

文章编号:1671-8860(2005)06-0514-04

文献标志码:A

# 一种新的基于高斯混合模型的纹理图像分割方法

余 鹏<sup>1,2</sup> 封举富<sup>3</sup> 童行伟<sup>4</sup>

(1 北京大学数学科学学院,北京市海淀区,100871)

(2 国家基础地理信息中心,北京市西外紫竹院百胜村1号,100044)

(3 北京大学信息科学中心,北京市海淀区,100871)

(4 北京师范大学数学科学学院,北京市新街口外大街19号,100875)

**摘 要:**提出了一种新的结合了小波变换的高斯混合模型纹理分割方法。该方法包括预处理、小波变换、模型训练、计算后验概率和标记图像等5个阶段,并分析了将高斯混合模型引入纹理分割需要注意的几个方面。试验结果表明,该算法具有较好的分割性能。

**关键词:**图像分割;纹理图像;高斯混合模型;EM算法;小波变换

**中图分类号:**TP751;P237.3

对于纹理图像的分割,研究的方法已经有很多,根据特征提取的方法不同,一般分为基于统计的方法、基于结构的方法和基于空间频率的方法等3大类。基于统计的方法主要通过计算纹理的灰度共生矩阵、对比度、熵以及同质性(homogeneity)等纹理特征,然后采用直方图等技术进行分割;结构化方法则根据纹理基元和排列规则来定义纹理特征,再采用直方图、形态学等方法来进行纹理分割;而基于空间频率的方法则利用不同的模板与纹理图像进行卷积来计算特征,最后通过 $K$ 均值等方法进行分割<sup>[1]</sup>。

高斯混合模型最早于1894年就开始得到研究,Day<sup>[2]</sup>研究了高斯混合模型的矩估计、最小估计、贝叶斯估计以及最大似然估计,发现最大似然估计要优于其他几类估计。Dempster<sup>[3]</sup>发明了EM算法,随后,EM算法成为高斯混合模型最大似然估计的主要算法,并广泛应用于无监督学习<sup>[4]</sup>。由于高斯混合模型能模拟任何形式的概率分布,因此,用于聚类的概率模型也用到了高斯混合模型<sup>[5]</sup>。在过去的20多年里,高斯混合模型在语音处理领域取得了很大的成功,然而,在图像处理领域的应用却很少<sup>[6]</sup>。本文主要将高斯混合模型应用到纹理分割进行了试验,并将它与小波变换进行结合,给出了一个新的图像分割算法。

## 1 高斯混合模型和EM算法

### 1.1 高斯混合模型及最大似然估计

设 $Y = [Y_1, \dots, Y_d]^T$ 是 $d$ 维的随机变量, $y = [y_1, \dots, y_d]^T$ 表示 $Y$ 的一个实例。如果其概率密度函数能写成 $k$ 个成分分布的和:

$$p(y) = \sum_{m=1}^k p_m(y; \theta_m) \quad (1)$$

则 $Y$ 服从有限混合分布,其对应的模型就为有限混合模型。其中, $\theta_1, \dots, \theta_k$ 是各个成分分布混合的概率; $\theta_m$ 是第 $m$ 个成分分布的参数; $\theta = \{\theta_1, \dots, \theta_k\}$ 是所有参数的集合;同时, $\theta_m$ 必须满足如下条件:

$$p_m \geq 0, m = 1, \dots, k, \text{ 且 } \sum_{m=1}^k p_m = 1 \quad (2)$$

如果假设所有成分分布都是高斯分布,则所对应的模型为高斯混合模型。而 $d$ 维的高斯混合模型的参数 $\theta_m$ 实际上由均值向量 $\mu_m$ 和方差矩阵 $\Sigma_m$ <sup>[7]</sup>所决定。

在式(2)约束下,求式(1)参数的解析解非常复杂,一般采用迭代方法<sup>[8]</sup>。即先建立样本的最大似然方程,然后采用EM算法对类参数及混合参数进行估计。

最大似然估计的基本假设是所有 $N$ 个样本

的集合  $Y = \{y^{(1)}, \dots, y^{(N)}\}$  是独立的, 则其似然函数可定义如下:

$$l(\theta) = p(Y|\theta) = \prod_{n=1}^N p(y_n|\theta) \quad (3)$$

进一步定义对数似然函数为:

$$H(\theta) = \ln[l(\theta)] = \sum_{n=1}^N \ln p(y_n|\theta) \quad (4)$$

将式(1)代入式(4), 得:

$$H(\theta) = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^K \ln p(y_n|\theta_m) \quad (5)$$

