Beldi Darius Vlad
grupa 142

Conice - Tabel, denumiri, invarianți, desene

Def: Conicele sunt figuri (curbe) plane. Pentru a introduce aceste figuri considerăm un plan raportat la un reper cartezian prin care planul se identifică cu $\mathbb{R}^2$. Modelul $\mathbb{R}^2$. Modelul $\mathbb{R}^2$ permite descrierea figurilor cu ajutorul ecuațiilor și inecuațiilor acestor funcții.

Fie forma pătratică afină (polinom de gradul 2 cu necunoscutele x și y) : $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$

$$f(x,y) = a_{11}x^2 + 2a_{12}xy + a_{22}y^2 + 2a_{10}x + 2a_{20}y + a_{11}^2 + a_{12}^2 + a_{22}^2 \neq 0$$

Mulțimea $\Gamma = \{ M(x,y) \mid (x,y) \in \mathbb{R}^2, f(x,y) = 0 \}$ se numește conică sau curbă algebrică de ordinul al doilea. Atașăm următoarele numere polinomului:

$f(x,y)$:

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{10} \\ a_{12} & a_{22} & a_{20} \\ a_{10} & a_{20} & a_{00} \end{vmatrix}$$

$$\delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$$

Este adevărat că Δ, δ, I își păstrează valoarea la schimbarea reperului. De aceea Δ, δ, I se numesc invarianții metrici ai conicei. K este invariant doar la rotații și se numește semi-invariant metric al conicei.

Clasificare conice:

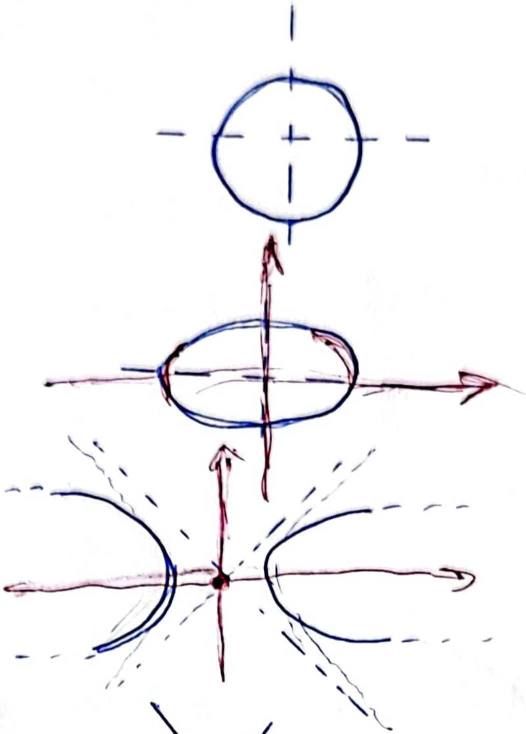
δ	Δ	$I\Delta$	K	Conica	gen
>0	$\neq 0$	<0		eclipsă	eliptic
	$\neq 0$	>0		conică vidă	
	$=0$			punct (dublu)	
<0	$\neq 0$			hiperbolă	hiperbolic
	$=0$			pereche de drepte concurente	
$=0$	$\neq 0$			parabolă	parabolic
	$=0$		<0	pereche de drepte paralele	
			$=0$	-"- confundate	
			>0	conică vidă	

Concluzii

- Invariantul δ ne dă genul conicei
- Δ ne dă degenerarea ($\Delta \neq 0 \Rightarrow$ conică nedegenerată, $\Delta = 0 \Rightarrow$ conică degenerată)
- $\delta < 0 \Rightarrow I = 0 \Rightarrow$ hiperbolă echilaterală (asimptotele sunt perpendiculare), iar în cazul degenerat la o pereche de drepte $\perp$

Denumire și ecuații:

- **cerc** $x^2+y^2=r^2$



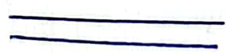
- **elipsă** $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$

- **hiperbolă** $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$

- **O pereche de drepte concurente** $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=0$

- **O pereche de drepte confundate** $x^2=0$

- **O pereche de drepte paralele** $x^2-a^2=0$



- **O mulțime vidă** $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+1=0$

sau

$x^2+a^2=0$