

### Phần 3: ĐIỆN XOAY CHIỀU

#### CHỦ ĐỀ 10. PHƯƠNG PHÁP ĐẠI SỐ

##### Vấn đề 1: Phương pháp đại số

Thực chất của phương pháp đại số là lập một hệ phương trình chưa các đại lượng đã biết và đại lượng cần tìm nhờ các công thức sau:

$$\begin{aligned} \text{Tổng trở} & \left[ \begin{array}{l} Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} \\ Z = \sqrt{(\sum R)^2 + (\sum Z_L - \sum Z_C)^2} \end{array} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Độ lệch pha:} & \left[ \begin{array}{l} \tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} = \frac{U_L - U_C}{U_R} \\ \tan \varphi = \frac{\sum Z_L - \sum Z_C}{\sum R} = \frac{\sum U_L - \sum U_C}{\sum U_R} \end{array} \right] \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \varphi > 0: u \text{ sớm pha hơn } i \Rightarrow \text{mạch có tính cảm} \\ \varphi > 0: u \text{ trễ pha hơn } i \Rightarrow \text{mạch có tính dung} \\ \varphi = 0: u, i \text{ cùng pha.} \end{cases}$$

$$\text{Cường độ hiệu dụng: } I = \frac{U}{Z} = \frac{U_R}{R} = \frac{U_L}{Z_L} = \frac{U_C}{Z_C} = \frac{U_{MN}}{Z_{MN}}$$

$$\text{Điện áp trên đoạn mạch: } U_{MN} = IZ_{MN} = \frac{U}{Z} Z_{MN}$$

$$\text{Công suất tỏa nhiệt: } P = I^2 R = \frac{U^2 R}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}$$

$$\text{Hệ số công suất: } \cos \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$$

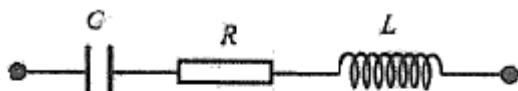
Điện năng tiêu thụ sau thời gian t: A = phương trình

**Ví dụ 1:** Đặt vào hai đầu đoạn mạch một điện áp xoay chiều 100 V – 50 Hz. Đoạn mạch mắc nối tiếp gồm điện trở thuần R, cuộn cảm có độ tự cảm  $L = 1/\pi(H)$  và tụ điện có dung kháng  $Z_C$ . Biết công suất tiêu thụ trên mạch là 100 W và không thay đổi nếu mắc vào hai đầu L một ampe-kế có điện trở không đáng kể. Giá trị R và  $Z_C$  lần lượt là

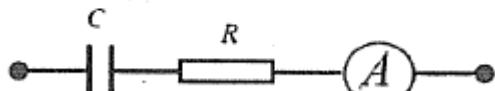
- A. 40 Ω và 30 Ω.      B. 50 Ω và 50 Ω.      C. 30 Ω và 30 Ω.      D. 20 Ω và 50 Ω.

*Hướng dẫn*

$$P_{truc} = \frac{U^2 R}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} \Rightarrow \frac{100^2 R}{R^2 + (100 - Z_C)^2} = 100$$



Mạch điện lúc đầu



Mạch điện sau

$$P_{sau} = \frac{U^2 R}{R^2 + Z_C^2} \Rightarrow \frac{100^2 R}{R^2 + Z_C^2} = 100 \Rightarrow \begin{cases} Z_C = 50(\Omega) \\ R = 50(\Omega) \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Ví dụ 2:** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2} \cos \omega t (V)$  (với  $U$  và  $\omega$  không đổi) vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm đèn sợi đốt có ghi  $220 V - 100 W$ , cuộn cảm thuận có độ tự cảm  $L$  và tụ điện có điện dung  $C$ . Khi đó đèn sáng đúng công suất định mức. Nếu nút tắt hai bản tụ điện thì đèn chỉ sáng với công suất bằng  $50 W$ . Trong hai trường hợp, coi điện trở của đèn như nhau, bỏ qua độ tự cảm của đèn. Dung kháng của tụ điện **không** thê là giá trị nào trong các giá trị sau?

- A.  $345 \Omega$ .      B.  $484 \Omega$ .      C.  $475 \Omega$ .      D.  $274 \Omega$ .

### Hướng dẫn

$$\text{Điện trở của đèn: } R_d = \frac{U_d}{I_d} = \frac{U_d^2}{P_d} = 484(\Omega)$$

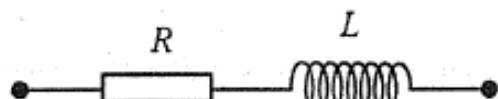
Lúc đầu mạch  $R_d LC$ , sau đó tụ nút tắt thì mạch chỉ còn  $R_d L$ .

$$\text{Vì } P' = P/2 \text{ nên } I' = I/\sqrt{2} \text{ hay } Z' = Z\sqrt{2} \Leftrightarrow \sqrt{R_d^2 + Z_L^2} = \sqrt{2} \sqrt{R_d^2 + (Z_L - Z_C)^2}$$

$$\Rightarrow Z_L^2 - 4Z_C Z_L + (2Z_C^2 + Z_d^2) = 0. \text{ Điều kiện để phương trình này có nghiệm với biến số } Z_L \text{ là} \\ \Delta = 4Z_C^2 - (2Z_C^2 + Z_d^2) \geq 0 \Rightarrow Z_C \geq \frac{R}{\sqrt{2}} \approx 342,23(\Omega) \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

### Chú ý:

\*Mạch nối tiếp chứa tụ cho dòng xoay chiều đi qua nhưng không cho dòng một chiều đi qua.



\*Mạch nối tiếp  $RL$  vừa cho dòng xoay chiều đi vừa cho dòng một chiều đi qua. Nhưng  $L$  chỉ cản trö dòng xoay chiều còn không có tác dụng cản trö dòng một chiều.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Nguồn 1 chiều: } I_1 = \frac{U}{R}; P_1 = I_1^2 R = \frac{U^2}{R} \\ \text{Nguồn xoay chiều: } I_2 = \frac{U}{\sqrt{R^2 + Z_L^2}}; P_2 = I_2^2 R = \frac{U^2 R}{R^2 + Z_L^2}; Z_L = \omega L \end{array} \right.$$

**Ví dụ 3:** Đặt vào hai đầu óng dây một điện áp một chiều 12 V thì cường độ dòng điện trong óng dây là 0,24 A. Đặt vào hai đầu óng dây một điện áp xoay chiều có tần số 50 Hz và giá trị hiệu dụng 100 V thì cường độ dao động hiện dụng trong óng dây là 1 A. Mắc mạch điện gồm óng dây nối tiếp với tụ điện có điện dung  $C = 87 \mu F$  và mạch điện xoay chiều nối trên. Công suất tiêu thụ trên mạch là:

- A. 50 W.      B. 200 W.      C. 120 W.      D. 100 W.

### Hướng dẫn

$$\text{Nguồn 1 chiều (RL): } I_1 = \frac{U}{R} \Rightarrow R = \frac{U}{I_1} = 50(\Omega)$$

$$\text{Nguồn xoay chiều (RL): } I_2 = \frac{U}{\sqrt{R^2 + Z_L^2}} \Rightarrow 1 = \frac{100}{\sqrt{50^2 + Z_L^2}} \Rightarrow Z_L = 50\sqrt{3}(\Omega)$$

$$\text{Nguồn xoay chiều RLC: } Z_C = \frac{1}{\omega C} = 36,6(\Omega)$$

$$P_3 = I_3^2 R = \frac{U^2 R}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \frac{100^2 \cdot 50}{50^2 + (50\sqrt{3} - 36,6)^2} \approx 100(W) \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

### Chú ý:

1) Khi mắc đồng thời nguồn một chiều và xoay chiều ( $u = a + b\sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi)$ ) mạch nối tiếp chưa tụ thì chỉ dòng điện xoay chiều đi qua:  $I_{xc} = \frac{b}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$ .

2) Khi mắc đồng thời nguồn một chiều và xoay chiều ( $u = a + b\sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi)$ ) vào mạch nối tiếp không chưa tụ thì cả dòng điện xoay chiều và dòng một chiều đều đi qua:  $I_{xc} = \frac{b}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$ ,

$$I_{1c} = \frac{a}{R}. Do đó, dòng hiệu dụng trong mạch: I = \sqrt{I_{xc}^2 + I_{1c}^2}.$$

**Ví dụ 4:** Mạch gồm điện trở  $R = 100 \Omega$  mắc nối tiếp với cuộn dây thuần cảm  $L = 1/\pi H$ . Điện áp đặt vào hai đầu đoạn mạch có dạng  $u = 400 \cos^2 50\pi t(V)$ . Cường độ dòng điện hiệu dụng qua mạch có giá trị bằng

A. 1 A.

B. 3,26 A.

$$C. (2 + \sqrt{2}) A .$$

D.  $\sqrt{5} A .$

### Hướng dẫn

Áp dụng công thức hạ bậc viết lại:  $u = 400 \cos^2(50\pi t) = 200 + 200 \cos(100\pi t) (V)$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Dòng 1 chiều: } I_{1c} = \frac{U_{1c}}{\sqrt{R^2 + Z_{1L}^2}} = \frac{200}{\sqrt{100^2 + 0^2}} = 2(A) \\ \text{Dòng xoay chiều: } I_{xc} = \frac{U_{xc}}{\sqrt{R^2 + Z_L^2}} = \frac{100\sqrt{2}}{\sqrt{100^2 + 100^2}} = 1(A) \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow I = \sqrt{I_{1c}^2 + I_{xc}^2} = \sqrt{5}(A) \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Ví dụ 5:** Đặt vào 2 đầu mạch điện có 2 phần tử C và R với điện trở  $R = Z_C = 100\Omega$  một nguồn điện tổng hợp có biểu thức  $u = [100 \cos(100\pi t + \pi/4) + 100] V$ . Tính công suất tỏa nhiệt trên điện trở

A. 50 W.

B. 200 W.

C. 25 W.

D. 150 W.

### Hướng dẫn

Dòng 1 chiều không qua tụ chỉ có dòng xoay chiều đi qua:

$$P = I^2 R = \frac{U^2 R}{R^2 + R_C^2} = 25(W) \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Ví dụ 6:** Đặt một điện áp có biểu thức  $u = 200 \cos^2(100\pi t) + 400 \cos^3(100\pi t) (V)$  và hai đầu đoạn mạch AB gồm điện trở  $R = 100 \Omega$  và cuộn cảm thuận có độ tự cảm  $0,5/\pi (H)$  mắc nối tiếp. Công suất tỏa nhiệt trên điện trở **gần giá trị** nào sau đây?

A. 480 W.

B. 50 W.

C. 320 W.

D. 680 W.

### Hướng dẫn

Dùng công thức hạ bậc viết lại:

$$u = 100 + 100 \cos(200\pi t) + 300 \cos(100\pi t) + 100 \cos(300\pi t) (V)$$

Công suất mạch tiêu thụ:  $P = I_1^2 R + I_2^2 R + I_3^2 R + I_4^2 R$

$$P = \left( \left( \frac{100}{R} \right)^2 + \frac{(50\sqrt{2})^2}{R^2 + (200\pi L)^2} + \frac{(150\sqrt{2})^2}{R^2 + (100\pi L)^2} + \frac{(50\sqrt{2})^2}{R^2 + (300\pi L)^2} \right) R \approx 500,4(\Omega)$$

$\Rightarrow$  Chọn A.

**Chú ý:** Phân biệt giá trị hiệu dụng và giá trị trung bình

Nếu  $h(t)$  là hàm tuần hoàn xác định trong đoạn  $[t_1; t_2]$  thì giá trị hiệu dụng được tính theo:

$$H = \sqrt{\frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} h^2 dt}$$

Dòng điện biến thiên điều hòa theo thời gian  $i = I_0 \cos(\omega t + \varphi)$  thì giá trị hiệu dụng của nó:

$$I = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$$

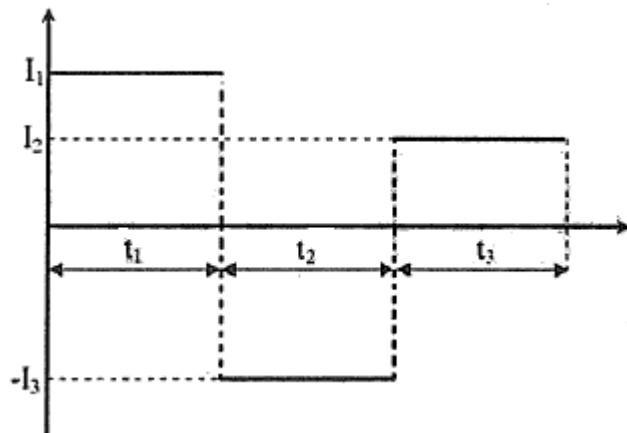
Dòng điện biến thiên tuần hoàn theo thời gian

$i = a + I_{01} \cos(\omega_1 t + \varphi_1) + I_{02} \cos(\omega_2 t + \varphi_2) + I_{03} \cos(\omega_3 t + \varphi_3) + \dots$  thì giá trị hiệu dụng của nó:

$$I = \sqrt{a^2 + \left(\frac{I_{01}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{I_{02}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{I_{03}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \dots}$$

Nếu dòng điện biến thiên theo đồ thị sau thì giá trị hiệu dụng của nó được tính theo cách:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$$



$$\Leftrightarrow I^2 R t = I_1^2 R t_1 + I_2^2 R t_2 + I_3^2 R t_3 \Rightarrow I = \sqrt{I_1^2 \frac{t_1}{t} + I_2^2 \frac{t_2}{t} + I_3^2 \frac{t_3}{t}}$$

Nếu  $h(t)$  tuần hoàn với chu kỳ  $T$  thì giá trị trung bình của nó trong 1 chu kỳ  $\bar{H} = \frac{1}{T} \int_0^T h dt$

**Ví dụ 7:** Cường độ của một dòng điện xoay chiều có biểu thức  $i = 4 \cos^2(100\pi t)(A)$ . Cường độ này có giá trị trung bình trong một chu kỳ bằng bao nhiêu?

- A. 0 A.      B. 2 A.      C.  $2\sqrt{2}$  A.      D. 4 A.

**Hướng dẫn**

**Cách 1:** Áp dụng công thức hạ bậc viết lại:  $i = 4 \cos^2(100\pi t) = 2 + 2 \cos(200\pi t)(A)$

$$\bar{i} = \overline{2+2\cos 200\pi t} = \bar{2} + \overline{\cos 200\pi t} = 2(A)$$

**Cách 2:** Chu kỳ của dòng điện này:  $T = 2\pi / \omega = 2\pi / (200\pi) = 0,01\text{s}$

Giá trị trung bình trong một chu kỳ:

$$\bar{i} = \frac{1}{T} \int_0^T i dt = \frac{1}{0,01} \int_0^{0,01} (2 + 2\cos(200\pi t)) dt = 2(A) \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Ví dụ 8:** Cường độ của một dòng điện xoay chiều qua điện trở  $R = 10 \Omega$  có biểu thức

$$i = 2\cos^2(100\pi t) + 4\cos^3(100\pi t)(A). Cường độ này có giá trị trung bình trong một chu kỳ bằng$$

bao nhiêu? Tính cường độ hiệu dụng, công suất tỏa nhiệt và nhiệt lượng tỏa ra trên R trong thời gian 1 phút.

### Hướng dẫn

Dùng công thức hạ bậc viết lại:

$$i = i + \cos(200\pi t) + 3\cos(100\pi t) + \cos(300\pi t)(A)$$

Giá trị trung bình trong một chu kỳ:

$$\bar{i} = \overline{i + \cos(200\pi t) + 3\cos(100\pi t) + \cos(300\pi t)} = 1(A)$$

Cường độ hiệu dụng, công suất tỏa nhiệt và nhiệt lượng tỏa ra trên R trong 1 phút lần lượt là:

$$I = \sqrt{1^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2} = \frac{\sqrt{26}}{2}(A)$$

$$P = I^2 R = \frac{26}{4} \cdot 10 = 65(W)$$

$$Q = Pt = 65 \cdot 60 = 3900(J)$$

**Ví dụ 9:** Dòng điện chạy trong đoạn mạch có đặc điểm sau: trong một phần tư đầu của chu kỳ thì có giá trị bằng 1 A, trong một phần ba chu kỳ tiếp theo có giá trị -2 A và trong thời gian còn lại của chu kỳ này có giá trị 3 A. Giá trị hiệu dụng của dao động này bằng bao nhiêu?

- A. 2 A.      B.  $\sqrt{14}$  A.      C. 1,5 A.      D.  $4/\sqrt{3}$  A.

### Hướng dẫn

Nhiệt lượng tỏa ra trong một chu kỳ bằng tổng nhiệt lượng tỏa ra trong ba giai đoạn:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 \Leftrightarrow I^2 R t = I_1^2 R t_1 + I_2^2 R t_2 + I_3^2 R t_3$$

$$\Rightarrow I = \sqrt{I_1^2 \frac{t_1}{t} + I_2^2 \frac{t_2}{t} + I_3^2 \frac{t_3}{t}} = \sqrt{(1)^2 \frac{1}{4} + (-2)^2 \frac{1}{3} + (3)^2 \frac{5}{12}} = \frac{4}{\sqrt{3}}(A)$$

⇒ Chọn D.

*Chú ý: Thay đổi linh kiện tính điện áp*

$$\begin{cases} U = \sqrt{U_R^2 + (Z_L - U_C)^2} \\ Z_L = n_1 R \\ Z_C = n_2 R \\ U^2 = U_R'^2 + (U_L' - U_C')^2 \Rightarrow U_R' = ? \end{cases}$$

**Ví dụ 10:** Đoạn mạch xoay chiều nối tiếp gồm điện trở thuần R, tụ điện C và cuộn cảm thuần L. Đặt vào hai đầu đoạn mạch một điện áp xoay chiều ổn định thì điện áp hiệu dụng trên R, L và C lần lượt là 60 V, 120 V và 40 V. Thay C bởi tụ điện C' thì điện áp hiệu dụng trên tụ là 100 V, điện áp hiệu dụng trên R là

- A. 150 V.      B. 80 V.      C. 40 V.      D.  $20\sqrt{2}$  V.

### Hướng dẫn

$$\begin{cases} U_R = 60(V) \\ U_L = 120(V) \end{cases} \Rightarrow Z_L = 2R \Rightarrow U_L' = 2U_R$$

$$U_C = 40(V) \Rightarrow U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2} = 100(V)$$

Khi C thay đổi thì U vẫn là 100 V và  $U_L' = 2U_R \Rightarrow U^2 = U_R'^2 + (U_L' - U_C')^2$

$$\Rightarrow 100^2 = U_R'^2 + (2U_R - 100)^2 \Rightarrow U_R' = 80(V) \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Ví dụ 11:** Đoạn mạch xoay chiều gồm biến trở R, tụ điện C và cuộn cảm L mắc nối tiếp. Khi điều chỉnh biến trở ở giá trị nào đó thì điện áp hiệu dụng do được trên biến trở, tụ điện và cuộn cảm lần lượt là 50 V, 90 V và 40 V. Điều chỉnh để giá trị biến trở lớn gấp đôi so với lúc đầu thì điện áp hiệu dụng trên biến trở là

- A.  $50\sqrt{2}$  V.      B. 100 V.      C. 25 V.      D.  $20\sqrt{10}$  V.

### Hướng dẫn

$$\begin{cases} U_R = 50(V) \\ U_L = 40(V) \\ U_C = 90(V) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Z_C = 1,8R = 0,9R \\ Z_L = 0,8R = 0,4R \\ U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2} = \sqrt{50^2 + (40 - 90)^2} = 50\sqrt{2}(V) \end{cases}$$

$$U^2 = U_R'^2 + (U_L' - U_C')^2 \Rightarrow 50^2 \cdot 2 = U_R'^2 + (0,4U_R - 0,9U_R)^2$$

$$U_R' = 20\sqrt{10}(V) \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

*Chú ý: Khi thay đổi nguồn khác nhau thì biểu thức điện áp đặt vào sẽ khác nhau.*

**Ví dụ 12:** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2} \cos 100\pi t$  (V) (với U thay đổi được) và hai đầu đoạn mạch AB nối tiếp gồm cuộn dây và tụ điện. Khi  $U = 100$  V thì công suất tiêu thụ của đoạn mạch AB là 50 W và u sớm hơn i là  $\pi/3$ . Khi  $U = 100\sqrt{3}$  V muốn cường độ hiệu dụng qua mạch không thay đổi thì phải mắc nối tiếp thêm vào mạch điện trở  $R_0$ . Tính  $R_0$ .

### Hướng dẫn

$$\begin{aligned} * \text{Khi } U = 100 \text{ V:} & \left\{ \begin{array}{l} \tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} \xrightarrow{\varphi = \frac{\pi}{3}} Z_L - Z_C = R\sqrt{3} \\ P = I^2 R = \frac{U^2 R}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} \Rightarrow 50 = \frac{100^2 R}{R^2 + R^2 \cdot 3} \end{array} \right. \\ & \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} R = 50(\Omega) \\ Z_L - Z_C = 50\sqrt{3}(\Omega) \end{array} \right. \Rightarrow I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{100}{2.50} = 1(A) \end{aligned}$$

\*Khi  $U = 100\sqrt{3}$  V và mắc nối tiếp thêm  $R_0$ :

$$I' = \frac{U'}{\sqrt{(R + R_0)^2 + (Z_L - Z_C)^2}} \Rightarrow 1 = \frac{100\sqrt{3}}{\sqrt{(50 + R_0)^2 + 50^2 \cdot 3}} \Rightarrow R_0 = 100(\Omega)$$

⇒ Chọn A.

**Ví dụ 13:** Nếu đặt điện áp  $u_1 = U_0 \cos 50\pi t$  (V) vào hai đầu một cuộn dây có độ tự cảm L và điện trở thuần  $r \neq 0$  thì công suất tiêu thụ của cuộn dây là 70 W và hệ số công suất của mạch là 0,5. Nếu đặt điện áp  $u_2 = 4U_0 \cos 150\pi t$  (V) vào hai đầu cuộn dây trên thì công suất tiêu thụ trên cuộn dây là

- A. 160 W.      B. 100 W.      C. 280 W.      D. 200 W.

### Hướng dẫn

$$\begin{aligned} * \text{Khi mắc nguồn 1:} & \left\{ \begin{array}{l} \cos \varphi_1 = \frac{r}{\sqrt{r^2 + Z_L^2}} = 0,5 \Rightarrow Z_L = r\sqrt{3} \\ P_1 = \frac{U_1^2 r}{r^2 + Z_L^2} = \frac{U_1^2 r}{r^2 + (r\sqrt{3})^2} = \frac{U_1^2}{4r} \end{array} \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} * \text{Khi mắc nguồn 2:} & \left\{ \begin{array}{l} Z'_L = 3Z_L = 3r\sqrt{3}; U_2 = 4U_1 \\ P_2 = \frac{U_2^2 r}{r^2 + Z'_L^2} = \frac{16U_1^2 r}{r^2 + (3r\sqrt{3})^2} = \frac{16}{7} \frac{U_1^2}{4r} = \frac{16}{7} P_1 = 160(W) \end{array} \right. \end{aligned}$$

**Ví dụ 14:** Đoạn mạch AB gồm 3 phần AM; MN; NB mắc nối tiếp nhau. Đoạn mạch AM chứa x cuộn dây thuần cảm L mắc song song; đoạn mạch MN chứa y điện trở R mắc song song; đoạn NB

chứa x tụ điện mắc song song với  $2x = z - y$ . Mắc vào đoạn mạch AN dòng điện một chiều có điện áp  $U = 120$  (V) thì cường độ dòng điện qua mạch chính  $I_{AM} = 4$  (A). Khi mắc lần lượt vào đoạn mạch MB; AB nguồn điện xoay chiều có điện áp hiệu dụng  $U_{hd} = 100$  (V) thì đều thu được cường độ dòng điện hiệu dụng qua mạch  $I_{hd} = 2$  (A). Khi mắc đoạn mạch R, L, C nối tiếp vào nguồn xoay chiều nói trên thì cường độ dòng điện hiệu dụng qua mạch  $I'_{hd} = 1$  (A). Điện trở R có giá trị là:

A.  $50 \Omega$ .

B.  $30 \Omega$ .

C.  $60 \Omega$ .

D.  $40 \Omega$ .

### *Hướng dẫn*

Trở kháng trên các phan:

$$Z_{AM} = \frac{Z_L}{x}; Z_{MN} = \frac{R}{y} = \frac{U}{I} = \frac{120}{4} = 30(\Omega) \Rightarrow y = \frac{R}{30}; Z_{NB} = \frac{Z_C}{z}$$

$$Z_{MB}^2 = \left( \frac{U_{MB}}{I_{MB}} \right)^2 \Leftrightarrow \left( \frac{R}{y} \right)^2 + \left( \frac{Z_C}{z} \right)^2 = 50^2 \Rightarrow \frac{Z_C}{z} = 40(\Omega) \Rightarrow x = \frac{Z_C}{40}$$

$$Z_{AB}^2 = \left( \frac{U_{AB}}{I_{AB}} \right)^2 \Leftrightarrow \left( \frac{R}{y} \right)^2 + \left( \frac{Z_L}{x} - \frac{Z_C}{z} \right)^2 = 50^2 \Rightarrow \frac{Z_L}{x} = 80(\Omega) \Rightarrow x = \frac{Z_L}{80}$$

$$\text{Mà } 2x = z - y \text{ nên } 2 \cdot \frac{Z_L}{80} = \frac{Z_C}{40} - \frac{R}{30} \Rightarrow Z_C - Z_L = \frac{4}{3}R$$

Khi mắc R, L, C mắc nối tiếp thì tổng trở của mạch:

$$Z^2 = R^2 + (Z_L - Z_C)^2 = \left( \frac{U}{I} \right)^2 \Rightarrow R^2 + \frac{16}{9}R^2 = \left( \frac{100}{1} \right)^2 \Rightarrow R = 60(\Omega) \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

### Vấn đề 2: Mạch thay đổi cấu trúc

**Kết quả 1: Khi R và  $u = U_0 \cos(\omega t + \varphi)$  giữ nguyên, các phần tử khác thay đổi**

$$\begin{cases} I = \frac{U}{R} \cos \varphi \\ P = \frac{U^2}{R} \cos^2 \varphi = P_{\text{công huong}} \cos^2 \varphi \end{cases}$$

\*Cường độ hiệu dụng tính bằng công thức:  $I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{R} \cdot \frac{R}{Z} = \frac{U}{R} \cos \varphi$

\*Khi liên quan đến công suất tiêu thụ toàn mạch, từ công thức  $P = I^2 R$ , thay

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{R} \cdot \frac{R}{Z} = \frac{U}{R} \cos \varphi, \text{ ta nhận được: } P = \frac{U^2}{R} \cos^2 \varphi = P_{\text{công huong}} \cos^2 \varphi$$

**Ví dụ 1:** Đoạn mạch không phân nhánh RLC đặt dưới điện áp xoay chiều ổn định thì cường độ hiệu dụng, công suất và hệ số công suất của mạch lần lượt là 3 A, 90 W và 0,6. Khi thay LC bằng L'C' thì hệ số công suất của mạch là 0,8. Tính cường độ hiệu dụng và công suất mạch tiêu thụ.

### Hướng dẫn

Từ công thức:  $I = \frac{U}{R} \cos \varphi \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \frac{\cos \varphi_2}{\cos \varphi_1} \Rightarrow \frac{I_2}{3} = \frac{0,8}{0,6} \Rightarrow I_2 = 4(A)$

Từ công thức:  $P = \frac{U^2}{R} \cos^2 \varphi \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \left( \frac{\cos \varphi_2}{\cos \varphi_1} \right)^2 \Rightarrow \frac{P_2}{90} = \left( \frac{0,8}{0,6} \right)^2 \Rightarrow P_2 = 160(W)$

**Ví dụ 2:** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U\sqrt{2} \cos \omega t(V)$  vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm điện trở thuần R, cuộn cảm thuần L và tụ điện có điện dung C thay đổi được. Ban đầu điều chỉnh điện dung đến giá trị  $C_1$  thì công suất tiêu thụ trong mạch  $P_1$ , sau đó điều chỉnh điện dung đến giá trị  $C_2$  thì công suất tiêu thụ trong mạch là  $P_2 = 1,7P_1$ . Khi đó hệ số công suất của mạch đã

- A. giảm 30,4%.      B. tăng 30,4%.      C. tăng 69,6%.      D. giảm 69,6%

### Hướng dẫn

Áp dụng công thức:  $P = \frac{U^2}{R} \cos^2 \varphi$

$$\Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \left( \frac{\cos \varphi_2}{\cos \varphi_1} \right)^2 \Rightarrow \frac{\cos \varphi_2}{\cos \varphi_1} = \sqrt{\frac{P_2}{P_1}} \approx 1,304 = 100\% + 30,4\% \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Ví dụ 3:** Cho đoạn mạch xoay chiều AB gồm điện trở R và một cuộn dây mắc nối tiếp. Điện áp đặt vào hai đầu đoạn mạch có tần số f và có giá trị hiệu dụng U không đổi. Điện áp hai đầu đoạn mạch lệch pha với dòng điện  $\pi/4$ . Để hệ số công suất toàn mạch bằng 1 thì người ta phải mắc nối tiếp với mạch một tụ điện khi đó công suất tiêu thụ trên mạch là 200 W. Hỏi khi chưa mắc thêm tụ thì công suất tiêu thụ trên mạch bằng bao nhiêu?

- A. 100 W.      B. 150 W.      C. 75 W.      D. 170,7 W.

