응답 규칙을 규칙화하여 제어 규칙표 형태로 만듦.
- 이렇게 함으로써 실시간 응답성이 뛰어난 제어를 수행할 수 있음.

3.1 퍼지 제어의 개념

- 퍼지 규칙은 다음과 같은 형태.

IF (측정값이 기댓값보다 매우 작고, 변화율이 0인 경우)
THEN 제어 값을 양의 방향으로 크게 설정한다.
IF (측정값이 기댓값보다 약간 크고, 변화율이 증가하는 경우)
THEN 제어 값을 음의 방향으로 작게 설정한다.

- 규칙에서는 '매우 작다, 약간 작다, 매우 크다'라는 애매한 표현으로 나타나므로 다음과 같은 기호를 사용.
 - ✓ P: Positive(양의 방향), N: Negative(음의 방향)
 - ✓ B: Big(크다), M: Medium(중간), S: Small(작다)
 - ✓ ZO: Zero(0)

3.1 퍼지 제어의 개념

- 이 기호들은 각 소속 함수를 가지며 이것들을 조합하면 규칙은 다음과 같이 표현될 수 있음.

IF ($e=NB$ & $\Delta e=ZO$) THEN action(PB) ... 그림 3-7의 ①, action은 제어 수행을 나타낸다.

⋮

IF ($e=NS$ & $\Delta e=ZO$) THEN action(PS) ... 그림 3-7의 ⑮

제어 응답을 위한 퍼지 제어 규칙

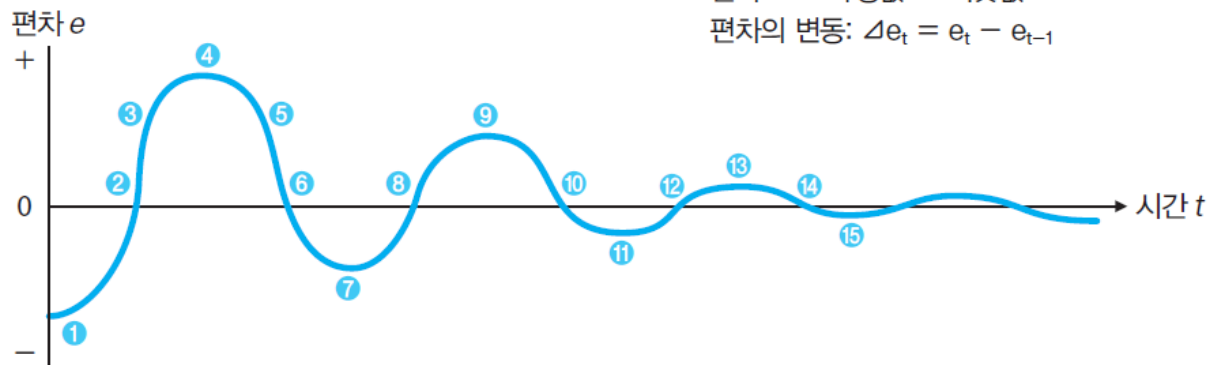


그림 3-7 퍼지 제어

3.2 제어 규칙표에 기초한 퍼지 제어

제어 규칙표 제어 규칙표 제어 응답으로는 제어 규칙표에 기초하여 e 와 Δe 로부터 제어 값 결정. 서서히 ZO에 접근하여 안정됨. ①~⑭는 그림 3-7의 번호, ⑮는 ⑪과 같음.

| $e \backslash \Delta e$ | NB | NM | NS | ZO | PS | PM | PB |
|-------------------------|------|------|------|------|------|------|------|
| PB | | | | ④ NB | | | |
| PM | | ⑤ NM | | ⑨ NM | | ③ NM | |
| PS | | | | ⑬ NS | | | |
| ZO | ⑥ PB | ⑩ PM | ⑭ PS | ZO | ⑫ NS | ⑧ NM | ② NB |
| NS | | | | ⑪ PS | | | |
| NM | | | | ⑦ PM | | | |
| NB | | | | ① PB | | | |

