## Data Mining In Action

## Ансамбли моделей

Александр Самойлов @asamoylov s3ng@yandex.ru



## О чем поговорим

- Смещение и разброс (bias / variance)
- Композиция алгоритмов
- Бутстрап (bootstrap) и бэггинг (bagging)
- Бустинг (boosting)
- Блендинг (blending)
- Стэкинг (stacking)

## Смещение и разброс. Минутка математики

Предположим, что у нас существует зависимость  $y \equiv y(x) = f(x) + \varepsilon$ 

Она не совсем точная - есть шум, распределенный нормально  $\mathcal{E} \sim \mathrm{norm}(0,\sigma^2)$ 

Мы построили алгоритм a = a(x), хотим оценить мат.ожидание квадрата отклонения его ответа от истины

$$E(y-a)^{2} = E(y^{2} + a^{2} - 2ya) =$$

$$= E y^{2} - (E y)^{2} + (E y)^{2} + E a^{2} - (E a)^{2} + (E a)^{2} - 2f E a =$$

$$= D y + D a + (E y)^{2} + (E a)^{2} - 2E ya =$$

$$= D y + D a + f^{2} + (E a)^{2} - 2f E a =$$

$$= D y + D a + (E(f - a))^{2} = \sigma^{2} + \text{variance}(a) + \text{bias}^{2}(f, a)$$

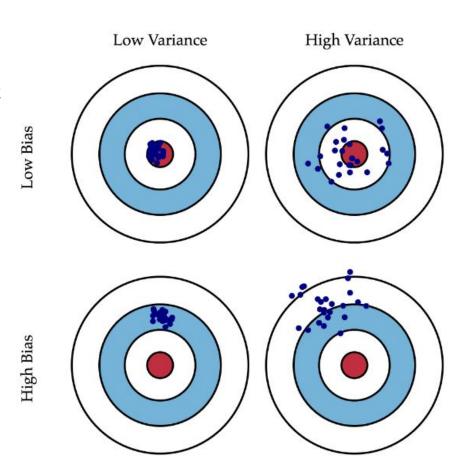
## Смещение и разброс

Неустранимая ошибка - шум в данных

Разброс (variance) - дисперсия ответов алгоритма  $\mathrm{D} a$ 

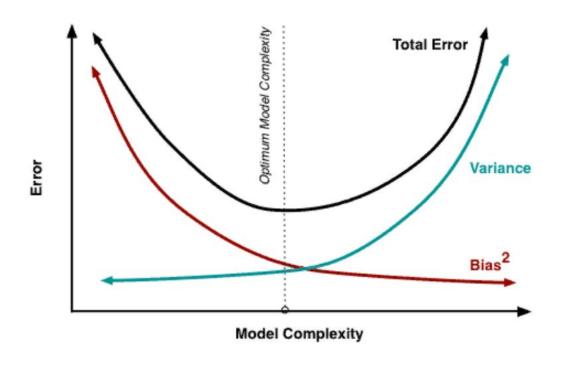
**Смещение** *(bias)* - мат.ожидание разности ответа алгоритма и истинного значения  $\mathrm{E}(f-a)$ 

Надо что-то с этим делать



## Смещение и разброс

В зависимости от сложности модели смещение и разброс варьируются. Нужен оптимум



## Композиция алгоритмов. Ансамбль

По Ю.И.Журавлеву

**Опр. 1.1.** Композицией T алгоритмов  $a_t(x) = C(b_t(x)), t = 1, ..., T$  называется суперпозиция алгоритмических операторов  $b_t \colon X \to R$ , корректирующей операции  $F \colon R^T \to R$  и решающего правила  $C \colon R \to Y$ :

$$a(x) = C(F(b_1(x), \dots, b_T(x))), \quad x \in X.$$

$$(1.1)$$

а - композиция алгоритмов

 $b: X \to R$  - алгоритмический оператор или базовый алгоритм

R - пространство оценок

 $F(b_1,..,b_T)$  - отображение из X в R

Говоря простым языком, исходные объекты отображаются в пространство оценок, оценки агрегируются и преобразуются решающим правилом в ответ, но сами оценки это не ответ

## Композиция алгоритмов. Примеры

Теорема Кондорсе о присяжных

- равная вероятность правильного выбора для всех
- голосование честное, никто не ведет себя стратегически
- все принимают решение независимо

$$\mu = \sum_{i=m}^N C_N^i p^i (1-p)^{N-i}$$

Мудрость толпы: в 1906 году 800 человек пытались угадать вес быка (1198 фунтов) на одном из рынков, никто не угадал, но после усреднения всех вариантов получилось 1197 фунтов

## All three are correct 0.7 \* 0.7 \* 0.7

Two are correct

$$= 0.4409$$

= 0.3429

Two are wrong

$$= 0.189$$

All three are wrong

$$= 0.027$$

## Общие идеи

Давайте применять все это в машинном обучении

- усреднение
- линейные комбинации
- смеси экспертов
- бустинг
- стэкинг
- логические правила
- ...

