Tentamen i Kösystem, 29 maj 2017

Tillåtna hjälpmedel: räknedosa, formelsamling

Uppgift 1

Ett kösystem har två buffertplatser och två betjänare. Ankomstintensiteten (poissonprocess) är 10 per sekund och medelbetjäningstiden är 0.2 sekunder, betjäningstiden är exponentialfördelad.

a) Rita tillståndsdiagram.
b) Beräkna spärrsannolikheten.
c) Beräkna medelväntetiden i bufferten för en kund som inte spärras.
d) En kund kommer till kösystemet när det redan finns tre kunder i det och blir placerad sist i bufferten. Om normal ködisciplin (FIFO) används, vad blir medeltiden i systemet för en sådan kund?

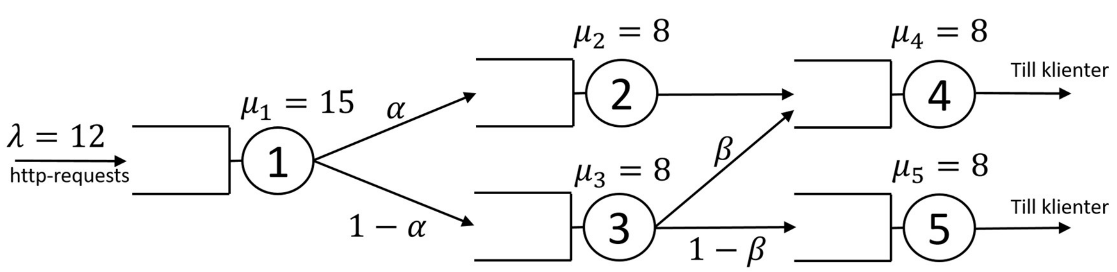
Uppgift 2

Det finns 6 användare av ett radionät med tre kanaler. En användare som har fått en kanal behåller den en exponentialfördelad tid med medelvärde 20 sekunder. En användare som inte har någon kanal efterfrågar en med intensiteten 1 per minut (poisson). En användare har bara en kanal åt gången. Det finns ingen buffert där användare kan vänta på en ledig kanal.

a) Rita tillståndsdiagrammet.
b) Hur många kanaler är i medeltal upptagna?
c) Hur stor är sannolikheten för spärr?
d) Hur många betjänas under en timme?
e) Systemet är tomt vid tiden 0. Vad är medeltiden innan två radiokanaler blir upptagna för första gången efter tiden 0?

Uppgift 3

Könätet nedan beskriver en webbserver. Http-requests kommer till nod 1 och efter att ha behandlats i könätet skickas de till klienterna via nod 4 eller 5. Ankomsterna är en poissonprocess, betjäningstiden är exponentialfördelad i alla noder.

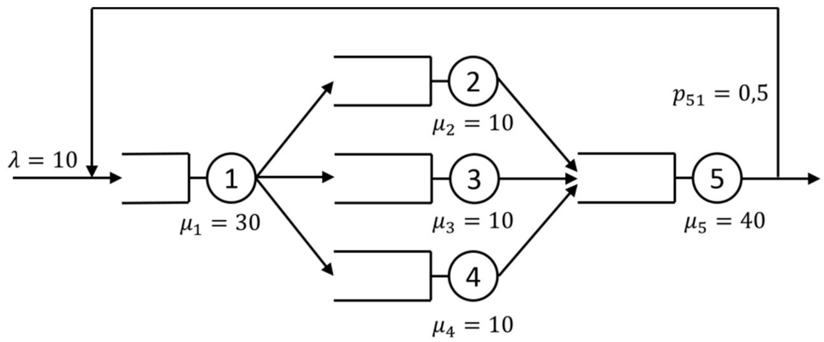


I a-c nedan är:
$\alpha = P(\text{den som lämnar 1 går till 2}) = 1/2$
$\beta = P(\text{den som lämnar 3 går till 4}) = 1/6$

a) Hur många http-requests innehåller webbplatsen i medeltal?
b) Vad är medeltiden från det att ett request kommer till servern tills ett svar skickas till klienten?
c) I medeltal, hur lång tid tillbringar en request som passerar nod 3 totalt i könätet?
d) Vilket värde på β gör medeltiden i systemet så liten som möjligt? α ändras inte.

Uppgift 4

Könätet nedan beskriver en serverfarm:



$p_{12} = 0{,}4$ och $p_{13} = p_{14} = 0{,}3$ och (som anges i figuren) $p_{51} = 0{,}5$. Ankomsterna utifrån är en poissonprocess och alla betjäningstider är exponentialfördelade.

a) Hur många kunder kommer det i medeltal att finnas i varje nod?
b) Vad blir medeltiden i könätet för en kund?
c) I medeltal, hur många gånger kommer en kund att ha betjänats i nod 3 innan den lämnar könätet?
d) Vad är sannolikheten att en kund aldrig betjänas av nod 2 under sin tid i könätet?

Uppgift 5

Ett M/G/1-system har betjäningstider med följande laplacetransform:

$$\frac{1}{(1+s)^2}$$

Ankomsterna till systemet är en poissonprocess med intensiteten $\lambda = 0{,}25$.

a) Vad är sannolikheten att betjänaren är upptagen?
b) Vad är medelantalet kunder i systemet?
c) Vad är medeltiden som en kund får vänta i bufferten?
d) Om kösystemet blir tomt vid tiden 10, hur lång tid tar det i medeltal innan nästa kund lämnar det?

Uppgift 6

Ett kösystem har en oändligt stor buffert och en betjänare. Betjäningstiden är exponentialfördelad med intensitet μ och ankomsterna bildar en poissonprocess med intensitet λ. När en kund har blivit betjänad så måste betjänaren återhämta sig. Återhämtningsperioden är exponentialfördelad med intensiteten α. Under återhämtningsperioden påbörjas inte någon ny betjäning utan först när den är slut kan en ny kund börja betjänas. Man kan säga att betjänaren antingen är ledig, arbetar eller återhämtar sig.

a) Definiera tillstånd och rita en Markovkedja som beskriver systemet. Rita för alla tillstånd där det finns tre eller färre kunder i systemet.
b) För vilka värden på λ är kösystemet stabilt?
c) Hur stor andel av tiden arbetar betjänaren som funktion av λ? Rita gärna en graf.
d) Låt $\alpha = \mu = 1$ och $\lambda = 0{,}4$. Vad blir medeltiden som en kund tillbringar i bufferten? Ledning: M/G/1-teorin kan vara användbar.
e) Vad blir medeltiden en kund tillbringar i systemet om värdena från d) används?