P: Positive
N: Negative
B: Big
M: Medium
S: Small
ZO: Zero

그림 3-8 제어 규칙표

3.2 제어 규칙표에 기초한 퍼지 제어

- 시계열상에서 각 측정값(e , Δe)에 대하여 제어 규칙표에 해당하는 요소를 제어 규칙표로부터 얻어 기록된 대로 작업을 수행.
- 다음과 같은 순서로 실행하지만 **일반적인 퍼지 추론과 같은 번거로움은 없음.**
 - ① 일정한 시간 간격으로 e 와 Δe 의 측정값을 구함.
 - ② 제어 규칙표에서 세로축, 가로축의 측정값 위치를 결정. 소속 함수의 합성은 필요 없음.
 - ③ 그 위치에 있는 요소에 따라 작업을 수행. 이것도 소속 함수의 합성은 필요 없음.
- 이는 에어컨의 자동 온도 조절 등에도 이용될 수 있으나, **빠른 속도로 움직이는 물체의 실시간 제어가 필요한 경우에 많이 활용.**

3.2 제어 규칙표에 기초한 퍼지 제어

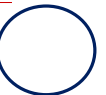
- 체험해 봅시다: Ex4_퍼지 제어.xlsx
애매한 조건으로 목표치 유지하기

◎ 체험해 봅시다: 애매한 조건으로 목표값 유지하기

- 퍼지 추론을 더욱 효율화하는 제어 규칙표에 기초한 퍼지 제어 시뮬레이션.
- 퍼지 제어에서 처리하는 사례는 수치 제어와는 달리, 감각적인 보정을 가정하고 있음.
- 편차(목표값과의 차이)와 편차의 변동을 세로, 가로로 배열한 행렬인 제어 규칙표에 기초하여 수행.
- 이런 어림짐작 같은 제어에서도 안정적인 목표값을 유지할 수 있다는 것을 실감하는 것이 목표.
- 목표값에 수렴하는 편차 그래프를 봄으로써 충분히 그 진가를 이해할 수 있음.

