Beldi Darius Vlad
grupa 142

Axiomele geometriei euclidiene tridimensionale (Hilbert-Euclid)

Sistemul axiomal Hilbert:

$SH = < E_3$, drepte, plane, $\in, \in, -, -, \equiv, \equiv$, $i-v >$

$T(SH)$ = geometria euclidiană a spațiului

$[SH]$ = spațiul euclidian tridimensional

Axiomele Hilbert sunt împărțite în 5 grupe:

I Axiomele de incidență (se referă la $\in$)
II Axiomele de ordine (se referă la $-, -$)
III Axiomele de congruență (se referă la $\equiv$)
IV Axiomele de continuitate
V Axioma paralelelor

I Axiomele de incidență (d - dreaptă, π - plan)

1) $\forall A, B$ cu $A \neq B$ $\exists !$ d a.î. $A, B \in d$
2) $\forall d$ $\exists A, B \in d$ cu $A \neq B$
3) $\exists A, B, C$ necoliniare
4) $\forall A, B, C$ necoliniare $\exists !$ π a.î. $A, B, C \in \pi$
5) $\forall \pi$ $\exists A \in \pi$
6) Dacă $\exists A, B \in d \Rightarrow A, B \in \pi$
7) Fie α, β și A a.î. $A \in \alpha$ și $A \in \beta \Rightarrow \exists B \neq A$ a.î. $B \in \alpha$ și β
8) $\exists A, B, C, D$ necoplanare

II Axiomele de ordine : $(AB) = \{M ; A-M-B\}$ seg deschis la capetele A, B

1) Dacă are loc $A-B-C \Rightarrow A, B, C$ coliniare, distincte și $C-B-A$

2) $(\forall)$ A, B cu $A \neq B$ $\exists$ C, D, E a.î. $C-A-B$, $A-D-B$, $A-B-E$

$\Rightarrow (AB) \neq \emptyset$

3) A, B, C distincte și coliniare $\Rightarrow$ există una și doar una din situațiile $A-B-C$, $A-C-B$, $C-A-B$

4) Fie A, B, C necoliniare și $d \subset (ABC)$ ce nu conține vârfurile $\triangle ABC$. Dacă d separă B și C $\Rightarrow$ d separă A și B (d separă A și C)

III Axiomele de congruență

1) Dat segmentul $[AB]$ și semidreapta $(A'x$, $\exists!\ B' \in (A'x$ a.î. $[AB] \equiv [A'B']$

2) Congruența segmentelor e o relație de echivalență

3) Dacă avem $A-B-C$ și $A'-B'-C'$ a.î. $[AB] \equiv [A'B']$ și $[AC] \equiv [A'C']$ $\Rightarrow [BC] \equiv [B'C']$

4) Fie $\sphericalangle AOB$, dreapta d, semiplanul π' delimitat de d în planul π și semidreapta $(dx$ pe pe d $\Rightarrow \exists!$ semidreapta $O'y$ în π' a.î. $\sphericalangle AOB \equiv \sphericalangle xO'y$

V Axiomele paralelelor

1) $d \parallel a,\ a \subset p \Rightarrow d \parallel p$ sau $d \subset p$

2) $d \parallel p,\ d \subset q \Rightarrow p \parallel q$ sau $(p \cap q) \parallel d$

3) $d \parallel p,\ A \in p,\ a \parallel d,\ A \in a \Rightarrow a \subset p$

4) $p \parallel d,\ q \parallel d,\ p \cap q = a \Rightarrow d \parallel a$

5) $p \parallel q,\ p \cap r \Rightarrow q \cap r \neq \emptyset,\ (q \cap r) \parallel a$

6) $p \neq q,\ p \parallel r,\ q \parallel r \Rightarrow p \parallel q$

7) $d \parallel d',\ d \parallel d'',\ d' \neq d'' \Rightarrow d' \parallel d''$

BIBLIOGRAFIE

MANUAL PENTRU CLASA A X-A: GEOMETRIE şi TRIGONOMETRIE

AUTORI: K. TELEMAN, M. FLORESCU, A. MORARU, C. RĂDUCESCU

E. STĂNESCU