

2 | Fundamentos estadísticos

Probabilidades

Luis Chávez

Área de Formación Académica
Dat Company

2026

Experimentos

Definición 1

Un **experimento aleatorio**, \mathcal{E} , es un proceso que verifica (Spanos, 1986):

- 1 Los posibles resultados (ω) son conocidos a priori.
- 2 En algún ensayo particular, el resultado no es conocido a priori.
- 3 Puede ser repetido bajo condiciones idénticas.

Experimentos

Definición 2

Los posibles resultados a \mathcal{E} se conoce como **espacio muestral**, Ω , los cuales pueden ser contables o incontables.

Definición 3

Dado \mathcal{E} , el subconjunto A de puntos muestrales de Ω es un **evento** (incluido el propio Ω).

Para el repaso estadístico, se recomienda Amemiya (1994).

Ejemplo 1

Sea \mathcal{E} = se elige al azar a una persona de la PEA y observa la cantidad de meses que estuvo empleada durante el año pasado. Se define:

- El espacio muestral $\Omega = \{0, 1, 2, \dots, 12\}$.
- Evento A: “empleado al menos un semestre”.

$$A = \{6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$$

- Evento B: “empleado el último mes del año”.

$$B = \{12\}$$

Definición 4

Si en \mathcal{E} se puede obtener n resultados mutuamente excluyentes e igualmente probables, la **probabilidad** del evento A que ha ocurrido n_A veces es:

$$p(A) = \frac{n_A}{n} \quad (1)$$

Axiomas (probabilidad)

- ① $p(A) \geq 0$
- ② $p(\Omega) = 1$
- ③ $p(\bigcup_{i=1}^k A_i) = \sum_{i=1}^k p(A_i) \Leftarrow A_i \cap A_j = \emptyset$

Partición:

$$\bigcup_{i=1} A_i = \Omega, \quad \forall A_i \neq A_j \text{ (disjuntos)}$$

Ejemplo 2

- ¿Cuál es la probabilidad que dos alumnos de la clase sean del mismo mes?
- ¿Cuál es la probabilidad de que ocurra un triunfo en un partido de fútbol?
- ¿Cuál es la probabilidad de que ganes la tinka?

Probabilidad condicional

Definición 5

Dado Ω y los eventos $A, B \in \Omega$, la **probabilidad condicional** de A dado B se define por:

$$p(A|B) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)}, \quad p(B) \neq 0 \quad (2)$$

Probabilidad condicional

Axiomas (probabilidad condicional)

- ❶ $p(A|B) \geq 0, \exists A.$
- ❷ $p(A|B) = 1, \exists A \supset B.$
- ❸ $p(A'|B) = 1 - P(A|B).$
- ❹ $p(\bigcup_{i=1}^k A_i|B) = \sum_{i=1}^k p(A_i|B) \Leftarrow A_i \cap A_j = \emptyset.$
- ❺ $\frac{p(H|B)}{p(G|B)} = \frac{p(H)}{p(G)} \Leftarrow B \supset H \wedge B \supset G \wedge p(G) \neq 0.$

Probabilidad condicional

Ejemplo 3

Se tiene la distribución de empleados con salarios diarios altos (superiores o iguales a S/. 100) y bajos (por debajo de S/. 100) según estudios de posgrado. Hallar $p(A|C)$.

Table: Empleados según salario diario y estudios de posgrado (miles)

Estudios	Bajo (B)	Alto (A)	Total
Sin posgrado (S)	420	180	600
Con posgrado (C)	90	310	400
Total	510	490	1000

Independencia

Definición 6

Dos eventos, A y B, son **independientes** si:

$$p(A) = p(A|B) \quad (3)$$

Implicancia:

$$p(A \cap B) = p(A)p(B), \quad p(A) > 0 \quad (4)$$

Ejemplo 4

Sea \mathcal{E} =INEI selecciona al azar un hogar y observa la situación laboral de dos adultos del hogar (E o D). Si A ="El primer adulto está empleado" y B ="El segundo adulto está empleado". Hallar $p(A|B)$.

Definición 7

La colección de eventos B_1, \dots, B_k del espacio muestral Ω representa una **partición del espacio muestral**, si $p(B_i) > 0 \forall i$, se cumple:

- ① los eventos B_1, \dots, B_k son mutuamente excluyentes,

$$B_i \cap B_j = \emptyset, \quad \forall i \neq j$$

- ② los eventos B_1, \dots, B_k son colectivamente exhaustivos,

$$\bigcup_{i=1}^k B_i = \Omega$$

References I

- Amemiya, T. (1994). *Introduction to statistics and econometrics*. Harvard University Press.
- Spanos, A. (1986). *Statistical foundations of econometric modelling*. Cambridge University Press.