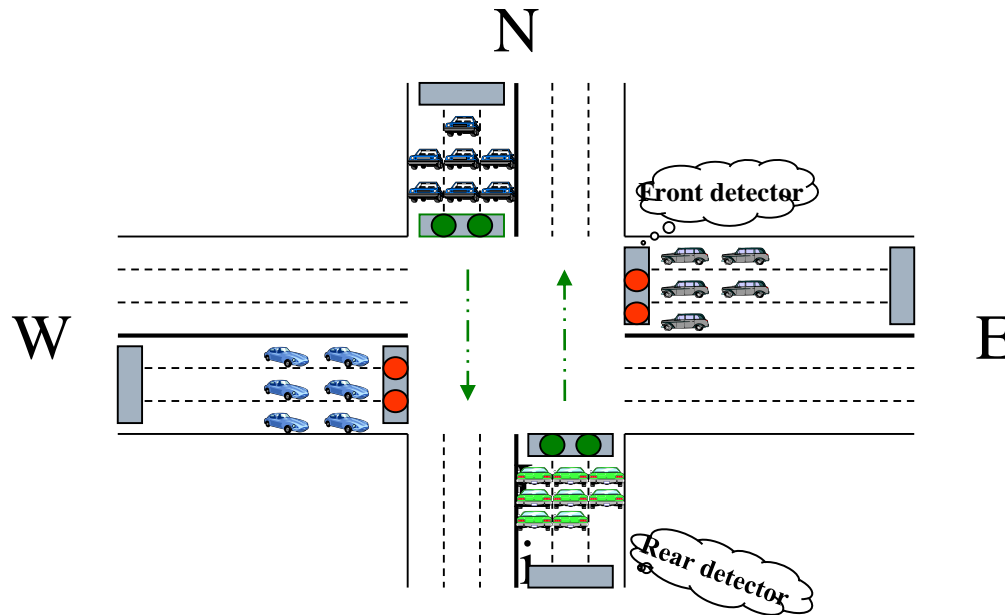
3.3 퍼지 이론을 이용한 제어 시스템의 개발 방법

- 설계 프로젝트 사례를 중심으로 -

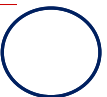


1) 퍼지 기법을 이용한 신호등 제어 시스템 설계 프로젝트

□ 개요

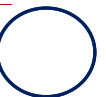


- 진입차량수 : 녹색 신호에 진입하는 차량 수
 - N (7대), Light (8대) = 15대
- 대기차량수 : 적색 신호에 대기하는 차량 수
 - W (6대), E (5대) = 11대
- 이상의 경우 직진을 위한 녹색 신호를 얼마나 더 연장하는 것이 합리적 일까?



입출력 정보 및 시스템 구성도

- 입력 = {도착차량수(A), 대기차량수(Q)}
- Output = {직진신호연장시간(E)}
- 퍼지 신호등 제어 시스템



추론 기법

□ 추론

■ 기본 정보

□ 직진신호시간 : 18초 (A=10, Q=10 일 경우)

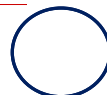
■ 직진신호연장시간 : 직진신호시간 이외의 연장시간

r1: A=10 & Q=20 then E=0초

r2: A=20 & Q=5 then E=10초

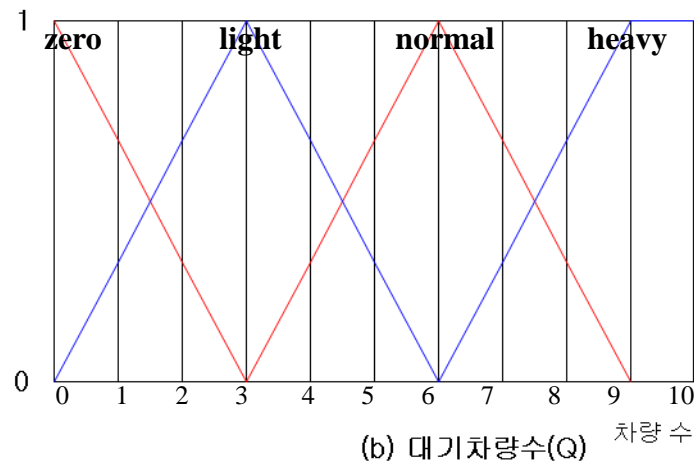
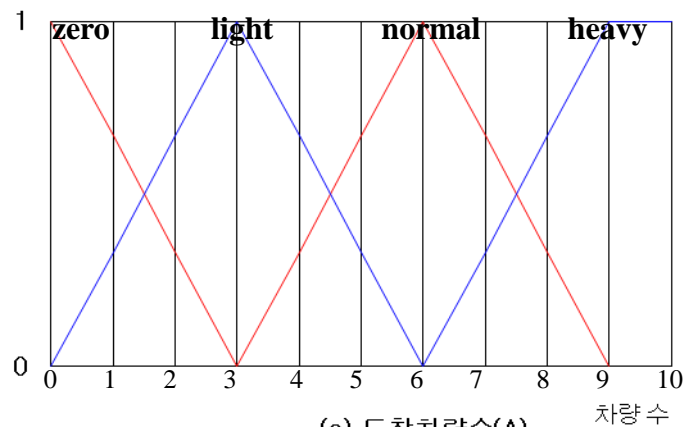
r3: A=0 & Q=0 then E=?초

=> 이상의 규칙들에서 연장시간을 어떻게 산정할 것인가를 결정하기 위하여 퍼지 기법을 활용

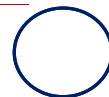
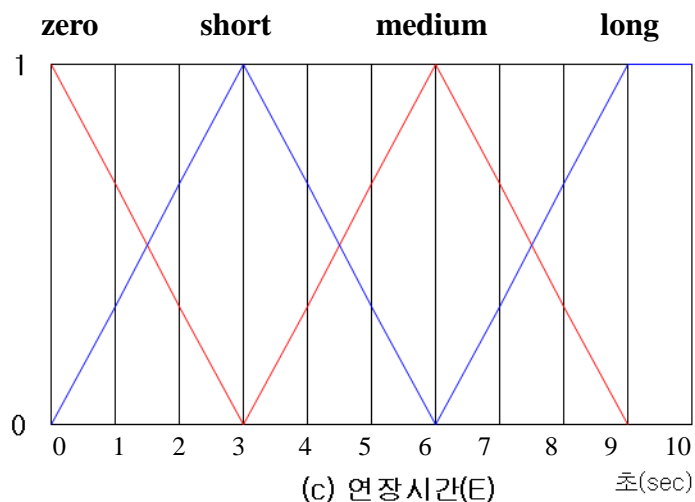