### Hướng dẫn

Từ công thức:  $P = \frac{U^2}{R} \cos^2 \varphi = P_{\text{công huống}} \cos^2 \varphi$

$$\Rightarrow P = 200 \cos^2 \frac{\pi}{4} = 100(W) \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

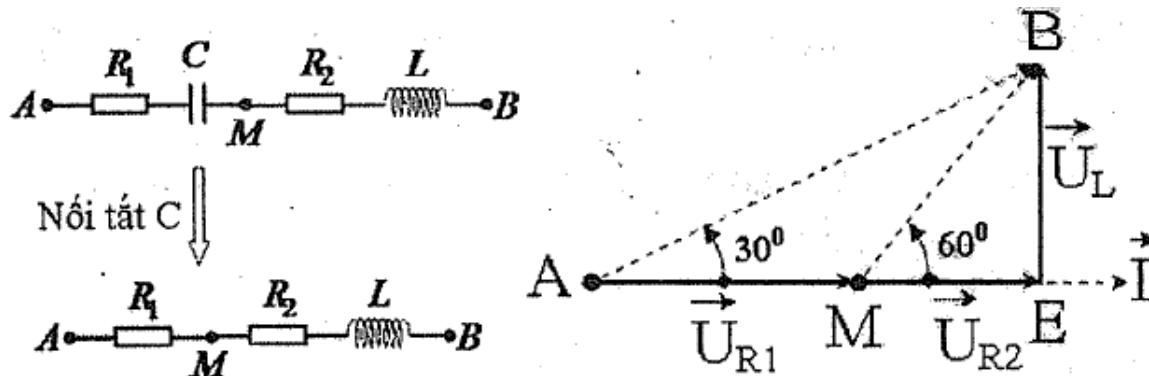
**Kinh nghiệm:** Mắc xích của dạng toán này là  $\cos \varphi_2$ , vì vậy, người ta nảy ra ý tưởng “bắt” phải dùng giản đồ véc tơ đến tính  $\cos \varphi_2$ .

**Ví dụ 4:** Một đoạn mạch AB gồm hai đoạn mạch AM và MB mắc nối tiếp. Đoạn mạch AM gồm điện trở thuần  $R_1$  mắc nối tiếp với tụ điện có điện dung  $C$ , đoạn mạch MB gồm điện trở thuần  $R_2$ , mắc nối tiếp với cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L$ . Đặt điện áp xoay chiều có tần số và giá trị hiệu dụng không đổi vào hai đầu đoạn mạch AB. Khi đó đoạn mạch AB tiêu thụ công suất bằng 160 W và có hệ số công suất bằng 1. Nếu nối tắt hai đầu tụ điện thì điện áp hai đầu đoạn mạch AM và MB có cùng giá trị hiệu dụng nhưng lệch pha nhau  $\pi/3$ , công suất tiêu thụ trên mạch AB trong trường hợp này bằng

- A. 120 W.      B. 160 W.      C. 90 W.      D. 180 W.

*Hướng dẫn*

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Mạch } R_1CR_2L \text{ công hưởng: } P = \frac{U^2}{R_1 + R_2} \\ \\ \text{Mạch } R_1R_2L: P' = \frac{U^2}{R_1 + R_2} \cos^2 \varphi = P \cos^2 \varphi = 120 \cos^2 \varphi \end{array} \right.$$



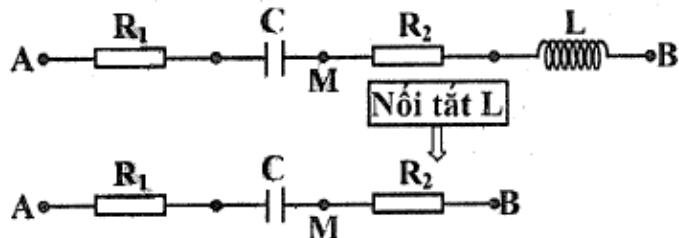
Dùng phương pháp véc tơ trượt, tam giác cân AMB tính được  $\varphi = 30^\circ$  nên:

$$P' = 160 \cos^2 30^\circ = 120 \text{ (W)} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Ví dụ 5:** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2} \cos 2\pi f t$  (V) vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp AB gồm hai đoạn mạch AM và MB thì mạch AB tiêu thụ công suất là  $P_1$ . Đoạn AM gồm điện trở thuần  $R_1$  mắc nối tiếp với tụ điện có điện dung  $C$ . Đoạn MB gồm  $R_2$  mắc nối tiếp với cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L$  sao cho  $4\pi^2 f^2 LC = 1$ . Nếu nối tắt L thì  $u_{AM}$  và  $u_{MB}$  có cùng giá trị hiệu dụng nhưng lệch pha nhau  $\pi/4$ , đồng thời mạch AB tiêu thụ công suất 240 W. Tính  $P_1$ .

- A. 281,2 W.      B. 160 W.      C. 480 W.      D. 381,3 W.

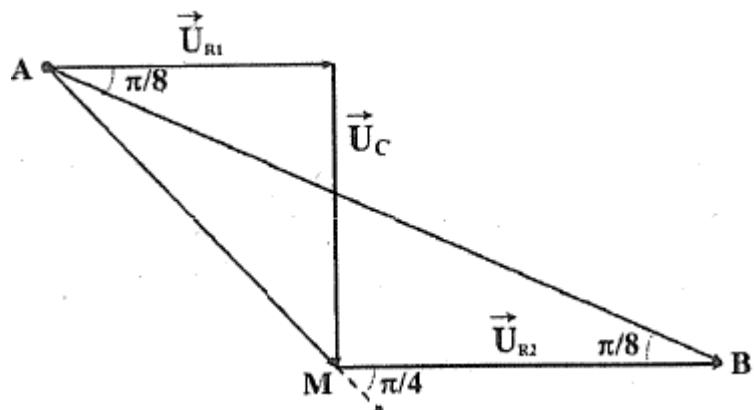
## Hướng dẫn



$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Mạch RCR}_2L \text{ công hưởng: } P = \frac{U^2}{R + R_2} \\ \text{Mạch RR}_2L: P' = \frac{U^2}{R_1 + R_2} \cos^2 \varphi = P_{\max} \cos^2 \varphi \end{array} \right.$$

\*Từ  $4\pi^2 f^2 LC = 1$  suy ra mạch công hưởng  $Z_L = Z_C : P_1 = P_{\max} = \frac{U^2}{R_1 + R_2}$

\*Khi nối tắt L, vẽ giản đồ véc tơ:



Tam giác AMB cân tại M nên các góc đáy bằng nhau và bằng  $\pi/8 \Rightarrow AB$  trễ hơn i là

$$\pi/8 \Rightarrow \varphi = -\pi/8 \Rightarrow P' = P_1 \cos^2 \varphi \Rightarrow 240 = P_1 \cos^2 \frac{-\pi}{8} \Rightarrow P_1 = 281,2(W)$$

$\Rightarrow$  Chọn A.

**Chú ý:** Nếu phần tử nào bị nối tắt (nối bằng dây có điện trở không đáng kể) thì phần tử đó xem như không có trong mạch.

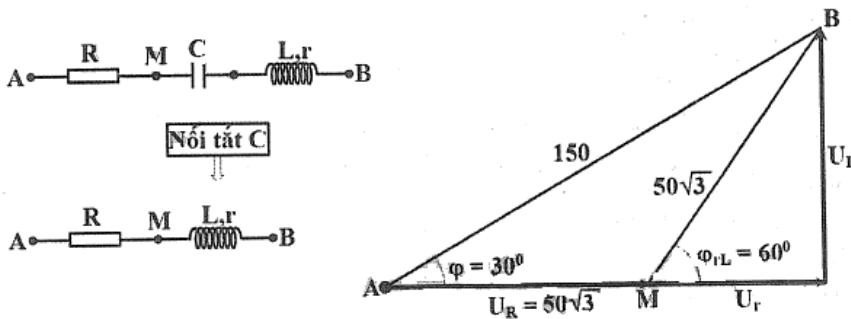
**Ví dụ 6:** Đặt điện áp  $u = 150\sqrt{2} \cos 100\pi t(V)$  vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm điện trở thuần  $60\Omega$ , cuộn dây (có điện trở thuần) và tụ điện. Công suất tiêu thụ điện của đoạn mạch bằng

250 W. Nối hai bản tụ điện bằng một dây dẫn có điện trở không đáng kể. Khi đó, điện áp hiệu dụng giữa hai đầu điện trở bằng điện áp hiệu dụng giữa hai đầu cuộn dây và bằng  $50\sqrt{3}$  V. Dung kháng của tụ điện có giá trị bằng

- A.  $60\sqrt{3}\Omega$ .      B.  $30\sqrt{3}\Omega$ .      C.  $15\sqrt{3}\Omega$ .      D.  $45\sqrt{3}\Omega$ .

### Hướng dẫn

Lúc đầu công suất mạch tiêu thụ:  $P = I^2(R+r) = \frac{U^2(R+r)}{(R+r)^2 + (Z_L - Z_C)^2} \quad (1)$



Sau đó tụ nối tắt, vẽ giản đồ véc tơ trượt và từ giản đồ ta nhận thấy  $\Delta AMB$  cân tại M:

$$Z_{MB} = R = 60(\Omega) \Rightarrow \begin{cases} r = Z_{MB} \cos 60^\circ = 30(\Omega) \\ Z_L = Z_{MB} \sin 60^\circ = 30\sqrt{3}(\Omega) \end{cases}$$

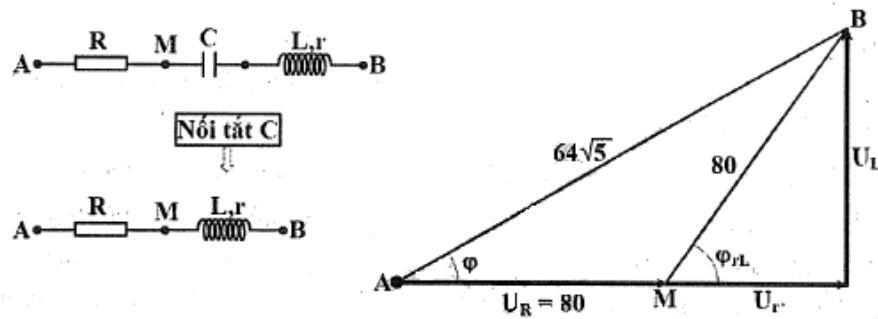
Thay r và  $Z_L$  vào (1):  $250 = \frac{150^2 \cdot 90}{90^2 + (30\sqrt{3} - Z_C)^2} \Rightarrow Z_C = 30\sqrt{3}(\Omega) \Rightarrow$  Chọn B.

**Ví dụ 7:** Đặt điện áp  $u = 64\sqrt{10} \cos 100\pi t(V)$  vào hai đầu đoạn mạch AB nối tiếp gồm điện trở  $R = 60 \Omega$ , tụ điện C và cuộn cảm  $L_r$  thì mạch tiêu thụ công suất là  $640/3$  W. Nối hai đầu tụ với dây dẫn có điện trở không đáng kể thì  $U_R = U_{rL} = 80V$ . Tính  $Z_C$ .

- A.  $48 \Omega$ .      B.  $36 \Omega$ .      C.  $80 \Omega$ .      D.  $54 \Omega$ .

### Hướng dẫn

Lúc đầu công suất mạch tiêu thụ:  $P = I^2(R+r) = \frac{U^2(R+r)}{(R+r)^2 + (Z_L - Z_C)^2} \quad (1)$ .



Sau đó tụ nối tắt, vẽ giản đồ véc tơ trượt và từ giản đồ ta nhận thấy  $\Delta AMB$  cân tại M:

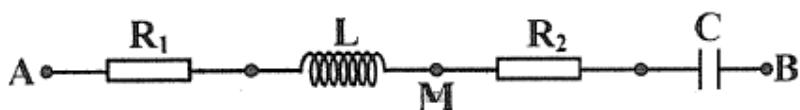
$$\begin{cases} Z_{MB} = R = 60(\Omega) \\ \cos \varphi_{rL} = -\cos AMB = \frac{80^2 + 80^2 - (64\sqrt{5})^2}{2 \cdot 80 \cdot 80} = 0,6 \Rightarrow \sin \varphi_{rL} = 0,8 \\ \Rightarrow \begin{cases} r = Z_{MB} \cos \varphi_{rL} = 36(\Omega) \\ Z_L = Z_{MB} \sin \varphi_{rL} = 48(\Omega) \end{cases} \end{cases}$$

Thay r và  $Z_L$  vào (1):  $\frac{640}{3} = \frac{64^2 \cdot 5 \cdot (60+36)}{(60+36)^2 + (48-Z_C)^2} \Rightarrow Z_C = 48(\Omega) \Rightarrow$  Chọn A.

**Ví dụ 8:** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2} \cos \omega t$  (V) vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp AB gồm hai đoạn mạch AM và MB. Đoạn AM gồm  $R_1$  mắc nối tiếp với cuộn cảm thuần L. Đoạn MB gồm  $R_2$  thì  $U_{AM} = U_{MB}$ . Còn nếu nối tắt L thì u và i lệch pha nhau  $\pi/12$ . Nếu nối tắt  $R_1$  thì hệ số công suất toàn mạch là bao nhiêu?

- A. 0,339.      B. 0,985.      C. 0,465.      D. 0,866.

*Hướng dẫn*



\*Từ  $U_C = 2U_L$  suy ra:  $Z_C = 2Z_L$ . Chuẩn hóa số liệu:  $Z_L = 1$ ,  $Z_C = 2$ .

\*Khi nối tắt  $R_2$  thì  $U_{AM} = U_{MB}$  hay  $\sqrt{R_1^2 + R_1^2} = Z_C \Rightarrow R_1 = \sqrt{3}$

\*Khi nối tắt L thì  $\varphi = -\pi/12$  hay  $\tan \varphi = \frac{-Z_C}{R_1 + R_2} \Rightarrow \tan \varphi \frac{-\pi}{12} = \frac{-2}{\sqrt{3} + R_2}$

$$\Rightarrow R_2 = 4 + \sqrt{3}$$

\*Khi nối tắt  $R_1$  thì  $\cos\varphi = \frac{R_2}{\sqrt{R_2^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{4 + \sqrt{3}}{\sqrt{(4 + \sqrt{3})^2 + (1 - 2)^2}} = 0,985$

$\Rightarrow$  Chọn B.

**Ví dụ 9:** Đặt điện áp  $u = 100\sqrt{2} \cos 100\pi t$  (V) vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp theo đúng thứ tự gồm: điện trở  $R$ , cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L$ , tụ điện có điện dung  $C_1$  và tụ điện có điện dung  $C_2 = 1/(6\pi)$  mF. Khóa K mắc song song với tụ  $C_2$ . Biết khi K mở cũng như K đóng dòng điện trong mạch luôn đạt giá trị hiệu dụng 2 A và  $U_R = 80\sqrt{5}$  V. Tìm  $C_1$ .

- A.  $0,2/\pi$  (mF).      B.  $2/\pi$  (mF).      C.  $1/\pi$  (mF).      D.  $0,1/\pi$  (mF).

### Hướng dẫn

\*Tính  $Z_{C2} = \frac{1}{\omega C_2} = 60$  ( $\Omega$ )

\*Khi đóng K mà I không đổi thì:  $\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_{C1} - Z_{C2})^2} = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_{C1})^2}$

$$\Rightarrow (Z_L - Z_{C1} - Z_{C2}) = -(Z_L - Z_{C1}) \Rightarrow Z_L = \frac{2Z_{C1} + Z_{C2}}{2} = Z_{C1} + 30$$

\*Khi đóng K:  $\begin{cases} Z_2 = \sqrt{R^2 + (\underbrace{Z_L - Z_{C1}}_{30})^2} = \frac{U}{I} = \frac{100}{2} = 50 \Rightarrow R = 40$  ( $\Omega$ ) \\  $Z_R = \sqrt{R^2 + Z_L^2} = \frac{U_R}{I} = \frac{80\sqrt{5}}{2} = 40\sqrt{5} \Rightarrow Z_L = 80$  ( $\Omega$ )

$$\Rightarrow Z_{C1} = Z_L - 30 = 50$$
 ( $\Omega$ )  $\Rightarrow C_1 = \frac{1}{100\pi Z_{C1}} = \frac{0,2}{\pi}$  (mF)  $\Rightarrow$  Chọn A.

**Kết quả 2: Nối tắt L hoặc C mà Z không đổi**

$$\left[ \begin{array}{l} Z_C = 2Z_L \\ Z_L = 2Z_C \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \varphi_u = \frac{\varphi_{i2} + \varphi_{i1}}{2} \\ |\varphi_1| = |\varphi_2| = \frac{|-\varphi_{i2} + \varphi_{i1}|}{2} \end{array} \right.$$

1) Đối với mạch RLC, khi R và  $u = U_0 \cos(\omega t + \varphi_u)$  giữ nguyên, nếu biểu thức của dòng điện trước

và sau khi nối tắt C lần lượt là  $\begin{cases} i_1 = I\sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi_{i1}) \\ i_2 = I\sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi_{i2}) \end{cases}$  thì:

$$Z_C = 2Z_L \begin{cases} \varphi_u = \frac{\varphi_{i2} + \varphi_{i1}}{2} \\ \alpha = \frac{-\varphi_{i2} + \varphi_{i1}}{2} \end{cases} \begin{cases} \varphi_1 = -\alpha \\ \varphi_2 = +\alpha \end{cases} \begin{cases} \tan \varphi_1 = \frac{Z_L - Z_C}{R} \\ \tan \varphi_2 = \frac{Z_L}{R} \end{cases}$$

2) Đối với mạch RLC, khi R và  $u = U_0 \cos(\omega t + \varphi_u)$  giữ nguyên, nếu biểu thức của dòng điện trước

và sau khi nối tắt L lần lượt là  $\begin{cases} i_1 = I\sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi_{i1}) \\ i_2 = I\sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi_{i2}) \end{cases}$  thì:

$$Z_L = 2Z_C \begin{cases} \varphi_u = \frac{\varphi_{i2} + \varphi_{i1}}{2} \\ \alpha = \frac{\varphi_{i2} - \varphi_{i1}}{2} \end{cases} \begin{cases} \varphi_1 = \alpha \\ \varphi_2 = -\alpha \end{cases} \begin{cases} \tan \varphi_1 = \frac{Z_L - Z_C}{R} \\ \tan \varphi_2 = \frac{-Z_C}{R} \end{cases}$$

### CM

$$1) \begin{cases} u = U_0 \cos(\omega t + \varphi_u) \\ \text{Trí của mua mua} \hat{=} C \text{ mua} I_1 = I_2 \Rightarrow R^2 + (Z_L - Z_C)^2 = R^2 + Z_L^2 \Rightarrow Z_C = 2Z_L \end{cases}$$

$$\left. \begin{aligned} &+ \text{Trước: } \tan \varphi_1 = \frac{Z_L - Z_C}{R} = -\frac{Z_L}{R} = \tan(-\alpha) \Rightarrow \varphi_1 = -\alpha \Rightarrow i_1 = i_0 \cos \left( \omega t + \underbrace{\varphi_u + \alpha}_{\varphi_{i1}} \right) \\ &+ Sau: \tan \varphi_2 = \frac{Z_L}{R} = \tan \alpha \Rightarrow \varphi_2 = \alpha \Rightarrow i_2 = i_0 \cos \left( \omega t + \underbrace{\varphi_u - \alpha}_{\varphi_{i2}} \right) \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \varphi_u = \frac{\varphi_{i1} + \varphi_{i2}}{2} \\ \alpha = \frac{\varphi_{i1} - \varphi_{i2}}{2} \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} u = U_0 \cos(\omega t + \varphi_u) \\ \text{Trí của mua mua} \hat{=} L \text{ mua} I_1 = I_2 \Rightarrow R^2 + (Z_L - Z_C)^2 = R^2 + Z_C^2 \Rightarrow Z_L = 2Z_C \end{cases}$$

$$\left. \begin{aligned}
& + \text{Trước: } \tan \varphi_1 = \frac{Z_L - Z_C}{R} = \frac{Z_C}{R} = \tan \alpha \Rightarrow \varphi_1 = \alpha \Rightarrow i_1 = i_0 \cos \left( \omega t + \underbrace{\varphi_u - \alpha}_{\varphi_{i1}} \right) \\
& + \text{Sau: } \tan \varphi_2 = \frac{-Z_C}{R} = \tan(-\alpha) \Rightarrow \varphi_2 = -\alpha \Rightarrow i_2 = i_0 \cos \left( \omega t + \underbrace{\varphi_u + \alpha}_{\varphi_{i2}} \right)
\end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \varphi_u = \frac{\varphi_{i1} + \varphi_{i2}}{2} \\ \alpha = \frac{\varphi_{i2} - \varphi_{i1}}{2} \end{cases}$$

**Ví dụ 1:** Đặt điện áp xoay chiều ổn định vào hai đầu đoạn mạch C mắc nối tiếp gồm điện trở thuần  $R = 100 \Omega$ , cuộn cảm thuần có cảm kháng  $Z_L$  và tụ điện có dung kháng  $Z_C$  thì cường độ dòng điện qua đoạn mạch là  $i_1 = i_0 \cos(100\pi t + \pi/4)(A)$ . Nếu ngắt bỏ cuộn cảm (nối tắt) thì cường độ dòng điện qua đoạn mạch là  $i_2 = i_0 \cos(100\pi t + 3\pi/4)(A)$ . Dung kháng của tụ bằng

- A.  $100 \Omega$ .      B.  $200 \Omega$ .      C.  $150 \Omega$ .      D.  $50 \Omega$ .

### Hướng dẫn

$$\left. \begin{aligned}
& u = U_0 \cos(\omega t + \varphi_u) \\
& \text{Trong trường hợp } L \text{ mua } I_1 = I_2 \Rightarrow R^2 + (Z_L - Z_C)^2 = R^2 + Z_C^2 \Rightarrow Z_L = 2Z_C
\end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned}
& + \text{Trước: } \tan \varphi_1 = \frac{Z_L - Z_C}{R} = \frac{Z_C}{R} = \tan \alpha \Rightarrow \varphi_1 = \alpha \Rightarrow i_1 = i_0 \cos \left( \omega t + \underbrace{\varphi_u - \alpha}_{\varphi_{i1}} \right) \\
& + \text{Sau: } \tan \varphi_2 = \frac{-Z_C}{R} = \tan(-\alpha) \Rightarrow \varphi_2 = -\alpha \Rightarrow i_2 = i_0 \cos \left( \omega t + \underbrace{\varphi_u + \alpha}_{\varphi_{i2}} \right)
\end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{\varphi_{i2} - \varphi_{i1}}{2} = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \frac{Z_C}{R} = \tan \alpha = 1 \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Ví dụ 2:** Cho ba linh kiện: điện trở thuần  $R = 60 \Omega$ , cuộn cảm thuần  $L$  và tụ điện. Lần lượt đặt điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng  $U$  vào hai đầu đoạn mạch nối tiếp  $RL$  hoặc  $RC$  thì biểu thức cường độ dòng điện trong mạch lần lượt là  $i_1 = \sqrt{2} \cos(100\pi t - \pi/12)(A)$  và

$i_2 = \sqrt{2} \cos(100\pi t + 7\pi/12)$  (A). Nếu đặt điện áp trên vaò hai đầu đoạn mạch RLC nối tiếp thì dòng điện trong mạch có biểu thức :

A.  $i = 2\sqrt{2} \cos(100\pi t + \pi/3)$  (A).

B.  $i = 2 \cos(100\pi t + \pi/4)$  (A).

C.  $i = 2\sqrt{2} \cos(100\pi t + \pi/4)$  (A).

D.  $i = 2 \cos(100\pi t + \pi/3)$  (A).

### Hướng dẫn

$$u = U_0 \cos(100\pi t + \varphi_u); I_1 = I_2 \Rightarrow Z_1 = Z_2 \Rightarrow Z_L = Z_C \Rightarrow \begin{cases} \tan \varphi_1 = \frac{Z_L}{R} \Rightarrow \varphi_1 = \alpha \\ \tan \varphi_2 = -\frac{Z_C}{R} \Rightarrow \varphi_2 = -\alpha \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} i_1 = I_0 \cos \left( 100\pi t + \underbrace{\varphi_u - \alpha}_{-\pi/12} \right) \\ i_2 = I_0 \cos \left( 100\pi t + \underbrace{\varphi_u + \alpha}_{7\pi/12} \right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \varphi_u = \frac{\pi}{4} \\ \alpha = \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

$$Z_1 = Z_2 = \frac{R}{\cos \alpha} = 120 \Rightarrow U_0 = I_0 Z_1 = 120\sqrt{2} \text{ (V)} \Rightarrow u = 120\sqrt{2} \cos \left( 100\pi t + \frac{\pi}{4} \right) \text{ (V)}$$

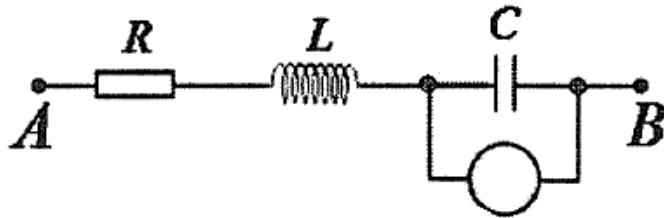
$$RLC còng hường \Rightarrow i = \frac{u}{R} = 2\sqrt{2} \cos \left( 100\pi t + \frac{\pi}{4} \right) \text{ (A)} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

### Vấn đề 3: Lần lượt mắc song song ampe-kế và vôn-kế vào một đoạn mạch

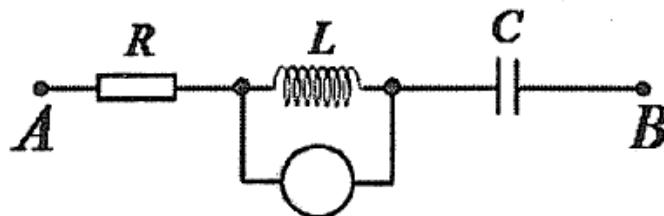
\*Thông thường điện trở của ampe-kế rất nhỏ và điện trở của vôn-kế rất lớn, vì vậy ampe-kế mắc song song với đoạn mạch nào thì đoạn mạch đó xem như không có còn vôn-kế mắc song song thì không ảnh hưởng tới mạch.

\*Số chỉ ampe-kế là cường độ hiệu dụng chạy qua nó và số chỉ của vôn-kế là điện áp hiệu dụng giữa hai đầu đoạn mạch mắc song song với nó.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Mắc ampe-ké song song với } C \text{ thì } C \text{ bị nối tắt:} \\ \quad \left\{ \begin{array}{l} \tan \varphi = \frac{Z_L}{R} \\ U = I_A \sqrt{R^2 + Z_L^2} \end{array} \right. \\ \\ \text{Mắc vôn-ké song song với } C \text{ thì:} \\ \quad \left\{ \begin{array}{l} U_V = U_C \\ U^2 = U_R^2 + (U_L - U_C)^2 \end{array} \right. \end{array} \right.$$



$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Mắc ampe-ké song song với } L \text{ thì } L \text{ bị nối tắt:} \\ \quad \left\{ \begin{array}{l} \tan \varphi = \frac{-Z_C}{R} \\ U = I_A \sqrt{R^2 + Z_L^2} \end{array} \right. \\ \\ \text{Mắc vôn-ké song song với } L \text{ thì:} \\ \quad \left\{ \begin{array}{l} U_V = U_L \\ U^2 = U_R^2 + (U_L - U_C)^2 \end{array} \right. \end{array} \right.$$



**Ví dụ 1:** Một đoạn mạch xoay chiều nối tiếp AB gồm điện trở thuần R, tụ điện có dung kháng  $Z_C$  và cuộn cảm thuần có cảm kháng  $Z_L = 0,5Z_C$ . Khi nối hai cực của tụ điện một ampe kế có điện trở rất nhỏ thì số chỉ của nó là 1 A và dòng điện qua ampe kế trễ pha so với điện áp hai đầu đoạn AB là  $\pi/4$ . Nếu thay ampe kế bằng vôn kế có điện trở rất lớn thì nó chỉ 100 V. Giá trị của R là

- A.  $50 \Omega$ .      B.  $158 \Omega$ .      C.  $100 \Omega$ .      D.  $30 \Omega$ .

### Hướng dẫn

Khi mắc ampe kế song song với C thì C bị nối tắt:

$$\begin{cases} \tan \varphi = \frac{Z_L}{R} = \tan \frac{\pi}{4} \Rightarrow Z_L = R \\ U = I_A Z = I_A \sqrt{R^2 + Z_L^2} = R\sqrt{2} \end{cases}$$

Khi mắc vôn kế song song với C thì mạch không ảnh hưởng và

$$U_C = U_V = 100 V \Rightarrow U_L = 0,5U_C = 50(V) = U_R$$

$$U^2 = U_R^2 + (U_L - U_C)^2 \Rightarrow (R\sqrt{2})^2 = 50^2 + (100 - 50)^2 \Rightarrow R = 50(\Omega) \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Ví dụ 2:** Một mạch điện xoay chiều nối tiếp gồm điện trở thuận R, cuộn cảm thuận L và tụ điện C. Lần lượt dùng vôn kế có điện trở rất lớn ampe kế có điện trở không đáng kể mắc song song với cuộn cảm thì hệ số công suất của toàn mạch tương ứng là 0,6 và 0,8 đồng thời số chỉ của vôn kế là 200 V, số chỉ ampe kế là 1 A. Giá trị R là

- A. 128  $\Omega$ .      B. 160  $\Omega$ .      C. 96  $\Omega$ .      D. 100  $\Omega$ .

### Hướng dẫn

Khi mắc ampe kế song song với L thì L bị nối tắt:

$$\begin{cases} 0,7 = \cos \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + Z_C^2}} \Rightarrow Z_C = \frac{3R}{4} \\ U = I_A Z = I_A \sqrt{R^2 + Z_C^2} = 1,25R \end{cases}$$

Khi mắc vôn kế song song với L thì mạch không ảnh hưởng  $U_L = U_V = 200 V$ .

$$0,6 = \cos \varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} \xrightarrow{Z_C = \frac{3R}{4}} Z_L = \frac{25R}{12}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} R = \frac{12}{25} Z_L \Rightarrow U_R = \frac{12}{25} U_L = 96(V) \\ Z_C = \frac{3R}{4} \Rightarrow U_C = \frac{3}{4} U_R = 72(V) \end{cases}$$

Thay vào hệ thức:  $U^2 = U_R^2 + (U_L - U_C)^2$

$$(1,25R)^2 = (96)^2 + (200 - 72)^2 \Rightarrow R = 128(\Omega) \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Ví dụ 3:** Một đoạn mạch xoay chiều nối tiếp AB gồm cuộn cảm và tụ điện C. Khi nối hai cực của tụ điện ampe kế có điện trở rất nhỏ thì số chỉ của nó là 4 A và dòng điện qua ampe kế trễ pha so với điện áp hai đầu đoạn AB là  $\pi/4$ . Nếu thay ampe kế bằng vôn kế có điện trở rất lớn thì chỉ 100 V và điện áp giữa hai đầu vôn kế trễ pha so với điện áp hai đầu đoạn mạch AB một góc  $\pi/4$ . Dung kháng của tụ là

- A. 50  $\Omega$ .      B. 75  $\Omega$ .      C. 25  $\Omega$ .      D. 12,5  $\Omega$ .

