表 6.3 常用的连续傅里叶变换对及其对偶关系					
$f(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}F(\omega)e^{j\omega t}d\omega$			$F(\omega)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(t)e^{-j\omega t}dt$		
连续傅里叶变换对			相对偶的连续傅里叶变换对		
重要	连续时间函数 $f(t)$	傅里叶变换 $F(\omega)$	连续时间函数 $f(t)$	傅里叶变换 $F(\omega)$	重要
√	$\delta(t)$	1	1	$2\pi\delta(\omega)$	√
√	$\frac{d}{dt}\delta(t)$	$j\omega$	t	$j2\pi\frac{d}{d\omega}\delta(\omega)$	
	$\frac{d^k}{dt^k}\delta(t)$	$(j\omega)^k$	t^k	$2\pi j^k\frac{d^k}{d\omega^k}\delta(\omega)$	
√	$u(t)$	$\frac{1}{j\omega}+\pi\delta(\omega)$	$\frac{1}{2}\delta(t)-\frac{1}{j2\pi t}$	$u(\omega)$	
	$tu(t)$	$j\pi\frac{d}{d\omega}\delta(\omega)-\frac{1}{\omega^2}$			
	$\mathrm{sgn}(t)=\begin{cases}1,t>0\\-1,t<0\end{cases}$	$\frac{2}{j\omega}$	$\frac{1}{\pi},t\neq 0$	$F(\omega)=\begin{cases}-j,\omega>0\\j,\omega<0\end{cases}$	
√	$\delta(t-t_0)$	$e^{-j\omega t_0}$	$e^{j\omega_0 t}$	$2\pi\delta(\omega-\omega_0)$	√
	$\cos\omega_0 t$	$\pi[\delta(\omega+\omega_0)+\delta(\omega-\omega_0)]$	$\delta(t+t_0)+\delta(t-t_0)$	$2\cos\omega t_0$	
	$\sin\omega_0 t$	$j\pi[\delta(\omega+\omega_0)-\delta(\omega-\omega_0)]$	$\delta(t+t_0)-\delta(t-t_0)$	$j2\sin\omega t_0$	
√	$f(t)=\begin{cases}1,\|t\|<\tau\\0,\|t\|>\tau\end{cases}$	$\tau Sa(\frac{\omega\tau}{2})$	$\frac{W}{\pi}Sa(Wt)$	$F(\omega)=\begin{cases}1,\|\omega\|<W\\0,\|\omega\|>W\end{cases}$	√
√	$f(t)=\begin{cases}1-\|t\|/\tau,\|t\|<\tau\\0,\|t\|>\tau\end{cases}$	$\tau Sa^2(\frac{\omega\tau}{2})$	$\frac{W}{2\pi}Sa^2(\frac{Wt}{2})$	$F(\omega)=\begin{cases}1-\|\omega\|/W,\|\omega\|<W\\0,\|\omega\|>W\end{cases}$	
√	$e^{-at}u(t),\mathrm{Re}\{a\}>0$	$\frac{1}{a+j\omega}$	$\frac{1}{\tau-jt}$	$2\pi e^{-\tau\omega}u(\omega),\tau>0$	
	$e^{-a\|t\|},\mathrm{Re}\{a\}>0$	$\frac{2a}{\omega^2+a^2}$	$\frac{\tau}{t^2+\tau^2}$	$\pi e^{-\tau\|\omega\|},\tau>0$	
√	$e^{-at}\cos\omega_0 tu(t),\mathrm{Re}\{a\}>0$	$\frac{a+j\omega}{(a+j\omega)^2+\omega_0^2}$			
√	$e^{-at}\sin\omega_0 tu(t),\mathrm{Re}\{a\}>0$	$\frac{\omega_0}{(a+j\omega)^2+\omega_0^2}$			
	$te^{-at}u(t),\mathrm{Re}\{a\}>0$	$\frac{1}{(a+j\omega)^2}$	$\frac{1}{(\tau-jt)^2},\tau>0$	$2\pi\omega e^{-\tau\omega}u(\omega)$	
	$\frac{t^{k-1}e^{-at}}{(k-1)!}u(t),\mathrm{Re}\{a\}>0$	$\frac{1}{(a+j\omega)^k}$			
√	$\delta_T(t)=\sum_{l=-\infty}^{+\infty}\delta(t-lT)$	$\frac{2\pi}{T}\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\delta(\omega-k\frac{2\pi}{T})$			
√	$e^{-(\frac{t}{\tau})^2}$	$\sqrt{\pi}\tau e^{-(\frac{\omega\tau}{2})^2}$			
√	$[u(t+\frac{\tau}{2})-u(t-\frac{\tau}{2})]\cos\omega_0 t$	$\frac{\tau}{2}[Sa\frac{(\omega+\omega_0)\tau}{2}+Sa\frac{(\omega-\omega_0)\tau}{2}]$			
	$\sum_{k=-\infty}^{+\infty}F_k e^{jk\omega_0 t}$	$2\pi\sum_{k=-\infty}^{+\infty}F_k\delta(\omega-k\omega_0)$			

