

- Unidade de Ensino: Fundamentos da Lógica
- Competência da Unidade Compreensão da lógica no mundo computacional, principalmente no que se refere à lógica usada na construção de algoritmos.
- Resumo: Esse conhecimento será construído através do estudo e entendimento da lógica proposicional e seus conectivos, que permitem criar regras e valorar seus resultados como verdadeiro ou falso.
- · Palavras-chave: conectivo, logica, regras
- Título da Teleaula: Fundamentos da Lógica
- Teleaula no: 03

### Contextualizando

- ✓ Você está participando de um processo seletivo para desenvolvedor trainee em uma grande empresa de tecnologia.
- Você já passou a primeira fase, composta por entrevistas com o gestor e o setor de recursos humanos, agora chegou a hora de mostrar que você manda bem na lógica e que tem capacidade para se tornar um grande desenvolvedor.
- ✓ Essa etapa do processo consiste em três testes, no primeiro você deverá criar proposições simples e compostas para resolver um problema com as formas geométricas.
- ✓ No segundo desafio, você deverá criar estruturas condicionais usando os operadores lógicos para resolver um problema com fórmulas.
- No último desafio, você deverá usar os recursos da lógica





### Lógica computacional

- ✓ Segundo Machado e Cunha (2008) o objetivo fundamental de um curso de lógica é desenvolver a competência na argumentação, compreender as razões próprias e dos outros nas tomadas de posição diante dos acontecimentos e nas decisões.
- ✓ Construiremos algoritmos capazes de tomar decisões, e para isso precisaremos implementar regras baseadas na Lógica Formal. Isso mesmo, aquela Lógica Formal
- desenvolvida por Aristóteles entre 300 e 400 anos antes de Cristo (MACHADO; CUNHA, 2008). Na lógica computacional, vamos utilizar as mesmas regras da Lógica Formal, porém iremos valorar os computacional, vamos utilizar as mesmas conteúdos, como verdadeiro ou falso, a fim de extrair



### Lógica computacional

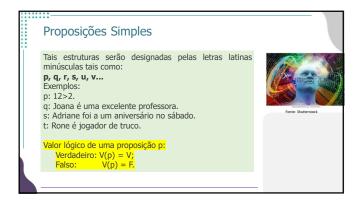
- ✓ Em nosso cotidiano, usamos a linguagem natural para nos expressar por meio de frases, que em alguns casos podem ser argumentativas sendo assim compostas por premissas e conclusões. EX.:uma professora sobre o desempenho de um certo
- aluno: "É lógico que Pedro será aprovado nos exames, pois ele é inteligente e estuda muito e todos os alunos inteligentes e estudiosos são aprovados". Esse argumento foi construído embasado por premissas (razões) e que levam a uma única conclusão.



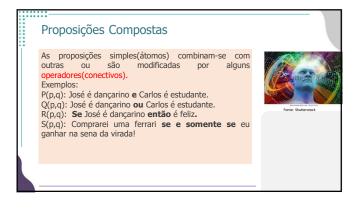


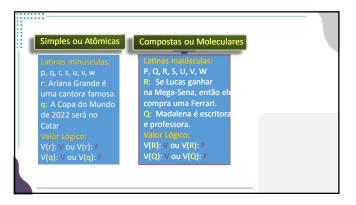














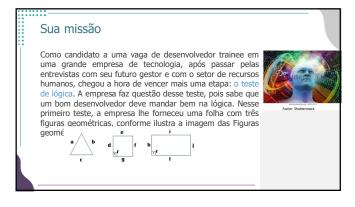
Banca: FUNCAB Órgão: MDA Prova: FUNCAB - MDA Analista de Sistema Operacional
Assinale a alternativa que contém uma proposição simples.

a) Fernanda e Clara são colegas de classe
b) O carro é compacto ou utilitário.
c) Rafael foi estudar e Beatriz foi ao mercado.
d) Se Maria é médica, então sabe biologia.
e) Carlos é guitarrista e Lucas é vocalista

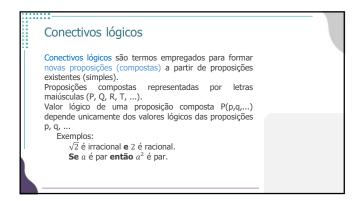
Banca: FUNCAB Órgão: MDA Prova: FUNCAB - MDA Analista de Sistema Operacional
Assinale a alternativa que contém uma proposição simples.

