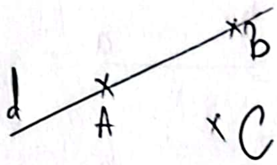
Belli Darius Vlad
grupa 142

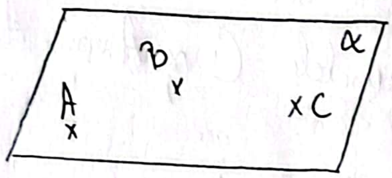
Geometrie euclidiană plană și tridimensională. Axiomele

I Axiomele de incidență

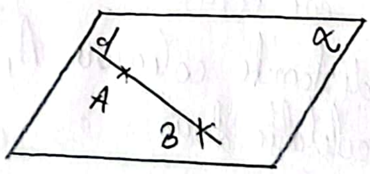
- prin 2 puncte distincte trece o dreaptă, și numai una
- orice dreaptă are cel puțin două puncte distincte
- există 3 puncte necoliniare



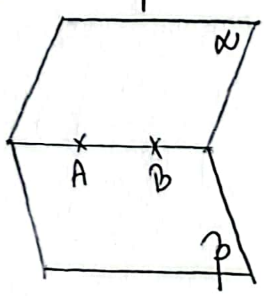
- Există planul α ce trece prin 3 puncte necoliniare A, B, C ; acestea determină planul α, și doar pe acesta



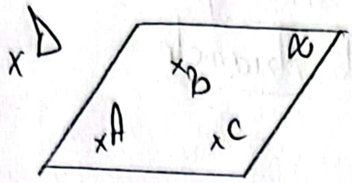
- dacă două puncte A, B ale dreptei d sunt situate pe planul α atunci fiecare punct al dreptei d este situat pe planul α



- dacă două plane α, β au un punct comun A, atunci ele mai au cel puțin un punct comun B

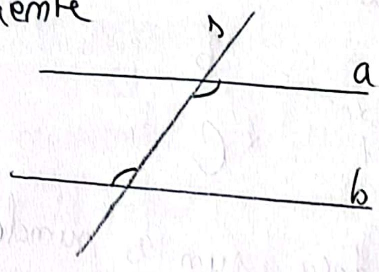


• există cel puțin 4 puncte necoplanare



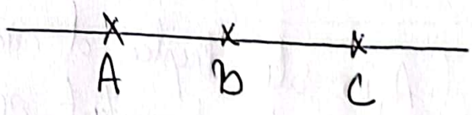
II Axiomele de paralelism

• două drepte sunt paralele dacă ~~au~~ nu au puncte de incidență între ele
• orice secantă s formează cu dreptele paralele a, b unghiuri alterne interne congruente

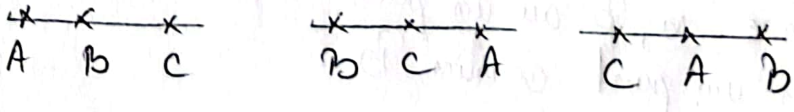


III Axiomele de ordine

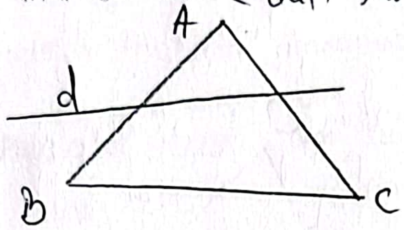
• dacă un punct B este situat între punctele A și C, atunci punctul B este situat între punctele C și A și A, B, C sunt puncte distincte coliniare



• Oricare ar fi două puncte distincte A și B, există cel puțin un punct astfel încât punctul B este situat între punctele A și C
• Oricare ar fi trei puncte distincte coliniare A, B, C, unul și numai unul este situat între celelalte două



• dacă dreapta d este situată în planul (ABC) al $\triangle ABC$ și nu trece prin niciunul dintre vârfurile A, B, C ale $\triangle ABC$, dar intersectează o latură a $\triangle ABC$, atunci dreapta d intersectează încă una și numai una din laturile $\triangle ABC$

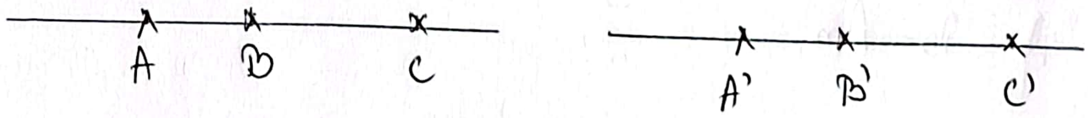


IV Axiomele de congruență

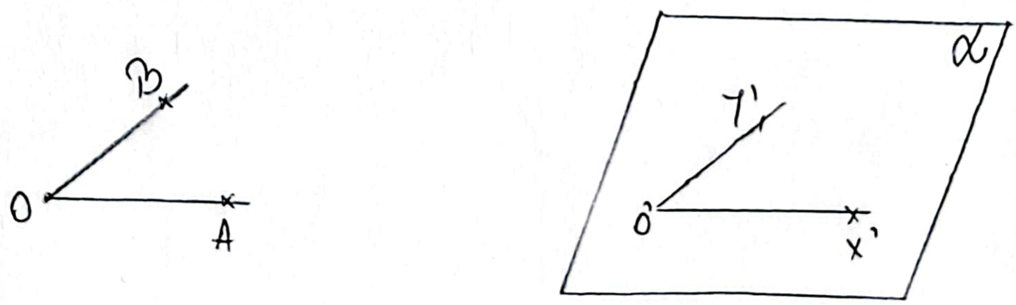
• fiind date segmentul AB și semidreapta cu originea sa în A', există un punct B' situat pe această semidreaptă astfel încât $[AB] \equiv [A'B']$