连续傅里叶变换性质及其对偶关系

$$f(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}F(\omega)e^{j\omega t}d\omega \qquad F(\omega)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(t)e^{-j\omega t}dt$$

$$f(0)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}F(\omega)d\omega \qquad F(0)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(t)dt$$

连续傅里叶变换对					相对偶的连续傅里叶变换对		
重要	名称	连续时间函数 $f(t)$	傅里叶变换 $F(\omega)$	名称	连续时间函数 $f(t)$	傅里叶变换 $F(\omega)$	重要
√	线性	$\alpha f_1(t)+\beta f_2(t)$	$\alpha F_1(\omega)+\beta F_2(\omega)$				
√	尺度比例变换	$f(at), a\neq 0$	$\frac{1}{\lvert a\rvert}F(\frac{\omega}{a})$				
	对偶性	$f(t)$	$g(\omega)$		$g(t)$	$2\pi f(-\omega)$	√
√	时移	$f(t-t_0)$	$F(\omega)e^{-j\omega t_0}$	频移	$f(t)e^{j\omega_0 t}$	$F(\omega-\omega_0)$	√
	时域微分性质	$\frac{d}{dt}f(t)$	$j\omega F(\omega)$	频域微分性质	$-jtf(t)$	$\frac{d}{d\omega}F(\omega)$	√
	时域积分性质	$\int_{-\infty}^{t}f(\tau)d\tau$	$\frac{F(\omega)}{j\omega}+\pi F(0)\delta(\omega)$	频域积分性质	$\frac{f(t)}{-jt}+\pi f(0)\delta(t)$	$\int_{-\infty}^{\omega}F(\sigma)d\sigma$	
√	时域卷积性质	$f(t)*h(t)$	$F(\omega)H(\omega)$	频域卷积性质	$f(t)p(t)$	$\frac{1}{2\pi}F(\omega)*P(\omega)$	√
√	对称性	$f(-t)$ $f^*(t)$ $f^*(-t)$	$F(-\omega)$ $F^*(-\omega)$ $F^*(\omega)$	奇偶虚实性质	$f(t)$是实函数 $f_o(t)=Od\{f(t)\}$ $f_e(t)=Ev\{f(t)\}$	 $j\,\mathrm{Im}\{F(\omega)\}$ $\mathrm{Re}\{F(\omega)\}$	
	希尔伯特变换	$f(t)=f(t)u(t)$	$F(\omega)=R(\omega)+jI(\omega)$ $R(\omega)=I(\omega)*\frac{1}{\pi\omega}$				
√	时域抽样	$f(t)\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\delta(t-nT)$	$\frac{1}{T}\sum_{k=-\infty}^{+\infty}F(\omega-k\frac{2\pi}{T})$	频域抽样	$\frac{1}{\omega_0}\sum_{n=-\infty}^{+\infty}f(t-n\frac{2\pi}{\omega_0})$	$F(\omega)\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\delta(\omega-k\omega_0)$	
√	帕什瓦尔公式	$\int_{-\infty}^{\infty}\lvert f(t)\rvert^2dt=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\lvert F(\omega)\rvert^2d\omega$					

取反----------取反

共轭----共轭取反

共轭取反----共轭

基本的离散傅里叶级数对

$$f(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}F(\omega)e^{j\omega t}d\omega \qquad F(\omega)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(t)e^{-j\omega t}dt$$

$$f(0)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}F(\omega)d\omega \qquad F(0)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(t)dt$$

离散傅里叶级数对			相对偶的离散傅里叶级数对		
重要	周期 N 的序列 $\tilde{f}[n]$	傅里叶级数系数 $\tilde{F}_k$	周期 N 的序列 $\tilde{f}[n]$	傅里叶级数系数 $\tilde{F}_k$	重要
√					
√					
					√
√					√
					√
√					√
√					
√					
√					

双边拉氏变换对与双边 Z 变换对的类比关系

$$F(s)=\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)e^{-st}dt \qquad\qquad F(z)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty} f[n]z^{-n}$$

