



# Econometría

## 3 | Fundamentos estadísticos Variables Aleatorias

Luis Chávez

Área de Formación Académica  
Dat Company

2026

# Variables aleatorias

## Definición 1

Dado un  $\mathcal{E}$  y su espacio muestral  $\Omega$ , una **variable aleatoria** es aquella función  $X$  que asigna a cada elemento  $\omega$  en  $\Omega$  un único número real  $x = X(\omega)$ . A saber,

$$X : \Omega \rightarrow \mathbb{R} \quad (1)$$

donde  $R_X = \{x \in \mathbb{R} : X(\omega) = x, \omega \in \Omega\} = X(\Omega)$ .

Véase más detalles en Moya and Saravia (2004).

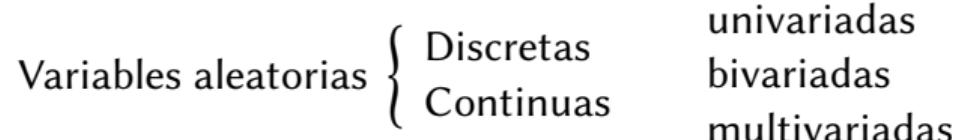
# Variables aleatorias

## Ejemplo 1

Sea  $\mathcal{E}$ =se selecciona al azar un hogar y se observa, durante tres meses consecutivos, si paga puntualmente el suministro de energía eléctrica. Se define  $X$  =número de meses en los que el hogar paga puntualmente. Escribir el dominio y rango de la función.

# Variables aleatorias

## Taxonomía:



# Variables aleatorias discretas

## Definición 2

Sea  $X$  una v.a discreta de rango  $R_X$ , la **función de probabilidad** o función de cuantía está dada por

$$p(x) = p(X = x) = \sum_{\omega \in \Omega} p(\{\omega\}) \quad (2)$$

tal que  $p(x) > 0$  y  $\sum_{x \in R_X} p(x) = 1$ . El conjunto de pares  $(x, p(x))$ ,  $\forall x \in R_X$ , se denomina *distribución de probabilidad* de  $X$ .

# Variables aleatorias discretas

## Ejemplo 2

A partir del ejemplo 1, tabular la distribución de probabilidad y graficarla.

# Variables aleatorias discretas

## Definición 3

Sea  $X$  una v.a discreta de rango  $R_X$  y función de cuantía  $p(x)$ , la **función de distribución o función de distribución acumulada** está dada por

$$F(x) = P(X \leq x) = \sum_{x_i \leq x} p(x_i) = \sum_{x_i \leq x} p(X = x_i) \quad (3)$$

# Variables aleatorias discretas

## Propiedades

- ①  $0 \leq F(x) \leq 1, \quad \forall x \in \mathbb{R}.$
- ②  $F(x)$  es una función no decreciente. Dados  $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$ ,  $F(x_1) \leq F(x_2) \Leftrightarrow x_1 < x_2$ .
- ③ La distribución acumulada verifica:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} = 0$$

# Variables aleatorias discretas

## Ejemplo 3

A partir del ejemplo 1, hallar la función de distribución y graficarla. ¿Cuál es la probabilidad de que un hogar pague puntualmente por lo mucho dos meses?

# Variables aleatorias continuas

## Definición 4

Sea  $X$  una v.a continua de rango  $R_X$ , la **función de densidad** está dada por

$$f(x) = p(X = x), \quad \forall x \in \mathbb{R} \tag{4}$$

donde:

- ①  $f(x) \geq 0 \quad | \quad f(x) > 0, \quad \forall x \in \mathbb{R}.$
- ②  $\int_{R_X} f(x)dx = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1.$
- ③  $\int_a^b f(x)dx = p(a \leq x \leq b) = p(a < x < b).$

# Variables aleatorias continuas

## Ejemplo 4

Se sabe que el peso de una piña (en kg) es una v.a continua  $X$  con función de densidad

$$f(x) = \begin{cases} ax(2 - x) & , \text{si } 0 \leq x \leq 2 \\ 0 & , \text{otros casos} \end{cases}$$

Hallar la constante  $a$  y graficar la FDP.

# Variables aleatorias continuas

## Definición 5

Sea  $X$  una v.a continua con función de densidad  $f(x)$ , la función de distribución o **función de distribución acumulada** de  $X$  está dada por:

$$F(x) = p(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f(t)dt, \quad \forall x \in \mathbb{R} \tag{5}$$

# Variables aleatorias continuas

## Propiedades

- 1  $0 \leq F(x) \leq 1, \quad \forall x \in \mathbb{R}.$
- 2 Dados  $a, b \in \mathbb{R}, F(a) \leq F(b).$
- 3  $\lim_{x \rightarrow -\infty} F(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \int_{-\infty}^x f(t)dt = 0.$
- 4  $\lim_{x \rightarrow \infty} F(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \int_{-\infty}^x f(t)dt = 1.$
- 5  $\lim_{h \rightarrow 0} F(x + h) = F(x), \quad \forall x \in \mathbb{R}, h > 0.$
- 6  $f(x) = \frac{dF(x)}{dx}.$

# Variables aleatorias continuas

## Ejemplo 5

A partir del ejemplo 4, hallar la FDA y  $p(1.5 < x \leq 2)$ .

# Referencias I

Moya, R. and Saravia, G. (2004). *Probabilidad e Inferencia Estadística*. Universidad Nacional Mayor de San Marcos, 2 edition.