퍼지 함수의 정의

□ 입력 퍼지 함수의 정의



□ 출력 퍼지 함수의 정의



퍼지 제어 규칙

□ 도표로 나타낸 퍼지 제어 규칙

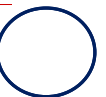
| A \ Q | Q | | | | |
|-------|--------|--------|--------|--------|-------|
| | | ZERO | LIGHT | NORMAL | HEAVY |
| | ZERO | ZERO | ZERO | ZERO | ZERO |
| | LIGHT | SHORT | ZERO | ZERO | ZERO |
| | NORMAL | MEDIUM | SHORT | ZERO | ZERO |
| | HEAVY | LONG | MEDIUM | SHORT | ZERO |



퍼지 제어 규칙

□ if~then 구조로 나타낸 퍼지 제어 규칙

- R1: if A = Zero and Q = Zero then E = Zero
- R2: if A = Zero and Q = Light then E = Zero
- R3: if A = Zero and Q = Normal then E = Zero
- R4: if A = Zero and Q = Heavy then E = Zero
- R5: if A = Light and Q = Zero then E = Short
- R6: if A = Light and Q = Light then E = Zero
- R7: if A = Light and Q = Normal then E = Zero
- R8: if A = Light and Q = Heavy then E = Zero
- R9: if A = Normal and Q = Zero then E = Medium
- R10: if A = Normal and Q = Light then E = Short
- R11: if A = Normal and Q = Normal then E = Zero
- R12: if A = Normal and Q = Heavy then E = Zero
- R13: if A = Heavy and Q = Zero then E = Long
- R14: if A = Heavy and Q = Light then E = Medium
- R15: if A = Heavy and Q = Normal then E = Short
- R16: if A = Heavy and Q = Heavy then E = Zero



퍼지 제어 규칙의 적용 예

□ A = 7 이고 Q = 5 일 때 E = ?

R1 : if A(Zero) = 0 and Q(Zero) = 0 then E(Zero) = 0초

R2 : if A(Zero) = 0 and Q(Light) = 0.2 then E(Zero) = 0초

R3 : if A(Zero) = 0 and Q(Normal) = 0.8 then E(Zero) = 0초

R4 : if A(Zero) = 0 and Q(Heavy) = 0 then E(Zero) = 0초

R5 : if A(Light) = 0 and Q(Zero) = 0 then E(Short) = 3초

R6 : if A(Light) = 0 and Q(Light) = 0.2 then E(Zero) = 0초

R7 : if A(Light) = 0 and Q(Normal) = 0.8 then E(Zero) = 0초

R8 : if A(Light) = 0 and Q(Heavy) = 0 then E(Zero) = 0초

R9 : if A(Normal) = 0.7 and Q(Zero) = 0 then E(Medium) = 6초

R10 : if A(Normal) = 0.7 and Q(Light) = 0.2 then E(Short) = 3초

R11 : if A(Normal) = 0.7 and Q(Normal) = 0.8 then E(Zero) = 0초

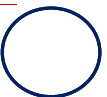
R12 : if A(Normal) = 0.7 and Q(Heavy) = 0 then E(Zero) = 0초