• dacă $[AB] \equiv [A'B']$ și $[AB] \equiv [A''B'']$ atunci $[A'B'] \equiv [A''B'']$

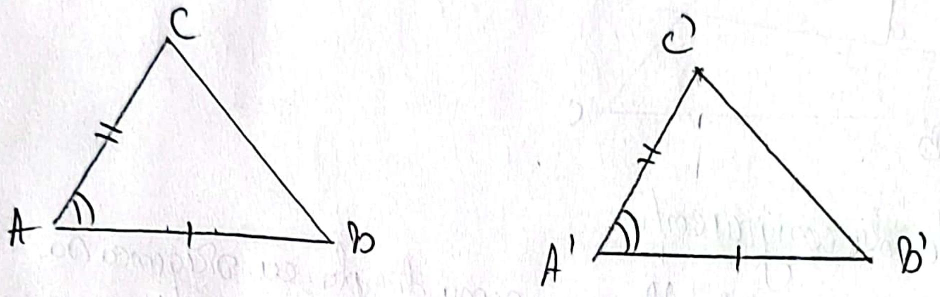
• dacă punctul B se află între punctele A și C, punctul B' se află între A' și C', $[AB] \equiv [A'B']$ și $[BC] \equiv [B'C']$ atunci $[AC] \equiv [A'C']$



• fie $\sphericalangle AOB$, dreapta d și O'x' o semidreaptă a dreptei d cu originea în punctul O'. Atunci, în semiplanul α există o unică semidreaptă O'y' astfel încât $\sphericalangle AOB \equiv \sphericalangle x'O'y'$.



o dacă pentru triunghiurile ABC și A'B'C' au loc relațiile $[AB] \equiv [A'B']$, $[AC] \equiv [A'C']$, $\sphericalangle BAC \equiv \sphericalangle B'A'C'$ atunci are loc relația $\sphericalangle ABC \equiv \sphericalangle A'B'C'$, sau, schimbăm relațiile $\sphericalangle ACB \equiv \sphericalangle A'C'B'$



V Axiomele de continuitate

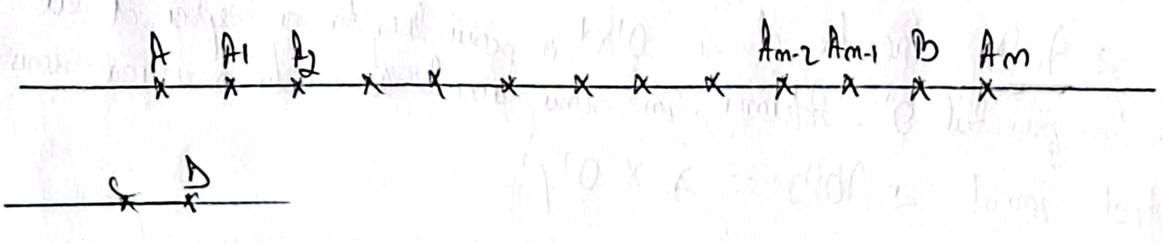
o fie segmentele AB și CD astfel încât $(AB) > (CD)$. Atunci pe dreapta AB există un număr finit de puncte $A_1, A_2 \ldots A_m$ astfel încât au loc relațiile:

a) $A - A_1 - A_2$, $A_1 - A_2 - A_3, \ldots, A_{m-2} - A_{m-1} - A_m$

b) $(AA_1) \equiv (A_1A_2) \equiv \ldots \equiv (A_{m-1}, A_m) \equiv (CD)$

c) $A - B - A_m$

obs: $A - B - C$ semnifică faptul că $B \in (AC)$



• Fie pe o dreaptă oarecare d un șir infinit de segmente $(A_1B_1), (A_2B_2), \dots (A_nB_n) \dots$ cu proprietățile:

a) $(A_iB_i) \supset (A_{i+1}B_{i+1}) \ \forall i \in \mathbb{N}$

b) nu există niciun segment inclus în toate segmentele șirului

atunci pe dreapta d există un singur punct care aparține fiecărui segment din acest șir

BIBLIOGRAFIE

MATH. MD, MANUAL MATEMATICĂ CLS A X-A - GEOMETRIE ȘI TRIGONOMETRIE. AUTORI: K. TELEMAN, M. FLORESCU, C. RĂDULESCU, A. MORARU, E STĂTESCU

Belbe Darius Vlad
grupa 142

Axiomele geometriei euclidiene plane

Axiomele reprezintă propoziții cu caracter de ipoteză (nu se demonstrează), care descriu legătura dintre noțiunile și relațiile primare. O parte de bază a matematicii o reprezintă combinarea diferitelor axiome pentru a demonstra rezultate mai complexe folosind regulile logicii.

Matematicianul grec Euclid, numit adesea și părintele geometriei a enunțat cele 5 axiome ale geometriei.

1) Oricare două puncte pot fi unite printr-un segment de dreaptă
2) Orice segment de dreaptă poate fi extins într-o dreaptă infinită
3) Fiind date un punct P și o distanță r, se poate trasa un cerc cu centrul P și raza r.
4) Toate unghiurile drepte sunt congruente între ele.
5) Dacă o linie dreaptă care taie alte două linii drepte determină pe aceeași parte unghiuri interne mai mici decât două unghiuri drepte, acestea se vor întâlni pe latura în care cele două unghiuri sunt mai mici decât două unghiuri drepte.

Hilbert a rafinat axiomele 1) și 5) astfel:

1) Pentru oricare două puncte diferite, există o linie care conține aceste 2 puncte, iar această linie este unică
5) Pentru orice linie L și punctul P care nu se află pe L, există o linie prin P care nu întâlnește L și aceasta este unică („Postulat Paralel")