所谓最大似然估计, 就是要找到使式(4)最大的估计值 $\hat{\theta}$ , 即

$$H(\hat{\theta}) = \max_{\theta} \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^K \ln p(y_n|\theta_m) \quad (6)$$

## 1.2 利用 EM 算法进行参数估计

参数估计的 EM 算法分为  $E$  步和  $M$  步。对于高斯混合模型, 采用 EM 算法进行参数估计的过程如下。

$E$  步: 首先初始化参数  $\mu_m$ 、 $\sigma_m$  和  $\pi_m$ , 计算样本  $n$  属于第  $m$  类的后验概率:

$$Q_{mn} = \pi_m p(y_n|\theta_m) \quad (7)$$

标准化后为:

$$R_{mn} = \frac{Q_{mn}}{Q_n} = \frac{\pi_m p(y_n|\theta_m)}{\sum_{m=1}^K \pi_m p(y_n|\theta_m)} \quad (8)$$

其中,  $p(y_n|\theta_m) = \frac{1}{\sigma_m \sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma_m^2}(y_n - \mu_m)^T (y_n - \mu_m)\right\}$  服从高斯分布。

$M$  步: 最大化式(8), 得到新的参数值  $\tilde{\mu}_m$ 、 $\tilde{\sigma}_m$  和  $\tilde{\pi}_m$ 。具体计算公式为:

$$\tilde{\pi}_m = \frac{\sum_{n=1}^N R_{mn}}{N} \quad (9)$$

$$\tilde{\mu}_m = \frac{\sum_{n=1}^N R_{mn} y_n}{\sum_{n=1}^N R_{mn}} \quad (10)$$

$$\tilde{\sigma}_m^2 = \frac{\sum_{n=1}^N R_{mn} (y_n - \tilde{\mu}_m)(y_n - \tilde{\mu}_m)^T}{\sum_{n=1}^N R_{mn}} \quad (11)$$

利用式(8)~式(11), 迭代收敛后, 可以得到样本  $n$  属于第  $m$  类的后验概率  $R_{mn}$ 。这一结果可应用于数据分类、图像分割等。

## 2 基于高斯混合模型的图像分割算法

从统计的观点来看, 一幅包含多个纹理的图

像, 其像素值的分布可以用高斯混合模型进行模拟。每一个纹理相对于其他纹理, 在空间上会表现出一定的正态分布。通过一定数量的训练样本来估计每个正态分布的参数, 在此基础上, 再将该图像的所有像素代入该正态分布, 从而计算出图像中每一个像素属于某一类的概率, 概率最大者, 即为该类。对每一个像素进行归类后, 就完成了图像的分割。其算法框架如图 1 所示。

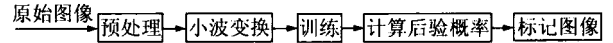


图 1 算法流程图

Fig. 1 Schema of Algorithm

### 2.1 预处理

预处理采用 Laws<sup>[9]</sup> 的纹理相似性测度, 在 Laws 的方法中, 使用大小为  $(2m+1) \times (2m+1)$  的窗口内像素与均值的偏差 (mean deviation) 作为分割的宏特征:

$$s(i, j) = \frac{1}{(2m+1)^2} \sum_{k=i-n_1}^{i+n_1} \sum_{l=j-n_1}^{j+n_1} |g(k, l) - m(i, j)| \quad (12)$$

式中,  $g(k, l)$  为原始图像;  $m(i, j)$  为窗口内  $g(k, l)$  的平均值。该特征是纹理局部“能量”的一种测度。

考虑到纹理之间的边缘效应, 采用文献[10]中的方法对特征图像进一步进行平滑, 平滑窗口大小为  $(2n_2+1) \times (2n_2+1)$ :

$$S(i, j) = \frac{1}{(2n_2+1)^2} \sum_{k=i-n_2}^{i+n_2} \sum_{l=j-n_2}^{j+n_2} s(k, l) \quad (13)$$

式中,  $s(i, j)$  为式(12)定义的特征。

考虑到区域一致性和边缘准确性的矛盾, 窗口大小应进行合理的选取。根据经验, 分别选取  $n_1=3$ 、 $n_2=2$ , 在边缘准确性和区域一致性方面达到了良好的折中。