### Hướng dẫn

Khi mắc ampe kế song song với C thì C bị nối tắt:

$$\begin{cases} \tan \varphi = \frac{Z_L}{R} = \tan \frac{\pi}{4} \Rightarrow Z_L = R \\ U = I_A Z = 4\sqrt{R^2 + Z_L^2} = 4R\sqrt{2} \end{cases}$$

Mắc vôn kế song song với C thì mạch không ảnh hưởng và  $U_C = U_V = 100 V$ .

Vì  $u_C$  lệch pha với  $u_{AB}$  là  $\pi/4$  nên  $\varphi_{AB} = -\frac{\pi}{4}$

$$\Rightarrow \tan \varphi_{AB} = \frac{Z_L - Z_C}{R} \Rightarrow Z_C = 2R$$

$$U_I = U_R = \frac{U_C}{2} = 50(V)$$

Mà  $U^2 = U_R^2 + (U_L - U_C)^2$

$$\Rightarrow (4R\sqrt{2})^2 = (50)^2 + (50 - 100)^2 \Rightarrow R = 12,5 \Rightarrow Z_C = 25(\Omega) \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Ví dụ 4:** Đặt một nguồn điện xoay chiều ổn định vào đoạn mạch nối tiếp gồm, điện trở R, cuộn cảm thuận L và tụ điện C. Nối hai đầu tụ điện với một ampe kế lí tưởng thì thấy nó chỉ 1A, đồng thời dòng điện tức thời chạy qua nó chậm pha  $\pi/6$  so với điện áp hai đầu đoạn mạch. Nếu thay ampe kế bằng một vôn kế lí tưởng thì nó chỉ 167,3 V, đồng thời điện áp trên vôn kế chậm pha một góc  $\pi/4$  so với điện áp hai đầu đoạn mạch. Điện áp hiệu dụng hai đầu đoạn mạch là

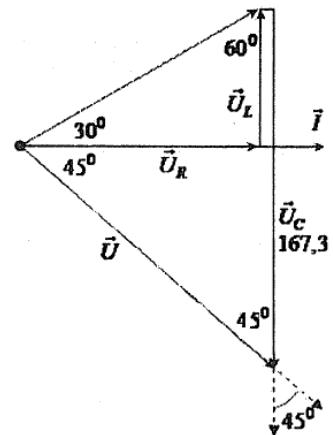
- A. 175 V.      B. 150 V.      C. 100 V.      D. 125 V.

### Hướng dẫn

Khi mắc ampe kế song song với C thì C bị nối tắt:  $\varphi_{LR} = 30^\circ$ . Khi mắc vôn kế song song với C thì mạch không ảnh hưởng và  $U_C = U_V = 167,3 V$ . Vẽ giản đồ véc tơ trượt, áp dụng định lý hàm số sin:

$$\frac{167,3}{\sin 75^\circ} = \frac{U}{\sin 60^\circ} \Rightarrow U \approx 150(V) \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Chú ý:** Nếu lần lượt mắc ampe kế và vôn kế vào cuộn cảm có điện trở thì có thể sử dụng giản đồ véc tơ.



**Ví dụ 5:** Đặt điện áp xoay chiều  $120 V - 50 Hz$  vào đoạn mạch nối tiếp AB gồm điện trở thuần R, tụ điện và cuộn cảm. Khi nối hai đầu cuộn cảm một ampe kế có điện trở rất nhỏ thì số chỉ của nó là  $\sqrt{3} A$ . Nếu thay ampe kế bằng vôn kế có điện trở rất lớn thì nó chỉ  $60 V$ , đồng thời điện áp tức thời hai đầu vôn kế lệch pha  $\pi/3$  so với điện áp hai đầu đoạn mạch AB. Tổng trở của cuộn cảm là

- A.  $40 \Omega$ .      B.  $40\sqrt{3} \Omega$ .      C.  $20\sqrt{3} \Omega$ .      D.  $60 \Omega$ .

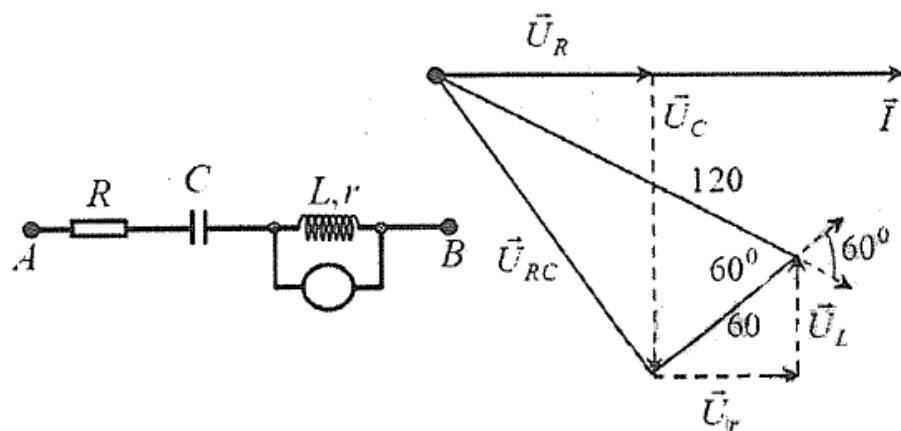
### Hướng dẫn

Khi mắc ampe kế song song với  $L_r$  thì  $L_r$  bị nối tắt:  $Z_{RC} = \frac{U}{I} = 40\sqrt{3}(\Omega)$ .

Khi mắc vôn kế song song với C thì mạch không ảnh hưởng và  $U_R = U_V = 60 V$ . Vẽ giản đồ véc tơ trượt, áp dụng định lý hàm số cos:

$$U_{RC} = \sqrt{120^2 + 60^2 - 2 \cdot 120 \cdot 60 \cdot \cos 60^\circ} = 60\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \frac{Z_{rL}}{Z_{RC}} = \frac{U_{rL}}{U_{RC}} = \frac{60}{60\sqrt{3}} \Rightarrow Z_{rL} = Z_{RC} \frac{60}{60\sqrt{3}} = 40(\Omega) \Rightarrow \text{Chọn A.}$$



**Ví dụ 6:** Cho đoạn mạch nối tiếp gồm tụ C và cuộn dây D. Khi tần số của dòng điện bằng 1000 Hz người ta đo được điện áp hiệu dụng trên tụ là 2 V, trên cuộn dây là  $\sqrt{3}$  V, hai đầu đoạn mạch 1 V và cường độ hiệu dụng trong mạch bằng 1 mA. Cảm kháng của cuộn dây là:

- A. 750  $\Omega$ .      B. 75  $\Omega$ .      C. 150  $\Omega$ .      D. 1500  $\Omega$ .

### Hướng dẫn

$$Z_C = \frac{U_C}{I} = 2000(\Omega) \quad \left\{ \begin{array}{l} \sqrt{r^2 + Z_L^2} = \frac{U_{ad}}{I} = 1000\sqrt{3} \\ \sqrt{r^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \frac{U}{I} = 1000 \end{array} \Rightarrow Z_L = 1500(\Omega) \Rightarrow \text{Chọn D.} \right.$$

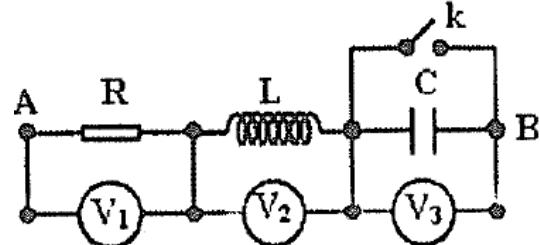
**Chú ý:**

1) Nếu  $Z_L = Z_C$  thì  $U_C = U_L, U_R = U \forall R$

2) Nếu mất C mà I hoặc  $U_R$  không thay đổi thì  $Z_C = 2Z_L, U_C = 2U_L$  và  $U_R = U \forall R$

3) Nếu mất L mà I hoặc  $U_R$  không thay đổi thì  $Z_L = 2Z_C, U_L = 2U_C$  và  $U_{RC} = U \forall R$

**Ví dụ 7:** Cho đoạn mạch xoay chiều như hình vẽ. Cuộn dây là thuận cảm, các vôn kế nhiệt có điện trở rất lớn. Khi khóa k đang mở. Điều nào sau đây là đúng về quan hệ các số chỉ vôn kế? Biết nếu khóa k đóng thì số chỉ vôn kế  $V_1$  không đổi.



- A. Số chỉ  $V_3$  bằng số chỉ  $V_1$ .      B. Số chỉ  $V_3$  bằng số chỉ  $V_2$ .  
 C. Số chỉ  $V_3$  lớn gấp 2 lần số chỉ  $V_2$ .      D. Số chỉ  $V_3$  bằng 0,5 lần số chỉ  $V_2$ .

### Hướng dẫn

Vì mất C mà  $U_{V1} = U_R$  không thay đổi nên I không đổi và Z không đổi, tức là:

$$\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \sqrt{R^2 + Z_L^2} \Rightarrow Z_C = 2Z_L \Rightarrow U_{V3} = 2U_{V2} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Ví dụ 8:** Một đoạn mạch xoay chiều AB gồm hai đoạn mạch AM và MB nối tiếp nhau. Đoạn mạch AM gồm điện trở  $R_1$  mắc nối tiếp với cuộn cảm thuận có độ tự cảm L. Đoạn mạch MB gồm điện  $R_2$  mắc nối tiếp với tụ điện có điện dung C. Dùng đồng hồ đa năng hiện thị số để đo điện áp hiệu dụng

trên đoạn AB, AM và MB thì số chỉ của nó sau mỗi phép đo giảm 10 V. Nếu  $L = CR_1R_2$  thì điện áp hiệu dụng hai đầu đoạn mạch AB là

- A. 50 V.      B. 220 V.      C. 40 V.      D. 150 V.

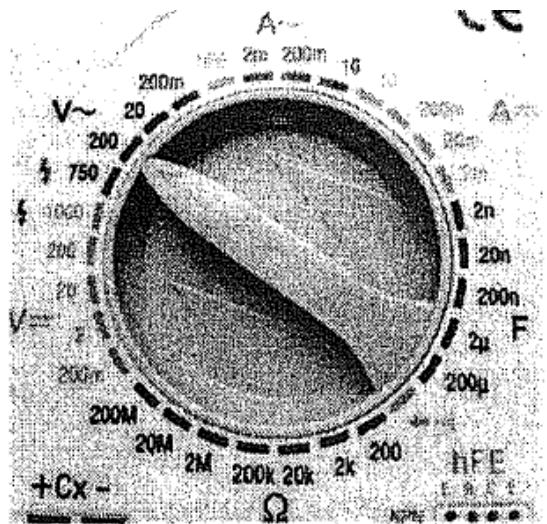
### Hướng dẫn

Từ  $RR_2 = \frac{L}{C}$  suy ra:  $RR_2 = Z_L Z_C \Rightarrow \frac{Z_L - Z_C}{R} = -1 \Rightarrow \vec{U}_{AM} \perp \vec{U}_{MB}$

$$U_{AB}^2 = U_{AM}^2 + U_{MB}^2 \Leftrightarrow U^2 = (U - 10)^2 + (U - 20)^2 \Rightarrow U = 50(V) \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Ví dụ 9:** Một đoạn mạch xoay chiều AB gồm hai đoạn mạch AM và MB nối tiếp nhau. Đoạn mạch AM gồm điện trở  $R_1$  mắc nối tiếp với cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L$ . Đoạn mạch MB gồm điện trở  $R_2$  mắc nối tiếp với tụ điện có điện dung  $C$ . Dùng đồng hồ đa năng hiện thị số để đo điện áp hiệu dụng trên đoạn AB, AM và MB thì số chỉ của nó đều là các số nguyên. Trong quá trình đo điện áp hiệu dụng trên đoạn AB và AM, nút xoay đặt ở vị trí 200 V như trên hình vẽ, nhưng khi đo điện áp hiệu dụng trên MB thì phải chuyển nút xoay sang 20 V. Khi dùng đồng hồ đa năng khác có phân vùng 10 V, 15 V, 20 V, 25 V... để đo điện áp hiệu dụng trên đoạn MB thì vẫn phải để nút xoay ở vùng 20 V. Nếu  $L = CR_1R_2$  thì điện áp hiệu dụng hai đầu đoạn mạch AB là

- A. 200 V.      B. 85 V.      C. 29 V.      D. 65 V.



### Hướng dẫn

Từ  $RR_2 = \frac{L}{C}$  suy ra:  $RR_2 = Z_L Z_C \Rightarrow \frac{Z_L - Z_C}{R} = -1 \Rightarrow \vec{U}_{AM} \perp \vec{U}_{MB}$

$U_{AB}^2 = U_{AM}^2 + U_{MB}^2$ . Như vậy,  $U_{AB}, U_{AM}$  và  $U_{MB}$  là một bộ số Pitago.  $U_{AB} = m^2 + n^2; U_{AM} = m^2 - n^2$  và  $U_{MB} = 2mn$ , với  $m, n$  là các số nguyên sao cho  $m > n$ . Các bộ Pitago khả dĩ:

$$(5, 4, 3); (13, 12, 5); (25, 24, 7); (17, 15, 8); (40, 41, 9); (60, 61, 11); (37, 35, 12); (85, 84, 13); (16, 63, 65); (29, 21, 20); (53, 45, 28); \dots$$

Từ cách thức đo, ta nhận thấy:  $20 \text{ V} < U_{AB}$ ,  $U_{AM} < 200 \text{ V}$ , còn  $15 \text{ V} < U_{MB} < 20 \text{ V}$ . Do đó, chỉ bộ (16, 63, 65) là thỏa mãn.

$\Rightarrow$  Chọn D.

## Vấn đề 4: Hộp kín

### Kết quả 1: Phản tử chứa trong hộp kín

Sử dụng phương pháp đại số:

\*Căn cứ “đầu vào” của bài toán để đặt ra các giả thiết có thể xảy ra.

\*Căn cứ “đầu ra” của bài toán để loại bỏ các giả thiết không phù hợp.

\*Giả thiếu được chọn là giả thiết phù hợp với tất cả các dữ kiện đầu vào và đầu ra của bài toán.

Dựa vào độ lệch pha của điện áp hai đầu đoạn mạch và dòng điện qua mạch:

$$\begin{cases} \varphi = \varphi_u - \varphi_i \\ \tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} \end{cases}$$

Nếu  $\varphi = \varphi_u - \varphi_i = 0$ : mạch chỉ có R hoặc mạch RLC thỏa mãn  $Z_C = Z_L$ .

Nếu  $\varphi = \varphi_u - \varphi_i = \pi/2$ : mạch chỉ có L hoặc mạch có cả L, C nhưng  $Z_L > Z_C$ .

Nếu  $\varphi = \varphi_u - \varphi_i = -\pi/2$ : mạch chỉ có C hoặc mạch có cả L, C nhưng  $Z_L < Z_C$ .

Nếu  $0 < \varphi_u - \varphi_i < \pi/2$ : mạch có RLC ( $Z_L > Z_C$ ) hoặc mạch chứa R và L.

Nếu  $-\pi/2 < \varphi = \varphi_u - \varphi_i < 0$ : mạch có RLC ( $Z_L < Z_C$ ) hoặc mạch chứa R và C.

Sử dụng phương pháp giản đồ véc tơ:

\*Vẽ giản đồ véc tơ cho đoạn mạch đã biết.

\*Căn cứ vào dữ kiện bài toán để vẽ phần còn lại của giản đồ.

\*Dựa vào giản đồ véc tơ để tính các địa lượng chưa biết, từ đó làm sáng tỏ hộp đen.

**Ví dụ 1:** Giữa hai điểm A và B của nguồn xoay chiều  $u = 220\sqrt{2} \cos 100\pi t (V)$ . Ta ghép vào một phần tử X (trong số R, L, C) thì dòng điện qua mạch đo được 0,5 (A) và trễ pha  $\pi/2$  so với u. Nếu thay X bằng một phần tử Y (trong số R, L, C) thì dòng điện qua mạch cùng pha so với u và cường độ hiệu dụng cũng bằng 0,5 (A). Khi ghép X, Y nối tiếp, rồi ghép vào nguồn trên thì dòng điện qua mạch có cường độ

- A.  $0,25\sqrt{2}(A)$  và trễ pha  $\pi/4$  so với u.      B.  $0,5\sqrt{2}(A)$  và sớm pha  $\pi/4$  so với u  
 C.  $0,5\sqrt{2}(A)$  và trễ pha  $\pi/4$  so với u      D.  $0,25\sqrt{2}(A)$  và sớm pha  $\pi/4$  so với u.

### Hướng dẫn

$$* \text{Khi mắc X} \Rightarrow i \text{ trễ pha hơn } u \text{ là } \pi/2 \text{ nên } X = L \Rightarrow Z_L = \frac{U}{I} = 440(\Omega)$$

$$* \text{Khi mắc Y} \Rightarrow i \text{ cùng pha với } u \text{ nên } Y = R \Rightarrow R = \frac{U}{I} = 440(\Omega)$$

$$* \text{Khi X nối tiếp với Y} \Rightarrow \begin{cases} \tan \varphi = \frac{Z_L}{R} = 1 \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{4} \\ I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + Z_L^2}} = 0,25\sqrt{2}(A) \end{cases}$$

$\Rightarrow$  Chọn A.

**Ví dụ 2:** Một mạch điện AB gồm hai hộp kín X và Y mắc nối tiếp nhau (trong X và Y không chứa các đoạn mạch song song). Đặt vào AB một hiệu điện thế không đổi 12 V thì hiệu điện thế giữa hai đầu Y là 12 V. Đặt vào AB một điện áp xoay chiều  $u = 100\sqrt{2} \cos(100\pi t - \pi/3)(V)$  thì điện áp giữa hai đầu X là  $u = 50\sqrt{6} \cos(100\pi t - \pi/6)(V)$ , cường độ dòng điện trong mạch  $i = 2\sqrt{2} \cos(100\pi t - \pi/6)(A)$ . Nếu thay bằng điện áp  $u = 100\sqrt{2} \cos(200\pi t - \pi/3)(V)$  thì cường độ hiệu dụng qua mạch là  $4/\sqrt{7}$  và điện áp hiệu dụng trên Y là  $200/\sqrt{7}$ . Hộp kín X chứa điện trở thuần

- A.  $25\sqrt{3} \Omega$  còn Y chứa tụ điện có điện dung  $0,4/\Omega (\mu F)$  và điện trở thuần  $25\sqrt{6} \Omega$ .

B.  $25\sqrt{3} \Omega$ , cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $1/\pi(H)$ , tụ điện có điện dung  $0,1/\pi(nF\lambda)$ , còn Y chứa tụ điện có điện dung  $0,4/\pi(mF)$ .

C.  $25\sqrt{6}\Omega$  còn Y chứa tụ điện có điện dung  $0,15/\pi(mF)$  và cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $5/(12\pi)(H)$

D.  $25\sqrt{3}\Omega$  còn Y chứa tụ điện có điện dung  $0,15/\pi(mF)$  và cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $5/(12\pi)(H)$ .

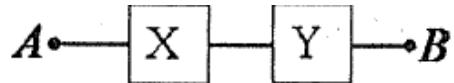
### Hướng dẫn

Dòng không đổi bị tụ cảm trở nên Y có tụ và X không có tụ (vì  $U_Y = U_{AB}$ )  $\Rightarrow$  Loại B.

Vì  $\varphi_X = 0$  nên X chứa điện trở R và  $R = \frac{50\sqrt{6}}{2\sqrt{2}} = 25\sqrt{3}(\Omega) \Rightarrow$  Loại C.

Lúc này:  $Z_{AB} = \frac{100\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = 50(\Omega) \Rightarrow$  Loại A  $\Rightarrow$  Chọn D.

*Chú ý:*

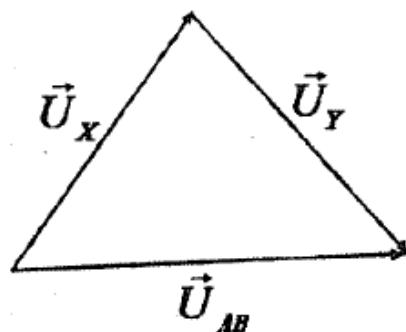


1) Nếu  $U_{AB}^2 = U_X^2 + U_r^2$  thì  $\vec{U}_X \perp \vec{U}_r$ .

2) Nếu  $U_r^2 = U_X^2 + U_{AB}^2$  thì  $\vec{U}_X \perp \vec{U}_{AB}$ .

3) Nếu  $U_X^2 = U_{AB}^2 + U_r^2$  thì  $\vec{U}_{AB} \perp \vec{U}_r$ .

4) Nếu  $U_{AB}^2 = |U_X - U_r|$  thì  $\vec{U}_X$  ngược pha  $\vec{U}_r$



**Ví dụ 3:** Trong mạch điện xoay chiều gồm phần tử X nối tiếp với phần tử Y. Biết rằng X, Y là một trong ba pha phần tử điện trở thuần, tụ điện và cuộn dây có điện trở thuần. Đặt vào hai đầu đoạn mạch một điện áp  $u = U\sqrt{6} \cos(\omega t)$  thì điện áp hiệu dụng trên hai phần tử X, Y đo được lần lượt là  $U\sqrt{2}$  và U. Hãy cho biết X và Y là phần tử gì?

A. Cuộn dây và C.

B. C và R.

C. Cuộn dây và R.

D. Không tồn tại phàn tử thỏa mãn.

### Hướng dẫn

$$(U\sqrt{3})^2 = (U\sqrt{2})^2 + U^2 \Rightarrow \vec{U}_x \perp \vec{U}_r \Rightarrow X, Y = C, R \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

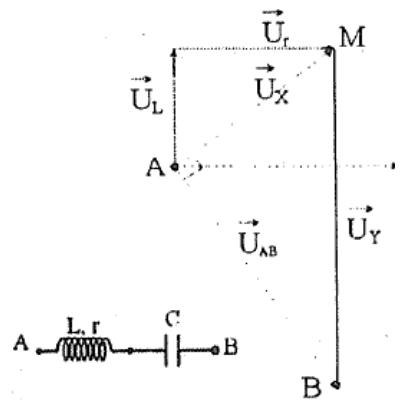
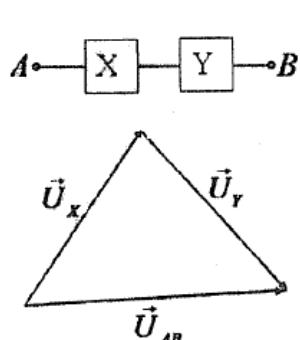
**Ví dụ 4:** Một mạch điện xoay chiều gồm phàn tử X nối tiếp phàn tử Y. Biết rằng X và Y là 1 trong 3 phàn tử điện trở thuận, tụ điện và cuộn dây. Đặt một điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng U vào hai đầu đoạn mạch thì điện áp hiệu dụng trên X là  $U\sqrt{3}$  và trên Y là 2U. Hai phàn tử X và Y tương ứng là

- A. X là cuộn dây thuận cảm và Y là tụ điện.
- B. X là cuộn dây không thuận cảm và Y là tụ điện.
- C. X là tụ điện và Y là cuộn dây không thuận cảm.
- D. X là điện trở thuận và Y là cuộn dây không thuận cảm.

### Hướng dẫn

$$\begin{cases} \vec{U}_{AB} = \vec{U}_X + \vec{U}_r \\ U_r^2 = U_X^2 + U_{AB}^2 \\ \Rightarrow \vec{U}_{AB} \perp \vec{U}_X \end{cases}$$

$\Rightarrow$  Chọn B.



**Ví dụ 5 :** Một đoạn mạch xoay chiều gồm cuộn dây nối tiếp với hộp kín X. Hộp kín

X là một trong ba phàn tử điện trở thuận, cuộn dây, tụ điện. Biết điện áp hiệu dụng hai đầu đoạn mạch, trên cuộn dây và trên hộp kín lần lượt là 220 V, 100 V và 120 V. Hộp kín X là

- A. cuộn dây có điện trở thuận.
- B. tụ điện.
- C. điện trở.
- D. cuộn dây thuận cảm.

### Hướng dẫn

Vì  $220 = 100 + 120 \Leftrightarrow U = U_{\alpha} + U_x \Rightarrow$  Điện áp trên cuộn dây và trên hộp kín phải cùng pha. Do đó, X phải chứa RL  $\Rightarrow$  Chọn A.

**Ví dụ 6 :** Cho đoạn mạch AB nối tiếp gồm hai hộp đèn X, Y (trong mỗi hộp chỉ chứa một trong các phần tử : điện trở thuần hoặc cuộn dây hoặc tụ điện). Đặt vào hai đầu đoạn mạch điện áp  $u = 100\sqrt{6} \cos(2\pi ft) (V)$ . Ban đầu,  $f = f_1$  điện áp hiệu dụng hai đầu các hộp đèn X, Y lần lượt là 100 V và 200 V. Sau đó, nếu tăng f thì cường độ hiệu dụng qua mạch giảm. Hệ số công suất của mạch lúc đầu là

- A.  $0,5\sqrt{3}$ .      B.  $1/\sqrt{3}$ .      C. 1.      D.  $0,5\sqrt{2}$ .

### Hướng dẫn

\*Ban đầu,  $f = f_1$  ta thấy:  $U_X^2 + U^2 = U_r^2 \Rightarrow \vec{U}_X \perp \vec{U}$ .

\*Khi f tăng thì I giảm enen vị trí  $f = f_1$  nằm bên phải vị trí cộng hưởng hoặc trùng với vị trí cộng hưởng  $f = f_0$ . Vì vậy, mạch AB có chứa C là  $Lr$ .

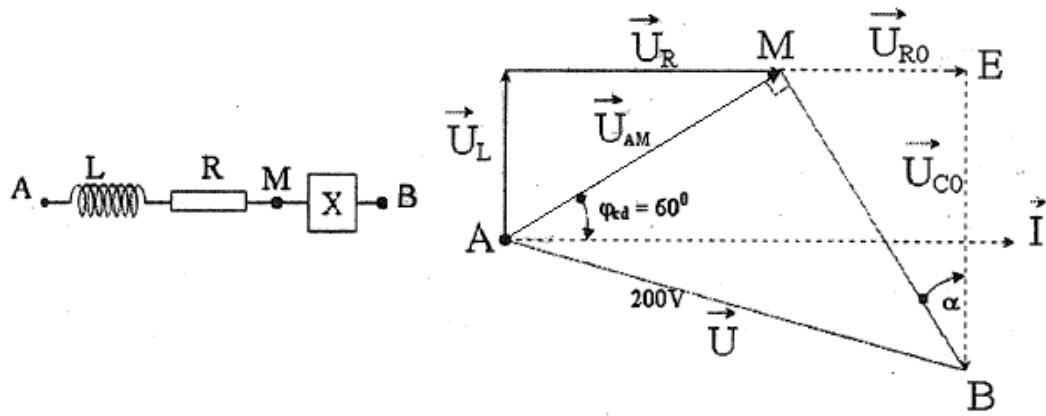
+ Nếu X là  $Lr$  và Y là C thì  $U_C > U_L$  hay  $X_C > Z_L$ . Lúc này, nếu tăng f thì I sẽ tăng (mâu thuẫn).

+ Nên chỉ có thể xảy ra khả năng X là tụ C và Y là cuộn dây ( $Lr$ ). Lúc này,  $\vec{U}_C \perp \vec{U}$  và  $\vec{U}_C \perp \vec{I}$  nên  $u, i$  cùng pha  $\Rightarrow \cos\varphi = 1$ .

**Ví dụ 7 :** Đặt điện áp xoay chiều  $u = 200\sqrt{2} \cos 100\pi t (V)$  vào hai đầu đoạn mạch AB gồm đoạn AM nối tiếp với đoạn MB thì cường độ hiệu dụng qua mạch là 3 (A). Điện áp tức thời trên AM và MB lệch pha nhau  $\pi/2$ . Đoạn mạch AM gồm cuộn cảm thuần có cảm kháng  $20\sqrt{3}\Omega$  nối tiếp với điện trở thuần  $20\Omega$  và đoạn mạch MB là hộp kín X. Đoạn mạch X chưa hai trong ba phần tử hoặc điện trở thuần  $R_0$  hoặc cuộn cảm thuần có cảm kháng  $Z_{L0}$  hoặc tụ điện có dung kháng  $Z_{C0}$  mắc nối tiếp. Hộp X chứa

- A.  $R_0 = 93,8\Omega$  và  $Z_{C0} = 54,2\Omega$ .      B.  $R_0 = 46,2\Omega$  và  $Z_{C0} = 26,7\Omega$ .  
 C.  $Z_{L0} = 120\Omega$  và  $Z_{C0} = 54,2\Omega$ .      D.  $Z_{L0} = 120\Omega$  và  $Z_{C0} = 120\Omega$ .