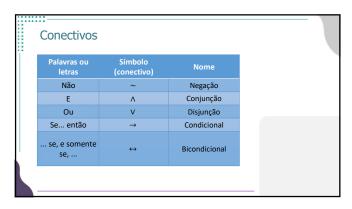
a) Fernanda e Clara são colegas de classe
b) O carro é compacto ou utilitário.
c) Rafael foi estudar e Beatriz foi ao mercado.
d) Se Maria é médica, então sabe biologia.
e) Carlos é guitarrista e Lucas é vocalista

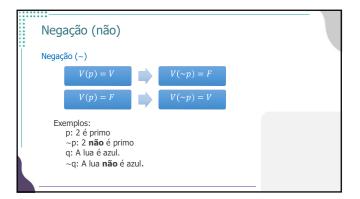


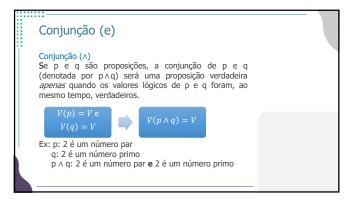


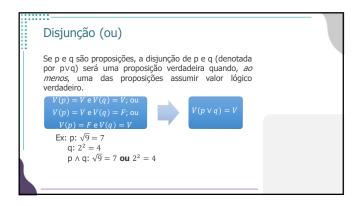














Com as informações você deve construir proposições simples e compostas que representem as regras necessárias para a construção das três figuras.

- Pois bem, o primeiro passo é construir as proposições simples.

  > Vamos começar pelo triângulo.

  A: A soma das medidas do lado a com o lado b do triângulo abc é maior que a medida do lado c.

  B: A soma das medidas do lado b com o lado c do triângulo
- abc é maior que a medida do lado a.

  C: A soma das medidas do lado a com o lado c do triângulo
- abc é maior que a medida do lado b. Agora que temos as proposições simples, vamos usar a dica 1

para construir uma expressão lógica que traduza essa regra. Como as três proposições precisam ser verdadeiras para que seja possível construir um triângulo, teremos como resultado a expressão: A^B^C. Ou seja, foi necessário usar a conjunção para construir a proposição composta que representa a regra.

- > Agora vamos construir as proposições simples para criar a regra para a construção do qu
- P: A medida do lado d é igual à do lado e. Q: A medida do lado f é igual à do lado e.
- S: A medida do lado g é igual à do lado f. T: A medida do ângulo r é diferente de noventa graus.
- Com a criação das proposições simples, agora podemos criar
- a proposição composta que representa a regra:  $P^{\Lambda}Q^{\Lambda}S^{\Lambda}\sim T$ . Veja, que na maneira como construímos a proposição simples T, foi necessário usar a negação para construir a regra correta.
- importante você ficar atento ao aspecto sintático da expressão.

- > Por fim, vamos construir as proposições simples para o retângulo
- X: A medida do lado h é igual à do lado j.
- Z: A medida do lado i é igual à do lado l.

W: A medida do ângulo r é igual a noventa graus. Agora basta usar o(s) conector(es) corretos para criar a proposição composta que representa a regra: X^Z^W.

Veja que, a partir da utilização de proposições simples e conectivos lógicos, foi possível construir formas e regras que podem ser implementadas computacionalmente.



