

# Mathematische Stochastik - Übungsblatt #1

Amir Miri Lavasani (7310114, Gruppe 6), Bent Müller (7302332, Gruppe 6),  
Johan Kattenhorn (7310602, Gruppe 7)

November 6, 2020

## Aufgabe 3.

(a) Seien  $A, B$  und  $C$  drei Ereignisse in einem Wahrscheinlichkeitsraum, für die gelte:  $P(A \cap (B \cup C)) = 0$ . So ist zu zeigen, dass dann immer gilt:  $P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(B \cap C)$

*Beweis.* Wir verwenden ganz einfach die Siebformel für zwei Mengen, indem wir die Menge  $(B \cup C)$  als eine Menge betrachten, wie folgt:

$$\begin{aligned} P(A \cup B \cup C) &= P(A \cup (B \cup C)) = P(A) + P(B \cup C) - \underbrace{P(A \cap (B \cup C))}_{= 0 \text{ nach Voraussetzung}} \\ &= P(A) + \underbrace{(P(B) + P(C) - P(B \cap C))}_{= P(B \cup C) \text{ (Siebformel)}} \end{aligned}$$

□

(b) Es war aus einer Stichprobe von 230 Personen mit folgenden Angaben auszurechnen wie viele der Befragten sowohl Wein als auch Bier trinken.

- 108 trinken Wein,
- 167 trinken Bier,
- 55 trinken nichts von beiden

*Beweis.* Uns fällt direkt auf, dass wir super den Aufgabenteil (a) verwenden können, indem wir einfach die Mengen wie folgt setzen.

$A$  ist die Menge der nicht-trinker.

$B$  ist die Menge der Bier-trinker.

$C$  ist die Menge der Wein-trinker.

Und direkt sehen wir, dass  $A \cap (B \cup C) = \emptyset$ , da es nicht möglich ist Wein/Bier zu trinken und gleichzeitig ein nicht-trinker zu sein.

$$\begin{aligned} P(A \cup B \cup C) &= P(A) + P(B) + P(C) - P(B \cap C) = 1 \text{ (da das alle Befragten sind.)} \\ \Leftrightarrow P(B \cap C) &= P(A) + P(B) + P(C) - 1 \\ &= \frac{55}{230} + \frac{167}{230} + \frac{108}{230} - 1 \\ &= \frac{330}{230} + \frac{230}{330} \\ &= \frac{100}{230} \end{aligned}$$

Wohlgermerkt ist die Menge  $(B \cap C)$  genau die gesuchten Befragten. Und die Brüche (z.B.  $\frac{55}{230}$ , hier die Wahrscheinlichkeit ein nicht-trinker zu sein) jeweils die Wahrscheinlichkeiten ( $P(A)$ , ...) aus der Gleichung darüber.

Es wird also erwartet, dass 100 der Befragten sowohl Wein als auch Bier trinken.

□