По наблюдениям ансамбли работают <u>лучше</u>, если его <u>компоненты</u> (отображения, базовые алгоритмы) <u>различны</u>, еще лучше - если <u>исправляют ошибки друг друга</u>

## Источники разнообразия

## Предобработка

- декомпозиция данных: по признакам / по объектам
- различные преобразования признаков
  log sqrt tf-idf PCA NMF tSNE Encoder-Decoder W2V FastText BERT MeanEncoding OHE
- комбинация групп и преобразований

#### Сэмплирование

- по объектам (bootstrap, undersampling, oversampling)
- по признакам (RSM)

## Источники разнообразия

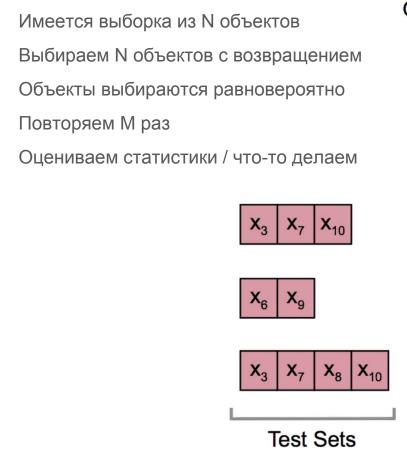
Алгоритмы одного семейства с разными параметрами

- глубина дерева
- число соседей
- число слоев нейронов / число нейронов / оптимизатор
- параметры регуляризации
- число латентных факторов
- что еще?

#### Разные семейства алгоритмов

- линейные модели
- наивный байес
- факторизационные машины
- деревья
- unsupervised learning
- нейронные сети (разная топология)
- что еще?

## Bootstrap и bagging. Bootstrap



Original Dataset

Bootstrap 1

Bootstrap 2

Bootstrap 3

 $X_8 X_6 X_2 X_9$ 

 $X_3$ 

 $X_2$ 

 $X_5$ 

 $X_{4}$ 

**X**<sub>5</sub> **X**<sub>8</sub>

 $X_6$ 

x x 1

 $X_7$ 

X<sub>4</sub>

X<sub>8</sub>

x<sub>8</sub> x

 $X_2 X_4$ 

**X**<sub>2</sub>

 $X_4$ 

**X**<sub>6</sub> **X**<sub>9</sub>

. 0 - 4 -

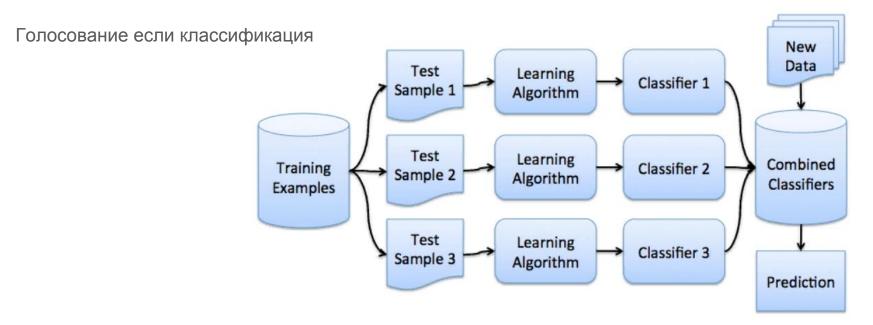
Training Sets

С помощью bootstrap генерируем n выборок

Обучаем независимо столько же моделей

Усредненные оценки алгоритмов = предсказание

$$a(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n b_i(x)$$



Наиболее простой и достаточно мощный метод

# $a(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} b_i(x)$

 $\sum \alpha_t b_t(x), \quad x \in X, \quad \alpha_t \in \mathbb{R}$ 

#### Особенно хорошо работает, если

- в базовых алгоритмах есть случайность
- используется семплирование
- базовые алгоритмы из разных семейств

#### Вариации

- взвешенное среднее
- ограничения на коэффициенты (неотрицательность, нормировка)
- усреднение порядков (если в разных шкалах или если I2r-задача)

Почему работает?

## Bootstrap и bagging. Минутка математики

Пусть есть базовые алгоритмы и их композиция  $a(x)=rac{1}{n}\sum_{i=1}^n b_i(x)$ 

Поищем среднеквадратичную ошибку 
$$E_n = E_x \left( rac{1}{n} \sum_{i=1}^n b_i(x) - y(x) 
ight)^2$$
  $= E_x \left( rac{1}{n} \sum_{i=1}^n arepsilon_i 
ight)^2$   $= rac{1}{n^2} E_x \left( \sum_{i=1}^n arepsilon_i^2(x) + \sum_{i 
eq j} arepsilon_i(x) arepsilon_j(x) 
ight)$   $= rac{1}{n} E_1$ 

Позволяет снизить разброс (variance)

#### Плюсы:

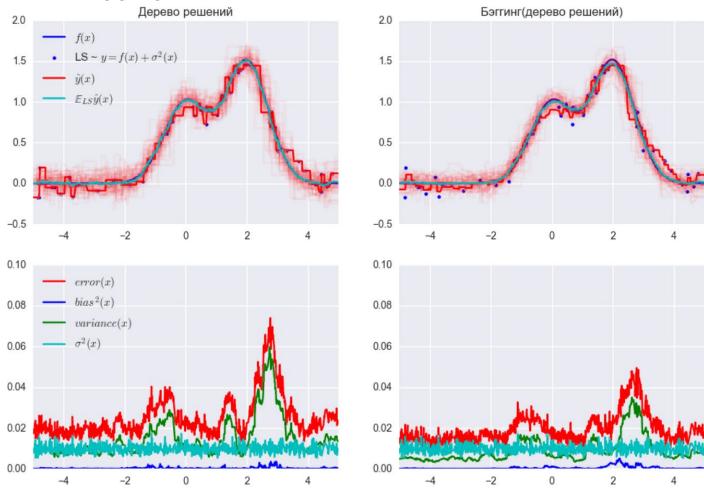
- легко реализовать
- эффективен
- снижает разброс
- предотвращает переобучение