### 2.2 小波变换

小波变换是使用小波函数族及其相应的尺度函数将原始信号分解成不同的频带进行输出, 与传统的 Fourier 变换和短时 Fourier 变换相比, 小波变换具有一些独特的优点。其中一个就是时频局部化特性<sup>[11]</sup>, 这一特性可应用于纹理图像的特征提取<sup>[12]</sup>。

另外一个优点是各层子图 (即分解系数) 之间是相互独立的, 图像的主要能量集中于低频分量上。虽然能量集中可能与图像本身有一定的关系, 但合适的小波基函数的选取对图像能量集中

有很大的作用。一般选取正则性较强的小波,比如 Daubechies 小波,往往能集中原始图像 99.5% 以上的能量<sup>[11]</sup>。Donoho<sup>[13]</sup>就利用了这种能量集中特性进行图像增强。

基于以上考虑,在小波基函数的选取上,笔者选取了 Daubechies 4 点小波<sup>[14]</sup>。在图像边界扩展上,也选择了避免边界出现突变的对称扩展<sup>[10]</sup>。

### 2.3 算法

结合第一部分的公式推导,假设类别数已知的情况下,具体的算法如下。

- 1) 对原始图像进行预处理。
- 2) 选用 Daubechies 4 点小波,对预处理后的图像波进行小波变换。
- 3) 选择样本。在小波变换的逼近系数上,随机选取  $N$  个窗口为  $w \times w$  大小的图像块。
- 4) 初始化。设定初始类别个数、各类均值向量、协方差矩阵等。

5) 训练。利用 EM 算法,估计最大似然参数:

- a)  $E$  步:利用式(8),计算样本  $n$  属于第  $m$  类的标准化后验概率  $R_{nm}$ ;
- b)  $M$  步:利用式(9)~式(11),计算最新的参数值  $\tilde{\mu}_m$ ,  $\tilde{\Sigma}_m$  和  $\tilde{\pi}_m$ ;
- c) 重复以上两步直到收敛。

6) 计算后验概率。得到各类别的似然参数后,逐点从图像中读入待分割图像块( $w \times w$  大小),计算该样本属于各类别的后验概率。

7) 标记图像(分割)。根据样本的后验概率的大小,将该样本的中间像素判为不同的图像类。

## 3 试验

笔者从 Brodatz 纹理数据库中随机选取 8 幅纹理图像,然后手工将它们两两合成,图 2 是它们合成后的结果。

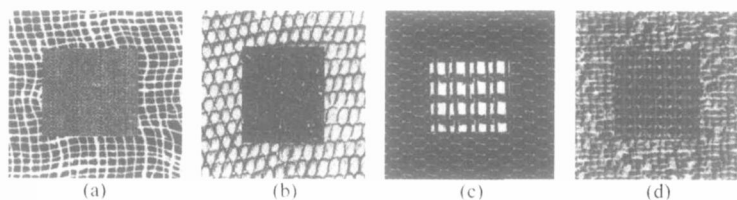


图 2 合成图像

Fig. 2 Merged Images

在实际的分割过程中,还有几个方面需要考虑。第一个方面是窗口  $w$  选取的问题。笔者对不同大小的窗口进行了试验( $w = 3, 4, \dots, 17$ ),发现所有这些图像的窗口都以  $7 \times 7$  大小的窗口分割结果最好。

第二个方面是特征选取的问题。在计算时,并不是以  $7 \times 7$  窗口内的所有像素值作为特征,这是考虑了如下一些方面的原因:首先,以所有这些像素作为特征,维数高达 49 维,在高维空间,像素分布表现出“空空间现象”,已经不是所谓的高斯分布了;其次,在高维空间,像素分布的训练需要大样本,在样本有限的情况下,也不能完全估计出高斯分布的参数;第三,由于利用了所有的像素值,因此分布受极值的影响较大;最后一点就是计

算的速度也会受到影响。为了能够更好地进行纹理分割,笔者通过试验,选取了窗口内 5 个特征向量,即样本方差、均值、样本当前值、极大值和极小值作为特征,这样整个数据从 49 维降低到 5 维,运算时间与以前相比,降低了约 1/2。在 P4 2.4G、512M 内存的机器上,一幅  $256 \times 256$  大小纹理图像的分割时间为 18 s。