R13 : if A(Heavy) = 0.4 and Q(Zero) = 0 then E(Long) = 9초

R14 : if A(Heavy) = 0.4 and Q(Light) = 0.2 then E(Medium) = 6초

R15 : if A(Heavy) = 0.4 and Q(Normal) = 0.8 then E(Short) = 3초

R16 : if A(Heavy) = 0.4 and Q(Heavy) = 0 then E(Zero) = 0초

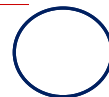


추론 결과 도출 기법

□ 비퍼지화(defuzzification) 방법

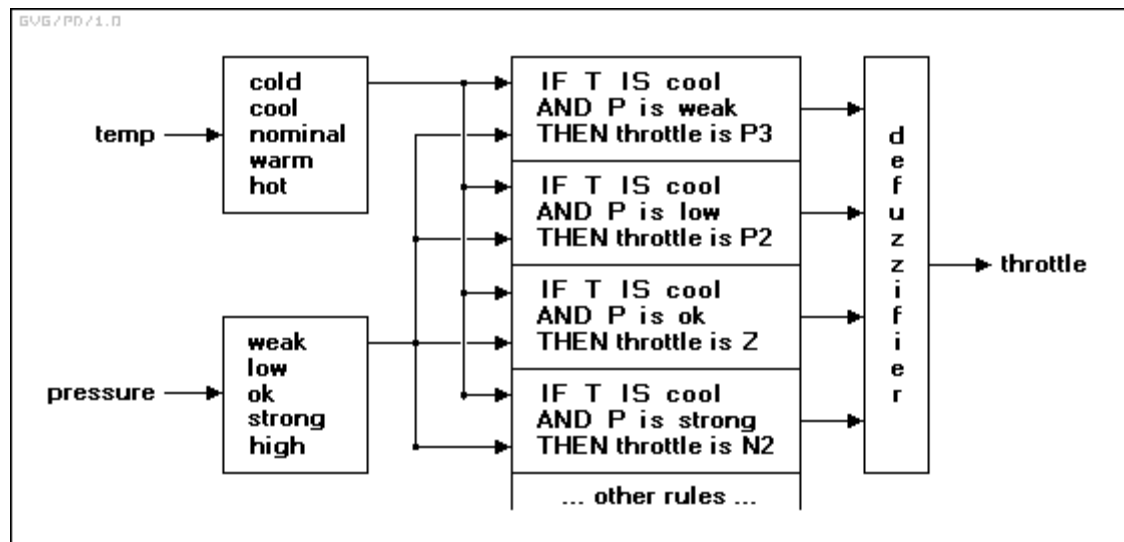
$$z^* = \frac{\sum \mu_c(\bar{z}) \cdot \bar{z}}{\sum \mu_c(\bar{z})} = \frac{0.2 \times 3 + 0.7 \times 0 + 0.2 \times 6 + 0.4 \times 3}{0.2 + 0.7 + 0.2 + 0.4} \approx 2\text{sec}$$

- Where \sum denotes the algebraic sum and \bar{z} is the centroid of each symmetric membership functions
- 따라서 앞의 예와 같은 상황에서는 직진 신호를 약 2초 정도 연장하는 것이 합리적인 결정이다.



