

Kösystem tisdagen den 31 maj 2016

Tillåtna hjälpmedel: räknedosa, formelsamling. Alla svar måste motiveras.

Uppgift 1

Ett kösystem har två betjänare och en buffert som rymmer två kunder. Kunderna kommer med den konstanta intensiteten $\lambda = 16$ och var och en av betjänarna kan betjäna kunderna med intensiteten $\mu = 8$.

- Rita tillståndsdigram.
- Beräkna medelantal kunder i kösystemet.
- Vad blir medeltiden i systemet för en kund som inte spärras?
- Hur stor andel av tiden arbetar en betjänare? Om bägge betjänarna är lediga och en kund ska börja betjänas så väljer man helt slumpmässigt mellan betjänarna.

Uppgift 2

Ett kösystem har en betjänare och tre buffertplatser. Det finns fem kunder och en kund som inte finns i kösystemet har ankomstintensiteten $\beta = 1$. Medelbetjäningstiden är 0,5.

- Vad är medelantal kunder i kösystemet?
- Vad är spärrsannolikheten?
- Hur många kunder betjänas per tidsenhet av betjänaaren?
- Hur lång tid tillbringar en kund i medeltal med att vänta i bufferten?

Uppgift 3

Ett kösystem som modellerar ett call center har en betjänare och ett oändligt stort buffertutrymme. Ankomstintensiteten är λ , betjäningsintensiteten är μ och en kund som väntar i bufferten lämnar den med intensiteten β utan att bli betjänad på grund av otålighet.

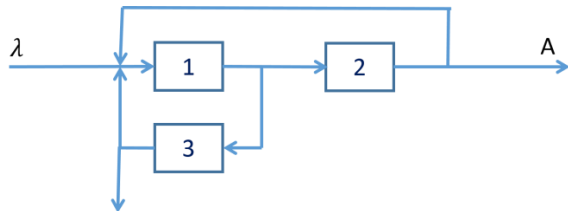
Ett tips: $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{k!} = e^x$

- Rita ett tillståndsdigram som beskriver systemet.
- Vad är medelantal kunder i kösystemet om $\mu = \beta$? λ och μ kan förekomma i svaret.
- Hur många kunder blir betjänade per tidsenhet om $\mu = \beta$?
- Hur stor andel av tiden arbetar betjänaaren om $\mu = \beta$?
- Om det finns 29 platser i bufferten och $\lambda = 30, \mu = \beta = 1$, vad blir då spärrsannolikheten?

Tips: Erlang

Uppgift 4

Könätet i figuren nedan beskriver en webbshop. Boxarna är M/M/1-system. Medelbetjäningstiden i nod 1 är 1, i nod 2 är den 0.5 och i nod 3 är den 2. Vi har också följande sannolikheter: $p_{12} = 0.5$, $p_{21} = 0.8$ och $p_{31} = 0.2$. λ är så litet att alla noder är stabila.



- Hur lång tid tillbringar i medeltal en godtycklig kund i könätet? λ ska ingå i svaret.
- I medeltal, hur många gånger passerar en godtycklig kund nod 2 under sin tid i könätet?
- Vad blir den sammanlagda betjäningstiden för en godtycklig kund i könätet?
- Hur stor är sannolikheten att en kund lämnar könätet via A?

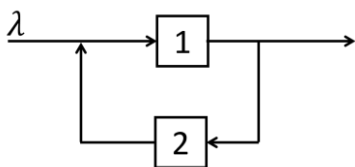
Uppgift 5

Ett M/G/1-system har ankomstintensiteten $\lambda = 10$ och medelbetjäningstiden 0.04.

- Vad är sannolikheten att betjänares är upptagen?
- Mätningar visar att medelantalet kunder i bufferten när $\lambda = 10$ är 5. Om λ fördubblas, i medeltal hur lång tid tillbringar då en kund i kösystemet?
- En busy period är tiden från det att betjänares blir upptagen tills den blir ledig igen. Härled en formel för medelvärde av längden av en busy period.

Uppgift 6

Betrakta könätet nedan. Det kan finnas maximalt en kund totalt i könätet. Det innebär att om en kund kommer till könätet när det redan finns en kund i det så avvisas kunden. Betjäningstiden är exponentialfördelad med medelvärde 1 i bägge noderna. Sannolikheten att en kund lämnar könätet efter att ha betjänats i nod 1 är 0.2 och sannolikheten att kunden i stället fortsätter till nod 2 är 0.8. Ankomsterna bildar en poissonprocess med intensitet λ .



- Vad blir sannolikheten att en kund spärras?
- Vad blir medelantal kunder i könätet?
- Hur många kunder betjänas av respektive nod per tidsenhet?
- Hur lång tid tillbringar i medeltal en kund i könätet?