最后需要说明的是,虽然 EM 算法对初始值选取比较敏感,但并没有作特殊处理。均值向量选取的就是待分割图像的均值;协方差矩阵则是待分割图像数据协方差矩阵经对角化所形成的对角阵;混合比例则初始化为以类别数为分母的均匀分布。

图 2(a)、2(b)、2(c)、2(d) 图像的分割的结果分别对应于图 3(a)、3(b)、3(c)、3(d)。

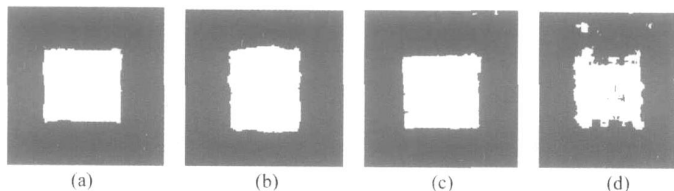


图 3 分割结果

Fig. 3 Segmented Results

应该说明的是,以上的分割结果没有作任何后处理操作。虽然图 3(d)中的分割结果不是十分理想,但这与背景纹理与前景纹理间的相似性太强有很大的关系。

参 考 文 献

1 贾云德. 机器视觉. 北京 :科学出版社 ,2000

2 Day N E. Estimating the Components of a Mixture of Normal Distributions. Biometrika , 1969 ,56(3) :463 ~ 474

3 Dempster A ,Laird N ,Rubin D. Maximum Likelihood Estimation from Incomplete Data via the EM Algorithm.J. Royal Statistical Soc. B,1977 ,39 :1 ~ 38

4 Jain A K,Duin R P W,Mao J. Statistical Pattern Recognition:A Review. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence ,2000 ,22(1) :4 ~ 48

5 Figueiredo M A T,Jain A K. Unsupervised Learning of Finite Mixture Models. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence ,2002 ,24(3) : 381 ~ 396

6 Popat K,Picard R. Cluster-Based Probability Model and Its Application to Image and Texture Processing. IEEE Transactions on Image Processing ,1997 ,6(2) : 268 ~ 284

7 McLachlan G,Peel D. Finite Mixture Models. New York :John Wiley & Sons ,2000

8 边肇祺 ,张学工. 模式识别. 北京 :清华大学出版社 , 2000

9 Laws K I. Rapid Texture Identification. SPIE ,1980 , 238 :376 ~ 380

10 吴高洪 ,章毓晋 ,林行刚. 利用小波变换和特征加权进行纹理分割. 中国图像图形学报 ,2001 ,6(4) :333 ~ 337

11 彭玉华. 小波变换与工程应用. 北京 :科学出版社 , 2000

12 章毓晋. 图像分割. 北京 :科学出版社 ,2001

13 Donoho D L. De-Noising by Soft-Thresholding. IEEE Transactions on Information Theory , 1995 ,41(3) : 613 ~ 627

14 Daubechies I. Orthonormal Bases of Compactly Supported Wavelets. Comm. Pure Appl. Math. ,1988 ,41 : 909 ~ 996

第一作者简介:余鹏,博士生,工程师。主要从事图像处理、模式识别、GIS 应用等方面的研究。  
E-mail: pyu2000@sina.com

A New Textured Image Segmentation Algorithm Based on Gaussian Mixture Models

YU Peng<sup>1,2</sup> FENG Jufu<sup>3</sup> TONG Xingwei<sup>4</sup>

(1 School of Mathematical Sciences ,Peking University ,Haidian District , Beijing 100871 ,China)

(2 National Geomatics Center of China ,1 Zizhuyuan Road ,Beijing 100044 ,China)

(3 Center for Information Science ,Peking University ,Haidian District ,Beijing 100871 ,China)

(4 School of Mathematical Sciences ,Beijing Normal University ,19 Xijiekouwai Street , Beijing 100875 ,China)

**Abstract :** This paper proposes a new textured image segmentation algorithm which integrates wavelet transform and Gaussian mixture models. This algorithm includes pretreatment , wavelet transform , training , calculating posterior probability and labeling image. Some aspects are analyzed in order to use Gaussian mixture models in textured image segmentation problem. Experiments show that the algorithm can give an excellent segmentation result.

**Key words :** image segmentation ; textured image ; Gaussian mixture models ; EM algorithms ; wavelet transform

About the first author : YU Peng , Ph. D candidate , majors in image processing , pattern recognition , application of GIS.  
E-mail : pyu2000@sina.com

(责任编辑: 晓晨)