Econometría

3 | Fundamentos estadísticos

Variables Aleatorias

Luis Chávez

Área de Formación Académica
Dat Company

2026

Variables aleatorias

Definición 1

Dado un $\mathscr{E}$ y su espacio muestral Ω, una **variable aleatoria** es aquella función X que asigna a cada elemento ω en Ω un único número real $x = X(\omega)$. A saber,

$$X : \Omega \to \mathbb{R} \tag{1}$$

donde $R_X = \{x \in \mathbb{R} : X(\omega) = x, \ \omega \in \Omega\} = X(\Omega)$.

Véase más detalles en Moya and Saravia (2004).

DAT

Variables aleatorias

Ejemplo 1

Sea $\mathscr{E}$=se selecciona al azar un hogar y se observa, durante tres meses consecutivos, si paga puntualmente el suministro de energía eléctrica. Se define X =número de meses en los que el hogar paga puntualmente. Escribir el dominio y rango de la función.

Variables aleatorias

Taxonomía:

$$\text{Variables aleatorias} \begin{cases} \text{Discretas} \\ \text{Continuas} \end{cases} \qquad \begin{matrix} \text{univariadas} \\ \text{bivariadas} \\ \text{multivariadas} \end{matrix}$$

Variables aleatorias discretas

Definición 2

Sea X una v.a discreta de rango R_X, la **función de probabilidad** o función de cuantía está dada por

$$p(x) = p(X = x) = \sum_{\omega \in \Omega} p(\{\omega\}) \tag{2}$$

tal que $p(x) > 0$ y $\sum_{x \in R_X} p(x) = 1$. El conjunto de pares $(x, p(x)),\ \forall x \in R_X$, se denomina *distribución de probabilidad* de X.

Variables aleatorias discretas

Ejemplo 2

A partir del ejemplo 1, tabular la distribución de probabilidad y graficarla.

Variables aleatorias discretas

Definición 3

Sea X una v.a discreta de rango R_X y función de cuantía $p(x)$, la **función de distribución** o **función de distribución acumulada** está dada por

$$F(x) = P(X \leq x) = \sum_{x_i \leq x} p(x_i) = \sum_{x_i \leq x} p(X = x_i) \tag{3}$$

Variables aleatorias discretas

Propiedades

1. $0 \leq F(x) \leq 1, \quad \forall x \in \mathbb{R}.$
2. $F(x)$ es una función no decreciente. Dados $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$, $F(x_1) \leq F(x_2) \Leftarrow x_1 < x_2$.
3. La distribución acumulada verifica:

$$\lim_{x \to \infty} = 1$$

$$\lim_{x \to -\infty} = 0$$

Variables aleatorias discretas

Ejemplo 3

A partir del ejemplo 1, hallar la función de distribución y graficarla. ¿Cuál es la probabilidad de que un hogar pague puntualmente por lo mucho dos meses?

DAT

Variables aleatorias continuas

Definición 4

Sea X una v.a continua de rango R_X, la **función de densidad** está dada por

$$f(x) = p(X = x), \quad \forall x \in \mathbb{R} \tag{4}$$

donde:

1. $f(x) \geq 0 \quad | \quad f(x) > 0, \quad \forall x \in \mathbb{R}.$
2. $\int_{R_X} f(x)dx = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1.$
3. $\int_a^b f(x)dx = p(a \leq x \leq b) = p(a < x < b).$

Variables aleatorias continuas

Ejemplo 4

Se sabe que el peso de una piña (en kg) es una v.a continua X con función de densidad

$$f(x) = \begin{cases} ax(2-x) & \text{, si } 0 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{, otros casos} \end{cases}$$

Hallar la constante a y graficar la FDP.

Variables aleatorias continuas

Definición 5

Sea X una v.a continua con función de densidad $f(x)$, la función de distribución o **función de distribución acumulada** de X está dada por:

$$F(x) = p(X \leq x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)dt, \quad \forall x \in \mathbb{R} \tag{5}$$

DAT

Variables aleatorias continuas

Propiedades

1. $0 \leq F(x) \leq 1, \quad \forall x \in \mathbb{R}.$
2. Dados $a, b \in \mathbb{R}$, $F(a) \leq F(b)$.
3. $\lim_{x \to -\infty} F(x) = \lim_{x \to -\infty} \int_{-\infty}^{x} f(t)dt = 0.$
4. $\lim_{x \to \infty} F(x) = \lim_{x \to \infty} \int_{-\infty}^{x} f(t)dt = 1.$
5. $\lim_{h \to 0} F(x+h) = F(x),\ \forall x \in \mathbb{R},\ h > 0.$
6. $f(x) = \frac{dF(x)}{dx}.$

DAT

Variables aleatorias continuas

Ejemplo 5

A partir del ejemplo 4, hallar la FDA y $p(1.5 < x \leq 2)$.

Referencias I

Moya, R. and Saravia, G. (2004). *Probabilidad e Inferencia Estadística.* Universidad Nacional Mayor de San Marcos, 2 edition.