### Hướng dẫn



$$\tan \varphi_{cd} = \frac{Z_L}{R} = \sqrt{3} \Rightarrow \varphi_{cd} = 60^\circ$$

$$U_{cd} = I \cdot Z_{cd} = I \sqrt{R^2 + Z_L^2} = I \sqrt{20^2 + (30\sqrt{2})^2} = 120(V)$$

$$\Delta AMB \text{ vuông tại } M \Rightarrow MB = \sqrt{AB^2 - AM^2} = \sqrt{200^2 - 120^2} = 160(V)$$

$$\Delta MEB \text{ vuông tại } E \Rightarrow \alpha = \varphi_{cd} = 60^\circ \begin{cases} U_{R0} = 160 \sin \alpha = 80\sqrt{3} \Rightarrow R_0 = \frac{U_{R0}}{I} \approx 46,2(\Omega) \\ U_{CO} = 160 \cos \alpha = 80 \Rightarrow Z_{CO} = \frac{U_{CO}}{I} \approx 26,7(\Omega) \end{cases}$$

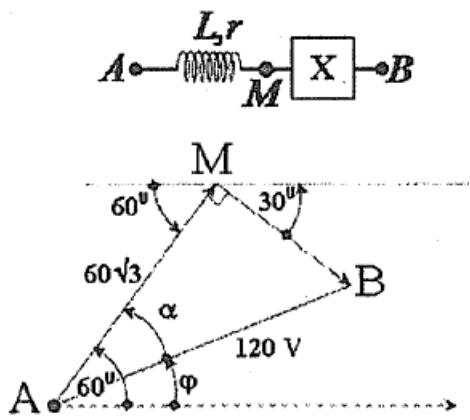
$\Rightarrow$  Chọn B.

**Ví dụ 8 :** Một cuộn dây có điện trở thuần  $R = 100\sqrt{3}\Omega$  và độ tự cảm  $L = 3/\pi(H)$ . Mắc nối tiếp với cuộn dây một đoạn mạch X có tổng trở  $Z_X$  rồi mắc vào hiệu điện thế xoay chiều có hiệu điện thế hiệu dụng 120 V, tần số 50 Hz thì thấy dòng điện qua mạch nhanh pha  $30^\circ$  so với hiệu điện thế hai đầu đoạn mạch X và có giá trị hiệu dụng 0,3 A. Công suất tiêu thụ trên đoạn mạch X là bao nhiêu ?

- A. 30 W.      B. 27 W.      C.  $9\sqrt{3}$  W.      D.  $18\sqrt{3}$  W.

*Hướng dẫn*

$$Z_{cd} = \sqrt{R^2 + Z_L^2} = 200\sqrt{3}(\Omega) \Rightarrow U_{cd} = IZ_{cd} = 60\sqrt{3}(V), \tan \varphi_{cd} = \frac{Z_L}{R} = \sqrt{3} \Rightarrow \varphi_{cd} = 60^\circ.$$



Vẽ giản đồ véc tơ cho đoạn AM trước, rồi vẽ tiếp đoạn MB  
trễ pha hơn dòng điện là  $30^\circ$ . Ta nhận thấy  $\Delta AMB$  vuông tại  
M nên :  $U_X = MB = \sqrt{120^2 - (60\sqrt{3})^2} = 60(V)$

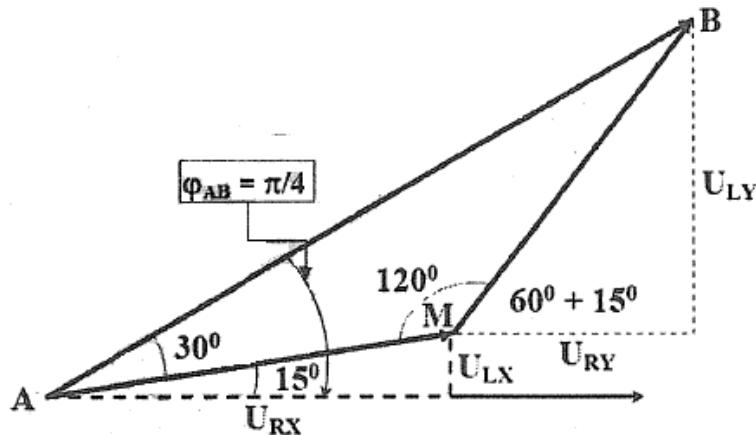
$$\Rightarrow P_X = U_X I \cos \varphi_X = 60.0.3. \cos 30^\circ = 9\sqrt{3}(W)$$

$\Rightarrow$  Chọn C.

**Bình luận :** Sau khi tìm được MB sẽ tìm được góc  $\alpha$  rồi góc  $\varphi$  và  $P = UI \cos \varphi$ .

**Ví dụ 9 :** Một mạch điện xoay chiều AB tần số 50 Hz nối tiếp theo thứ tự Ampe kế nhiệt, hộp kín X và hộp kín Y (X, Y chỉ có một linh kiện hoặc điện trở hoặc cuộn cảm hoặc tụ điện). M là điểm nối giữa X và Y. Ampe kế chỉ 1 A, công suất của mạch AB là  $P = 5\sqrt{6} W$ ,  $U_{AM} = U_{MB} = 10 V$  và  $U_{AB} = 10\sqrt{3} V$ . Hãy xác định X, Y.

### Hướng dẫn



$$\text{Công suất toàn mạch : } P = UI \cos \varphi_{AB} \Leftrightarrow 5\sqrt{6} = 10\sqrt{3}.1.\cos \varphi_{AB}$$

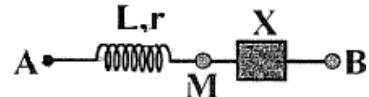
$\Rightarrow \varphi_{AB} = \pm \pi / 4$ . Vì X, Y chỉ chứa một linh kiện nên cả X và Y đều chứa các cuộn dây. Tam giác AMB cân tại M phải nằm ở vị trí như trên hình vẽ.

Từ giản đồ :

$$\begin{cases} U_{LX} = AM \sin 15^\circ = 2,588(V) \Rightarrow Z_{LX} = \frac{U_L}{I} = 2,588(\Omega) \\ U_{RX} = AM \cos 15^\circ = 9,659(V) \Rightarrow R_X = \frac{U_{RX}}{I} = 9,659(\Omega) \\ U_{LY} = MB \sin 75^\circ = 9,659(V) \Rightarrow Z_{LY} = \frac{U_L}{I} = 9,659(\Omega) \\ U_{RY} = MB \cos 75^\circ = 2,588(V) \Rightarrow R_Y = \frac{U_{RY}}{I} = 2,588(\Omega) \end{cases}$$

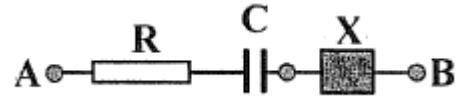
**Kết quả 2 : Dựa vào độ lệch thời gian xác định hộp kín hoặc các đại lượng**

1)  $\begin{cases} i = I_0 \cos \omega t \\ u_{Lr} = U_{01} \cos(\omega t + \varphi_{Lr}); \tan \varphi_{Lr} = \frac{Z_L}{r} . \text{ Nếu } u_X \text{ đạt cực đại trễ} \\ u_X = U_{02} \cos(\omega t + \varphi_X) \end{cases}$



hơn  $u_{Lr}$  về thời gian là  $T/n$  (tức là về pha là  $2\pi/n$ ) thì  $\varphi_X = \varphi_{Lr} - \frac{2\pi}{n}$

2)  $\begin{cases} i = I_0 \cos \omega t \\ u_{RC} = U_{01} \cos(\omega t + \varphi_{RC}); \tan \varphi_{RC} = \frac{-Z_C}{R} . \text{ Nếu } u_X \text{ đạt cực} \\ u_X = U_{02} \cos(\omega t + \varphi_X) \end{cases}$



đại sớm hơn  $u_{RC}$  về thời gian là  $T/n$  (tức là về pha là  $2\pi/n$ ) thì  $\varphi_X = \varphi_{RC} + \frac{2\pi}{n}$

**Ví dụ 1:** Một đoạn mạch xoay chiều gồm cuộn dây có điện trở  $100 \Omega$ , có cảm kháng  $100\sqrt{3} \Omega$  nối tiếp với hộp kín X. Tại thời điểm  $t_1$  điện áp tức thời trên cuộn dây cực đại đến thời điểm  $t_2 = t_1 + T/4$  (với  $T$  là chu kì dòng điện) điện áp tức thời trên hộp kín cực đại. Hộp kín X có thể là

- A. cuộn cảm có điện trở thuần.
- B. tụ điện nối tiếp với điện trở thuần.
- C. cuộn cảm thuần.
- D. cuộn cảm thuần nối tiếp với tụ điện.

### Hướng dẫn

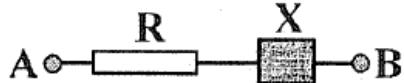
$$\begin{cases} \tan \varphi_{Lr} = \frac{Z_L}{r} = \sqrt{3} \Rightarrow \varphi_{Lr} = \frac{\pi}{3} \\ \tan \varphi_X = \frac{Z_{LX} - Z_{CX}}{R_X} \end{cases}$$

Vì  $u_X$  đạt cực địa trễ hơn  $u_{Lr}$  về thời gian  $T/4$  (tức là về pha là  $\pi/2$ ) nên :

$\varphi_X = \varphi_{Lr} - \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{6}$ . Ta thấy :  $-\frac{\pi}{2} < \varphi_X < 0$  nên X có thể là điện trở mắc nối tiếp với tụ  $\Rightarrow$  Chọn B.

**Chú ý :** Nếu cho giá trị tức thời điện áp và dòng điện ở hai thời điểm tính được

$$\varphi : \begin{cases} u = U_0 \cos \omega t \xrightarrow[t=t_0]{u=U_0 \text{ và } u \text{ tang}} \omega t_0 = ? \\ i = I_0 \cos(\omega t - \varphi) \xrightarrow[t=0 \text{ và } i \text{ giảm tang}} \varphi = ? \end{cases}$$



**Ví dụ 2 :** Đặt điện áp 220 V – 50 Hz vào hai đầu đoạn mạch AB gồm điện trở thuận  $25 \Omega$  mắc nối tiếp với đoạn mạch X. Cường độ dòng điện hiệu dụng qua đoạn mạch là 2 A. Biết ở thời điểm  $t_0$ , điện áp tức thời giữa hai đầu AB có giá trị 200 V và đang tăng ; ở thời điểm  $t_0 + 1/600$  (s). Cường độ dòng điện tức thời qua đoạn mạch bằng 2 A và đang giảm. Tính độ lệch pha của điện áp hai đầu đoạn mạch AB so với dòng điện qua mạch. Công suất tiêu thụ điện của đoạn mạch AB và đoạn mạch X.

### Hướng dẫn

#### Cách 1 :

$$\begin{cases} u = 200\sqrt{2} \cos 100\pi t \xrightarrow[u=200 \text{ và } u \text{ tang}} 100\pi t_0 = -\frac{\pi}{4} \\ i = 2\sqrt{2} \cos(100\pi t - \varphi) \xrightarrow[i=2 \text{ và } i \text{ giảm}]{} \left(100\pi \left(t_0 + \frac{1}{600}\right) - \varphi\right) = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{3} < 0: \text{ Điện áp } u_{AB} \text{ trễ} \end{cases}$$

pha hơn i là  $\pi/3$ . Công suất tiêu thụ điện của đoạn mạch AB và đoạn mạch X lần lượt là :

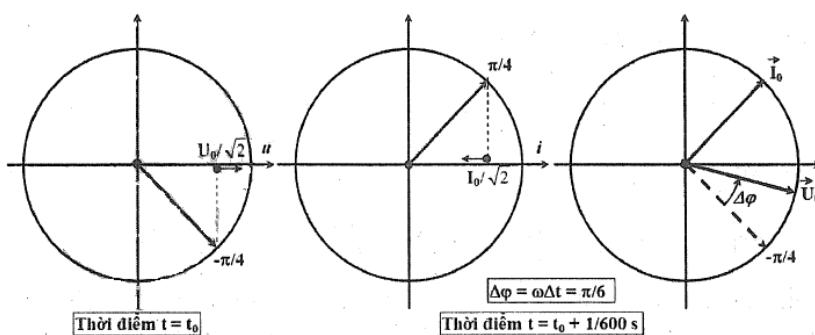
$$P = UI \cos \varphi = 200(W) \text{ và } P_X = P - I^2 R = 100(W).$$

#### Cách 2 :

Biểu diễn vị trí các véc tơ  $\vec{U}_0$  và  $\vec{i}_0$  ở các thời điểm  $t = t_0$  và  $t = t_0 + 1/600$  s như trên hình vẽ.

Hai thời điểm này tương ứng với góc quét :  $\Delta\varphi = \omega\Delta t = 100\pi \cdot 1/600 = \pi/6$ .

Từ hình vẽ ta thấy,  $\vec{i}_0$  sớm pha hơn  $\vec{U}_0$  là  $\pi/4 - (-\pi/4) - \Delta\varphi = \pi/3$ .



Công suất tiêu thụ điện của đoạn mạch AB và đoạn mạch X lần lượt là :

$$P = UI \cos \varphi = 200(W) \text{ và } P_X = P - I^2 R = 100(W).$$

**Ví dụ 3 :** Đặt điện áp  $u = 400 \cos 100\pi t$  (u tính bằng V, t tính bằng s) vào hai đầu đoạn mạch AB gồm điện trở thuần  $50 \Omega$  mắc nối tiếp với đoạn mạch X. Cường độ dòng điện hiệu dụng qua đoạn mạch là 2 A. Biết ở thời điểm  $t$ , điện áp tức thời giữa hai đầu AB có giá trị 400 V; ở thời điểm  $t + 1/400$  (s), cường độ dòng điện tức thời qua mạch bằng không và đang giảm. Công suất tiêu thụ điện của đoạn mạch X là

- A. 400 W.      B. 200 W.      C. 160 W.      D. 100 W.

### Hướng dẫn

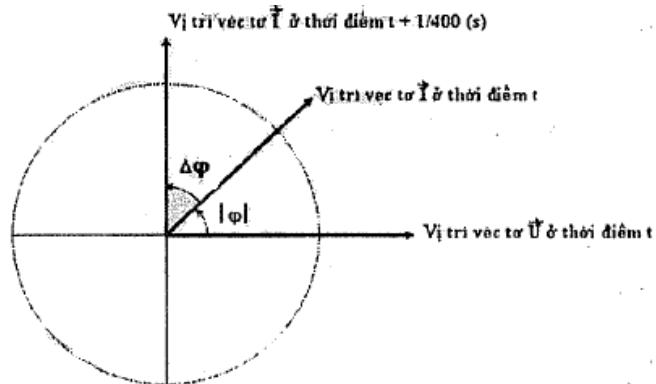
**Cách 1 :**  $\left\{ \begin{array}{l} u = 400 \cos 100\pi t \xrightarrow{t=0} u = 400(V) \\ i = 2\sqrt{2} \cos(100\pi t - \varphi) \xrightarrow{i=0 \text{ và giảm}} \left( 100\pi \cdot \frac{1}{400} - \varphi \right) = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{4} \end{array} \right.$

$$P_X = P - P_R = UI \cos \varphi - I^2 R = 200(W) \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Cách 2 :** Dùng véc tơ quay.

$$\text{Vì } \Delta\varphi = \omega \Delta t = 100\pi \cdot \frac{1}{400} = \frac{\pi}{4} \text{ nên}$$

$$|\varphi| = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4}$$



$$P_X = P - P_R = UI \cos \varphi - I^2 R = 200(W) \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Vấn đề 5 : Giá trị tức thời**

**Kết quả 1. Tính giá trị tức thời dựa vào biểu thức**

*Khi liên quan đến giá trị tức thời của  $u$  và  $i$  thì trước tiên phải viết biểu thức của các đại lượng trước đó.*

**Ví dụ 1 :** Biểu thức của điện áp giữa hai đầu đoạn mạch  $u = U_0 \cos(100\pi t + \pi/4)$  (V). Biết điện áp này sớm pha  $\pi/3$  đối với cường độ dòng điện trong mạch và có giá trị hiệu dụng là 2 A. Cường độ dòng điện trong mạch khi  $t = 1/300$  (s) là

- A.  $2\sqrt{2}$  (A).      B. 1 (A).      C.  $\sqrt{3}$  (A).      D. 2 (A).

### Hướng dẫn

$$\begin{cases} u = U_0 \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right) \\ i = I_0 \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{3}\right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} i = 2\sqrt{2} \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{12}\right) \\ i_{(1/300)} = 2\sqrt{2} \cos\left(\frac{100\pi}{300} - \frac{\pi}{12}\right) = 2(A) \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Ví dụ 2 :** Cho một mạch điện không phân nhánh gồm điện trở thuần  $40/\sqrt{3}\Omega$ , cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm  $0,4/\pi$  (H), và một tụ điện có điện dung  $1/(8\pi)$  (mF). Dòng điện trong mạch có biểu thức :  $i = I_0 \cos(100\pi t - 2\pi/3)$  (A). Tại thời điểm ban đầu điện áp hai đầu đoạn mạch có giá trị  $-40\sqrt{2}$  (V). Tính  $I_0$ .

- A.  $\sqrt{6}$  (A).      B.  $\sqrt{1,5}$  (A).      C.  $\sqrt{2}$  (A).      D.  $\sqrt{3}$  (A).

### Hướng dẫn

$$Z_L = \omega L = 40(\Omega), Z_C = \frac{1}{\omega C} = 80(\Omega) \Rightarrow \begin{cases} Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \frac{80}{\sqrt{3}}\Omega \\ \tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} = -\sqrt{3} \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} i = I_0 \cos\left(100\pi t - \frac{2\pi}{3}\right) \\ u = I_0 Z \cos\left(100\pi t - \frac{2\pi}{3} + \varphi\right) = I_0 \frac{80}{\sqrt{3}} \cos(100\pi t - \pi) \end{cases}$$

$$u_{(0)} = I_0 \frac{80}{\sqrt{3}} \cos(100\pi \cdot 0 - \pi) = -40\sqrt{2} \Rightarrow I_0 = \sqrt{1,5} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Ví dụ 3:** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U_0 \cos(100\pi t - \pi/2)$  (V) (t đo bằng giây) vào hai đầu đoạn mạch nối tiếp gồm tụ điện có điện dung  $C = 0,2/\pi$  (mF) và điện trở thuận  $R = 50 \Omega$ . Hỏi sau thời điểm ban đầu ( $t = 0$ ) một khoảng thời gian ngắn nhất bằng bao nhiêu thì điện tích trên tụ điện bằng 0?

- A. 25 (μs).      B. 750 (μs).      C. 2,5 (ms).      D. 12,5 (ms).

### Hướng dẫn

$$\begin{cases} Z_C = \frac{1}{\omega C} = 50\Omega \\ \tan \varphi = \frac{-Z_C}{R} = -1 \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{4} \end{cases}$$

Do  $u$  trễ pha hơn  $i$  là  $\pi/4$  mà  $u_C$  trễ hơn  $i$  là  $\pi/2$  nên  $u_C$  trễ pha hơn  $u$  là  $\pi/4$ .

Do đó:  $u_C = U_{0c} \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{2}\right)$

$$u_C = 0 \Rightarrow \begin{cases} 100\pi t - \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = 12,5 \cdot 10^{-3} \text{ (s)} \\ 100\pi t - \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{2} + 2\pi \Rightarrow t = 22,5 \cdot 10^{-3} \text{ (s)} \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Ví dụ 4:** Đặt điện áp  $u = 80 \cos(100\pi t - \pi/4)$  V vào hai đầu đoạn mạch nối tiếp gồm điện trở  $R = 40 \Omega$  và cuộn cảm thuận có độ tự cảm  $L = 0,4/\pi$  H. Khi điện áp tức thời trên cuộn cảm là  $20\sqrt{2}$  V thì dòng điện tức thời qua mạch là

- A.  $\sqrt{6}/2$  A hoặc  $-\sqrt{6}/2$  A.      B.  $\sqrt{6}$  A hoặc  $-\sqrt{6}$  A.  
 C.  $\sqrt{3}/2$  A hoặc  $-\sqrt{3}/2$  A.      D.  $\sqrt{2}/2$  A hoặc  $-\sqrt{2}/2$  A.

### Hướng dẫn

$$Z_L = \omega L = 40(\Omega) \Rightarrow Z = \sqrt{R^2 + Z_L^2} = 40\sqrt{2}(\Omega)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} I_0 = \frac{U_0}{Z} = \sqrt{2}(A) \\ U_{0L} = I_0 Z_L = 40\sqrt{2}(V) \end{cases}$$

Vì i trễ pha hơn  $u_L$  là  $\pi/2$  nên có thể chọn:  $\begin{cases} i = \sqrt{2} \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{2}\right)(A) \\ u_L = 40\sqrt{2} \cos 100\pi t(V) \end{cases}$

Cho  $u_L = 20\sqrt{2}$  tính ra:  $100\pi t = \pm\pi/3$ , thay các giá trị này vào i tính được:  $i = \sqrt{6}/2 A$   
hoặc  $i = -\sqrt{6}/2 A \Rightarrow$  Chọn A.

**Ví dụ 5:** Biểu thức của cường độ dòng điện là một hàm cos có pha ban đầu  $\varphi = -\pi/4$ . Biết lúc  $t = 7/8000$  s thì  $i = 0$  và đang tăng, chu kì của dòng điện là  $T > 1/200$  s, chu kì đó bằng

- A. 0,01 s.      B. 0,02 s.      C. 0,03 s.      D. 0,025 s.

### Hướng dẫn

Biểu thức dòng điện:  $i = I_0 \cos\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{\pi}{4}\right)$   $\xrightarrow[i=0]{i \text{ tang}}$

$$\frac{2\pi}{T} \cdot \frac{7}{800} - \frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \Rightarrow \frac{1}{T} = -\frac{100}{7} + k \frac{800}{7} \xrightarrow[0 < \frac{1}{T} < 200]{i \text{ tang}} \frac{1}{8} < k < 1,875 \Rightarrow k = 1$$

$$\Rightarrow T = 0,01 \text{ s} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

### Chú ý:

Vì với mạch chỉ chứa L hoặc C thì  $u$  và  $i$  vuông pha nhanh nên thường có bài toán cho điện áp (dòng điện) ở thời điểm này thì dòng điện (điện áp) ở thời điểm trước đó hoặc sau đó một khoảng thời gian (vuông pha)  $\Delta t = (2n+1)T/4$ :

$$|u_i| = |i_2| Z_{LC}; |u_2| = |i_1| Z_{LC}$$

\*Mạch chỉ C:  $\begin{cases} i = I_0 \cos \frac{2\pi}{T} t \\ u = I_0 Z_C \cos\left(\frac{2\pi}{T} t - \frac{\pi}{2}\right) = I_0 Z_C \sin \frac{2\pi}{T} t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} i = I_0 \cos \frac{2\pi}{T} t \\ u = Z_C \cdot I_0 \sin \frac{2\pi}{T} t \end{cases}$

Nếu  $n = 2k$  chẵn thì

$$\begin{cases} i_2 = I_0 \cos \frac{2\pi}{T} \left( t_1 + kT + \frac{T}{4} \right) = -I_0 \sin \frac{2\pi}{T} t_1 \\ u_2 = I_0 Z_C \sin \frac{2\pi}{T} \left( t_1 + kT + \frac{T}{4} \right) = Z_C I_0 \cos \frac{2\pi}{T} t_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_2 = Z_C i_1 \\ u_1 = -Z_C i_2 \end{cases}$$

Nếu  $n = 2k + 1$  lẻ thì

$$\begin{cases} i_2 = I_0 \cos \frac{2\pi}{T} \left( t_1 + kT + \frac{T}{2} + \frac{T}{4} \right) = +I_0 \sin \frac{2\pi}{T} t_1 \\ u_2 = I_0 Z_C \sin \frac{2\pi}{T} \left( t_1 + kT + \frac{T}{2} + \frac{T}{4} \right) = -Z_C I_0 \cos \frac{2\pi}{T} t_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_2 = -Z_C i_1 \\ u_1 = +Z_C i_2 \end{cases}$$

\*Mạch chi  $L$ :

$$\begin{cases} i = I_0 \cos \frac{2\pi}{T} t \\ u = I_0 Z_L \cos \left( \frac{2\pi}{T} t + \frac{\pi}{2} \right) = -I_0 Z_L \sin \frac{2\pi}{T} t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} i = I_0 \cos \frac{2\pi}{T} t_1 \\ u_1 = -Z_L \cdot I_0 \sin \frac{2\pi}{T} t_1 \end{cases}$$

Nếu  $n = 2k$  chẵn thì

$$\begin{cases} i_2 = I_0 \cos \frac{2\pi}{T} \left( t_1 + kT + \frac{T}{4} \right) = -I_0 \sin \frac{2\pi}{T} t_1 \\ u_2 = -I_0 Z_L \sin \frac{2\pi}{T} \left( t_1 + kT + \frac{T}{4} \right) = -Z_L I_0 \cos \frac{2\pi}{T} t_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_2 = -Z_L i_1 \\ u_1 = +Z_L i_2 \end{cases}$$

Nếu  $n = 2k + 1$  lẻ thì

$$\begin{cases} i_2 = I_0 \cos \frac{2\pi}{T} \left( t_1 + kT + \frac{T}{2} + \frac{T}{4} \right) = +I_0 \sin \frac{2\pi}{T} t_1 \\ u_2 = -I_0 Z_L \sin \frac{2\pi}{T} \left( t_1 + kT + \frac{T}{2} + \frac{T}{4} \right) = +Z_L I_0 \cos \frac{2\pi}{T} t_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_2 = Z_L i_1 \\ u_1 = -Z_L i_2 \end{cases}$$

**Ví dụ 6:** Đặt vào hai đầu đoạn mạch chỉ có cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $0,3/\pi (H)$  một điện áp xoay chiều  $u = U_0 \cos 100\pi t (V)$ .

1) Nếu tại thời điểm  $t_1$  điện áp là 60 (V) thì cường độ dòng điện tại thời điểm  $t_1 + 0,035$  (s) và tại thời điểm  $t_1 + 0,045$  (s) có độ lớn là bao nhiêu?

2) Nếu tại thời điểm  $t_1$  điện áp là 3 (V) thì cường độ dòng điện tại thời điểm  $t_1 + 0,035$  (s) và tại thời điểm  $t_1 + 0,045$  (s) có độ lớn là bao nhiêu?

### *Hướng dẫn*

1) Cảm kháng  $Z_L = \omega L = 30(\Omega)$ .

\* Vì  $t_2 - t_1 = 0,035 = \frac{7T}{4} = (2.3+1)\frac{T}{4}$  là hai thời điểm vuông pha và  $n = 3$  lẻ nên

$$i_2 = -\frac{u_1}{Z_L} = -\frac{60}{30} = -2(A)$$

\* Vì  $t_2 - t_1 = 0,045 = \frac{9T}{4} = (2.4+1)\frac{T}{4}$  là hai thời điểm vuông pha và  $n = 4$  chẵn nên

$$i_2 = +\frac{u_1}{Z_L} = +\frac{60}{30} = +2(A)$$

2) \* Vì  $t_2 - t_1 = 0,035 = \frac{7T}{4} = (2.3+1)\frac{T}{4}$  là hai thời điểm vuông pha và  $n = 3$  lẻ nên

$$i_2 = +\frac{u_2}{Z_L} \Rightarrow 3 = \frac{u_2}{30} \Rightarrow u_2 = 90(V)$$

\* Vì  $t_2 - t_1 = 0,045 = \frac{9T}{4} = (2.4+1)\frac{T}{4}$  là hai thời điểm vuông pha và  $n = 4$  chẵn nên

$$i_2 = +\frac{u_1}{Z_L} \Leftrightarrow 3 = -\frac{u_2}{30} \Rightarrow u_2 = -90(V)$$

**Ví dụ 7:** Đặt vào hai đầu đoạn mạch chỉ có điện dung  $0,1/\pi(mF)$  một điện áp xoay chiều

$$u = U_0 \cos 100\pi t(V).$$

1) Nếu tại thời điểm  $t_1$  điện áp là 60 (V) thì cường độ dòng điện tại thời điểm  $t_1 + 0,035$  (s) và tại thời điểm  $t_1 + 0,045$  (s) có độ lớn là bao nhiêu?

2) Nếu tại thời điểm  $t_1$  điện áp là 3 (V) thì cường độ dòng điện tại thời điểm  $t_1 + 0,035$  (s) và tại thời điểm  $t_1 + 0,045$  (s) có độ lớn là bao nhiêu?

### *Hướng dẫn*

$$1) \text{ Dung kháng } Z_C = \frac{1}{\omega C} = 10(\Omega).$$

\* Vì  $t_2 - t_1 = 0,035 = \frac{7T}{4} = (2.3+1)\frac{T}{4}$  là hai thời điểm vuông pha và  $n = 3$  lẻ nên

$$i_2 = \frac{u_1}{Z_L} = \frac{60}{10} = 6(A)$$

\* Vì  $t_2 - t_1 = 0,045 = \frac{9T}{4} = (2.4+1)\frac{T}{4}$  là hai thời điểm vuông pha và  $n = 4$  chẵn nên

$$i_2 = -\frac{u_1}{Z_L} = -\frac{60}{10} = -6(A)$$

2) \* Vì  $t_2 - t_1 = 0,035 = \frac{7T}{4} = (2.3+1)\frac{T}{4}$  là hai thời điểm vuông pha và  $n = 3$  lẻ nên

$$i_2 = -\frac{u_2}{Z_L} \Leftrightarrow 3 = -\frac{u_2}{10} \Rightarrow u_2 = -30(V)$$

\* Vì  $t_2 - t_1 = 0,045 = \frac{9T}{4} = (2.4+1)\frac{T}{4}$  là hai thời điểm vuông pha và  $n = 4$  chẵn nên

$$i_2 = +\frac{u_2}{Z_L} \Leftrightarrow 3 = +\frac{u_2}{10} \Rightarrow u_2 = +30(V)$$

**Ví dụ 8:** Đặt vào hai bản tụ điện có điện dung  $100/(3\pi)(\mu F)$  một điện áp xoay chiều  $u = U_0 \cos(100\pi t + \varphi_u)(V)$  thì dòng điện qua tụ có biểu thức  $i = 2\sqrt{2} \cos(100\pi t + \pi/3)(A)$ .

1) Tính điện áp giữa hai bản tụ tại thời điểm  $t = 5$  (ms).

2) Xác định các thời điểm để điện áp  $u = 600(V)$ .

