Mathematische Stochastik - Übungsblatt #N

Amir Miri Lavasani (7310114, Gruppe 6), Bent Müller (7302332, Gruppe 6),
Johan Kattenhorn (7310602, Gruppe 7)

November 6, 2020

Aufgabe 3.

(a) *Seien A, B und C drei Ereignisse in einem Warscheinlichkeitsraum, für die gelte: $P(A \cap (B \cup C)) = 0$. So ist zu zeigen, dass dann immer gilt: $P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(B \cap C)$*

Beweis. Wir verwenden ganz einfach die Siebformel für zwei Mengen, indem wir die Menge $(B \cup C)$ als eine Menge betrachten, wie folgt:

$$\begin{aligned} P(A \cup B \cup C) = P(A \cup (B \cup C)) &= P(A) + P(B \cup C) - \underbrace{P(A \cap (B \cup C))}_{= 0 \text{ nach Vorraussetzung}} \\ &= P(A) + \underbrace{(P(B) + P(C) - (B \cap C)}_{= P(B \cup C) \text{ (Siebformel)}} \end{aligned}$$

□

(b) *Es war aus einer Stichprobe von 230 Personen mit folgenden Angaben auszurechnen wie viele der Befragten sowohl Wein als auch Bier trinken.*
- 108 trinken Wein,
- 167 trinken Bier,
- 55 trinken nichts von beiden

Beweis. Uns fällt direkt auf, dass wir super den Aufgabenteil (a) verwenden können, indem wir einfach die Mengen wie folgt setzen.
A sind die nicht-trinker
B sind die Bier-trinker
C sind die Wein-trinker
Und direkt sehen wir, dass $A \cap (B \cup C) = \emptyset$, da es ja nicht möglich ist Wein/Bier zu trinken und gleichzeitig ein nicht-trinker zu sein.

$$\begin{aligned} P(A \cup B \cup C) &= P(A) + P(B) + P(C) - P(B \cap C) = 1 \text{ (da das alle Befragten sind.)} \\ &\Rightarrow P(B \cap C) = P(A) + P(B) + P(C) - 1 \\ &= \frac{55}{230} + \frac{167}{230} + \frac{108}{230} - 1 \approx 0,43478\ldots \mathrel{\hat{=}} 43,478\ \% \end{aligned}$$

Wohlgemerkt ist die Menge $(B \cap C)$ genau die gesuchten Befragten. Und die Brüche (z.B. $\frac{55}{230}$ hier die Warscheinlichkeit ein nicht-trinker zu sein) jeweils die Warscheinlichkeiten ($P(A)$, ...) aus der Gleichung darüber.

□