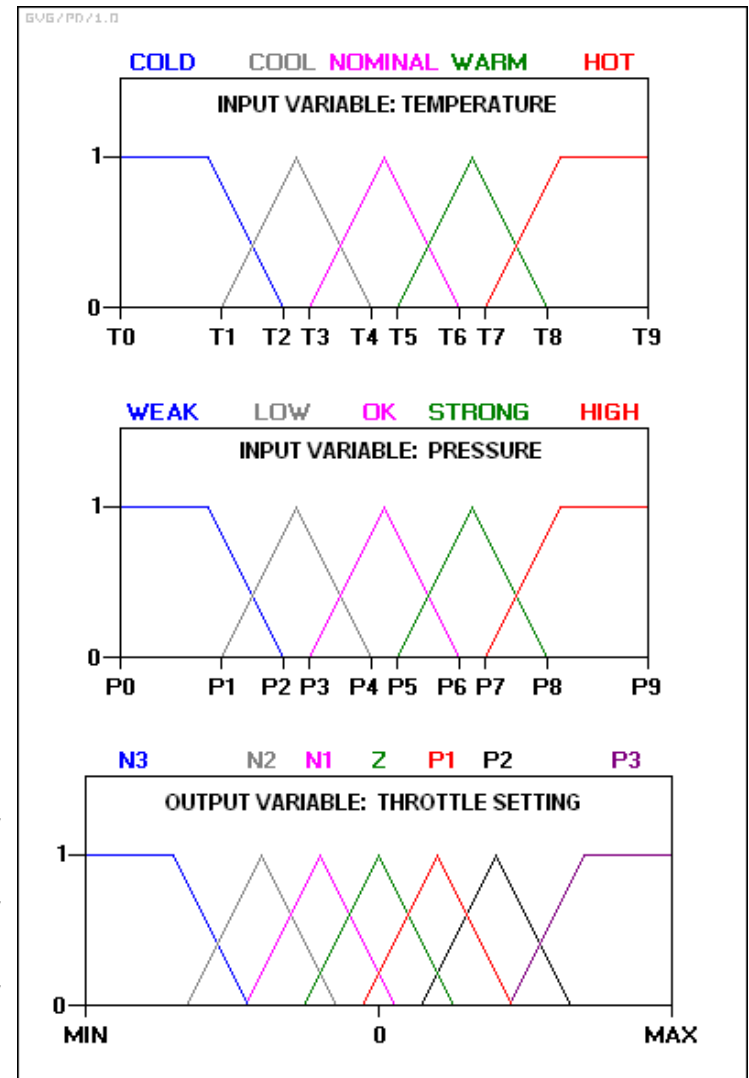
2) 증기 터빈 제어 예

- As a general example, consider the design of a fuzzy controller for a steam turbine. The block diagram of this control system appears as follows:



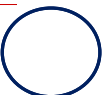
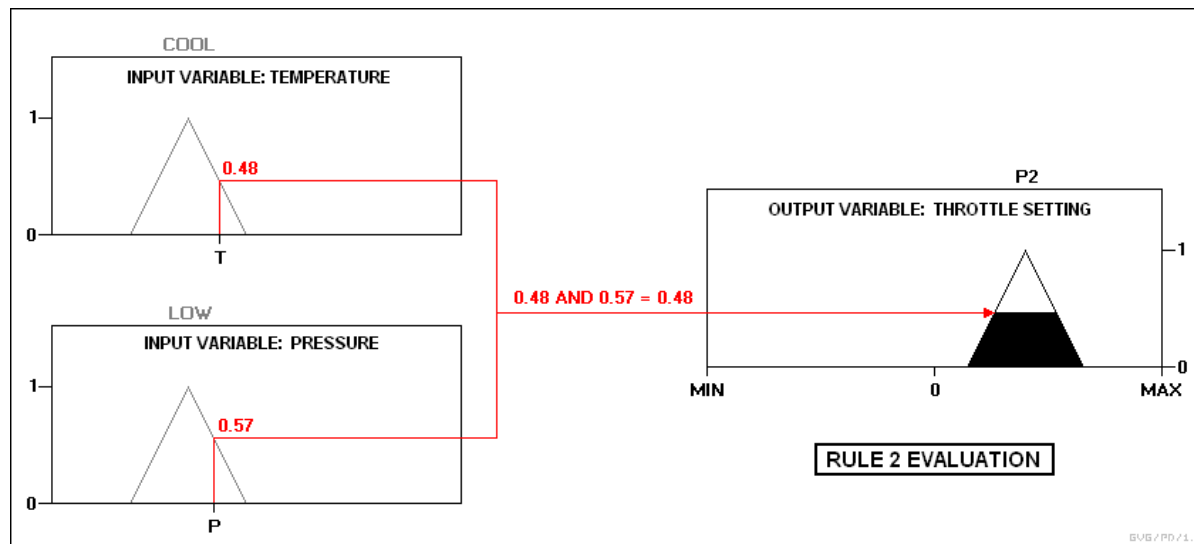
퍼지 함수 및 규칙의 정의