#### Минусы:

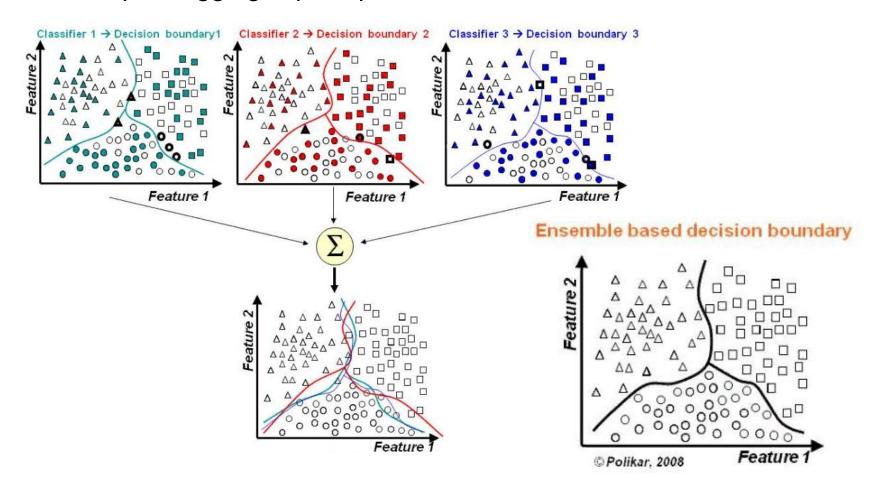
- довольно простой класс отображений

Кооэффициенты смеси (веса) можно подбирать по лидерборду

## Bootstrap и bagging. Примеры



## Bootstrap и bagging. Примеры



## Bootstrap и bagging. Примеры

Стандартный метод

DecisionTree + сэмплирование + усреднение ~= RandomForest

kaggle-avito-prohibited-content

kNN + линейная модель = решение в топ5

kaggle-malware

xgboost + oversample(a=7) + усредение

kaggle-tube-pricing

NN + dropout\dropconnect + усреденение

любой конкурс

xgboost + сэмплирование(subsample, colsample\_bytree) + усреднение

## Boosting

Это метод взвешенного усреднения моделей

Новые базовые алгоритмы строятся последовательно

Новые алгоритмы опираются на предыдущие, пытаясь улучшить качество

Rownum	х0	x1	x2	х3	у
0	0.94	0.27	0.80	0.34	1
1	0.84	0.79	0.89	0.05	1
2	0.83	0.11	0.23	0.42	1
3	0.74	0.26	0.03	0.41	0
4	0.08	0.29	0.76	0.37	0
5	0.71	0.76	0.43	0.95	1
6	0.08	0.72	0.97	0.04	0

## Boosting. Weight based

Rownum	х0	x1	x2	х3	у	pred	abs.error
0	0.94	0.27	0.80	0.34	1	0.80	0.20
1	0.84	0.79	0.89	0.05	1	0.75	0.25
2	0.83	0.11	0.23	0.42	1	0.65	0.35
3	0.74	0.26	0.03	0.41	0	0.40	0.40
4	0.08	0.29	0.76	0.37	0	0.55	0.55
5	0.71	0.76	0.43	0.95	1	0.34	0.66
6	0.08	0.72	0.97	0.04	0	0.02	0.02

## Boosting. Weight based

Rownum	х0	<b>x1</b>	x2	х3	у	pred	abs.error	weight
0	0.94	0.27	0.80	0.34	1	0.80	0.20	1.20
1	0.84	0.79	0.89	0.05	1	0.75	0.25	1.25
2	0.83	0.11	0.23	0.42	1	0.65	0.35	1.35
3	0.74	0.26	0.03	0.41	0	0.40	0.40	1.40
4	0.08	0.29	0.76	0.37	0	0.55	0.55	1.55
5	0.71	0.76	0.43	0.95	1	0.34	0.66	1.66
6	0.08	0.72	0.97	0.04	0	0.02	0.02	1.02

## Boosting. Weight based

Prediction = pred\_0\*eta + pred\_1\*eta + ... + pred\_N\*eta

Rownum	х0	x1	x2	х3	у	weight
0	0.94	0.27	0.80	0.34	1	1.20
1	0.84	0.79	0.89	0.05	1	1.25
2	0.83	0.11	0.23	0.42	1	1.35
3	0.74	0.26	0.03	0.41	0	1.40
4	0.08	0.29	0.76	0.37	0	1.55
5	0.71	0.76	0.43	0.95	1	1.66
6	0.08	0.72	0.97	0.04	0	1.02

Rownum	х0	x1	x2	х3	у	pred	err	or
0	0.94	0.27	0.80	0.34	1	0.80		0.20
1	0.84	0.79	0.89	0.05	1	0.75		0.25
2	0.83	0.11	0.23	0.42	1	0.65		0.35
3	0.74	0.26	0.03	0.41	0	0.40		-0.40
4	0.08	0.29	0.76	0.37	0	0.55		-0.55
5	0.71	0.76	0.43	0.95	1	0.34		0.66
6	0.08	0.72	0.97	0.04	0	0.02	-	-0.02