双边拉氏变换对			双边 Z 变换对		
重要	连续时间函数 $f(t)$	像函数 $F(s)$ 和收敛域	离散时间序列 $f[n]$	像函数 $F(z)$ 和收敛域	重要
√	$\delta(t)$	1,整个 s 平面	$\delta[n]$	1，整个 Z 平面	√
	$\delta^{(k)}(t)$	s^k，有限 s 平面	$\Delta^k\delta[n]$	$(1-z^{-1})^k$，$\lvert z\rvert>0$	
√	$u(t)$	$1/s$，$\mathrm{Re}\{s\}>0$	$u[n]$	$1/(1-z^{-1})$，$\lvert z\rvert>1$	√
√	$tu(t)$	$1/s^2$，$\mathrm{Re}\{s\}>0$	$(n+1)u[n]$	$1/(1-z^{-1})^2$，$\lvert z\rvert>1$	√
	$\dfrac{t^{k-1}}{(k-1)!}u(t)$	$\dfrac{1}{s^k}, \mathrm{Re}\{s\}>0$	$\dfrac{(n+k-1)!}{n!(k-1)!}u[n]$	$1/(1-z^{-1})^k$，$\lvert z\rvert>1$	
	$-u(-t)$	$1/s$，$\mathrm{Re}\{s\}<0$	$-u[-n-1]$	$1/(1-z^{-1})$，$\lvert z\rvert<1$	
	$-tu(-t)$	$1/s^2$，$\mathrm{Re}\{s\}<0$	$-(n+1)u[-n-1]$	$1/(1-z^{-1})^2$，$\lvert z\rvert<1$	
	$-\dfrac{t^{k-1}}{(k-1)!}u(-t)$	$\dfrac{1}{s^k}, \mathrm{Re}\{s\}<0$	$-\dfrac{(n+k-1)!}{n!(k-1)!}u[-n-1]$	$1/(1-z^{-1})^k$，$\lvert z\rvert<1$	
√	$e^{-at}u(t)$	$\dfrac{1}{s+a}, \mathrm{Re}\{s\}>\mathrm{Re}(-a)$	$a^n u[n]$	$1/(1-az^{-1})$，$\lvert z\rvert>\lvert a\rvert$	√
√	$te^{-at}u(t)$	$\dfrac{1}{(s+a)^2}, \mathrm{Re}\{s\}>\mathrm{Re}(-a)$	$(n+1)a^n u[n]$	$1/(1-az^{-1})^2$，$\lvert z\rvert>\lvert a\rvert$	
	$\dfrac{t^{k-1}}{(k-1)!}e^{-at}u(t)$	$\dfrac{1}{(s+a)^k}, \mathrm{Re}\{s\}>\mathrm{Re}(-a)$	$\dfrac{(n+k-1)!}{n!(k-1)!}a^n u[n]$	$1/(1-az^{-1})^k$，$\lvert z\rvert>\lvert a\rvert$	
	$-e^{-at}u(-t)$	$\dfrac{1}{s+a}, \mathrm{Re}\{s\}<\mathrm{Re}(-a)$	$-a^n u[-n-1]$	$1/(1-az^{-1}), \lvert z\rvert<\lvert a\rvert$	
	$-\dfrac{t^{k-1}}{(k-1)!}e^{-at}u(-t)$	$\dfrac{1}{(s+a)^k}, \mathrm{Re}\{s\}<\mathrm{Re}(-a)$	$-\dfrac{(n+k-1)!}{n!(k-1)!}a^n u[-n-1]$	$1/(1-az^{-1})^k, \lvert z\rvert<\lvert a\rvert$	
√	$\cos\omega_0 tu(t)$	$\dfrac{s}{s^2+\omega_0^2}$，$\mathrm{Re}\{s\}>0$	$\cos\Omega_0 nu[n]$	$\dfrac{1-(\cos\Omega_0)z^{-1}}{1-(2\cos\Omega_0)z^{-1}+z^{-2}}$	√
√	$\sin\omega_0 tu(t)$	$\dfrac{\omega_0}{s^2+\omega_0^2}$，$\mathrm{Re}\{s\}>0$	$\sin\Omega_0 nu[n]$	$\dfrac{(\sin\Omega_0)z^{-1}}{1-(2\cos\Omega_0)z^{-1}+z^{-2}}$	√
√	$e^{-at}\cos\omega_0 tu(t)$	$\dfrac{s}{(s+a)^2+\omega_0^2}$，$\mathrm{Re}\{s\}>-a$	$a^n\cos\Omega_0 nu[n]$	$\dfrac{1-(a\cos\Omega_0)z^{-1}}{1-(2a\cos\Omega_0)z^{-1}+z^{-2}}$	
√	$e^{-at}\sin\omega_0 tu(t)$	$\dfrac{\omega_0}{(s+a)^2+\omega_0^2}$，$\mathrm{Re}\{s\}>-a$	$a^n\sin\Omega_0 nu[n]$	$\dfrac{(a\sin\Omega_0)z^{-1}}{1-(2a\cos\Omega_0)z^{-1}+z^{-2}}$	
	$e^{-a\lvert t\rvert}$，$\mathrm{Re}\{a\}>0$	$\dfrac{-2a}{s^2-a^2}$，$\mathrm{Re}\{a\}>\mathrm{Re}\{s\}>\mathrm{Re}\{-a\}$	$a^{\lvert n\rvert}$，$\lvert a\rvert<1$	$\dfrac{(a-a^{-1})z^{-1}}{(1-az^{-1})(1-a^{-1}z^{-1})}$，$\lvert a\rvert<\lvert z\rvert<\lvert 1/a\rvert$	
	$e^{-a\lvert t\rvert}\mathrm{sgn}(t)$，$\mathrm{Re}\{a\}>0$	$\dfrac{2s}{s^2-a^2}$，$\mathrm{Re}\{a\}>\mathrm{Re}\{s\}>\mathrm{Re}\{-a\}$	$a^{\lvert n\rvert}\mathrm{sgn}[n]$，$\lvert a\rvert<1$	$\dfrac{1-z^{-2}}{(1-az^{-1})(1-a^{-1}z^{-1})}$，$\lvert a\rvert<\lvert z\rvert<\lvert 1/a\rvert$	