

# 卷积

李沐 · AWS





# 分类猫和狗的图片

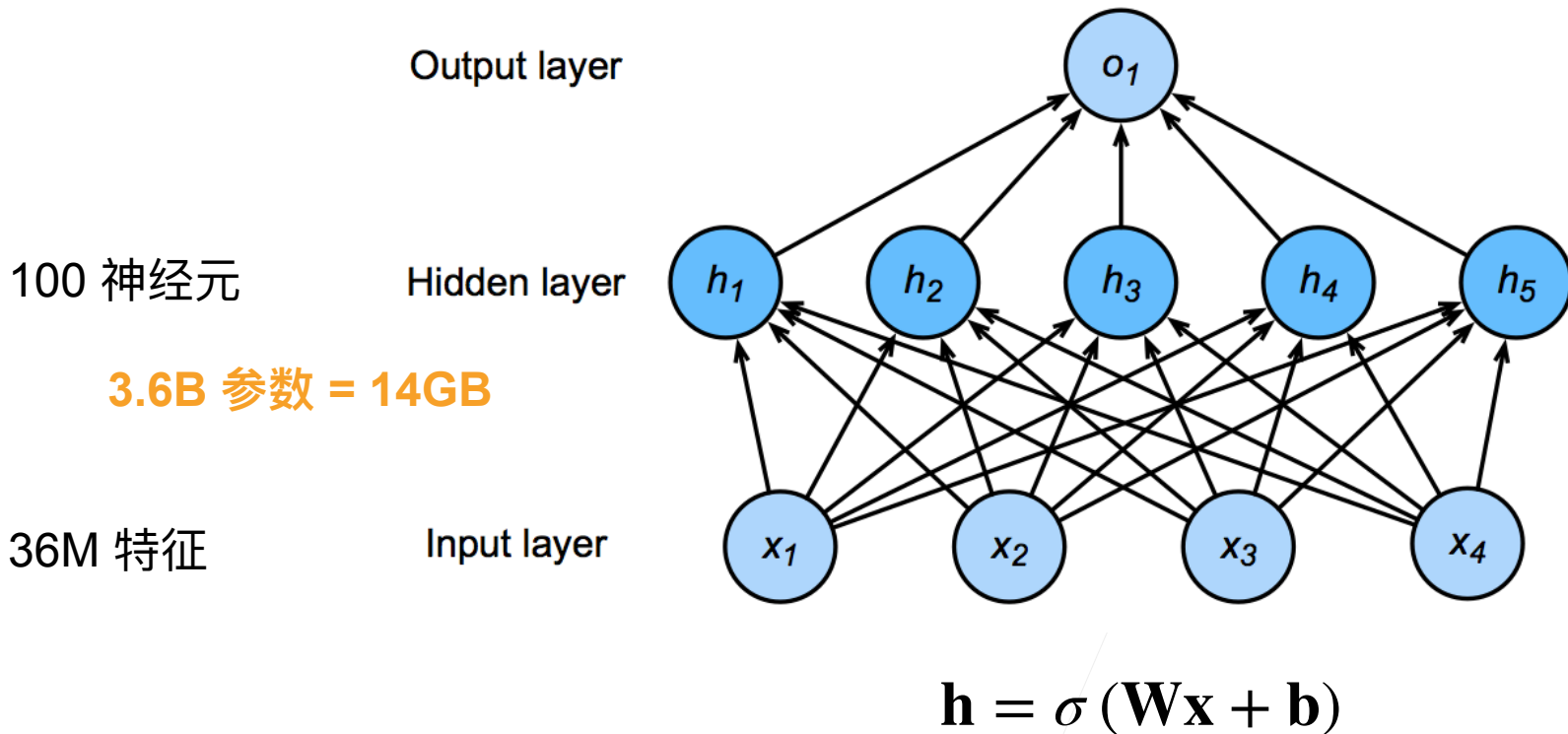
- 使用一个好不错的相机采集图片（12M像素）
- RGB 图片有 36M 元素
- 使用100大小的单隐藏层 MLP，模型有 3.6B 元素
  - 远多于世界上所有猫和狗总数（900M 狗，600M 猫）



VS



# 回顾：单隐藏层 MLP





Waldo 在  
哪里？



# 两个原则

- 平移不变性
- 局部性





# 重新考察全连接层

- 将输入和输出变形为矩阵（宽度，高度）
- 将权重变形为4-D张量  $(h, w)$  到  $(h', w')$

$$h_{i,j} = \sum_{k,l} w_{i,j,k,l} x_{k,l} = \sum_{a,b} v_{i,j,a,b} x_{i+a,j+b}$$

- $V$  是  $W$  的重新索引  $v_{i,j,a,b} = w_{i,j,i+a,j+b}$





# 原则 #1 - 平移不变性

- $x$  的平移导致  $h$  的平移 
$$h_{i,j} = \sum_{a,b} v_{i,j,a,b} x_{i+a,j+b}$$
- $v$  不应该依赖于  $(i, j)$
- 解决方案:  $v_{i,j,a,b} = v_{a,b}$

$$h_{i,j} = \sum_{a,b} v_{a,b} x_{i+a,j+b}$$

这就是 2 维卷积 交叉相关



## 原则 #2 - 局部性

$$h_{i,j} = \sum_{a,b} v_{a,b} x_{i+a,j+b}$$

- 当评估  $h_{i,j}$  时，我们不应该用远离  $x_{i,j}$  的参数
- 解决方案：当  $|a|, |b| > \Delta$  时，使得  $v_{a,b} = 0$

$$h_{i,j} = \sum_{a=-\Delta}^{\Delta} \sum_{b=-\Delta}^{\Delta} v_{a,b} x_{i+a,j+b}$$



# 总结



- 对全连接层使用平移不变性和局部性得到卷积层

$$h_{i,j} = \sum_{a,b} v_{i,j,a,b} x_{i+a,j+b}$$



$$h_{i,j} = \sum_{a=-\Delta}^{\Delta} \sum_{b=-\Delta}^{\Delta} v_{a,b} x_{i+a,j+b}$$