3) Xác định thời điểm lần thứ 2014 để  $u = -300\sqrt{2}(V)$

4) Xác định thời điểm lần thứ 2014 để  $|u| = 300\sqrt{2}(V)$

*Hướng dẫn*

1) Tính dung kháng:  $Z_C = \frac{1}{\omega C} = 300(\Omega)$ . Vì mạch chỉ có tụ điện nên điện áp trễ pha hơn dòng điện là  $\pi/2$ :  $u = I_0 Z_C \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{2}\right) = 600\sqrt{2} \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{6}\right)(V)$ .

$$u_{(5.10^3)} = 600\sqrt{2} \cos\left(100\pi \cdot 5 \cdot 10^{-3} - \frac{\pi}{6}\right) = 300\sqrt{6}(V).$$

2) Giải phương trình:  $u = 600(V) \Rightarrow \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$$\Rightarrow \begin{cases} \left(100\pi t - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\pi}{4} + k \cdot 2\pi \\ \left(100\pi t - \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{\pi}{4} + l \cdot 2\pi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{1}{240} + \frac{k}{50}(s) \quad (k=0,1,2,\dots) \\ t = \frac{1}{1200} + \frac{l}{50}(s) \quad (l=1,2,3,\dots) \end{cases}$$

3) Ta thấy:  $\frac{2014}{2} = 1006$  dư 2  $\Rightarrow t = 1006T + t_2$ .

Để tính  $t_2$  ta có thể dùng vòng tròn lượng giác:

$$t_2 = \frac{\Phi_2 - \Phi_1}{\omega} = \frac{-\frac{2\pi}{3} + 2\pi - \left(-\frac{\pi}{6}\right)}{100\pi} = \frac{3}{200}(s)$$

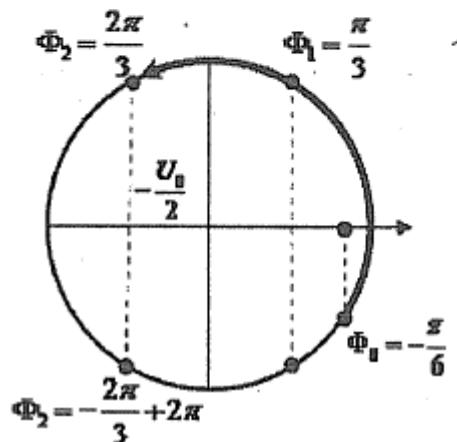
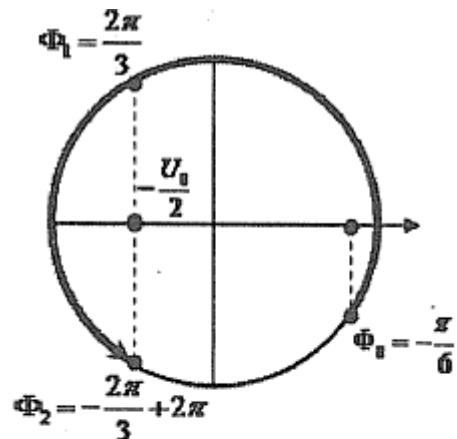
$$\Rightarrow t = 1006.0,02 + \frac{3}{200} = 20,135(s)$$

4) Ta thấy:  $\frac{2014}{4} = 503$  dư 2  $\Rightarrow t = 503T + t_2$ .

Để tính  $t_2$  ta có thể dùng vòng tròn lượng giác:

$$t_2 = \frac{\Phi_2 - \Phi_1}{\omega} = \frac{\frac{2\pi}{3} - \left(-\frac{\pi}{6}\right)}{100\pi} = \frac{1}{120}(s)$$

$$\Rightarrow t = 503.0,02 + \frac{1}{120} = \frac{6041}{600}(s)$$



**Chú ý:** Nếu cho giá trị tức thời điện áp và dòng điện ở hai thời điểm tính được

$$\begin{cases} u = U_0 \cos \omega t \xrightarrow[u=u_0 \text{ và } u \text{ giảm}(tang)]{t=t_0} \omega t_0 = ? \\ i = I_0 \cos(\omega t - \varphi) \xrightarrow[i=0 \text{ và } i \text{ giảm}(tang)]{t=t_0 + \Delta t} \varphi = ? \end{cases}$$

**Ví dụ 9:** Điện áp  $u = U_0 \cos(100\pi t)$  (t tính bằng s) được đặt vào hai đầu đoạn mạch gồm cuộn dây và tụ điện mắc nối tiếp. Cuộn dây có độ tự cảm  $L = 0,15/\pi(H)$  và điện trở  $r = 5\sqrt{3}\Omega$ , tụ điện có điện dung  $C = 10^{-2}/\pi(F)$ . Tại thời điểm  $t_1$  (s) điện áp tức thời hai đầu c đ có giá trị 15 V. Giá trị của  $U_0$  bằng

- A. 15 V.      B. 30 V.      C.  $15\sqrt{3}$  V.      D.  $10\sqrt{3}$  V.

### Hướng dẫn

$$\text{Tính: } Z_L = \omega L = 15\Omega, Z_C = 1/\omega C = 10\Omega$$

#### Cách 1:

$$\text{Áp dụng công thức: } i = \frac{u}{Z} = \frac{u_{rL}}{Z_{rL}} = \frac{u_C}{Z_C}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} u_C = u \frac{\bar{Z}_C}{Z} = U_0 \frac{-10i}{5\sqrt{3} + i(15-10)} = U_0 \angle -\frac{2}{3}\pi \Rightarrow u_C = U_0 \cos\left(100\pi t - \frac{2\pi}{3}\right) \\ u_{rL} = u \frac{\bar{Z}_{rL}}{Z} = U_0 \frac{5\sqrt{3} + 15i}{5\sqrt{3} + i(15-10)} = U_0 \sqrt{3} \angle \frac{1}{6}\pi \Rightarrow u_{rL} = U_0 \sqrt{3} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{6}\right) \end{cases}$$

$$\text{Theo bài ra: } \begin{cases} u_{C(t_1+1/75)} = U_0 \cos\left(100\pi(t_1 + 1/75) - \frac{2\pi}{3}\right) = 15 \\ u_{rL(t_1)} = U_0 \sqrt{3} \cos\left(100\pi t_1 + \frac{\pi}{6}\right) = 15 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} U_0 \sin\left(100\pi t_1 + \frac{\pi}{6}\right) = 15 \\ U_0 \cos\left(100\pi t_1 + \frac{\pi}{6}\right) = 5\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow (U_0)^2 = 15^2 + (5\sqrt{3})^2 \Rightarrow U_0 = 10\sqrt{3}(V)$$

$\Rightarrow$  Chọn D.

#### Cách 2:

$$\text{Tính: } \begin{cases} Z_L = \omega L = 15(\Omega) \\ Z_C = \frac{1}{\omega C} = 10(\Omega) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Z_{rL} = \sqrt{r^2 + Z_L^2} = 10\sqrt{3}(\Omega) \\ Z = \sqrt{r^2 + (Z_L - Z_C)^2} = 10(\Omega) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} U_{0rL} = U_0\sqrt{3} \\ U_{0C} = U_0 \end{cases}$$

Vì  $\tan \varphi_{rL} = \frac{Z_L}{r} = \sqrt{3} \Rightarrow \varphi_{rL} = \frac{\pi}{3} > 0 \Rightarrow u_{rL}$  sớm pha hơn i là  $\pi/3$ . Mà i sớm pha hơn  $u_C$  là  $\pi/2$  nên

$u_{rL}$  sớm pha hơn  $u_C$  là  $\pi/3 + \pi/2 = 5\pi/6$ . Do đó, ta có thể còn lại mốc thời gian như sau :

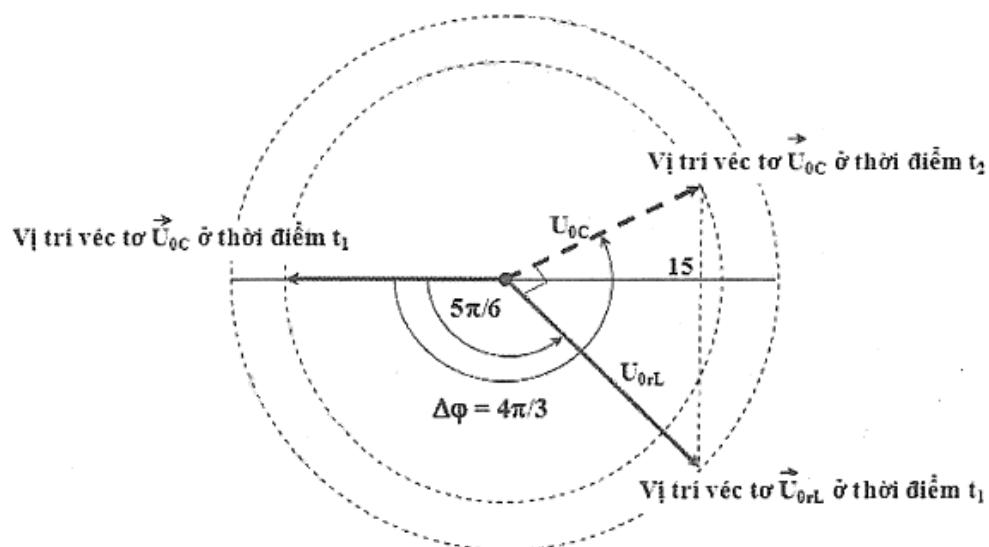
$$\begin{cases} u_{rL} = U_0\sqrt{3}\cos 100\pi t \\ u_C = U_0 \cos\left(100\pi t - \frac{5\pi}{6}\right) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{t=t_1}{u_{rL}=15V} \rightarrow 15 = U_0\sqrt{3}\cos 100\pi t_1 \Rightarrow U_0\cos 100\pi t_1 = 5\sqrt{3} \quad (1) \\ \frac{t=t_1+1/75}{u_C=15V} \rightarrow 15 = U_0 \cos\left(100\pi\left(t_1 + \frac{1}{75}\right) - \frac{5\pi}{6}\right) \Rightarrow U_0 \cos 100\pi t_1 = 15 \quad (2) \end{cases}$$

Từ (1),(2) suy ra :  $U_0 = 10\sqrt{3}(V) \Rightarrow$  Chọn D.

Cách 3 :

$$\text{Tính : } \begin{cases} Z_L = \omega L = 15(\Omega) \\ Z_C = \frac{1}{\omega C} = 10(\Omega) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Z_{rL} = \sqrt{r^2 + Z_L^2} \\ Z = \sqrt{r^2 + (Z_L - Z_C)^2} = 10(\Omega) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} U_{0rL} = U_0\sqrt{3} \\ U_{0C} = U_0 \end{cases}$$



Vì  $\tan \varphi_{rL} = \frac{Z_L}{r} = \sqrt{3} \Rightarrow \varphi_{rL} = \frac{\pi}{3} > 0 \Rightarrow u_{rL}$  sớm pha hơn i là  $\pi/3$ . Mà i sớm pha hơn  $u_C$  là  $\pi/2$  nên

$u_{rL}$  sớm pha hơn  $u_C$  là  $\pi/3 + \pi/2 = 5\pi/6$ .

Biểu diễn vị trí các véc tơ  $\vec{U}_0$  và  $\vec{I}_0$  ở các thời điểm  $t = t_1$  và  $t = t_1 + 1/75(s)$  như trên hình vẽ.

Hai thời điểm này tương ứng với góc quét :  $\Delta\varphi = \omega\Delta t = 100\pi \cdot 1/75 = 4\pi/3$ .

$$\text{Xét tam giác vuông trên hình vẽ : } \frac{1}{U_{0C}^2} + \frac{1}{U_{0RL}^2} = \frac{1}{15^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{U_0^2} + \frac{1}{3U_0^2} = \frac{1}{15^2} \Rightarrow U_0 = 10\sqrt{3}(V) \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

### Kết quả 2. Giá trị tức thời liên quan đến xu hướng tăng giảm

Đối với bài toán dạng này thông thường làm như sau :

\*Viết biểu thức các đại lượng có liên quan

\*Dựa vào VTLG và xu hướng tăng giảm để xác định  $(\omega t + \varphi)$  (tăng thì nằm nửa dưới VTLG, còn giảm thì ở nửa trên) ;

\*Thay giá trị của  $\omega t$  vào biểu thức cần tính.

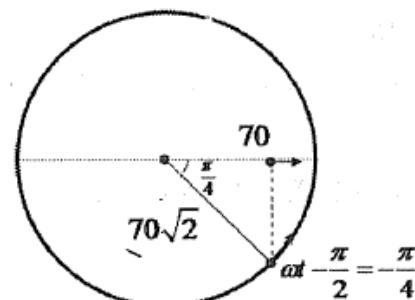
**Ví dụ 1 :** Đặt vào hai đầu đoạn mạch gồm cuộn dây có điện trở thuần  $R$  cảm cảm kháng  $Z_L = R$  mắc nối tiếp với tụ điện  $C$  một điện áp xoay chiều, điện áp hiệu dụng giữa hai đầu dây và giữa hai bìa tụ điện lần lượt là  $U_d = 50(V)$  và  $U_C = 70(V)$ . Khi điện áp tức thời giữa hai bìa tụ điện có giá trị  $u_C = 70(V)$  và đang tăng thì điện áp tức thời giữa hai đầu cuộn dây có giá trị là

- A. 0.                      B.  $-50\sqrt{2}(V)$                       C.  $50(V)$ .                      D.  $50\sqrt{2}(V)$

### Hướng dẫn

$$\tan \varphi_R = \frac{Z_L}{R} = 1 \Rightarrow \varphi_R = \frac{\pi}{4}.$$

Nếu biểu thức dòng điện là



$$i = I_0 \cos \omega t \Rightarrow \begin{cases} u_C = 70\sqrt{2} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) (V) \\ u_{RL} = 50\sqrt{2} \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right) (V) \end{cases}$$

Theo bài ra  $u_C = 70V$  và đang tăng nên nằm nắp dưới VTLG  $\omega t - \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{4} \Rightarrow \omega t = \frac{\pi}{4}$ . Thay giá trị này vào  $u_{RL}$  ta được :

$$u_{RL} = 50\sqrt{2} \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right) = 50\sqrt{2} \cos\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4}\right) = 0 \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Ví dụ 2 :** Đặt vào hai đầu đoạn mạch gồm cuộn dây có điện trở thuần R và cảm kháng  $Z_L = R\sqrt{3}$  mắc nối tiếp với tụ điện C một điện áp xoay chiều, điện áp hiệu dụng giữa hai đầu dây và giữa hai bản tụ điện lần lượt là  $U_d = 50(V)$  và  $U_C = 70(V)$ . Khi điện áp tức thời giữa hai bản tụ điện có giá trị  $u_C = 35\sqrt{2}(V)$  và đang giảm thì điện áp tức thời giữa hai đầu cuộn dây có giá trị là

- A.  $-25\sqrt{6}(V)$ .      B.  $-50\sqrt{6}(V)$ .      C.  $50(V)$ .      D.  $50\sqrt{2}(V)$ .

### Hướng dẫn

$$\tan \varphi_{RL} = \frac{Z_L}{R} = \sqrt{3} \Rightarrow \varphi_{RL} = \frac{\pi}{3}.$$

$$i = I_0 \cos \omega t \Rightarrow \begin{cases} u_C = 70\sqrt{2} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \xrightarrow[u_C=35\sqrt{2}]{\text{đang giảm}} \omega t - \frac{\pi}{2} = +\frac{\pi}{3} \Rightarrow \omega t = \frac{5\pi}{6} \\ u_{RL} = 50\sqrt{2} \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right) = 50\sqrt{2} \cos\left(\frac{5\pi}{6} + \frac{\pi}{3}\right) = -25\sqrt{6}(V) \end{cases}$$

$\Rightarrow$  Chọn A.

### Kết quả 3. Cộng các giá trị tức thời (tổng hợp các dao động điều hòa)

Ta cần phân biệt giá trị cực đại ( $U_0, I_0$  luôn dương), giá trị hiệu dụng ( $U, I$  luôn dương) và giá trị tức thời ( $u, i$  có thể âm, dương, bằng 0) :

$$U_0^2 = U_{0R}^2 + (U_{0L} - U_{0C})^2; U^2 = U_R^2 + (U_L - U_C)^2; u = u_R + u_L + u_C \left( \frac{u_L}{Z_L} = -\frac{u_C}{Z_C} \right)$$

**Ví dụ 1 :** Mạch điện xoay chiều không phân nhánh gồm điện trở thuần R, cuộn cảm thuần có cảm kháng  $Z_L$  và tụ điện có dung kháng  $Z_C = 3Z_L$ . Vào một thời điểm khi hiệu điện thế trên điện trở và trên tụ điện có giá trị tức thời tương ứng là 40 V và 30 V thì hiệu điện thế giữa hai đầu mạch là

- A. 55 V.      B. 60 V.      C. 50 V.      D. 25 V.

### Hướng dẫn

Thay  $u_R = 40(V)$ ,  $u_C = 30(V)$  và  $u_L = -u_C \frac{Z_L}{Z_C} = -10(V)$  vào hệ thức :

$$u = u_R + u_L + u_C \Rightarrow u = 40 + (-10) + 30 = 60(V) \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Ví dụ 2 :** Mạch điện xoay chiều không phân nhánh gồm điện trở thuần R, cuộn cảm thuần có cảm kháng  $Z_L$  và tụ điện có dung kháng  $Z_C = 3Z_L$ . Vào một thời điểm khi hiệu điện thế trên điện trở và trên tụ điện có giá trị tức thời tương ứng là 40 V và 30 V thì hiệu điện thế giữa hai đầu mạch điện là

- A. 55 V.      B. 60 V.      C. 50 V.      D. 25 V.

### Hướng dẫn

$$u_R = u - u_L - u_C \begin{cases} u = 40 \\ u_L = 30 \\ u_C = -3u_L = -90 \end{cases} \Rightarrow u_R = 40 - (-90) - 30 = 100(V) \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Chú ý :** Nếu A, B, C theo đúng thứ tự là ba điểm trên đoạn mạch điện xoay chiều không phân nhánh và biểu thức điện áp tức thời trên các đoạn mạch AB, BC lần lượt là :

$u_{AB} = U_{01} \cos(\omega t + \varphi_1)(V)$ ,  $u_{BC} = U_{02} \cos(\omega t + \varphi_2)(V)$  thì biểu thức điện áp trên đoạn AC là

$$u_{AC} = u_{AB} + u_{BC}.$$

$$\text{Cách 1 : } \begin{cases} U_0^2 = U_{01}^2 + U_{02}^2 + 2U_{01}U_{02} \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \\ \tan \varphi = \frac{U_{01} \sin \varphi_1 + U_{02} \sin \varphi_2}{U_{01} \cos \varphi_1 + U_{02} \cos \varphi_2} \end{cases}$$

$$\text{Cách 2 : } u_{AC} = U_{01} \angle \varphi_1 + U_{02} \angle \varphi_2 + \dots$$

**Ví dụ 3 :** Cho đoạn mạch xoay chiều không phân nhánh A, B, C là ba điểm trên đoạn mạch đó. Biểu thức điện áp tức thời trên các đoạn mạch AB, BC lần lượt là

$u_{AB} = 60 \cos(100\pi t + \pi/6) (V)$ ,  $u_{BC} = 60\sqrt{3} \cos(100\pi t + 2\pi/3) (V)$ . Điện áp hiệu dụng giữa hai điểm A, C là

- A. 128 V.      B.  $60\sqrt{2}$  V      C. 120 V.      D. 155 V.

### Hướng dẫn

$$U_0 = \sqrt{U_{01}^2 + U_{02}^2 + 2U_{01}U_{02} \cos(\varphi_2 - \varphi_1)} = \sqrt{60^2 + 3.60^2 + 2.60.60\sqrt{3} \cos\frac{\pi}{2}} = 120 (V)$$

$$\Rightarrow U = \frac{U_0}{\sqrt{2}} = 60\sqrt{2} (V) \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Ví dụ 4 :** Cho đoạn mạch xoay chiều AB gồm hai đoạn mạch AN và NB mắc nối tiếp. Đặt vào hai đầu đoạn mạch AB một điện áp xoay chiều ổn định  $u_{AB} = 200\sqrt{2} \cos(100\pi t + \pi/3) (V)$ , khi đó điện áp tức thời giữa hai đầu đoạn mạch NB là  $u_{NB} = 50\sqrt{2} \sin(100\pi t + 5\pi/6) (V)$ . Biểu thức điện áp tức thời giữa hai đầu đoạn mạch AN là

- A.  $u_{AN} = 150\sqrt{2} \sin(100\pi t + \pi/3) (V)$ .      B.  $u_{AN} = 150\sqrt{2} \cos(120\pi t + \pi/3) (V)$ .  
 C.  $u_{AN} = 150\sqrt{2} \cos(100\pi t + \pi/3) (V)$ .      D.  $u_{AN} = 250\sqrt{2} \sin(100\pi t + \pi/3) (V)$ .

### Hướng dẫn

$$u_{NB} = 50\sqrt{2} \sin\left(100\pi t + \frac{5\pi}{6}\right) = 50\sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{3}\right) (V)$$

$$u_{AB} = u_{AN} + u_{NB} \Rightarrow u_{AN} = u_{AB} - u_{NB} = 150\sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{3}\right) (V) \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Ví dụ 5:** Cho đoạn mạch xoay chiều không phân nhánh A, B, C và D là 4 điểm trên đoạn mạch đó. Biểu thức điện áp tức thời trên các đoạn AB, BC và CD lần lượt là:

$u_1 = 400\sqrt{2} \cos(100\pi t + \pi/4) (V)$ ,  $u_2 = 400 \cos(100\pi t - \pi/2) (V)$ ,  $u_3 = 500 \cos(100\pi t + \pi) (V)$ . Zắc định điện áp cực đại giữa hai điểm A, D.

- A.  $100\sqrt{2}$  V.      B. 100 V.      C. 200 V.      D.  $200\sqrt{2}$  V.

### *Hướng dẫn*

**Cách 1 :**

$$u = u_1 + u_2 + u_3 = \cos \omega t (A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2 + \dots) - \sin \omega t (A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2 + \dots)$$

$$\begin{aligned} u &= \cos 100\pi t \left( 400\sqrt{4} \cdot \cos \frac{\pi}{4} + 400 \cos \frac{-\pi}{2} + 500 \cos \pi \right) - \\ &- \sin 100\pi t \left( 400\sqrt{4} \cdot \sin \frac{\pi}{4} + 400 \sin \frac{-\pi}{2} + 500 \sin \pi \right) \end{aligned}$$

$$= -100 \cos 100\pi t (V) = 100 \cos(100\pi t + \pi) (V) \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Cách 2 :**  $u = 400\sqrt{2} \angle \frac{\pi}{4} + 400 \angle -\frac{\pi}{2} + 500 \angle \pi = -100$

$$\Rightarrow u = -100 \cos 100\pi t (V) = 100 \cos(100\pi t + \pi) (V) \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Ví dụ 6 :** Đặt điện áp  $u = U_0 \cos(100\pi t + 7\pi/12) (V)$  vào hai đoạn mạch AMB thì biểu thức điện áp hai đầu các đoạn mạch AM và MB lần lượt là  $u_{AM} = 100 \cos(100\pi t + \pi/4) (V)$  và  $u_{MB} = U_{01} \cos(100\pi t + 3\pi/4) (V)$ . Giá trị  $U_0$  và  $U_{01}$  lần lượt là

- A.  $100\sqrt{2}$  V và 100 V.      B.  $100\sqrt{3}$  V và 200 V.  
 C. 100 V và  $100\sqrt{2}$  V.      D. 200 V và  $100\sqrt{3}$  V.

### *Hướng dẫn*

Phương trình  $u = u_{AM} + u_{MB}$  hay

$$U_0 \cos\left(100\pi t + \frac{7\pi}{12}\right) = 100 \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right) + U_{01} \cos\left(100\pi t + \frac{3\pi}{4}\right) \text{ đúng với } t.$$

Để tính các biên độ còn lại thì ta có thể chọn các t đặc biệt.

\*Chọn  $t = -\frac{1}{400} (s)$  thì

$$U_0 \cos\left(-\frac{\pi}{4} + \frac{7\pi}{12}\right) = 100 \cos\left(-\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4}\right) + U_{10} \cos\left(-\frac{\pi}{4} + \frac{3\pi}{4}\right) \Rightarrow U_0 = 200(V)$$

\*Chọn  $t = \frac{1}{400}(s)$  thì

$$\Rightarrow 200 \cos\left(\frac{\pi}{4} + \frac{7\pi}{12}\right) = 100 \cos\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4}\right) + U_{10} \cos\left(\frac{\pi}{4} + \frac{3\pi}{4}\right) \Rightarrow U_{10} = 100\sqrt{3}(V)$$

$\Rightarrow$  Chọn D.

**Chú ý:** Nếu sử dụng thành thạo máy tính tổng hợp dao động thì có thể dùng phương pháp thử tương đối nhanh.

#### Kết quả 4. Dựa vào dấu hiệu vuông pha để tính các величин

\*Hai thời điểm vuông pha  $t_2 - t_1 = (2k+1)\frac{T}{4} \Rightarrow x_1^2 + x_2^2 = A^2$ .

\*Hai величин x, y vuông pha  $\left(\frac{x}{x_{\max}}\right)^2 + \left(\frac{y}{y_{\max}}\right)^2 = 1$

Chẳng hạn,  $u_R$  vuông pha với  $u_L, u_C$  và  $u_{LC}$  nên: 
$$\begin{cases} \left(\frac{u_R}{U_R\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{u_L}{U_L\sqrt{2}}\right)^2 = 1 \\ \left(\frac{u_R}{U_R\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{u_C}{U_C\sqrt{2}}\right)^2 = 1 \\ \left(\frac{u_R}{U_R\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{u_{LC}}{U_{LC}\sqrt{2}}\right)^2 = 1 \end{cases}$$

$$\tan \varphi = \frac{U_{0LC}}{U_{0R}} \Rightarrow U_{0LC} = U_{0R} \tan \varphi$$

**Ví dụ 1:** Cho mạch điện xoay chiều R, L, C mắc nối tiếp theo thứ tự đó (cuộn cảm thuận). Khi đó điện áp hiệu dụng ở hai đầu điện trở R là 200 V. Khi điện áp tức thời ở hai đầu đoạn mạch là  $100\sqrt{2}$  V thì điện áp tức thời giữa hai đầu điện trở và cuộn cảm đều là  $-100\sqrt{6}$  V. Tính trị hiệu dụng của điện áp ở hai đầu đoạn mạch AB.

- A. 500 V.      B. 615 V.      C. 300 V.      D. 200 V.

### Hướng dẫn

$$*\left(\frac{u_R}{U_R\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{u_L}{U_L\sqrt{2}}\right)^2 = 1 \Rightarrow \left(\frac{-100\sqrt{6}}{200\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{-100\sqrt{6}}{U_L\sqrt{2}}\right)^2 = 1 \Rightarrow U_L = 200\sqrt{3} (V)$$

$$* u = u_R + u_L + u_C \Rightarrow 100\sqrt{2} = -100\sqrt{6} - 100\sqrt{6} + u_c \Rightarrow u_c = 100(\sqrt{2} + 2\sqrt{6})(V)$$

$$*\left(\frac{u_R}{U_R\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{u_C}{U_C\sqrt{2}}\right)^2 = 1 \Rightarrow \left(\frac{-100\sqrt{6}}{200\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{100(\sqrt{2} + 2\sqrt{6})}{U_C\sqrt{2}}\right)^2 = 1$$

$$\Rightarrow U_C = 200(1+2\sqrt{3})(V) \Rightarrow U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2} = 615(V) \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Ví dụ 2:** Đoạn mạch xoay chiều theo đúng thứ tự R, L, C mắc nối tiếp. Điện áp tức thời hai đầu đoạn mạch lệch pha là  $\varphi$  so với cường độ dòng điện tức thời qua mạch và biên độ điện áp trên R là  $U_{0R}$ . Ở thời điểm t, điện áp tức thời ở hai đầu đoạn mạch chứa LC là  $u_{LC}$  và điện áp tức thời hai đầu điện trở R là  $u_R$  thì

$$A. U_{0R} = u_{LC} \cos \varphi + u_R \sin \varphi.$$

$$B. U_{0R} = u_{LC} \sin \varphi + u_R \cos \varphi.$$

$$C. (U_{LC})^2 + (u_R / \tan \varphi)^2 = (U_{0R})^2.$$

$$D. (U_R)^2 + (u_{LC} / \tan \varphi)^2 = (U_{0R})^2.$$

### Hướng dẫn

$$\begin{cases} \tan \varphi = \frac{U_{0LC}}{U_{0R}} \Rightarrow U_{0LC} = U_{0R} \tan \varphi \\ \left(\frac{u_R}{U_{0R}}\right)^2 + \left(\frac{u_{LC}}{U_{0LC}}\right)^2 = 1 \end{cases} \Rightarrow u_R^2 + \left(\frac{u_{LC}}{\tan \varphi}\right)^2 = U_{0R}^2 \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Ví dụ 3:** Đặt vào hai đầu đoạn mạch gồm 3 phần tử R, cuộn dây thuận cảm L và tụ điện C ghép nối với một hiệu điện thế xoay chiều ổn định. Khảo sát đoạn mạch trên người ta thấy: Ở một thời điểm t nào đó điện áp tức thời hai đầu đoạn mạch chứa LC là  $300\sqrt{2}$  V, điện áp tức thời trên R là  $100\sqrt{2}$  V. Ngoài ra, khi đo điện áp hiệu dụng hai đầu điện trở bằng một vôn kế nhiệt thì vôn kế chỉ 200 V. Góc lệch pha giữa hiệu điện thế hai đầu đoạn mạch và cường độ dòng điện chạy qua mạch là

A.  $\pi/3$ .

B.  $\pi/4$ .

C.  $\pi/2$ .

D.  $\pi/6$ .

### Hướng dẫn

$$\text{Vì } u_{LC} \perp u_R \text{ nên } \left(\frac{u_{LC}}{U_{0LC}}\right)^2 + \left(\frac{u_R}{U_{0R}}\right)^2 = 1 \Rightarrow \left(\frac{300\sqrt{2}}{U_{0LC}}\right)^2 + \left(\frac{100\sqrt{2}}{200\sqrt{2}}\right)^2 = 1$$

$$\Rightarrow U_{0LC} = 200\sqrt{6} (\text{V})$$

$$\Rightarrow \tan \varphi = \frac{U_{0LC}}{U_{0R}} = \frac{200\sqrt{6}}{200\sqrt{2}} \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Ví dụ 4:** Đặt vào hai đầu đoạn mạch gồm 3 phần tử R, cuộn dây thuận cảm L và tụ điện C ghép nối với một hiệu điện thế xoay chiều ổn định. Khảo sát đoạn mạch trên người ta thấy: Ở một thời điểm t nào đó điện áp tức thời hai đầu đoạn mạch chứa LC là  $100\sqrt{2}$  V, điện áp tức thời trên R là 100 V. Ngoài ra, khi đo điện áp hiệu dụng hai đầu điện trở bằng một vôn kế nhiệt thì vôn kế chỉ 100 V. Góc lệch pha giữa hiệu điện thế hai đầu đoạn mạch và cường độ dòng điện chạy qua mạch là

- A.  $\pi/3$ .      B.  $\pi/4$ .      C.  $\pi/2$ .      D.  $\pi/6$ .