Rownum	х0	x1	x2	хЗ	у
0	0.94	0.27	0.80	0.34	0.2
1	0.84	0.79	0.89	0.05	0.25
2	0.83	0.11	0.23	0.42	0.35
3	0.74	0.26	0.03	0.41	-0.4
4	0.08	0.29	0.76	0.37	-0.55
5	0.71	0.76	0.43	0.95	0.66
6	0.08	0.72	0.97	0.04	-0.02

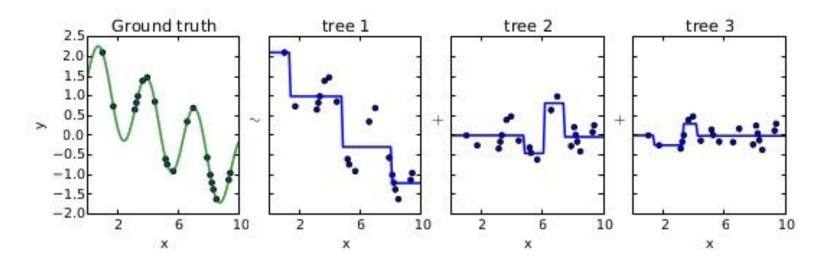
Prediction = prediction\_0 + pred\_1\*eta + ... + pred\_N\*eta

Rownum	х0	x1	x2	х3	у	new pred	old pred
0	0.94	0.27	0.80	0.34	0.2	0.15	0.80
1	0.84	0.79	0.89	0.05	0.25	0.20	0.75
2	0.83	0.11	0.23	0.42	0.35	0.40	0.65
3	0.74	0.26	0.03	0.41	-0.4	<b>-0</b> .30	0.40
4	0.08	0.29	0.76	0.37	-0.55	<b>-0</b> .20	0.55
5	0.71	0.76	0.43	0.95	0.66	0.24	0.34
6	0.08	0.72	0.97	0.04	-0.02	-0.01	0.02

Для примера 0: предсказание будет равным 0.15 + 0.8 = 0.95

Prediction = prediction\_0 + pred\_1\*eta + ... + pred\_N\*eta

## Residual fitting



Boosting

Почему бустинг работает?

сложнее чем усреднение или голосование?

Нельзя ли придумать для ансамблирования что-то

## Смеси экспертов

$$\sum_{t=1}^{T} g_t(x)b_t(x)$$

Это сумма взвешенных оценок алгоритмов

Bec gt - функция от положения в признаковом пространстве

Линейная комбинация - частный случай смеси экспертов (gt = const)

Как учить функции весов?

- ограничиться некоторым семейством функций
- подбирать параметры этого семейства

Важный частный случай -- линейное семейство весовых функций

## Feature-Weighted Linear Stacking

## Standard Linear Stacking

Настраиваем веса взвешенной суммы ответов базовых алгоритмов как линейную комбинацию нескольких специально отобранных признаков  $b(x) = \sum\limits_{i} w_{i} g_{i}(x)$ 

## Feature-Weighted Linear Stacking

Blended Prediction

$$v_{-11} \quad v_{-12} \quad v_{-21} \quad v_{-22} \quad v_{-31} \quad v_{-32}$$

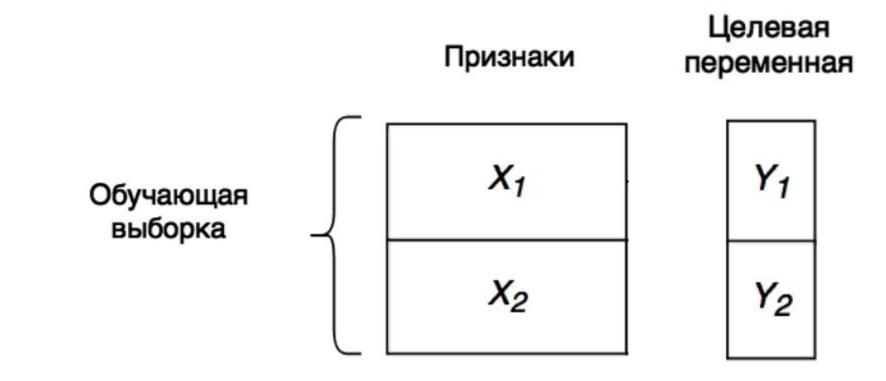
$$SVD*f_{-1} \quad SVD*f_{-2} \quad K-NN*f_{-1} \quad K-NN*f_{-2} \quad RBM*f_{-1} \quad RBM*f_{-2}$$

$$W_{i}(x) = \sum_{j} v_{ij} f_{j}(x), b(x) = \sum_{i,j} v_{ij} f(x) g(x)$$

Нельзя ли доверить ансамблирование другому алгоритму?