## Sua Missão

Dando sequência ao seu teste de lógica para uma vaga de desenvolvedor *trainee* em uma grande empresa de tecnologia, chegou a hora de vencer mais um desafio, no qual você deverá criar estruturas condicionais usando os operadores lógicos para resolver um problema com

Foram-lhe passadas duas fórmulas:



A primeira é a famosa fórmula de Bhaskara, usada para calcular as raízes de uma equação do segundo grau  $(y=ax^2+bx+c)$ .

Já a segunda fórmula pertence ao cálculo proposicional e é uma das leis de De Morgan.(está no livro texto)



### Sua Missão

Utilizando as constantes (a, b, c) da equação do segundo grau e da fórmula de Bhaskara, você deverá escrever proposições simples e, a partir delas, criar implicações lógicas, utilizando a notação simbólica, para as seguintes regras:

Se o coeficiente  $\boldsymbol{a}$  for positivo, então a parábola tem a concavidade virada para cima. Se o coeficiente  $\boldsymbol{a}$  for negativo, então a parábola tem a

concavidade virada para baixo.

Se o valor do delta for positivo, então a equação possui duas raízes reais distintas.

Se o valor do delta for negativo, então a equação não possui raízes reais.

### Sua missão

Se o coeficiente a for positivo e o valor do delta for positivo, então a parábola tem a concavidade virada para cima e a equação possui duas raízes reais distintas.

Com base no seu conhecimento, quantas proposições simples devem ser usadas para traduzir as regras apresentadas para a fórmula da equação do segundo grau e de Bhaskara?

Quais conectores devem ser utilizados para escrever a

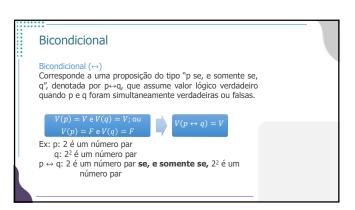
Quais conectores devem ser utilizados para escrever a fórmula de maneira correta?

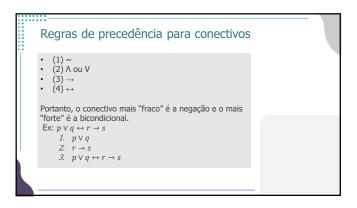


# Cálculo Proposicional

- O cálculo proposicional fornece mecanismos para validar argumentos, tais mecanismos envolvem a utilização de proposições, que podem ser simples (apenas uma afirmação) ou compostas. Nesse segundo caso, temos um encadeamento de proposições simples usando conectivos lógicos.
- Uma proposição composta pode ser criada fazendo a conjunção de duas proposições simples, neste caso são utilizadas as palavras "e", "mas", "no entanto", dentre outras para fazer a conexão.
- Também podemos criar uma proposição composta fazendo a disjunção de duas proposições simples, nesse caso usamos a palavra "ou" para a conexão.

# Condicional Condicional Corresponde a uma proposição do tipo "se p então q", denotada por p $\rightarrow$ q, que assume valor lógico falso *apenas* quando $V(p) = V \in V(q) = F$ . V(p) = V e V(q) = V; ou V(p) = F e V(q) = V; ou V(p) = F e V(q) = FEx: p: a é um número par q: a² é um número par então a² é um número par





# Fórmula bem-formulada ou fbf Assim como fez Aristóteles, a partir de agora, vamos focar na forma e nos valores lógicos que as expressões podem assumir. Já sabemos que é possível criar proposições compostas, fazendo conexões entre proposições simples. Na verdade, podemos encadear preposições, conectivos e parênteses (ou colchetes) e formar novas expressões lógicas, as quais chamamos fórmula. Embora "Uma sequência qualquer de elementos do vocabulário do cálculo proposicional constitui uma fórmula" (BISPO; CASTANHEIRA, 2011, p. 12), nem toda fórmula é válida. Segundo Gersting (2017), certas regras de sintaxe precisam ser seguidas, assim como acontece em qualquer linguagem de programação.

### Fórmula bem-formulada ou fbf

Podemos fazer uma analogia entre as fórmulas do cálculo proposicional com as fórmulas matemáticas.