### Hướng dẫn

**Cách 1: (Sai nhung cho kết quả đúng!)**

$$\tan \varphi = \frac{U_{LC}}{U_R} = \frac{100\sqrt{3}}{100} \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Cách 2:**

$$\text{Vì } u_{LC} \perp u_R \text{ nên } \left(\frac{u_{LC}}{U_{0LC}}\right)^2 + \left(\frac{u_R}{U_{0R}}\right)^2 = 1 \Rightarrow \left(\frac{100\sqrt{2}}{U_{0LC}}\right)^2 + \left(\frac{100}{100\sqrt{2}}\right)^2 = 1$$

$$\Rightarrow U_{0LC} = 100\sqrt{6} (\text{V})$$

$$\Rightarrow \tan \varphi = \frac{U_{0LC}}{U_{0R}} = \frac{100\sqrt{6}}{100\sqrt{2}} \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Chú ý:** Vì  $u_R$  vuông pha với  $u_L$  và  $u_C$  nên ở một thời điểm nào đó  $u_R = 0$  thì

$$\begin{cases} u_L = U_{0L}, u_C = -U_{0C} \\ u_L = -U_{0L}, u_C = +U_{0C} \end{cases}$$

**Ví dụ 5:** Đoạn mạch xoay chiều AB nối tiếp gồm điện trở thuần R, tụ điện C và cuộn cảm thuần L. Gọi  $u_L, u_C, u_R$  lần lượt là điện áp tức thời trên L, C và R. Tại thời điểm  $t_1$  các giá trị tức thời  $u_L(t_1) = -20\sqrt{2} V$ ,  $u_C(t_1) = 10\sqrt{2} V$ ,  $u_R(t_1) = 0 V$ . Tại thời điểm  $t_2$  các giá trị tức thời  $u_L(t_2) = -10\sqrt{2} V$ ,  $u_C(t_2) = 5\sqrt{2} V$ ,  $u_R(t_2) = 15\sqrt{2} V$ . Tính biên độ điện áp đặt vào hai đầu mạch AB?

- A. 50 V.      B. 20 V.      C.  $30\sqrt{2}$  V.      D.  $20\sqrt{2}$  V.

### Hướng dẫn

$$t=t_1 \Rightarrow \begin{cases} u_R=0 \\ u_L=-U_{0L}=-20\sqrt{2}(V), u_C=U_{0C}=10\sqrt{2}(V) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} U_{0L}=20\sqrt{2}(V) \\ U_{0C}=10\sqrt{2}(V) \end{cases}$$

$$t=t_2 \Rightarrow \left( \frac{u_R}{U_{0R}} \right)^2 + \left( \frac{u_L}{U_{0L}} \right)^2 = 1 \Rightarrow \left( \frac{15\sqrt{2}}{U_{0R}} \right)^2 + \left( \frac{-10\sqrt{2}}{20\sqrt{2}} \right)^2 = 1 \Rightarrow U_{0R}=10\sqrt{6}(V)$$

$$U_0 = \sqrt{U_{0R}^2 + (U_{0L} - U_{0C})^2} = 20\sqrt{2}(V) \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Ví dụ 6:** Đặt điện áp  $50\sqrt{2} V - 50 Hz$  vào hai đầu đoạn mạch AB gồm hai đoạn AM và MB mắc nối tiếp. Điện áp trên đoạn AM và MB lệch pha nhau  $\pi/2$ . Vào thời điểm  $t_0$ , điện áp trên AM bằng 64 V thì điện áp trên MB là 36 V. Điện áp hiệu dụng trên đoạn AM có thể là

- A.  $40\sqrt{2}$  V.      B. 50 V.      C.  $30\sqrt{2}$  V.      D.  $50\sqrt{2}$  V.

### Hướng dẫn

$$u_{AM} \perp u_{MB} \Rightarrow \begin{cases} \left( \frac{u_{AM}}{U_{0AM}} \right)^2 + \left( \frac{u_{MB}}{U_{0MB}} \right)^2 = 1 \\ U_{0AM}^2 + U_{0MB}^2 = U_0^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \left( \frac{64}{U_{0AM}} \right)^2 + \left( \frac{36}{U_{0MB}} \right)^2 = 1 \\ U_{0AM}^2 + U_{0MB}^2 = 100^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} U_{0AM}=80(V) \Rightarrow U_{AM}=40\sqrt{2}(V) \\ U_{0AM}=60(V) \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Ví dụ 7:** Đặt điện áp  $u=U_0 \cos \omega t$  vào hai đầu đoạn mạch AB gồm ba đoạn AM, MN và NB mắc nối tiếp. Đoạn AM chỉ có cuộn cảm với cảm kháng  $50\sqrt{3} \Omega$ , đoạn MN chỉ điện trở  $R=50 \Omega$  và đoạn NB chỉ có tụ điện với dung kháng  $50/\sqrt{3} \Omega$ . Vào thời điểm  $t_0$ , điện áp trên AN bằng  $80\sqrt{3} V$  thì điện áp trên MB là 60 V. Tính  $U_0$ .

- A. 100 V.      B. 150 V.      C.  $50\sqrt{7}$  V.      D.  $100\sqrt{3}$  V.

### Hướng dẫn

Cách 1:

$$\begin{cases} \tan \varphi_{AN} = \frac{Z_L}{R} = \sqrt{3} \Rightarrow \varphi_{AN} = \frac{\pi}{3}; Z_{AN} = \sqrt{R^2 + Z_L^2} = 100(\Omega) \\ \tan \varphi_{MB} = \frac{-Z_C}{R} = \frac{-1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \varphi_{MB} = -\frac{\pi}{6}; Z_{MB} = \sqrt{R^2 + Z_C^2} = \frac{100}{\sqrt{3}}(\Omega) \end{cases} \Rightarrow u_{AN} \perp u_{MB}$$

$$\Rightarrow \left( \frac{u_{AN}}{I_0 Z_{AN}} \right)^2 + \left( \frac{u_{MB}}{I_0 Z_{MB}} \right)^2 = 1 \Rightarrow \left( \frac{80\sqrt{3}}{100I_0} \right)^2 + \left( \frac{60}{\frac{100}{\sqrt{3}} I_0} \right)^2 = 1 \Rightarrow I_0 = \sqrt{3}(A)$$

$$\Rightarrow U_0 = I_0 Z = I_0 \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \sqrt{3} \cdot \frac{50\sqrt{21}}{3} = 50\sqrt{7}(V) \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

Cách 2:

$$\begin{cases} \tan \varphi_{AN} = \frac{Z_L}{R} = \sqrt{3} \Rightarrow \varphi_{AN} = \frac{\pi}{3}; Z_{AN} = \sqrt{R^2 + Z_L^2} = 100(\Omega) \\ \tan \varphi_{MB} = \frac{-Z_C}{R} = \frac{-1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \varphi_{MB} = -\frac{\pi}{6}; Z_{MB} = \sqrt{R^2 + Z_C^2} = \frac{100}{\sqrt{3}}(\Omega) \end{cases}$$

$$\begin{cases} i = I_0 \cos \omega t \\ u_{AN} = 100I_0 \cos \left( \omega t + \frac{\pi}{3} \right) = 80\sqrt{3} \Rightarrow I_0 \cos \left( \omega t + \frac{\pi}{3} \right) = 0,8\sqrt{3} \\ u_{MB} = \frac{100}{\sqrt{3}} I_0 \cos \left( \omega t - \frac{\pi}{6} \right) = 60 \Rightarrow I_0 \sin \left( \omega t + \frac{\pi}{3} \right) = 0,6\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow I_0 = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow U_0 = I_0 Z = I_0 \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \sqrt{3} \cdot \frac{50\sqrt{21}}{3} = 50\sqrt{7}(V)$$

**Ví dụ 8:** Đặt điện áp  $u = 220\sqrt{2} \cos 100\pi t(V)$  vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm điện trở  $20\Omega$ , cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $0,8/\pi H$  và tụ điện có điện dung  $1/(6\pi)mF$ . Khi điện áp tức thời giữa hai cuộn cảm có độ lớn bằng:

- A. 440 V.      B. 330 V.      C.  $440\sqrt{3}$  V.      D.  $330\sqrt{3}$  V.

### Hướng dẫn

$$\begin{cases} I_0 = \frac{U_0}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = 11(A) \\ u_R \perp u_L \Rightarrow \left(\frac{u_R}{I_0 R}\right)^2 + \left(\frac{u_L}{I_0 Z_L}\right)^2 = 1 \Rightarrow \left(\frac{110}{11.20}\right)^2 + \left(\frac{u_L}{11.80}\right)^2 = 1 \Rightarrow |u_L| = 440\sqrt{3}(V) \end{cases}$$

$\Rightarrow$  Chọn C.

**Chú ý:** Điều kiện vuông pha có thể tra hình dưới biểu thức  $L = rRC$

$$rR = \frac{L}{C} = Z_L Z_C \Rightarrow \frac{Z_L}{r} \cdot \frac{-Z_C}{R} = -1 \Rightarrow \tan \varphi_{rL} \tan \varphi_{rC} = -1 \Rightarrow u_{rL} \perp u_{rC}.$$

**Ví dụ 9:** Đặt điện áp  $u = 100\cos(\omega t + \pi/12)(V)$  vào hai đầu đoạn mạch AB gồm hai đoạn AM và MB mắc nối tiếp. Đoạn AM gồm tụ điện có điện dung C nối tiếp với điện trở R và đoạn MB chỉ có cuộn cảm có điện trở thuần r và có độ tự cảm L. Biết  $L = rRC$ . Vào thời điểm  $t_0$ , điện áp trên MB = 64 V thì điện áp trên AM là 36 V. Điện áp hiệu dụng trên đoạn AM có thể là

- A. 50 V.      B.  $50\sqrt{3}$  V.      C.  $40\sqrt{2}$  V.      D.  $30\sqrt{2}$  V.

### Hướng dẫn

$$L = rRC \Rightarrow \frac{Z_L}{r} \frac{-Z_C}{R} = -1 \Rightarrow u_{AM} \perp u_{MB} \Rightarrow \begin{cases} \left(\frac{u_{AM}}{U_{0AM}}\right)^2 + \left(\frac{u_{MB}}{U_{0MB}}\right)^2 = 1 \\ U_{0AM}^2 + U_{0MB}^2 = U_0^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \left(\frac{36}{U_{0AM}}\right)^2 + \left(\frac{64}{U_{0AM}}\right)^2 = 1 \\ U_{0AM}^2 + U_{0MB}^2 = 100^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} U_{0AM} = 60(V) \Rightarrow U_{AM} = 30\sqrt{2}(V) \\ U_{0MB} = 80(V) \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Ví dụ 10:** Đặt điện áp  $u = 100\cos(\omega t + \pi/12)(V)$  vào hai đầu đoạn mạch AB gồm hai đoạn AM và MB mắc nối tiếp. Đoạn AM gồm tụ điện có điện dung C nối tiếp với điện trở R và đoạn MB chỉ có cuộn cảm có điện trở thuần r và có độ tự cảm L. Biết  $L = rRC$ . Vào thời điểm  $t_0$ , điện áp giữa hai đầu cuộn cảm bằng  $40\sqrt{3}$  V thì điện áp giữa hai đầu đoạn AM là 30 V. Biểu thức điện áp giữa hai đầu đoạn mạch MB có thể là

- A.  $u_{AM} = 50\cos(\omega t - 5\pi/12)(V)$ .      B.  $u_{AM} = 50\cos(\omega t - \pi/4)(V)$ .

C.  $u_{AM} = 200 \cos(\omega t - \pi/4) (V)$ .

D.  $u_{AM} = 200 \cos(\omega t - 5\pi/12) (V)$

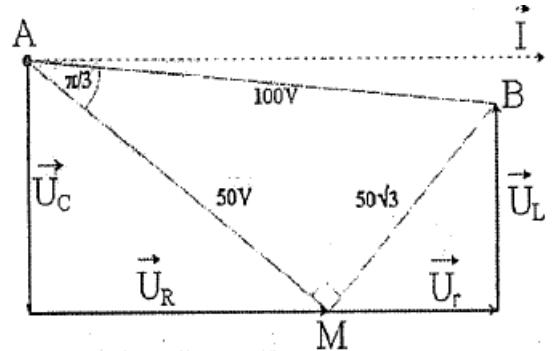
### Hướng dẫn

$$L = rRC \Rightarrow \frac{Z_L - Z_C}{rR} = -1 \Rightarrow u_{AM} \perp u_{MB} \Rightarrow \begin{cases} \left( \frac{u_{AM}}{U_{0AM}} \right)^2 + \left( \frac{u_{MB}}{U_{0MB}} \right)^2 = 1 \\ U_{0AM}^2 + U_{0MB}^2 = U_0^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \left( \frac{30}{U_{0AM}} \right)^2 + \left( \frac{40\sqrt{3}}{U_{0AM}} \right)^2 = 1 \\ U_{0AM}^2 + U_{0MB}^2 = 100^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} U_{0AM} = 50(V) \\ U_{0MB} = 50\sqrt{3}(V) \end{cases}$$

Từ giản đồ véc tơ ta thấy,  $u_{AM}$  trễ pha hơn  $u_{AB}$  là  $\pi/3$  nên

$$u_{AM} = 50 \cos(\omega t - \pi/4) (V) \Rightarrow \text{Chọn B.}$$



**Chú ý:**

\*Khi L thay đổi để  $U_{Lmax}$  thì  $\vec{U}_{RC} \perp \vec{U}$  ( $U_{RC}$  và  $U$  là hai cạnh của tam giác vuông còn  $U_{Lmax}$  là cạnh huyền,  $U_R$  là đường cao thuộc cạnh huyền):

$$\left( \frac{u_{RC}}{U_{RC}\sqrt{2}} \right)^2 + \left( \frac{u}{U\sqrt{2}} \right)^2 = 1; \frac{1}{U_{RC}^2} + \frac{1}{U^2} = \frac{1}{U_R^2}$$

\*Khi C thay đổi để  $U_{Cmax}$  thì  $\vec{U}_R \perp \vec{U}$  ( $U_{RL}$  và  $U$  là hai cạnh của tam giác vuông còn  $U_{Cmax}$  là cạnh huyền,  $U_R$  là đường cao thuộc cạnh huyền):

$$\left( \frac{u_R}{U_R\sqrt{2}} \right)^2 + \left( \frac{u}{U\sqrt{2}} \right)^2 = 1; \frac{1}{U_R^2} + \frac{1}{U^2} = \frac{1}{U_C^2}$$

**Ví dụ 11:** Cho mạch điện xoay chiều R, L, C mắc nối tiếp theo thứ tự đó (cuộn cảm thuận). Điện dung C có thể thay đổi được. Điều chỉnh C để điện áp ở hai đầu C là lớn nhất. Khi đó điện áp hiệu dụng ở hai đầu điện trở R là  $100\sqrt{2}$  V. Khi điện áp tức thời ở hai đầu đoạn mạch là  $100\sqrt{2}$  V thì điện áp tức thời giữa hai đầu đoạn mạch chứa điện trở và cuộn cảm là  $-100\sqrt{6}$  V. Tính trị hiệu dụng của điện áp ở hai đầu đoạn mạch AB.

A. 50 V.

B. 615 V.

C. 200 V.

D. 300 V.

### Hướng dẫn

$$u U_{C_{\max}} \Leftrightarrow \vec{U}_R \perp \vec{U} \Rightarrow \begin{cases} \left( \frac{U_R}{U_R \sqrt{2}} \right)^2 + \left( \frac{U}{U \sqrt{2}} \right)^2 = 1 \\ \frac{1}{U_R^2} + \frac{1}{U^2} = \frac{1}{U^2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \left( \frac{-100\sqrt{6}}{U_R \sqrt{2}} \right)^2 + \left( \frac{100\sqrt{2}}{U \sqrt{2}} \right)^2 = 1 \\ \frac{1}{U_R^2} + \frac{1}{U^2} = \frac{1}{100^2 \cdot 2} \end{cases}$$

$\Rightarrow U = 200(V) \Rightarrow$  Chọn C.

### Kết quả 5. Khoảng thời gian sinh công âm, công dương

$$\text{Giả sử biểu thức dòng và biểu thức điện áp: } \begin{cases} i = I_0 \cos \omega t \\ u = U_0 \cos(\omega t + \varphi) \end{cases} \Rightarrow p = ui$$

Biểu diễn dấu của i, u và tích p = ui như trên hình vẽ

Phân gạch chéo có dấu âm  $\Rightarrow$  Trong một chu kỳ, khoảng thời gian để  $p < 0$  và khoảng thời gian để  $p > 0$  lần lượt là:

$$t_{p<0} = 2 \frac{|\varphi|}{\omega} = \frac{|\varphi|}{\pi} T; t_{p>0} = T - t_{p<0} = \left(1 - \frac{|\varphi|}{\pi}\right) T$$

**Ví dụ 1:** Đặt điện áp  $u = 220\sqrt{2} \cos 100\pi t$  (u tính bằng V, t tính bằng s) vào hai đầu đoạn mạch AB mắc nối tiếp gồm điện trở thuận  $100 \Omega$ , cuộn cảm thuận  $L = 2/\pi H$  và tụ điện  $C = 100/\pi \mu F$ . Trong một chu kỳ, không thời gian điện áp hai đầu đoạn mạch sonh công dương bằng

- A. 30 ms.      B. 17,5 ms.      C. 7,5 ms.      D. 15,0 ms.

### Hướng dẫn

$$\text{Áp dụng vào bài toán: } \tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} = \frac{200 - 100}{100} = 1 \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{4}$$

$$t_{p>0} = \left(1 - \frac{|\varphi|}{\pi}\right) T = \left(1 - \frac{\pi/4}{\pi}\right) \cdot 0,02 = 0,015(s) \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Ví dụ 2:** Đặt điện áp xoay chiều:  $u = U_0 \cos 100\pi t(V)$  (t tính bằng giây) vào hai đầu mạch RLC mắc nối tiếp. Trong một chu kỳ, không thời gian điện áp hai đầu đoạn mạch sinh công âm bằng 5,9 ms. Tìm hệ số công suất của mạch.

A. 0,5.

B. 0,87.

C. 0,71.

D. 0,6.

### Hướng dẫn

$$\text{Áp dụng vào bài toán: } t_{p<0} = \frac{|\varphi|}{\pi} T \Rightarrow |\varphi| = \frac{\pi t_{p<0}}{T} = \frac{\pi \cdot 5,9 \cdot 10^{-3}}{0,02} \Rightarrow \cos \varphi \approx 0,6$$

$\Rightarrow$  Chọn D.

**Kết quả “độc”:** Nếu  $u$  và  $i$  lệch pha nhau là  $\varphi$  thì trong một chu kỳ khoảng thời gian để  $p =$   
ui là:  $t_{p<0} = 2 \frac{|\varphi|}{\omega} = \frac{|\varphi|}{\pi} T$

**Ví dụ 3:** Đặt điện áp  $u = 400\sqrt{2} \cos 100\pi t$  (u tính bằng V, t tính bằng s) vào hai đầu đoạn mạch AB gồm điện trở thuần  $50 \Omega$  mắc nối tiếp với đoạn mạch X. Cường độ dòng điện hiệu dụng qua đoạn mạch 2 A. Biết trong một chu kỳ, khoảng thời gian điện áp hai đầu đoạn mạch sinh công âm bằng  $20/3$  ms. Công suất tiêu thụ điện của đoạn mạch X là

A. 400 W.

B. 200 W.

C. 160 W.

D. 100 W.

### Hướng dẫn

$$\text{Sử dụng kết quả “độc” nói trên } t_{p<0} = 2 \frac{\varphi}{\omega} \Rightarrow \frac{20}{3} \cdot 10^{-3} = 2 \frac{\varphi}{100\pi} \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{3}$$

$$P_x = P - P_R = UI \cos \varphi - I^2 R = 400 \cdot 2 \cos \frac{\pi}{3} - 2^2 \cdot 50 = 200 (\text{W}) \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

## BÀI TẬP VẬN DỤNG

**Câu 1.** Một đoạn mạch AB mắc nối tiếp theo thứ tự gồm điện trở  $R = 50 \Omega$ , cuộn dây không thuần cảm, và tụ điện có  $Z_C = 50 \Omega$ . M là điểm giữa cuộn dây và tụ điện. Mắc một điện áp xoay chiều ổn định vào mạch AM khi đó dòng điện trong mạch là  $i_1 = 2\cos(100\pi t + \pi/3)(A)$ . Nếu điện áp này mắc vào mạch AB là  $i_2 = \cos(100\pi t - \pi/6)(A)$ . Tính giá trị cảm kháng  $Z_L$ ?

- A.  $50 \Omega$ .      B.  $10 \Omega$ .      C.  $20 \Omega$ .      D.  $40 \Omega$ .

**Câu 2.** Cho đoạn mạch xoay chiều AB gồm điện trở R và một cuộn dây mắc nối tiếp. Điện áp đặt vào hai đầu đoạn mạch có tần số 50 Hz và có giá trị hiệu dụng U không đổi. Điện áp giữa hai đầu của R và giữa hai đầu của cuộn dây có cùng giá trị hiệu dụng như lệch pha nhau góc  $\pi/3$ . Để hệ số công suất bằng 1 thì người ta phải mắc nối tiếp với mạch một tụ điện có điện dung  $100 \mu F$  và khi đó công suất tiêu thụ trên mạch là 100 W. Hỏi khi chưa mắc thêm tụ thì công suất tiêu thụ trên mạch bằng bao nhiêu?

- A. 80 W.      B. 75 W.      C. 86,6 W.      D. 70,7 W.

**Câu 3.** Một mạch điện gồm các phần tử điện trở thuần R, cuộn thuần cảm L và tụ điện C mắc nối tiếp. Đặt vào mạch điện một điện áp xoay chiều ổn định. Điện áp hiệu dụng trên L và C bằng nhau và bằng hai lần điện áp hiệu dụng trên R. Công suất tiêu thụ trong toàn mạch là P. Nếu làm ngắn mạch (nối tắt hai bản cực của nó) thì công suất tiêu thụ trên toàn mạch bằng

- A.  $P/2$ .      B.  $0,2P$ .      C.  $2P$ .      D.  $P$ .

**Câu 4.** Một mạch điện gồm các phần tử điện trở thuần R, cuộn thuần cảm L và tụ điện C mắc nối tiếp. Đặt vào mạch điện một điện áp xoay chiều ổn định. Điện áp hiệu dụng trên mỗi phần tử đều bằng nhau và bằng 200 V. Nếu làm ngắn mạch tụ điện (nối tắt hai bản cực của nó) thì điện áp hiệu dụng trên điện trở thuần R sẽ bằng

- A.  $100\sqrt{2}$  V.      B. 200 V.      C.  $200\sqrt{2}$  V.      D. 100 V.

**Câu 5.** Một đoạn mạch xoay chiều AB gồm hai đoạn mạch AM và MB mắc nối tiếp. Đoạn mạch AM có điện trở thuần  $40 \Omega$  mắc nối tiếp với tụ điện, đoạn mạch MB chỉ cuộn dây có điện trở thuần  $20\Omega$ , có cảm kháng  $Z_L$ . Dòng điện qua mạch và điện áp hai đầu đoạn mạch AB luôn lệch pha nhau  $60^\circ$  ngay cả khi đoạn mạch MB bị ngắn mạch. Tính  $Z_L$ .

- A.  $60\sqrt{3} \Omega$ .      B.  $80\sqrt{3} \Omega$ .      C.  $100\sqrt{3} \Omega$ .      D.  $60 \Omega$ .

**Câu 6.** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2} \cos 2\pi ft$  (V) vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp AB gồm hai đoạn mạch AM và MB thì mạch AB tiêu thụ công suất là  $P_1$ . Đoạn AM gồm điện trở thuần  $R_1$  mắc nối tiếp với tụ điện có điện dung C. Đoạn MB gồm  $R_2$  mắc nối tiếp với cuộn cảm thuần có độ thuần cảm L sao cho  $4\pi^2 f^2 LC = 1$ . Nếu nối tắt L thì  $u_{AM}$  và  $u_{MB}$  có cùng giá trị hiệu dụng nhưng lệch pha  $\pi/3$ , đồng thời mạch AB tiêu thụ công suất là 240 W. Tính  $P_1$ .

- A. 280 W.      B. 480 W.      C. 320 W.      D. 380 W.

**Câu 7.** Đặt điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng 60 V vào hai đầu đoạn mạch R, L, C mắc nối tiếp thì cường độ dòng điện qua đoạn mạch là  $i_1 = I_0 \cos(100\pi t + \pi/4)$  (A). Nếu ngắt bỏ tụ điện C (nối tắt) thì cường độ dòng điện qua mạch là  $i_2 = I_0 \cos(100\pi t - \pi/12)$  (A). Điện áp hai đầu đoạn mạch là

- A.  $u = 60\sqrt{2} \cos(100\pi t - \pi/12)$  (V).      B.  $u = 60\sqrt{2} \cos(100\pi t - \pi/6)$  (V).  
 C.  $u = 60\sqrt{2} \cos(100\pi t + \pi/12)$  (V).      D.  $u = 60\sqrt{2} \cos(100\pi t + \pi/6)$  (V).

**Câu 8.** Một đoạn mạch xoay chiều gồm cuộn dây có điện trở thuần R, độ tự cảm L nối tiếp với một tụ điện có điện dung C đặt dưới hiệu điện thế xoay chiều có giá trị hiệu dụng ổn định. Cường độ dòng điện qua mạch là  $i_1 = 3\cos(100\pi t)$  (A). Nếu tụ C bị nối tắt thì cường độ dòng điện qua mạch là  $i_2 = 3\cos(100\pi t - \pi/3)$  (A). Hệ số công suất trong 2 trường hợp trên lần lượt là

- A.  $\cos\varphi_1 = 1, \cos\varphi_2 = 0,5$ .      B.  $\cos\varphi_1 = \cos\varphi_2 = 0,5\sqrt{3}$ .  
 C.  $\cos\varphi_1 = \cos\varphi_2 = 0,75$ .      D.  $\cos\varphi_1 = \cos\varphi_2 = 0,5$ .

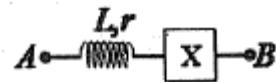
Câu 9. Đặt điện áp xoay chiều  $u = 100\sqrt{2} \cos 100\pi t$  (V) vào đoạn mạch mắc nối tiếp gồm cuộn cảm có điện trở R và tụ điện. Biết điện áp hiệu dụng trên tụ gấp 1,2 lần trên cuộn cảm. Nếu nối tắt tụ điện thì cường độ hiệu dụng không đổi và bằng 0,5 A. Cảm kháng của cuộn cảm là

- A. 120 Ω.      B. 80 Ω.      C. 160 Ω.      D. 180 Ω.

**Câu 10.** Một đoạn mạch gồm cuộn dây có cảm kháng  $Z_L$  và điện trở thuần R mắc nối tiếp với một hộp kín chỉ có hai trong ba phần tử điện trở thuần  $R_X$ , cuộn dây cảm thuần có độ thuần cảm  $Z_{LX}$ , tụ điện có dung kháng  $Z_{Cx}$ . Đặt vào hai đầu mạch một điện áp xoay chiều thì điện áp tức thời hai đầu cd và hai đầu hộp kín lần lượt là  $u_1$  và  $u_2 = 2u_1$ . Trong hộp kín là

A. cuộn thuận cảm và tụ điện, với  $Z_L = 2Z_{Lx} = Z_{Cx}$ .

B. điện trở thuận và tụ điện, với  $R_X = 2R$  và  $Z_{Cx} = 2Z_L$ .



C. cuộn thuận cảm và điện trở thuận, với  $R_X = 2R$  và  $Z_{Lx} = 2Z_L$ .

D. cuộn thuận cảm và điện trở thuận, với  $R_X = R$  và  $Z_{Lx} = 2Z_L$ .

**Câu 11.** Một đoạn mạch xoay chiều gồm cuộn dây có điện trở  $100 \Omega$ , có cảm kháng  $100 \Omega$  nối tiếp với hộp kín X. Tại thời điểm  $t_1$  điện áp tức thời trên cuộn dây cực đại đến thời điểm  $t_2 = t_1 + 3T/8$  (với T là chu kì dòng điện) điện áp tức thời trên hộp kín cực đại. Hộp kín X có thể là

A. cuộn cảm có điện trở thuận.

B. tụ điện nối tiếp với điện trở thuận

C. tụ điện.

D. Cuộn cảm thuận.

**Câu 12.** Cuộn dây có điện trở thuận  $R$  và độ tự cảm  $L$  mắc vào điện áp xoay chiều

$u = 250\sqrt{2} \cos 100\pi t (V)$  thì dòng điện qua cuộn dây có giá trị hiệu dụng là  $5 A$  và lệch pha so với điện áp hai đầu đoạn mạch là  $\pi/6$ . Mắc nối tiếp cuộn dây với đoạn mạch X thì cường độ hiệu dụng qua mạch là  $3 A$  và điện áp hai đầu cuộn dây vuông pha với điện áp hai đầu X. Công suất tiêu thụ trên đoạn mạch X là

A.  $200 W$ .

B.  $300 W$ .

C.  $200\sqrt{2} W$ .

D.  $300\sqrt{3} W$ .

**Câu 13.** Hai cuộn dây có điện trở thuận và độ tự cảm lần lượt là  $R_1, L_1$  và  $R_2, L_2$  được mắc nối tiếp nhau và mắc vào một điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng U. Gọi  $U_1$  và  $U_2$  là điện áp hiệu dụng tương ứng giữa hai đầu cuộn  $(R_1, L_1)$  và  $(R_2, L_2)$ . Điều kiện để  $U = U_1 + U_2$  là

A.  $L_1 / R_1 = L_2 / R_2$ .    B.  $L_1 / R_2 = L_2 / R_1$ .    C.  $L_1 \cdot L_2 = R_1 \cdot R_2$ .    D.  $L_1 \cdot L_2 = 2R_1 \cdot R_2$ .