## Blending (Holdout stacking)

Делим выборку на две части



## Blending (Holdout stacking)

Делим выборку на две части

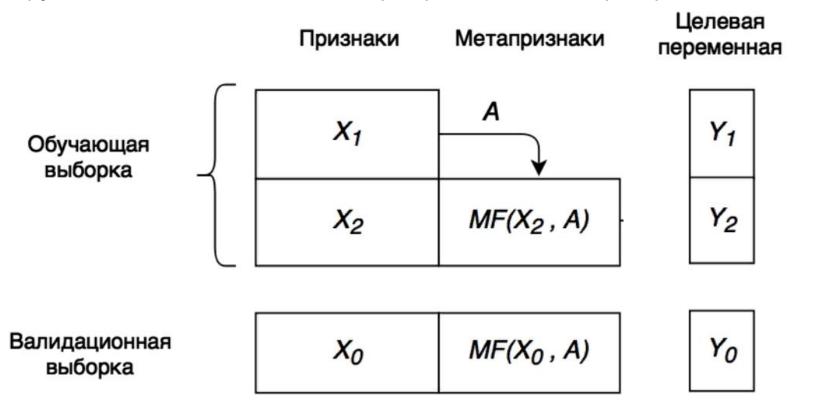
На одной обучаем базовые алгоритмы



## Blending (Holdout stacking)

Делим выборку на две части На одной обучаем базовые алгоритмы

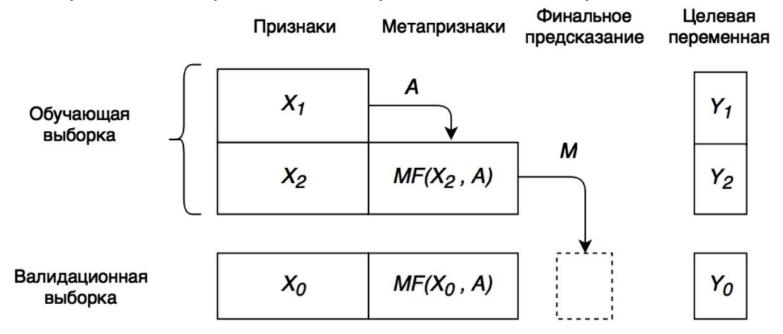
На другой части и на тестовой выборке рассчитываем пространство оценок



### Blending (Holdout stacking)

Делим выборку на две части На одной обучаем базовые алгоритмы На другой части и на тестовой выборке рассчитываем пространство оценок

#### На метапризнаках второй части настраиваем метаалгоритм



На метапризнаках теста получаем финальный ответ

Blending (Holdout stacking)

Что не так?

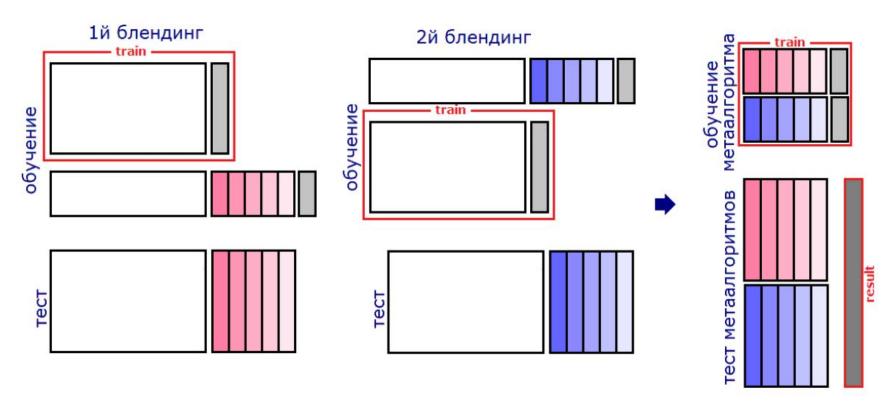
Blending (Holdout stacking)

Что не так?

Ни базовые алгоритмы, ни метаалгоритм не используют всю обучающую выборку

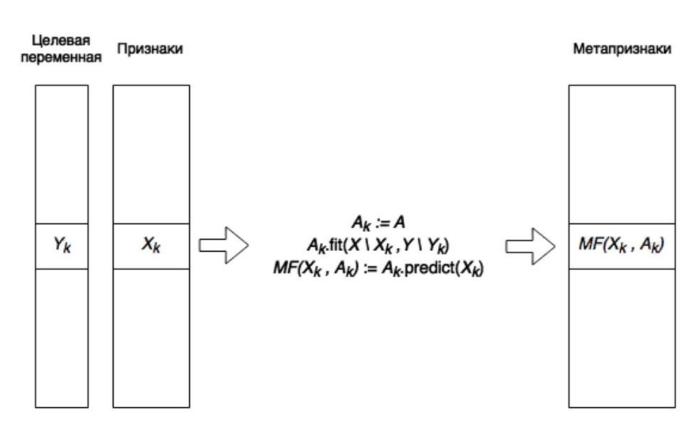
### Blending (Holdout stacking). Надо получше