- There are two input variables, temperature and pressure, and a single output variable, the turbine throttle setting. The turbine's operation can be reversed, so the throttle setting can be positive or negative. The fuzzy set mappings are shown below:
- The throttle settings are defined as follows:
 - N3: Large negative.
 - N2: Medium negative.
 - N1: Small negative.
 - Z: Zero.
 - P1: Small positive.
 - P2: Medium positive.
 - P3: Large positive.
- The rule set includes such rules as:
 - rule 1: IF temperature IS cool AND pressure IS weak, THEN throttle is P3.
 - rule 2: IF temperature IS cool AND pressure IS low, THEN throttle is P2.
 - rule 3: IF temperature IS cool AND pressure IS ok, THEN throttle is Z.
 - rule 4: IF temperature IS cool AND pressure IS strong, THEN throttle is N2.



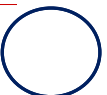
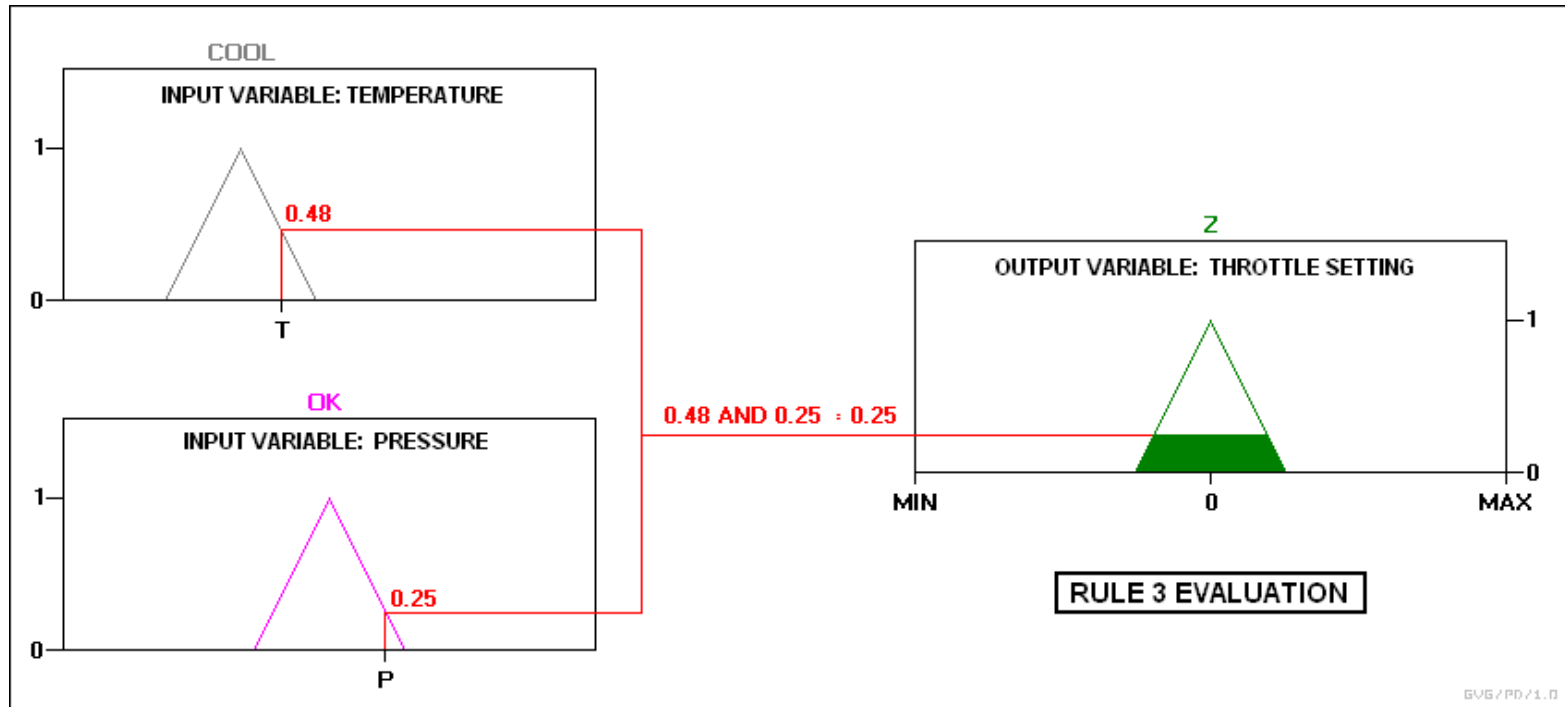
퍼지 추론 방법