**Câu 14.** Một đoạn mạch AB gồm hai đoạn mạch nhỏ AM và MB mắc nối tiếp với nhau. Đoạn mạch AM gồm điện trở  $R_1$  mắc nối tiếp với tụ điện có điện dung  $C_1$ . Đoạn mạch MB gồm điện trở  $R_2$  mắc nối tiếp với tụ điện có điện dung  $C_2$ . Khi đặt vào hai đầu A, B một điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng U thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu đoạn mạch AM là  $U_1$ , còn điện áp hiệu dụng giữa hai đầu đoạn mạch MB là  $U_2$ . Nếu  $U = U_1 + U_2$  thì hệ thức liên hệ nào sau đây là đúng?

- A.  $C_1 R = C_2 R$ .      B.  $C_1 R = C_2 R$ .      C.  $C_1 C_2 = R_1 R_2$ .      D.  $C_1 C_2 R_1 R_2 = 1$ .

**Câu 15.** Một đoạn mạch AB gồm hai đoạn mạch AM và MB nối tiếp nhau. Đoạn mạch AM gồm điện trở  $R_1$  mắc nối tiếp với cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L$ . Đoạn mạch MB gồm điện trở  $R_2$  mắc nối tiếp với tụ điện có điện dung  $C$ . Khi đặt vào hai đầu AB một điện áp xoay chiều có tần số góc  $\omega$  thì tổng trở của đoạn mạch là AB là  $Z$ , tổng trở đoạn mạch AM là  $Z_1$ , tổng trở đoạn mạch MB là  $Z_2$ .

Nếu  $Z = \sqrt{Z_1^2 + Z_2^2}$  thì

- A.  $L = CR_1 R_2$ .      B.  $L = 2CRR_2$ .      C.  $\omega = \sqrt{\frac{RR_2}{LC}}$ .      D.  $\omega = \sqrt{\frac{1}{LC}}$ .

**Câu 16.** Đặt điện áp  $200\text{ V} - 50\text{ Hz}$  vào hai đầu đoạn mạch AB gồm điện trở thuần  $25\Omega$  mắc nối tiếp với đoạn mạch X. Cường độ dòng điện hiệu dụng qua mạch là  $2\text{ A}$ . Biết ở thời điểm  $t_0$ , điện áp tức thời giữa hai đầu AB có giá trị  $200\text{ V}$  và đang tăng; ở thời điểm  $t_0 + 1/600(\text{s})$ , cường độ dòng điện tức thời qua đoạn mạch bằng  $2\text{ A}$  và đang giảm. Chọn kết luận **sai**.

- A. Điện áp hai đầu đoạn mạch AB trễ pha hơn so với dòng điện qua mạch là  $\pi/3$ .  
 B. Công suất tiêu thụ điện của đoạn mạch AB là  $200\text{ W}$ .  
 C. Công suất tiêu thụ điện của đoạn mạch X là  $100\text{ W}$ .  
 D. Ở thời điểm  $t_0 + 1/600(\text{s})$ , điện áp hai đầu AB có giá trị dương và đang giảm.

**Câu 17.** Một mạch điện xoay chiều gồm AM nối tiếp MB. Biết AM gồm điện trở thuần  $R_1$ , tụ điện  $C_1$ , cuộn dây thuần cảm  $L_1$  mắc nối tiếp. Đoạn MB có hộp X, biết trong hộp X cũng có các phần tử là điện trở thuần, cuộn cảm, tụ điện mắc nối tiếp nhau. Đặt điện áp xoay chiều vào hai đầu mạch AB có tần số  $50\text{ Hz}$  và giá trị hiệu dụng là  $200\text{ V}$  thì thấy dòng điện trong mạch có giá trị hiệu dụng  $2\text{ A}$ . Biết  $R_1 = 20\Omega$  và nếu ở thời điểm  $t(\text{s})$ ,  $u_{AB} = 200\sqrt{2}\text{ V}$  thì ở thời điểm  $(t_0 + 1/600)(\text{s})$  dòng điện  $i_{AB} = 0(A)$  và đang giảm. Công suất của đoạn mạch MB là:

- A.  $266,4\text{ W}$ .      B.  $120\text{ W}$ .      C.  $320\text{ W}$ .      D.  $400\text{ W}$ .

**Câu 18.** Trong một đoạn mạch xoay chiều có RLC mắc nối tiếp, tần số dòng điện là  $50\text{ Hz}$ . Tại một thời điểm điện áp hai đầu cuộn cảm thuần có độ lớn bằng một nửa biên độ của nó và đang giảm dần. Sau khoảng thời gian ngắn nhất là bao nhiêu thì điện áp giữa hai bản tụ điện có độ lớn cực đại?

- A.  $1/150\text{ s}$ .      B.  $1/300\text{ s}$ .      C.  $1/600\text{ s}$ .      D.  $1/100\text{ s}$ .

**Câu 19.** Khi đặt vào hai đầu đoạn mạch nối tiếp điện áp  $u = 200\cos(120\pi t + \pi/3)$  (V) thì dòng điện trong mạch có biểu thức  $i = 4\cos(120\pi t + \pi/6)$  (A). Tại thời điểm  $t$ ,  $u = -100\sqrt{2}$  V và đang giảm thì sau đó  $1/240$  s dòng điện có

- A.  $i = -3,86$  A.      B.  $i = +3,86$  A.      C.  $i = -2$  A.      D.  $i = +2$  A.

**Câu 20.** Đặt điện áp xoay chiều  $200$  V –  $50$  Hz vào hai đầu đoạn mạch AB gồm RLC mắc nối tiếp. Cường độ dòng điện hiệu dụng qua đoạn mạch là  $2$  A. Biết ở thời điểm  $t$ , điện áp tức thời giữa hai đầu AB có giá trị  $200$  V và đang tăng; ở thời điểm  $t_0 + 1/600$  (s), cường độ dòng điện tức thời qua đoạn mạch bằng  $2$  A và đang giảm. Hệ số công suất của mạch AB là

- A.  $0,71$ .      B.  $0,5$ .      C.  $0,87$ .      D.  $1$ .

**Câu 21.** Đặt điện áp xoay chiều:  $u = 220\sqrt{2}\cos 100\pi t$  (V) (t tính bằng giây) vào hai đầu mạch gồm điện trở  $R = 100$  Ω, cuộn cảm thuần  $L = 318,3$  mH và tụ điện  $C = 15,92$  μF mắc nối tiếp. Trong một chu kì, khoảng thời gian điện áp hai đầu đoạn mạch sinh công dương cung cấp điện năng cho mạch bằng:

- A.  $20$  ms.      B.  $17,5$  ms.      C.  $12,5$  ms.      D.  $15$  ms.

**Câu 22.** Đặt điện áp xoay chiều:  $u = U_0 \cos 100\pi t$  (V) (t tính bằng giây) vào hai đầu mạch RLC mắc nối tiếp. Trong một chu kì, khoảng thời gian điện áp hai đầu đoạn mạch sinh công âm bằng  $5,9$  ms. Tìm hệ số công suất của mạch.

- A.  $0,5$ .      B.  $0,87$ .      C.  $0,71$ .      D.  $0,6$

**Câu 23.** Đặt điện áp  $u = 400\sqrt{2}\cos 100\pi t$  (u tính bằng V, t tính bằng s) vào hai đầu đoạn mạch AB gồm điện trở thuần  $50$  Ω mắc nối tiếp với đoạn mạch X. Cường độ dòng điện hiệu dụng qua đoạn mạch là  $2$  A. Biết trong một chu kì, khoảng thời gian điện áp hai đầu đoạn mạch sinh công âm bằng  $20/3$  ms. Công suất tiêu thụ điện của đoạn mạch X là

- A.  $400$  W.      B.  $200$  W.      C.  $160$  W.      D.  $100$  W.

**Câu 24.** Đặt một điện áp có biểu thức  $u = 200\cos^2(100\pi t) + 400\cos^3(100\pi t)$  (V) vào hai đầu đoạn mạch AB gồm điện trở  $R = 100$  Ω và cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $0,5/\pi$  (H) mắc nối tiếp. Công suất tỏa nhiệt trên điện trở **gần nhất giá trị** nào sau đây?

- A.  $480$  W.      B.  $50$  W.      C.  $320$  W.      D.  $680$  W.

**Câu 25.** Đặt hai đầu một cuộn dây có độ tự cảm  $L$  và điện trở thuần  $r \neq 0$ , lần lượt các điện áp  $u_1 = U_0 \cos 50\pi t (V)$ ,  $u_2 = 3 \cos 75\pi t (V)$  và  $u_3 = 6U_0 \cos 112,5\pi t (V)$  thì công suất tiêu thụ của cuộn dây lần lượt là 120 W, 600 W và P. Tính P.

- A. 1200 W.      B. 1000 W.      C. 2800 W.      D. 250 W.

**Câu 26.** Mạch điện nối tiếp gồm  $R = 50 (\Omega)$ , cuộn cảm thuần  $L = 1/\pi (H)$  và tụ điện  $C = 50/\pi (\mu F)$ . Đặt vào hai đầu đoạn mạch điện áp  $u = 50 + 100\sqrt{2} \cos 100\pi t + 50\sqrt{2} \cos 200\pi t (V)$ . Công suất tiêu thụ của mạch điện là

- A. 40 W.      B. 50 W.      C. 100 W.      D. 200 W.

**Câu 27.** Một đoạn mạch điện xoay chiều AB gồm hai đoạn mạch AM và MB mắc nối tiếp. Đoạn mạch AM gồm một cuộn dây có điện trở  $r$  và độ tự cảm  $L$ , một điện trở thuần  $R = 40 \Omega$  mắc nối tiếp. Đoạn mạch MB chỉ có tụ điện có điện dung  $C$  thay đổi được. Nếu đặt vào hai đầu đoạn mạch AB một điện áp xoay chiều  $u = 200\sqrt{2} \cos(100\pi t + \pi/3) (V)$ , điều chỉnh điện dung của tụ điện để điện áp hiệu dụng giữa hai điểm A và M đạt giá trị lớn nhất, công suất của cuộn dây khi đó bằng P. Nếu đặt vào hai đầu đoạn mạch AB một điện áp không đổi 25 V và nối tắt hai đầu tụ điện bằng một dây dẫn có điện trở không đáng kể thì cường độ dòng điện trong mạch là 0,5 A. Giá trị của P là

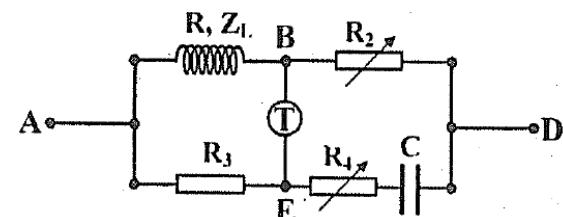
- A. 800 W.      B. 640 W.      C. 160 W.      D. 200 W.

**Câu 28.** Đoạn mạch AB mắc nối tiếp theo thứ tự gồm điện trở  $R = 50 \Omega$  cuộn dây có điện trở  $r$ , độ tự cảm  $L$  và tụ điện  $C = 0,02/\pi mF$ , M là điểm nối giữa C và cuộn dây. Một điện áp xoay chiều ổn định được mắc vào AM, khi đó dòng điện trong mạch  $i_1 = 2 \cos(100\pi t - \pi/3) (A)$ . Điện áp này mắc vào AB thì dòng điện qua mạch  $i_2 = \cos(100\pi t + \pi/6) (A)$ . Độ tự cảm của cuộn dây bằng:

- A.  $1/\pi (H)$ .      B.  $0,5/\pi (H)$ .      C.  $1,5/\pi (H)$ .      D.  $2/\pi (H)$ .

**Câu 29.** Để đo điện trở  $R$  của một cuộn dây, người ta dùng mạch cầu như hình vẽ,  $R_3 = 1000 \Omega$  và  $C = 0,2 \mu F$ . Nối A và D vào nguồn điện xoay chiều ổn định có tần số góc 1000 rad/s, rồi thay đổi  $R_2$  và  $R_4$  để tín hiệu không qua T (không có dòng xoay chiều đi qua T). Khi đó,  $R_2 = 1000 \Omega$  và  $R_4 = 5000 \Omega$ . Tính R.

- A.  $100\Omega$ .      B.  $500 \Omega$ .      C.  $500\sqrt{2} \Omega$ .      D.  $1000\sqrt{2} \Omega$ .



**Câu 30.** Đặt điện áp  $u = U_0 \cos 2\pi ft (V)$  ( $U_0$  và  $f$  không đổi) vào hai đầu đoạn mạch AB nối tiếp gồm điện trở  $R$ , cuộn cảm thuần  $L$  và tụ điện có điện dung  $C$  thay đổi được. Khi  $C = C_1 = 1/(12\pi) mF$  thì mạch điện tiêu thụ công suất cực đại và giá trị bằng 200 W. Khi  $C = C_2 = 1/(24\pi) mF$  thì  $U_{C_{max}}$  và lúc này cường độ hiệu dụng trong bạch bằng 1 A. Khi  $C = C_3 = 1/(6\pi) mF$  thì cường độ hiệu dụng trong mạch bằng

A. 2,265 A.

B. 1 A.

C. 1,265 A.

D. 2 A.

**Câu 31.** Điện áp  $u = U_0 \cos(100\pi t)$  (t tính bằng s) được đặt vào hai đầu đoạn mạch gồm cuộn dây và tụ điện mắc nối tiếp. Cuộn dây có độ tự cảm  $L = 0,15/\pi$  (H) và điện trở  $r = 5\sqrt{3}$  Ω, tụ điện có điện dung  $C = 10^{-3} / \pi$  (F). Tại thời điểm  $t_1$  (s) điện áp tức thời hai đầu cuộn dây có giá trị 150 V, đến thời điểm  $t_2 = t_1 + 1/75$  (s) thì điện áp tức thời hai đầu tụ điện cũng bằng 50 V. Giá trị của  $U_0$  bằng

A. 200 V.

B. 100 V.

C.  $150\sqrt{3}$  V.D.  $100\sqrt{3}$  V.

**Câu 32.** Cho đoạn mạch AB mắc nối tiếp theo thứ tự gồm điện trở thuần R, cuộn cảm thuần có độ tự cảm L và tụ điện có điện dung C thay đổi. Gọi M là điểm nối giữa cuộn cảm và tụ điện. Điều chỉnh điện dung sao cho điện áp hiệu dụng và tụ đạt giá trị cực đại, khi đó điện áp hiệu dụng trên điện trở R là 75 V. Khi điện áp tức thời hai đầu đoạn mạch AB là  $75\sqrt{6}$  V thì điện áp tức thời đoạn mạch Am là  $25\sqrt{6}$  V. Điện áp hiệu dụng đoạn mạch AB là:

A.  $50\sqrt{3}$  V.B.  $75\sqrt{3}$  V.

C. 150 V.

D.  $150\sqrt{2}$  V.

**Câu 33.** Biểu thức của cường độ dòng điện là một hàm cos có pha ban đầu  $\varphi = -\pi/4$ . Biết lúc  $t = 7/800$  s thì  $i = 0$  và đang tăng, chu kỳ của dòng điện thỏa mãn  $T > 0,002$  s. Giá trị của T không thể là

A. 0,01 s.

B.  $7/1500$  s.

C. 0,03 s.

D.  $7/3100$  s.

### HƯỚNG DẪN GIẢI

#### Câu 1.

Hai dòng điện vuông pha nhau nên:

$$\tan \varphi_{AM} \tan \varphi_{AB} = -1 \Leftrightarrow \frac{Z_L}{R+r} \cdot \frac{Z_L - Z_C}{R+r} = -1 \quad (1)$$

$$\text{Vì } I_1 = 2I_2 \text{ nên } Z_2 = 2Z_1 \text{ hay } \sqrt{(R+r)^2 + (Z_L - Z_C)^2} = 2\sqrt{(R+r)^2 + Z_L^2} \quad (2)$$

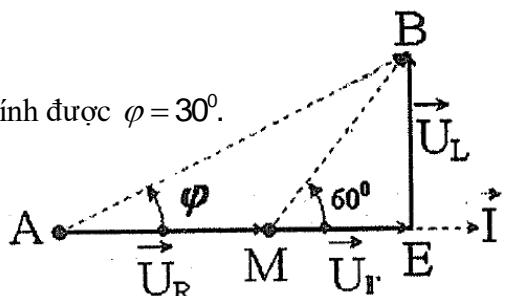
$$\text{Từ (1) và (2) suy ra } \sqrt{Z_L(50-Z_L)+(50-Z_L)^2} = 2\sqrt{Z_L(50-Z_L)+Z_L^2}$$

$$\Rightarrow Z_L = 10 \Omega \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

#### Câu 2.

Dùng phương pháp véc tơ trượt, tam giác cân AMB tính được  $\varphi = 30^\circ$ .

$$P = P_{CH} \cos^2 \varphi \left\{ \begin{array}{l} \text{Lúc đầu: } \varphi = 30^\circ \\ \text{Lúc sau: } \varphi = 60^\circ \end{array} \right.$$



Sau đó công hưởng:  $P_{CH} = 100(W)$

$$\Rightarrow P = P_{CH} \cos^2 \varphi = 100 \cos^2 30^\circ = 75(W) \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

### Câu 3.

\*Mạch RLC:  $U_L = U_C = 2U_R \Rightarrow Z_L = Z_C = 2R \Rightarrow P = I^2 R = \frac{U^2 R}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \frac{U^2}{R}$

\*Mạch RL:  $P = I^2 R = \frac{U^2 R}{R^2 + Z_L^2} = \frac{U^2}{R5} = \frac{P}{5} \Rightarrow \text{Chọn B.}$

### Câu 4.

\*Mạch RLC:  $U_L = U_R = U_L = U_C = 200V \Rightarrow \begin{cases} R = Z_L = Z_C \\ U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2} = 200(V) \end{cases}$

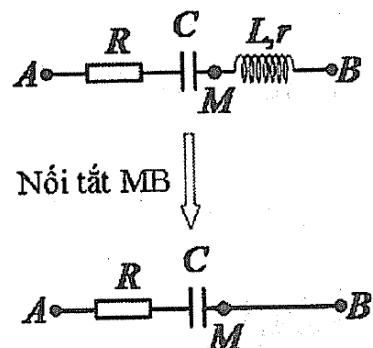
\*Mạch RL:  $U^2 = U_R^2 + U_L^2 \Rightarrow 200^2 = 2U_R^2 \Rightarrow U_R = 100\sqrt{2}(V) \Rightarrow \text{Chọn A.}$

### Câu 5.

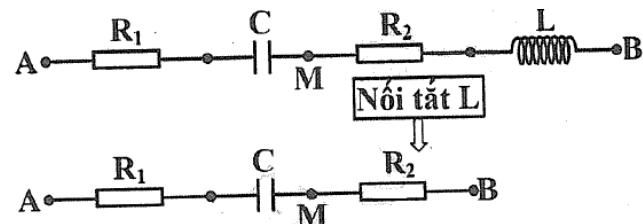
\*Trước khi nối tắt:  $\tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R+r} = \tan 60^\circ$

\*Sau khi nối tắt:  $\tan \varphi = \frac{-Z_C}{R} = \tan(-60^\circ)$

Từ đó giải ra:  $Z_L = 100\sqrt{3}(\Omega) \Rightarrow \text{Chọn C.}$



### Câu 6.



$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Mạch } R_1CR_2L \text{ công hưởng: } P_{\max} = \frac{U^2}{R_1 + R_2} \\ \text{Mạch } R_1R_2C: P = \frac{U^2}{R_1 + R_2} \cos^2 \varphi = P_{\max} \cos^2 \varphi \end{array} \right.$$

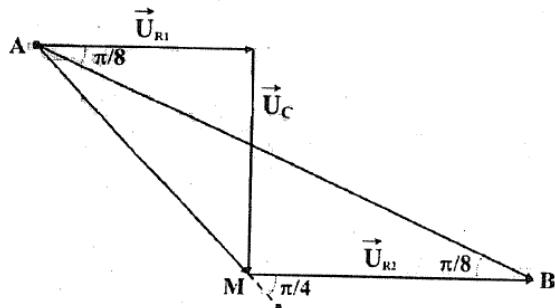
\*Từ  $4\pi^2 f^2 LC = 1$  suy ra mạch cộng hưởng

$$Z_L = Z_C : P_1 = P_{\max} = \frac{U^2}{R_1 + R_2}$$

\*Khi nối tắt L, vẽ giản đồ véc tơ:

Tam giác AMB cân tại M nên các góc đáy bằng nhau và bằng  $\pi/6 \Rightarrow AB$  hơn i là  $\pi/6 \Rightarrow \varphi = -\pi/6 \Rightarrow P' = P_1 \cos^2 \varphi \Rightarrow 240 = P_1 \cos^2 \frac{-\pi}{6} \Rightarrow P_1 = 320 (\text{W})$

$\Rightarrow$  Chọn C.



### Câu 7.

$$\left\{ \begin{array}{l} u = U_0 \cos(\omega t + \varphi_u) \\ \text{Trước và sau khi tắt C mà } I_2 = I_1 \Rightarrow R^2 + (Z_L - Z_C)^2 = R^2 + Z_L^2 \Rightarrow Z_C = 2Z_L \end{array} \right.$$

$$\left. \begin{array}{l} + \text{Trước: } \tan \varphi_1 = \frac{Z_L - Z_C}{R} = -\frac{Z_L}{R} \Rightarrow \varphi_1 = -\alpha \Rightarrow i_1 = I_0 \cos \left( \omega t + \underbrace{\varphi_u + \alpha}_{\varphi_{i1}} \right) \\ + \text{Sau: } \tan \varphi_2 = \frac{Z_L}{R} \Rightarrow \varphi_2 = \alpha \Rightarrow i_2 = I_0 \cos \left( \omega t + \underbrace{\varphi_u - \alpha}_{\varphi_{i2}} \right) \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow \varphi_u = \frac{\varphi_{i1} + \varphi_{i2}}{2} = \frac{\pi}{12} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

### Câu 8.

Sau khi đã hiểu kĩ phương pháp, bây giờ ta có thể làm tắt:

$$\Rightarrow \alpha = \frac{\varphi_{i1} - \varphi_{i2}}{2} = \frac{\pi}{6} \Rightarrow \cos \varphi_1 = \cos \varphi_2 = \cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

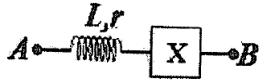
### Câu 9.

$$\text{Trước và sau tắt C mà } I_1 = I_2 \Rightarrow R^2 + (Z_L - Z_C)^2 = R^2 + Z_L^2 \Rightarrow Z_C = 2Z_L$$

Sau:  $Z = \frac{U}{I} \Rightarrow \sqrt{R^2 + Z_L^2} \Rightarrow \frac{5}{3}Z_L = \frac{100}{0,5} \Rightarrow Z_L = 120(\Omega) \Rightarrow$  Chọn A.

### Câu 10.

Vì  $u_2 = 2u_1$  nên điện áp trên cuộn dây và trên hộp kín phải cùng pha.  
Do đó, X phải chia RL sao cho  $R_X = 2R$  và  $Z_{LX} = 2Z_L \Rightarrow$  Chọn C.



### Câu 11.

$$\tan \varphi_{cd} = \frac{Z_L}{r} = 1 \Rightarrow \varphi_{cd} = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \begin{cases} u_{cd} = U_{01} \cos\left(\frac{2\pi t}{T} + \frac{\pi}{4}\right) \\ u_x = U_{02} \cos\left(\frac{2\pi t}{T} + \varphi'_x\right) \end{cases} \quad \left( i = I_0 \cos\frac{2\pi t}{T} \right)$$

$U_{cd}$  sớm pha hơn  $u_x$  về thời gian  $3T/8$  và về pha là  $\frac{2\pi}{T} \cdot \frac{3T}{8} = \frac{3\pi}{4}$ .

$$\Rightarrow \varphi_x = \frac{\pi}{4} - \frac{3\pi}{4} = -\frac{\pi}{2} \Rightarrow X \text{ có thể là tụ điện} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

### Câu 12.

$$Z_{cd} = \frac{U}{I} = \frac{250}{5} = 50(\Omega) \text{ và } \varphi_{cd} = \frac{\pi}{6}$$

Khi mắc nối tiếp cuộn dây với đoạn mạch X:

$$U_{cd} = IZ_{cd} = 3.50 = 150(V).$$

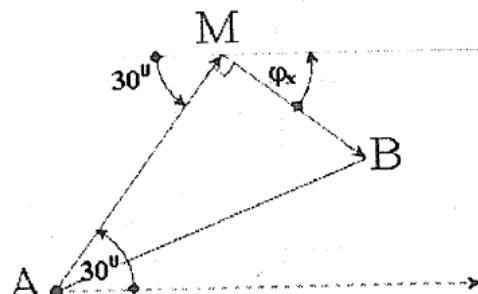
$$\text{Vẽ giản đồ véc tơ: } \varphi_x = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$$

$$\Rightarrow \vec{U} = \vec{U}_{cd} + \vec{U}_x \xrightarrow{U_{cd} \perp U_x} U^2 = U_{cd}^2 + U_x^2$$

$$\Rightarrow 250^2 = 150^2 + U_x^2 \Rightarrow U_x = 200(V)$$

$$\Rightarrow P_x = U_x / \cos \varphi_x = 300(W)$$

$\Rightarrow$  Chọn B.



### Câu 13.

$$U = U_1 + U_2 \Rightarrow \varphi_1 = \varphi_2 \Rightarrow \tan \varphi_1 = \tan \varphi_2 \Rightarrow \frac{\omega L_1}{R_1} = \frac{\omega L_2}{R_2} \Rightarrow \frac{L_1}{R_1} = \frac{L_2}{R_2} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

### Câu 14.

$$U = U_1 + U_2 \Rightarrow \varphi_1 = \varphi_2 \Rightarrow \tan \varphi_1 = \tan \varphi_2 \Rightarrow -\frac{1}{\omega C_1} = -\frac{1}{\omega C_2} \Rightarrow R_1 C_1 = R_2 C_2 \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

### Câu 15.

Từ  $Z = \sqrt{Z_1^2 + Z_2^2}$  suy ra:

$$(R + R_2)^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2 = R^2 + (\omega L)^2 + R_2^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2$$

$$\Rightarrow 2RR_2 - 2\frac{L}{C} = 0 \Rightarrow RR_2 = \frac{L}{C}$$

$\Rightarrow$  Chọn A.

### Câu 16.

Cách 1:

$$\begin{cases} u = 200\sqrt{2} \cos 100\pi t \xrightarrow[t=t_0]{U=200 \text{ và } U \text{ tang}} 100\pi t_0 = -\frac{\pi}{4} \\ i = 2\sqrt{2} \cos(100\pi t - \varphi) \xrightarrow[i=2 \text{ và } i \text{ giãm}]{t=t_0 + \frac{1}{400}} \left(100\pi \left(t_0 + \frac{1}{600}\right) - \varphi\right) = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{3} < 0 \end{cases}$$

Điện áp  $u_{AB}$  trên pha hơn  $i$  là  $\pi/3$ . Công suất tiêu thụ điện của đoạn mạch AB và đoạn mạch X lần lượt là:  $P = UI \cos \varphi = 200(W)$  và  $P_X = P - I^2 R = 100(W)$ .

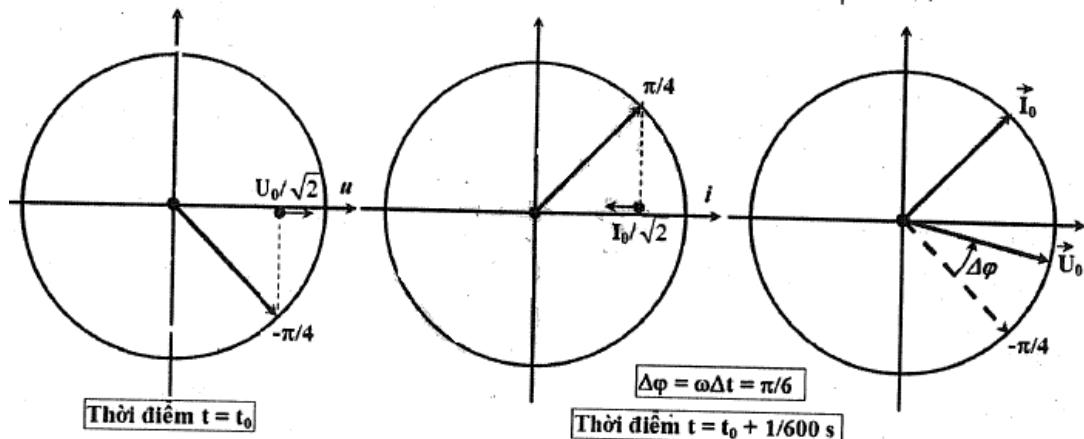
$\Rightarrow$  Chọn D.

Cách 2:

Biểu diễn vị trí các véc tơ  $\vec{U}_0$  và  $\vec{I}_0$  ở các thời điểm  $t = t_0$  và  $t = t_0 + 1/600$  s như trên hình vẽ.

Hai thời điểm này tương ứng với góc quét:  $\Delta\varphi = \omega\Delta t = 100\pi \cdot 1/600 = \pi/6$ .

Từ hình vẽ ta thấy,  $\vec{I}_0$  sớm pha hơn  $\vec{U}_0$  là  $\pi/4 - (-\pi/4) - \Delta\varphi = \pi/3$ .



Công suất tiêu thụ điện của đoạn mạch AB và đoạn mạch X lần lượt là:

$$P = UI \cos\varphi = 200(W) \text{ và } P_X = P - I^2 R = 100(W).$$

Ở thời điểm  $t_0 + 1/600$  (s), véc tơ  $\vec{U}_0$  nằm ở góc phần tư thứ tư nên hình chiếu có giá trị dương và đang tăng  $\Rightarrow$  Chọn D.