Os conectivos lógicos são como os operadores matemáticos (soma, subtração, etc.), portanto sempre teremos um conectivo entre duas proposições. O operador de negação é como o sinal negativo na matemática e, por isso, ele pode aparecer perto de outro conector. Ilma fórmula que segura da sergras de sintaya de conector. Uma formula que segue as regras de sintaxe é chamada de fórmula bem-formulada ou ainda, em inglês, well-formed formula - wff (BISPO; CASTANHEIRA, 2011; GERSTING, 2017).

Observe abaixo,emos três exemplos de fórmulas matemáticas, três de fórmulas válidas (fbf) e três de fórmulas inválidas.

### Fórmula bem-formulada ou fbf

Fórmulas matemáticas e proposicional

Expressão matemática	fbf	Não fbf
(2+3)*5	$(A \rightarrow B) \lor C$	$AA \wedge B$
(3+4)*(2+3)	$(A \rightarrow B) \land (B \rightarrow A)$	$\land \lor AB$
2+3*-5	$A \rightarrow B \land \neg C$	$\wedge \neg B$

1ª regra: uma proposição simples é uma fórmula bem

2ª regra: a negação de uma fórmula bem formada é uma fórmula bem formada

3a regra: se p e q são fórmulas bem formadas, então  $(p \land q)$ ,  $(p \lor q)$ ,  $(p \to q)$  e  $(p \leftrightarrow q)$  são também fórmulas bem formadas

Exemplo:  $p \lor q \leftrightarrow r \to s$  é bem formada/  $p \to v q$  não é bem formada





Como primeiro passo você deve escrever as proposições simples, as quais nos possibilitarão construir as implicações lógicas para a equação do segundo grau e a fórmula de Bhaskara.

A seguir, uma das possibilidades de se escrever essas proposições.

A: O coeficiente a da equação é positivo e diferente de zero.

B: A parábola tem a concavidade virada para cima.

C: A parábola tem a concavidade virada para baixo. D: O valor do delta é positivo e diferente de zero.

E: A equação possui duas raízes reais distintas.

F: A equação não possui raízes reais.

Com as proposições simples definidas, agora podemos escrever os condicionais que representam, simbolicamente, as regras elencadas. Para a regra 1, podemos escrever:  $A \rightarrow B$ . Para a regra 2, podemos escrever:  $\sim A \Rightarrow C$ . Para a regra 3, podemos escrever:  $D \Rightarrow E$ . Para a regra 4, podemos escrever:  $\sim D \rightarrow F$ . Para a regra 5, podemos escrever:  $(A^{\wedge}D) \rightarrow (B^{\wedge}E)$ . Veja que na regra 5 temos uma condição que envolve a conjunção entre duas proposições. Para construir, basta ficar atento aos conectivos que estão sendo usados na frase e na forma como se anúnciou as proposições simples.



### Sua missão

Dando continuidade ao processo seletivo para a vaga de *trainee*, nessa última fase do processo, os contratantes querem testar seu raciocínio lógico, bem como seu conhecimento sobre as regras de dedução da Lógica Formal.



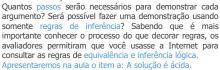
- a. Se o papel de tornassol ficar vermelho, então a solução e ácida. O papel de tornassol ficou vermelho. Portanto, a solução é ácida.
- b. Se treino, eu venço o campeonato de xadrez. Se não jogo vôlei, então eu treino xadrez. Não venci o campeonato de xadrez. Portanto, joguei vôlei.



### Sua missão

Seu desafio é traduzir para forma simbólica os dois argumentos e provar a veracidade, usando as regras de dedução da Lógica Formal.

Cada passo na sequência de demonstração deve ser comentado, para que os avaliadores tenham certeza que você conhece o processo.





## Argumento, hipótese e conclusão

- ✓ Um argumento é composto por hipóteses e conclusão, e ambas podem ser compostas por proposições simples ou
- ✓ No argumento, as proposições são ligadas logicamente pelo conectivo de conjunção (e), as quais implicam logicamente a conclusão.
- Por isso, a ligação entre as hipóteses e a conclusão é feita por meio do conectivo condicional.
- ✓ Dado um argumento é importante validar se ele é válido
- ou inválido, o grande desafio é como fazer essa validação.

