

新型冠状病毒肺炎疫情控制策略研究：效率 评估及建议

Zhiwei Li

目录

1 函数 r 和 A 的构造	1
2 确诊灰度和参数估计	2

1 函数 r 和 A 的构造

r : 施加控制后每单位时间内每个活跃传染者的平均传染率 $A: I \rightarrow R$, 患者经过时间 t 之后进入恢复期的概率

研究选取 $u_s = \tilde{u}$, 其中 \tilde{u} 由 (6.4) 和 (6.5) 给出, 即

$$r(u_s)(t) = \beta \times (1 - \tilde{u}(t)) \quad (6.6)$$

假定 $I \rightarrow R$ 是一个“快过程”, 所以研究选取指数分布作为 A^a 和 A^b 的表达 (下标 a 和 b 分别表示非典型患者和典型患者), 即

$$A^a(t) = 1 - e^{-t/\delta_a}; A^b(t) = 1 - e^{-t/\delta_b} (t \geq 0) \quad (6.7)$$

此外研究假设 $\delta_a = 2\delta_b$ 以及 $\rho = \frac{3+\theta}{4+\theta} \in [2/3, 3/4]$. 故

$$\delta_a = \frac{2\delta}{1+\theta}, \delta_b = \frac{\delta}{1+\theta}, \rho = \frac{3+\theta}{4+\theta} \quad (6.8)$$

关于过程 $E \rightarrow I$ 的转移函数 W 的选择, W 有两种基本模式: (1) 指数分布 CDF (快过程)

$$W'_E(t) = \left(\frac{1}{\tau}\right) \exp\left(-\frac{1}{\tau}\right) (t \geq 0) \quad (6.9)$$

(1) Log 正态 (Log normal, LN) 分布 CDF (慢过程)

$$W'_L N(t) = \frac{\exp(-(lnt - \mu)^2 / (2\nu^2))}{t\nu\sqrt{2\pi}} (t \geq 0) \quad (6.10)$$

其中

$$\nu := \sqrt{\frac{|\ln(\tau)|}{\tau}}, \mu := lnt - \frac{\nu^2}{2} \quad (6.11)$$

两数 ν 和 μ 按如下规则选取, 当 $\tau \rightarrow \infty$ 时, 有中位数 $e^\mu \propto \tau$ 和偏移率 $(e^{\nu^2} + 2)\sqrt{e^{\nu^2} - 1} \rightarrow 0$, 选取

$$W'(t) = \lambda W'_E(t) + (1 - \lambda) W'_L N(t) (t > 0) \quad (6.12)$$

其中参数 $\lambda \in [0, 1]$ 可以用来描述转移过程 $E \rightarrow I$ 的快慢程度。最后选取 $u_I = \tilde{u}$, 它仅依赖于 $R(t)$ 且由 (6.4) 和 (6.5) 给出. 如此则通过 (5.25) - (5.29) 定义了。

2 确诊灰度和参数估计

设有数据集 $\{d_j : j = 1, \dots, K\}$, 其中每个 d_j 均为在某个时间点实际报道的患者总数, 由于诸多因素的影响, 实际报道的患者总数和模型给出的患者总数 $R(t)$ 之间存在差异, 文章中用“确诊灰度”来表示这个差异。

$$gdd(t) \equiv \frac{GDD(t)}{100} := 1 - \frac{d(t)}{R(t)} \quad (6.13)$$

其中 $d(t)$ 是在时间 t 时实际报道的患者数, 假定灰度与疾控力度成反比, 与非典型患者的占比 θ 以及描述转移过程的慢程度参数 $1 - \lambda$ 成正比, 则可取

$$GDD(t) = 100 \times \max\{0, 1 - \theta^{\lambda-1} u_I(t)\} (t \geq 0) \quad (6.14)$$

2020 年 2 月 12 日, 由于疾控方将“临床确诊”首次计入确诊病例, 所以产生了一个巨大的单日增量, 月 1.3 万个临床确诊病例, 文章采用了“先割后补”的方法来处理, 即只取临床确诊病例的一小部分算作通过核算检测确诊的病例 (0.1 万), 在以后的数据中都去掉 1.2 万, 最后算出理论值后再将这 1.2 万个病例加上去。