- усредним несколько блендингов с разными разбиениями
- или сконкатенируем

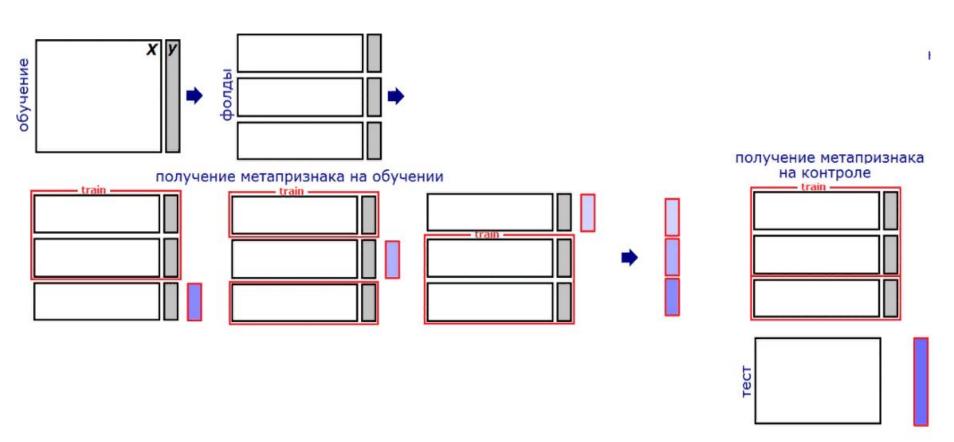


Боремся за использование всей обучающей выборки

Хотим метапризнаки



- разобьем выборку на фолды
- перебирая фолды обучаем базовый алгоритм на всех кроме одного
- на оставшемся получаем оценки (метапризнаки)
- для получения аналогичных оценок на тестовой выборке базовые алгоритмы обучают на всей обучающей выборке



Основная идея

пытаемся восстановить отображение  $F(b_1, ..., b_T)$  методами машинного обучения

Можем реализовывать нелинейные отображения

RF / GBM / NN

Один из самых эффективных способов

Самый трудоемкий

Легко переобучиться

аккуратно работаем с данными расчехляем методы регуляризации

Основная идея

пытаемся восстановить отображение  $F(b_1, ..., b_T)$  методами машинного обучения

Можем реализовывать нелинейные отображения

RF / GBM / NN

Один из самых эффективных способов

Самый трудоемкий

Легко переобучиться

аккуратно работаем с данными расчехляем методы регуляризации

#### Stacking. О разбиении данных

Нельзя допускать банальных ошибок обучение и валидация в каждый момент не должны пересекаться

Если данных было бы много - не было бы проблем их мало, пользуемся техникой аналогичной кроссвалидации

Обязателен честный holdout при тестировании идей хотя бы простое разбиение 40 / 30 / 30



#### Stacking. Еще полезно

Разбиение лучше держать фиксированным для всех моделей (5 < k < 10)

Можем переразбить фолды усреднить метапризнаки

Дополнительная регуляризация

добавим нормальный шум к оценкам / метапризнакам (обучение vs тест)

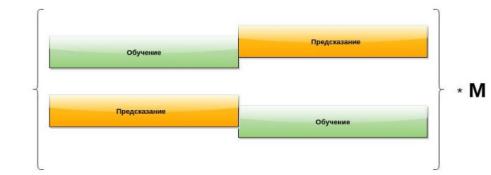
#### Out-of-fold(2)\*M

случайное разбиение каждый раз

на целевом множестве усредняем значение двух моделей для каждого из М шагов

надо помнить 2\*М моделей

есть случаи когда работает лучше



### Stacking. Еще полезно

Важно и нужно использовать базовые алгоритмы разной природы

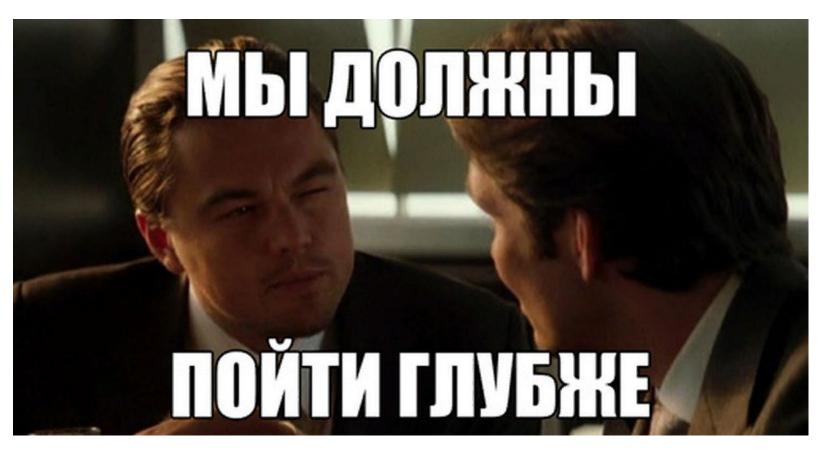
Разные признаковые пространства (включая RSM)

Недооптимизация базовых алгоритмов

Сильная регуляризация в базовых алгоритмах

Иногда хорошо работает обучение не на целевой признак, а на разницу между целевым и каким-то другим

Feature Engineering над метапризнаками (попарные произведения)



# Stacking. Глубже

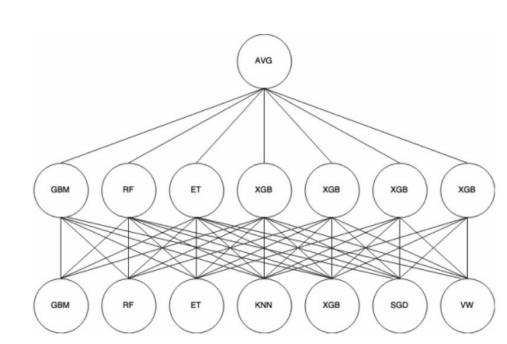
3 уровня обучения - вполне реально

Можно ли 4?