  ✓ A lógica possui mecanismos que permitem validá-lo, os quais são compostos pelas regras de equivalência e inferência lógica.

### Argumento, hipótese e conclusão

- ✓ Essas regras vão nos permitir avaliar a relação entre as o, que também pode ser chamada de consequência lógica, dedução lógica, conclusão lógica ou implicação lógica.
- "Uma proposição pode ser verdadeira ou falsa e não pode ser válida ou inválida; do mesmo modo, um argumento pode ser válido ou inválido e não pode ser verdadeiro ou falso" (BISPO; CASTANHEIRA, 2011, p. 36).
- também pode ser tanto uma proposição simples como uma fbf (BISPO; CASTANHEIRA, 2011; GERSTING, 2017).

### Argumento, hipótese e conclusão

- ✓ D. Pedro I proclamou a independência do Brasil e Thomas Jefferson escreveu a Declaração de Independência dos Estados Unidos. Portanto, todo dia tem 24 horas.
- √ Vamos separar as proposições do argumento em hipóteses e conclusão.
- A: D. Pedro I proclamou a independência do Brasil.
- B: Thomas Jefferson escreveu a Declaração Independência dos Estados Unidos.
- C: Todo dia tem 24 horas.
- √ Nosso conhecimento nos permite valorar as três proposicões, logo, A. B. C são todas verdadeiras.
- Embora, tanto as hipóteses, quanto a conclusão sejam

### Argumento, hipótese e conclusão

proposições verdadeiras, o argumento é inválido, pois a conclusão nada tem a ver com as hipóteses.

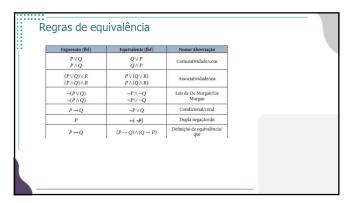
- ✓ Esse exemplo deixa claro que, basear-se apenas no conteúdo de um argumento não é suficiente para dizer se ele é válido ou não.
- ele e valido ou não.

  Para notação simbólica, logo temos a seguinte fórmula:

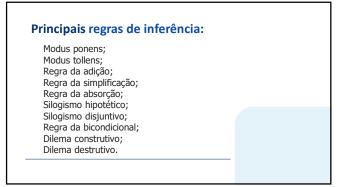
  AºB→C. Nessa fórmula quando o valor lógico de entrada
  da proposição A for verdadeiro e de B for falso, o
  resultado da implicação será falso, ou seja, existe pelo
  menos uma combinação de entradas, para a qual a
  fórmula resultará em falsa, logo essa fórmula não é uma tautologia e, consequentemente, não é um argumento

## Tautologia

Para saber se um argumento é válido ou não, precisamos saber se ele é uma tautologia. Para fazer essa checagem, poderíamos testar todas as combinações de entrada possíveis para o argumento. Porém, se tratando da Lógica Formal, podemos usar um sistema de regras de dedução e, seguindo uma sequência de demonstração provar se o argumento é válido ou não. "Uma sequência de demonstração é uma sequência de fbfs nas quais cada fbf é uma hipótese ou o resultado de se aplicar uma das regras de dedução do sistema formal a fbfs anteriores na sequência" (GERSTING, 2017 p. 25).



# Demonstração de argumentos válidos. Por ter características semelhantes a aritmética sobre números, tais propriedades são conhecidas "Álgebra das Proposições".



# Modus Ponens A partir de A → B e A, infere-se B. O argumento tem duas premissas: -A condição "se - então", nomeadamente que A implica B. -A é verdadeiro. Destas duas premissas pode ser logicamente concluído que B tem de ser também verdadeiro. Ex: - Se chover, então fico em casa. - Choveu. - Então fico em casa.