- In practice, the controller accepts the inputs and maps them into their membership functions and truth values. These mappings are then fed into the rules. If the rule specifies an AND relationship between the mappings of the two input variables, as the examples above do, the minimum of the two is used as the combined truth value; if an OR is specified, the maximum is used. The appropriate output state is selected and assigned a membership value at the truth level of the premise. The truth values are then defuzzified.
- For an example, assume the temperature is in the "cool" state, and the pressure is in the "low" and "ok" states. The pressure values ensure that only rules 2 and 3 fire. Rule 2 is evaluated as follows:



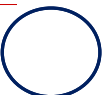
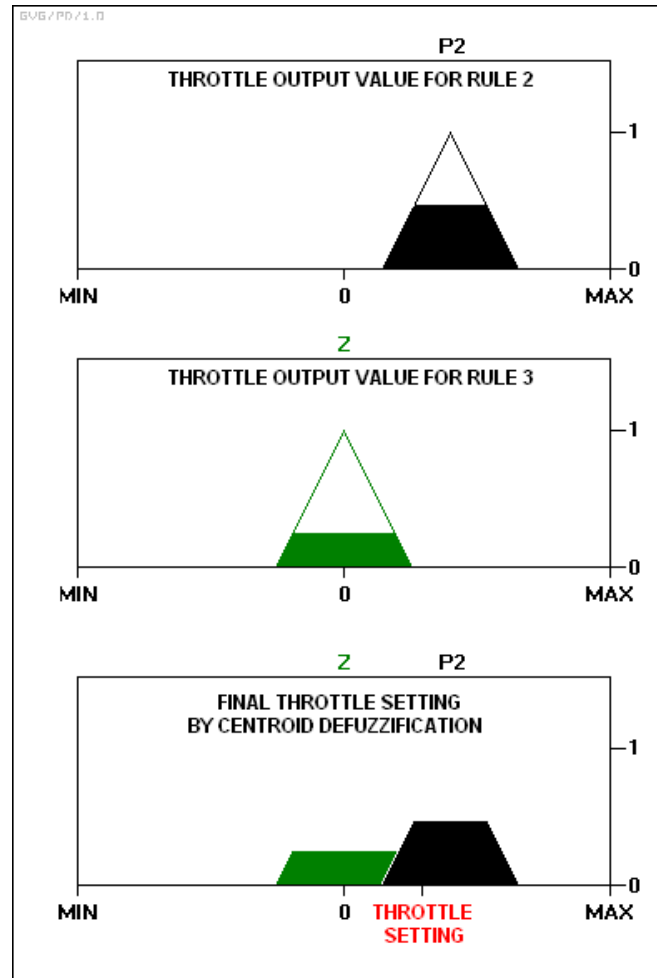
퍼지 추론 방법

- Rule 3 is evaluated as follows:



퍼지 추론 방법

- The two outputs are then combined:



퍼지 관련 참고 동영상 및 데모 사이트

- <https://www.youtube.com/watch?v=rTrxLqSk0Kc>
- <https://www.youtube.com/watch?v=puOLD3-abwU>
- <https://www.youtube.com/watch?v=AuAZ5zOP0yQ>
- <https://www.youtube.com/watch?v=JpNAhKT7yY4>
- <https://www.youtube.com/watch?v=woCdjbsjbPg>
- https://www.youtube.com/watch?v=n_6p-1J551Y
- <https://www.youtube.com/watch?v=rlqsJU3IDt4>
- <http://rorchard.github.io/FuzzyJ/FuzzyTruck.html>
- http://www.intelligent-systems.info/neural_fuzzy/loadsway/LoadSway.htm