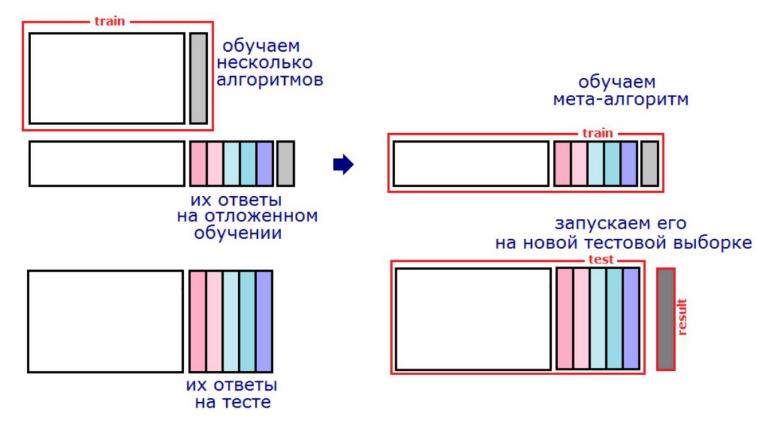
Можно ли автоматизировать построение ансамбля?

StackNet (by KazAnova)

https://github.com/kaz-Anova/StackNet

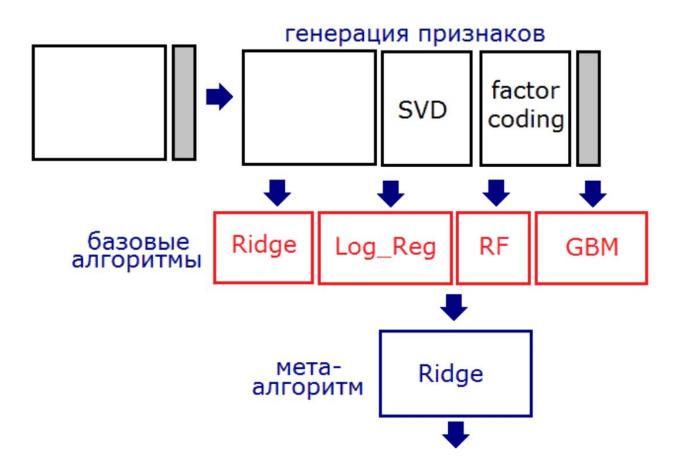


# Stacking. Признаки и метапризнаки



Не всегда полезно

### Stacking. Связь с другими техниками



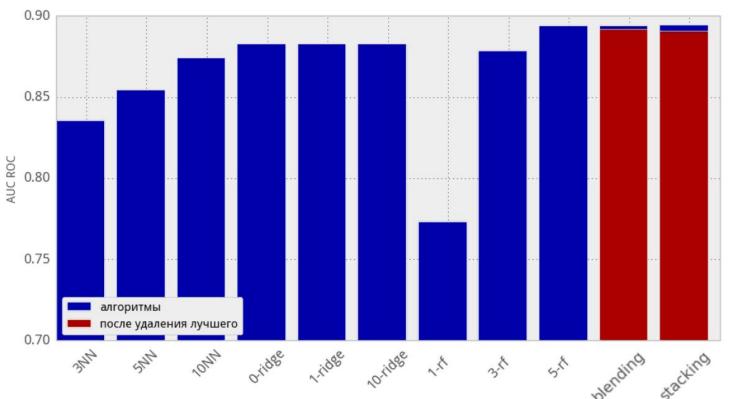
Типичные модели первого уровня

- 2-3 gradient boosted trees (lightgb, xgboost, H2O, catboost)
- □ 2-3 Neural nets (keras, pytorch)
- □ 1-2 ExtraTrees/Random Forest (sklearn)
- □1-2 linear models as in logistic/ridge regression, linear sym (sklearn)
- □1-2 knn models (sklearn)
- □1 Factorization machine (libfm)
- □1 svm with nonlinear kernel if size/memory allows (sklearn)

На каждые 7-8 базовых моделей - модель второго уровня

#### Stacking. Все хорошо но ...

Нужно понимать, что не всегда результат существенно превышает качество лучшего базового алгоритма



Stacking. Все хорошо но ...

Нужно понимать, что не всегда существенно повышает качество лучшего базового алгоритма

Выборка должна быть достаточно большого объема

Временные ряды - ок?

Характерный прирост качества при использовании ансамблей 1-3%

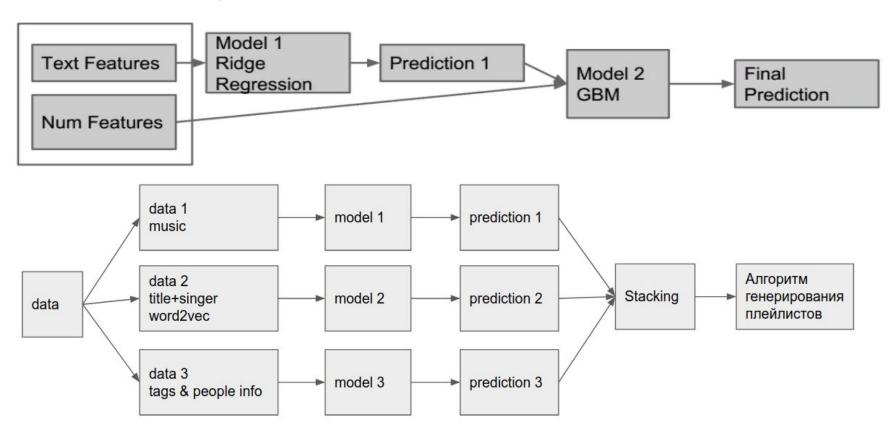
# kaggle-avito-prohibited-content

Алгоритм	Результат (МАР@10)
SVM	0.980
FM	0.981
2*SVM	0.982
2*FM	0.983
LR(FM, SVM)	0.984
RF(FM, SVM)	0.987