文章采用均方根误差来测量实际数据和理论值之间的差异，假设“零号患者”出现的时间点 $t = 0$ 距离第一批被报道的患者的时间点 t_0 个时间单位，则有

$$RMSE(\Pi) := \sqrt{\frac{1}{K} \sum_{k=1}^K [d_k - (1 - gdd(t_0 + k - 1))R(t_0 + k - 1)]^2} \quad (6.15)$$

d_k 表示测量值，也就是真实报道的患者数， $(1 - gdd(t))R(t)$ 称为理论报道总数。

其中参数集 Π 包含以下 10 个参数：

$$\Pi := (\tau, \delta, \beta, \theta, \lambda, t_0, m, p, q, F_0) \quad (6.16)$$

其中 τ : 平均潜伏期 δ : 平均传染期 β : 内在的每时间单位每个活跃的传染者的平均传染率 θ : 非典型患者的占比 λ : 描述 $E \rightarrow I$ 的快慢程度 t_0 : “零号患者”出现到第一批报道患者的时间 m : 常数 p : 常数 q : 疾控方可能到达的最高疾控力度, $q \in [0, 1]$ F_0 : 0 时刻处于潜伏态的个体累计数

下图是模型的拟合和预测结果：

```
knitr::include_graphics("plot/predict.png")
```

表 2.1 2020 年 2 月 13 日前的部分数据

时间	全国确诊总数	湖北省确诊总数	武汉市确诊总数
2020.1.30	9,118 (8,149)	6,026 (4,903)	2,950 (2,639)
2020.1.31	10,602 (11,791)	6,998 (7,153)	3,720 (3,215)
2020.2.1	12,136 (13,831)	8,033 (9,074)	4,427 (4,109)
2020.2.2	15,363 (17,205)	9,790 (11,177)	4,596 (5,142)
2020.2.3	17,074 (20,471)	10,987 (13,522)	5,120 (6,384)
2020.2.4	18,627 (23,718)	12,091 (16,678)	5,568 (8,351)
2020.2.5	25,245-28,531 (28,018)	12,091-13,328 (16,678)	9,739-11,406 (10,117)
2020.2.6	27,742-30,929 (31,211)	18,211-21,139 (19,665)	10,839-12,529 (11,618)
2020.2.7	30,200-33,255 (34,546)	20,213-23,159 (24,953)	11,985-13,681 (13,603)
2020.2.8	36,168-40,444 (37,198)	26,704-30,168 (27,100)	14,520-16,023 (14,982)
2020.2.9	39,069-43,233 (40,171)	28,942-32,341 (29,631)	15,588-17,021 (16,902)
2020.2.10	41,914-45,937 (42,638)	31,159-34,467 (31,728)	16,612-17,966 (18,454)
2020.2.11	44,665-48,081 (44,653)	33,977-37,261 (33,366)	19,013-20,466 (19,558)
2020.2.12	46,937-50,139 (59,804)	36,142-39,292 (48,206)	20,075-21,433 (32,994)
2020.2.13	49,044-52,030 (63,922)	38,220-41,223 (51,986)	21,064-22,323 (35,991)
2020.2.14	63,983-66,757 (66,492)	52,495-55,412 (54,406)	35,975-37,052 (37,914)
2020.2.15	65,758-68,326 (68,500)	54,341-57,097 (56,249)	36,739-37,723 (39,462)
2020.2.16	67,375-69,744 (70,548)	56,074-58,668 (58,182)	37,428-38,324 (41,152)
2020.2.17	71,992-74,817 (72,436)	59,061-61,650 (59,989)	42,236-43,657 (42,752)
2020.2.18	73,638-76,266 (74,185)	60,668-63,090 (61,682)	42,897-44,185 (44,412)
2020.2.19	75,147-77,587 (74,646)	62,156-64,415 (62,031)	43,497-44,660 (45,027)
2020.2.20	76,516-78,778 (75,891)	63,813-65,924 (63,088)	45,541-47,186 (45,346)
2020.2.21	77,774-79,868 (76,288)	65,083-67,042 (63,454)	46,584-48,123 (45,660)
2020.2.22	78,921-80,857 (77,035)	66,249-68,064 (64,084)	47,553-48,989 (46,201)
2020.2.23	77,889-78,513 (77,150)	65,423-65,988 (64,287)	46,399-46,656 (46,660)
2020.2.24	78,661-79,232 (77,658)	66,152-66,669 (64,786)	46,848-47,078 (47,071)

从结果看，模型的拟合和预测效果是不错的，在 2 月 12 日和 2 月 13 日有一个大的偏差，这是受 2 月 12 日武汉市临床病例纳入的影响，若这两天的实际数据减去 1.3 万，仍在预测区间里，后面为应对这种数据的突变，则采用了“先割后补”的方法。