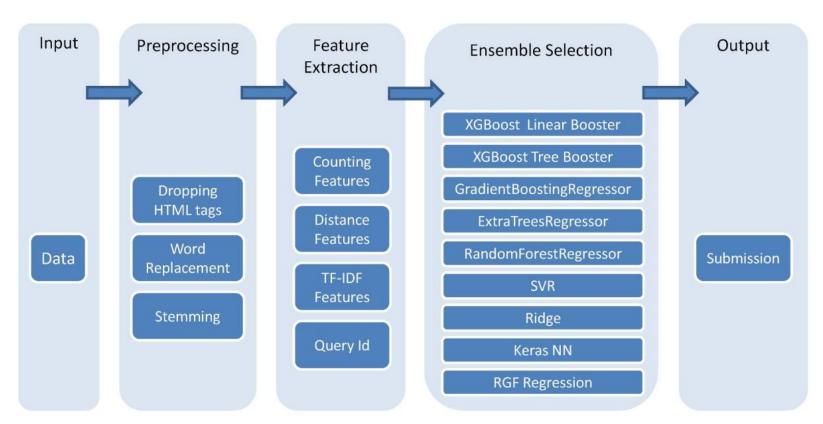
#### kaggle-shoppers\*

A teacher_contrateurs area	D (DOC ALIC)
Алгоритм	Результат (ROC-AUC)
Vowpal Wabbit A	0.59962
Vowpal Wabbit B	0.59957
Vowpal Wabbit C	0.59954
GLMNet	0.59665
Усреднение	0.60031
Усреднение ранков	0.60187

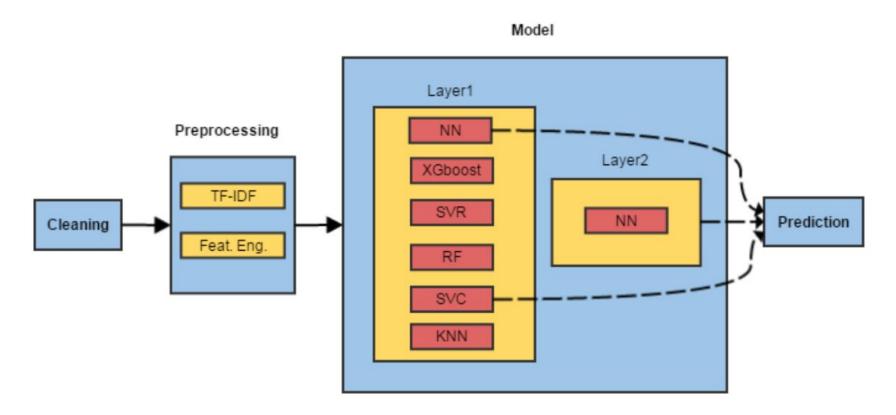
#### Типичные архитектуры



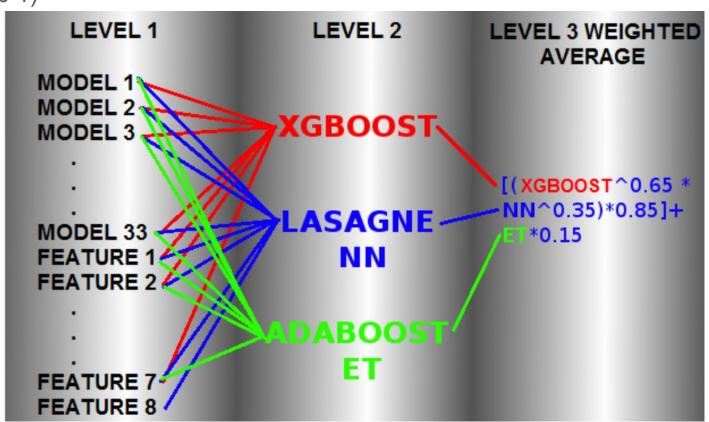
#### CrowdFlower (top 1)



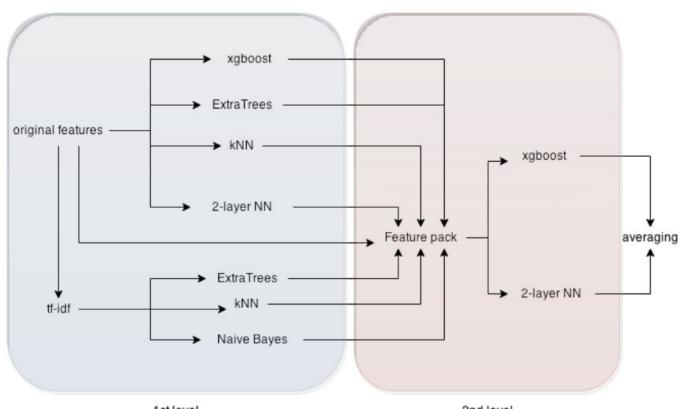
CrowdFlower (top 3)



Otto (top 1)



#### Otto (top 5)



1st level 2nd level