### Câu 17.

Cách 1:  $\begin{cases} u = 200\sqrt{2} \cos 100\pi t \xrightarrow{t=0} u = 200\sqrt{2}(V) \\ i = 2\sqrt{2} \cos(100\pi t - \varphi) \xrightarrow[i=0 \text{ và } i \text{ giảm}]{} \left(100\pi \cdot \frac{1}{600} - \varphi\right) = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{3} \end{cases}$

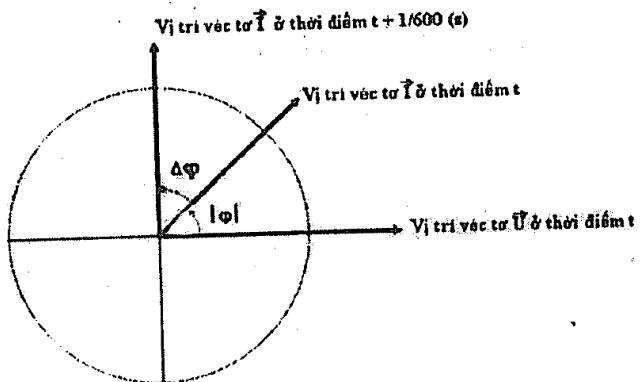
$$P_X = P - P_R = UI \cos\varphi - I^2 R = 120(W) \Rightarrow$$

Chọn B.

Cách 2: Dùng véc tơ quay.

$$\text{Vì } \Delta\varphi = \omega\Delta t = 100\pi \cdot \frac{1}{600} = \frac{\pi}{6} \text{ nên}$$

$$|\varphi| = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$$



$$P_X = P - P_R = UI \cos\varphi - I^2 R = 120(W) \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

### Câu 18.

Cách 1:

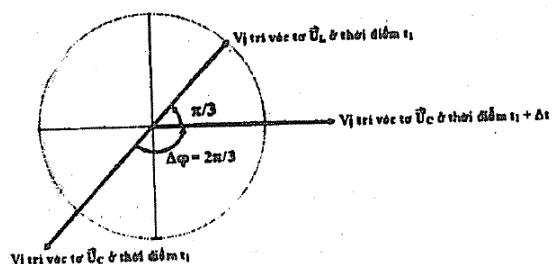
$$\begin{cases} u_L = U_{0L} \cos 100\pi t \xrightarrow[u_L = \frac{U_0}{2} \text{ và } u_L \text{ giảm}]{} 100\pi t_1 = \frac{\pi}{3} \\ u_C = U_{0C} \cos(100\pi t - \pi) \xrightarrow[u_L = U_{0C}]{\underbrace{100\pi t_1}_{\pi/3} + 100\pi\Delta t - \pi} 0 \Rightarrow \Delta t = \frac{1}{150}(s) \end{cases}$$

$\Rightarrow$  Chọn A.

Cách 2: Dùng véc tơ quay

$$\text{Thời gian: } \Delta t = \frac{\Delta\varphi}{\omega} = \frac{2\pi/3}{100\pi} = \frac{1}{150}(s)$$

$\Rightarrow$  Chọn A.



### Câu 19.

$$\begin{cases} u = 200 \cos\left(120\pi t + \frac{\pi}{3}\right) \xrightarrow[t=t_1]{u_L = -100\sqrt{2} \text{ và } u \text{ giảm}} 120\pi t_1 + \frac{\pi}{3} = \frac{3\pi}{4} \Rightarrow 120\pi t_1 = \frac{5\pi}{12} \\ i = 4 \cos\left(120\pi t + \frac{\pi}{6}\right) \xrightarrow[t=t_1+24]{i=2 \text{ và } i \text{ giảm}} i = 4 \cos\left(120\pi t_1 + 120\pi \cdot \frac{1}{240} + \frac{\pi}{6}\right) \approx -3.86(A) \end{cases}$$

$\Rightarrow$  Chọn A.

### Câu 20.

Cách 1:

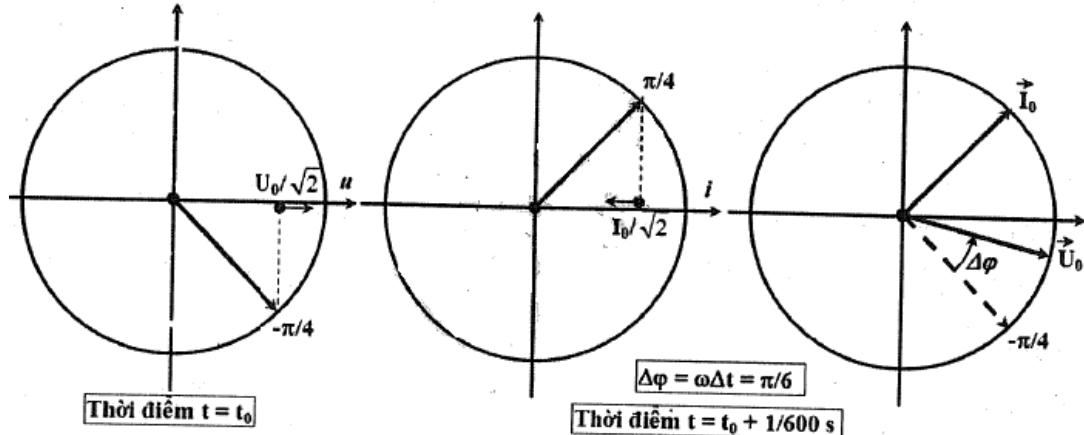
$$\begin{cases} u = 200 \cos 100\pi t \xrightarrow[u=200 \text{ và } u \text{ đang tăng}]{t=t_0} 100\pi t_0 = -\frac{\pi}{4} \\ i = 2\sqrt{2} \cos(100\pi t - \varphi) \xrightarrow[i=2 \text{ và } i \text{ giảm}]{t=t_0 + \frac{1}{400}} \left(100\pi \left(t_0 + \frac{1}{600}\right) - \varphi\right) = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{3} < 0 \end{cases}$$

Điện áp  $u_{AB}$  trễ pha hơn  $i$  là  $\pi/3$ . Hệ số công suất  $\cos\varphi = 0,5 \Rightarrow$  Chọn B.

Biểu diễn vị trí các véc tơ  $\vec{U}_0$  và  $\vec{I}_0$  ở các thời điểm  $t = t_0$  và  $t = t_0 + 1/600$  s như trên hình vẽ.

Hai thời điểm này tương ứng với góc quét:  $\Delta\varphi = \omega\Delta t = 100\pi \cdot 1/600 = \pi/6$

Từ hình vẽ ta thấy  $\vec{I}_0$  sớm pha hơn  $\vec{U}_0$  là  $\pi/4 - (-\pi/4) - \Delta\varphi = \pi/3$



Hệ số công suất  $\cos\varphi = 0,5 \Rightarrow$  Chọn B.

### Câu 21.

Chu kỳ của dòng điện  $T = 0,02$  (s) = 20 (ms)

$$Z_L = \omega L = 100(\Omega); Z_C = \frac{1}{\omega C} = 200(\Omega) \Rightarrow \begin{cases} Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = 100\sqrt{2}(\Omega) \\ \tan\varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} = -1 \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{4} \end{cases}$$

$$\Rightarrow i = \frac{U_0}{Z} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right) = 2,2 \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right)(A)$$

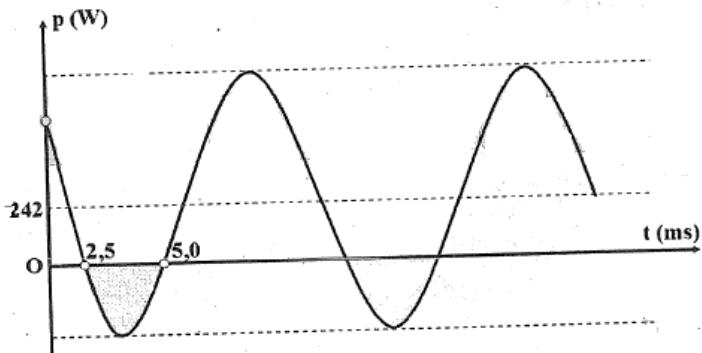
$$\text{Biểu thức tính công suất tức thời: } p = ui = 484\sqrt{2} \cos 100\pi t \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$p = 242\sqrt{2} \left( \cos \frac{\pi}{4} + \cos \left( 200\pi t + \frac{\pi}{4} \right) \right) = 242 + 242\sqrt{2} \cos \left( 200\pi t + \frac{\pi}{4} \right) (\text{W})$$

Giải phương trình  $p = 0$  hay

$$\cos \left( 200\pi t + \frac{\pi}{4} \right) = \frac{-1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \begin{cases} 200\pi t + \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4} \Rightarrow t_1 = 2,5 \cdot 10^{-3} (\text{s}) \\ 200\pi t + \frac{\pi}{4} = -\frac{3\pi}{4} \Rightarrow t_2 = 5 \cdot 10^{-3} (\text{s}) \end{cases}$$

Đồ thị biểu diễn  $p$  theo  $t$  có dạng như sau:

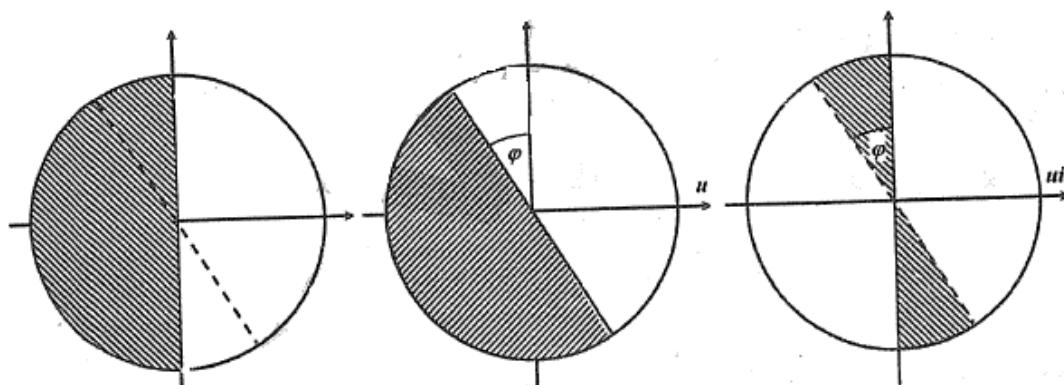


Trong một chu kỳ của  $p$ , thời gian để  $p < 0$  là  $5 - 2,5 = 2,5$  ms. Vì chu kỳ của  $p$  bằng nửa chu kỳ của điện áp nên trong một chu kỳ điện áp khoảng thời gian để  $p < 0$  là  $\Delta t = 2,5 \cdot 2 = 5$  ms và khoảng thời gian để  $p > 0$  (điện áp sinh công dương) là  $T - \Delta t = 0,02 - 0,005 = 0,015$  (s)  $\Rightarrow$  Chọn D.

Cách 2: Dùng vòng tròn lượng giác.

$$\text{Giả sử biểu thức dòng và biểu thức điện áp: } \begin{cases} i = I_0 \cos \omega t \\ u = U_0 \cos(\omega t + \varphi) \end{cases} \Rightarrow p = ui$$

Biểu diễn dấu của  $i$ ,  $u$  và tích  $p = ui$  như trên hình vẽ.



Phần gạch chép có dấu âm  $\Rightarrow$  Trong một chu kỳ, khoảng thời gian để  $p < 0$  và khoảng thời gian để  $p > 0$  lần lượt là:

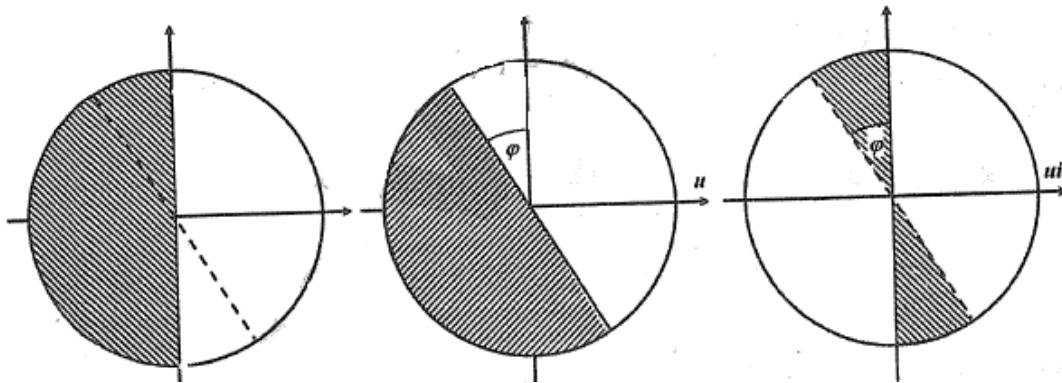
$$t_{p<0} = 2 \frac{|\varphi|}{\omega} = \frac{|\varphi|}{\pi} T; t_{p>0} = T - t_{p<0} = \left(1 - \frac{|\varphi|}{\pi}\right) T$$

Áp dụng vào bài toán:  $t_{p>0} = \left(1 - \frac{\pi/4}{\pi}\right) \cdot 20 = 15(\text{ms}) \Rightarrow \text{Chọn D}$

### Câu 22.

Biểu thức dòng và biểu thức điện áp:  $\begin{cases} i = I_0 \cos \omega t \\ u = U_0 \cos(\omega t + \varphi) \end{cases} \Rightarrow p = ui$

Biểu diễn dấu của  $i$ ,  $u$  và tích  $p = ui$  như trên hình vẽ.



Phản gạch chép có dấu âm  $\Rightarrow$  Trong một chu kỳ, khoảng thời gian để  $p < 0$  và khoảng thời gian để  $p > 0$  lần lượt là:

$$t_{p<0} = 2 \frac{|\varphi|}{\omega} = \frac{|\varphi|}{\pi} T; t_{p>0} = T - t_{p<0} = \left(1 - \frac{|\varphi|}{\pi}\right) T$$

Áp dụng vào bài toán:  $t_{p>0} = \frac{|\varphi|}{\pi} T \Rightarrow |\varphi| = \frac{\pi t_{p>0}}{T} = \frac{\pi \cdot 5,9 \cdot 10^{-3}}{0,02} \Rightarrow \cos \varphi \approx 0,6$  Chọn D

$\Rightarrow$  Chọn D.

**Kết quả “độc”:** Nếu  $u$  và  $i$  lệch pha nhau là  $\varphi$  thì trong một chu kỳ khoảng thời gian để  $p = ui < 0$  là:  $t_{p<0} = 2 \frac{|\varphi|}{\omega} = \frac{|\varphi|}{\pi} T$

### Câu 23.

Sử dụng kết quả “độc” nói trên:  $t_{p<0} = 2 \frac{|\varphi|}{\omega} \Rightarrow \frac{20}{3} \cdot 10^{-3} = 2 \frac{\varphi}{100\pi} \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{3}$

$$P_x = P - P_R = UI \cos \varphi - I^2 R = 400 \cdot 2 \cos \frac{\pi}{3} - 2^2 \cdot 50 = 200(\text{W}) \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

### Câu 24.

Dùng công thức hạ bậc viết lại:

$$u = 100 + 100\cos(200\pi t) + 300\cos(100\pi t) + 100\cos(300\pi t) \text{ (V)}$$

Công suất mạch tiêu thụ:  $P = I_1^2 R + I_2^2 R + I_3^2 R + I_4^2 R$

$$P = \left( \left( \frac{100}{R} \right)^2 + \frac{(50\sqrt{2})^2}{R^2 + (200\pi L)^2} + \frac{(150\sqrt{2})^2}{R^2 + (100\pi L)^2} + \frac{(50\sqrt{2})^2}{R^2 + (300\pi L)^2} \right) R \approx 500,4 \text{ (}\Omega\text{)}$$

$\Rightarrow$  Chọn A.

### Câu 25.

Công suất tiêu thụ tính theo công thức:  $P = I^2 r = \frac{U^2 r}{r^2 + Z_L^2}$ . Khi mắc nguồn 1, nguồn 2 và nguồn 3 lần lượt:  $P_1 = \frac{U^2 r}{r^2 + Z_L^2}$ ;  $P_2 = \frac{(3U)^2 r}{r^2 + (1,5Z_L)^2}$ ;  $P_3 = \frac{(6U)^2 r}{r^2 + (2,25Z_L)^2}$

$$\text{Ta thấy: } \frac{600}{120} = \frac{P_2}{P_1} = \frac{9(r^2 + Z_L^2)}{r^2 + (1,5Z_L)^2} \Rightarrow Z_L = \frac{4}{3}r$$

$\Rightarrow$  Chọn A.

$$\text{Lập tỉ số: } \frac{P_3}{P_1} = \frac{36(r^2 + Z_L^2)}{r^2 + (2,25Z_L)^2} \Rightarrow \frac{P_3}{120} = \frac{36 \left( r^2 + \frac{16}{9}r^2 \right)}{r^2 + \left( 2,25 \frac{4}{3}r \right)^2} \Rightarrow P_3 = 1200 \text{ (W)}$$

### Câu 26.

Vì tụ ngắn không cho dòng 1 chiều đi qua nên:

$$\begin{aligned} P &= \frac{U_1^2 R}{R^2 + \left( \omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C} \right)^2} + \frac{U_2^2 R}{R^2 + \left( \omega_2 L - \frac{1}{\omega_2 C} \right)^2} \\ &= \frac{100^2 \cdot 50}{50^2 + \left( 100\pi \cdot \frac{1}{\pi} - \frac{1}{100\pi \cdot \frac{50 \cdot 10^{-6}}{\pi}} \right)^2} + \frac{50^2 \cdot 50}{50^2 + \left( 200\pi \cdot \frac{1}{\pi} - \frac{1}{200\pi \cdot \frac{50 \cdot 10^{-6}}{\pi}} \right)^2} = 50 \text{ (W)} \end{aligned}$$

### Câu 27.

Khi mắc vào nguồn không đổi:  $R + r = \frac{U}{I} \Rightarrow 40 + r = \frac{25}{0,5} \Rightarrow r = 10 \text{ (}\Omega\text{)}$

$$\text{Vì } U_{AM} = IZ_{AM} = \frac{U}{Z} Z_{AM} = U \sqrt{\frac{(r+R)^2 + Z_L^2}{(r+R)^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \max \Leftrightarrow Z_L = Z_C.$$

Do công hưởng nên:  $I = \frac{U}{R+r} = 4(A) \Rightarrow P_r = I^2 r = 160(W) \Rightarrow$  Chọn C.

### Câu 28.

Hai dòng điện vuông pha với nhau  $I_1 = 2I_2$  nên ta có hệ:  $\begin{cases} \tan \varphi_{AM} \tan \varphi_{AB} = -1 \\ Z_{AM} = \frac{1}{2} Z_{AB} \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{Z_L}{R+r} \cdot \frac{Z_L - Z_C}{R+r} = -1 \Rightarrow (R+r)^2 = Z_L(Z_C - Z_L) \\ 4((R+r)^2 + Z_L^2) = Z_L(500 - Z_L) + (500 - Z_L)^2 \Rightarrow Z_L = 100(\Omega) \end{cases}$$

$$\Rightarrow L = \frac{Z_L}{\omega} = \frac{1}{\pi}(H) \Rightarrow$$
 Chọn A.

### Câu 29.

Theo tính chất của mạch cầu cân bằng:

$$\frac{\bar{Z}_{AB}}{\bar{Z}_{AE}} = \frac{\bar{Z}_{BD}}{\bar{Z}_{ED}} \Rightarrow \bar{Z}_{AB} = \bar{Z}_{AE} \frac{\bar{Z}_{BD}}{\bar{Z}_{ED}} = 1000 \cdot \frac{1000}{5000 - 5000i} = 100 + 100i$$

$$\Rightarrow R = Z_L = 100(\Omega) \Rightarrow$$
 Chọn A.

### Câu 30.

\* Khi  $C = C_1 = 1/(12\pi) mF$ :

$$\begin{cases} P_{\max} = \frac{U^2}{R} = 200(W) \\ Z_{C1} = Z_L \end{cases} \quad (1)$$

\* Khi  $C = C_2 = 1/(24\pi) mF$ :

$$\begin{cases} U_{C\max} \Leftrightarrow Z_{C2} = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L} \xrightarrow{Z_{C2}=2Z_{C1}=2Z_L} \begin{cases} Z_L = R \\ Z_{C2} = 2R \end{cases} \\ I_2 = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_{C2})^2}} = \frac{U}{R\sqrt{2}} = 1 \end{cases} \quad (2)$$

Từ (1), (2)  $\begin{cases} U = 100\sqrt{2}(V) \\ R = 100(\Omega) = Z_L = Z_{C1} \end{cases}$

\*Khi  $C = C_3 = 1/(6\pi) mF$ :

$$\begin{cases} Z_{C3} = \frac{Z_{C1}}{2} = 50(\Omega) \\ I_2 = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_{C3})^2}} = \frac{100\sqrt{2}}{\sqrt{100^2 + (100-50)^2}} \approx 1,265(A) \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

### Câu 31.

$$\text{Tính: } \begin{cases} Z_L = \omega L = 15(\Omega) \\ Z_C = \frac{1}{\omega C} = 10(\Omega) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Z_{rL} = \sqrt{r^2 + Z_L^2} = 10\sqrt{3}(\Omega) \\ Z = \sqrt{r^2 + (Z_L - Z_C)^2} = 10(\Omega) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} U_{0rL} = U_0\sqrt{3} \\ U_{0C} = U_0 \end{cases}$$

Vì  $\tan \varphi_{rL} = \frac{Z_L}{r} = \sqrt{3} \Rightarrow \varphi_{rL} = \frac{\pi}{3} > 0 \Rightarrow u_{rL}$  sớm pha hơn i là  $\pi/3$ . Mà i sớm pha hơn  $u_C$  là  $\pi/2$  nên  $u_{rL}$  sớm pha hơn  $u_C$  là  $\pi/3 + \pi/2 = 5\pi/6$ . Do đó, ta có thể chọn lại mốc thời gian như

$$\text{sau: } \begin{cases} u_{rL} = U_0\sqrt{3}\cos 100\pi t \\ u_C = U_0 \cos\left(100\pi t - \frac{5\pi}{6}\right) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{t=t_1}{u_{rL}=15V} \rightarrow 150 = U_0\sqrt{3}\cos 100\pi t_1 \Rightarrow U_0 \cos 100\pi t_1 = 50\sqrt{3} \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} \frac{t=t_1+1/75}{u_C=15V} \rightarrow 50 = U_0 \cos\left(100\pi\left(t_1 + \frac{1}{75}\right) - \frac{5\pi}{6}\right) \Rightarrow U_0 \sin 100\pi t_1 = 50 \end{cases} \quad (2)$$

Từ (1), (2) suy ra:  $U_0 = 100(V) \Rightarrow \text{Chọn B.}$

### Câu 32.

$$U_{C_{\max}} \Leftrightarrow \vec{U}_R \perp \vec{U} \Rightarrow \begin{cases} \left(\frac{u_R}{U_R\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{u}{U\sqrt{2}}\right)^2 = 1 \\ \frac{1}{U_R^2} + \frac{1}{U^2} = \frac{1}{U_R^2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \left(\frac{25\sqrt{6}}{U_R\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{75\sqrt{6}}{U\sqrt{2}}\right)^2 = 1 \\ \frac{1}{U_R^2} + \frac{1}{U^2} = \frac{1}{75^2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} U = 150(V) \\ U_R = 75\sqrt{3}(V) \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

### Câu 33.

Biểu thức dòng điện:

$$i = I_0 \cos\left(\frac{2\pi}{T} t - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\frac{2\pi}{T} \cdot \frac{7}{800} - \frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \Rightarrow \frac{1}{T} = -\frac{100}{7} + k \cdot \frac{800}{7} \xrightarrow[0 < \frac{1}{T} < \frac{1}{0,002}]{\text{t tang}} \frac{1}{8} < k < 4,5$$

$$\Rightarrow k = 1; 2; 3; 4 \Rightarrow T = 0,01 \text{ s}; 7/1500 \text{ s}; 7/2300 \text{ s}; 7/3100 \text{ s} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

## CHỦ ĐỀ 11. PHƯƠNG PHÁP SỐ PHÚC

### Vấn đề 1: Ứng dụng viết biểu thức

	Biểu thức	Dạng phức trong máy FX-570
Tổng trở	$Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}$	$\bar{Z} = R + i(Z_L - Z_C)$ (với i số ảo)
	$Z_{MN} = \sqrt{R_{MN}^2 + (Z_{L_{MN}} - Z_{C_{MN}})^2}$	$\bar{Z}_{MN} = R_{MN} + i(Z_{L_{MN}} - Z_{C_{MN}})$ $\bar{Z}_L = Z_L i, \bar{Z}_C = -Z_C i$ (với i số ảo)
Dòng điện	$i = I_0 \cos(\omega t + \varphi_i)$	$i = I_0 \angle \varphi_i$
Điện áp	$u = U_0 \cos(\omega t + \varphi_u)$	$u = U_0 \angle \varphi_u$
Định luật Ôm	$I = \frac{U}{Z}$ nhưng $i \neq \frac{u}{Z}$	$i = \frac{u}{\bar{Z}}$
	$I = \frac{U_{MN}}{Z_{MN}}$ nhưng $i \neq \frac{u_{MN}}{Z_{MN}}$	$i = \frac{u_{MN}}{\bar{Z}_{MN}}$
	$U = IZ$ nhưng $u \neq iZ$	$u = i\bar{Z}$
	$U_{MN} = IZ_{MN}$ nhưng $u_{MN} \neq iZ_{MN}$	$u_{MN} = i\bar{Z}_{MN}$
	$U_{MN} = IZ_{MN} = \frac{U}{Z}Z_{MN}$ nhưng $u_{MN} \neq \frac{u}{Z}Z_{MN}$	$u_{MN} = \frac{u}{\bar{Z}}\bar{Z}_{MN}$
	$U = IZ = \frac{U_{MN}}{Z_{MN}}Z$ nhưng $u \neq \frac{u_{MN}}{Z_{MN}}Z$	$u = \frac{u_{MN}}{\bar{Z}_{MN}}\bar{Z}$

Biểu thức dòng điện:  $i = \frac{u}{Z} = \frac{u_R}{R} = \frac{u_L}{Z_L} = \frac{u_C}{Z_C} = \frac{u_{MN}}{\bar{Z}_{MN}}$

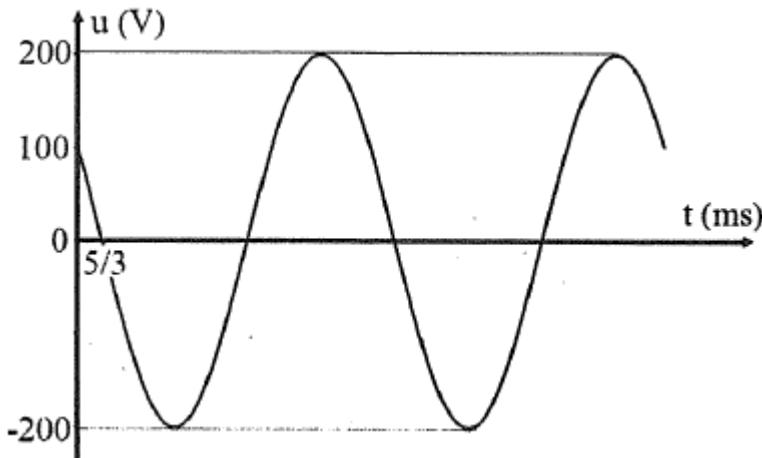
Cài đặt tính toán với số phức trong máy tính casio fx-570es

+BẤM **[MODE][2]** (Để cài đặt tính toán với số phức)

+Bấm **[SHIFT][MODE][∇][3][2]** (Để cài đặt đơn vị góc là rad).

**Ví dụ 1:** Đặt một điện áp xoay chiều (đồ thị biểu diễn u theo thời gian có dạng như hình vẽ) vào hai đầu một đoạn mạch mắc nối tiếp gồm tụ điện có dung lượng khác  $50\mu F$ , điện trở thuận  $50 \Omega$  và cuộn cảm

thuần có cảm kháng  $100 \Omega$ . Tính tổng trỏ của mạch. Điện áp hai đầu đoạn sorm hay trễ hơn dòng điện trong mạch bao nhiêu? Viết biểu thức dòng điện trong mạch.



### Hướng dẫn

Từ đồ thị biểu thức:  $u = 200\cos(100\pi t + \pi/3) (V)$

#### Cách 1: Cách truyền thống

$$Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = 50\sqrt{2} (\Omega)$$

$$\tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} = 1 \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{4} > 0 : u \text{ sớm hơn } i \text{ là } \frac{\pi}{4} (\text{i trễ hơn } u \text{ là } \frac{\pi}{4})$$

$$i = \frac{200}{Z} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}\right) = 2\sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{12}\right) (A)$$

#### Cách 2: Dùng máy tính cầm tay casio 570es

Cài đặt tính toán với số phức trong máy tính casio fx-570es

+BẤM **[MODE]****[2]** (Để cài đặt tính toán với số phức)

+BẤM **[SHIFT]****[MODE]****[3]****[2]** (Để cài đặt hiện thị số phức dạng  $A\angle\varphi$ ).

+BẤM **[SHIFT]****[MODE]****[4]** (Để cài đặt đơn vị góc là rad)

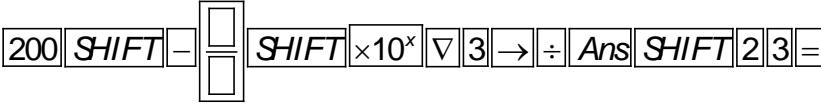
$$\bar{Z} = R + i(Z_L - Z_C) = 50 + i(100 - 50) = 50\sqrt{2} \angle \frac{\pi}{4} \xrightarrow{\text{ans}} \begin{cases} Z = 50\sqrt{2} (\Omega) \\ \varphi = \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

$$i = \frac{u}{Z} = \frac{U_0 \angle \varphi_u}{R + i(Z_L - Z_C)} = \frac{200 \angle \frac{\pi}{3}}{50 + i(100 - 50)} = 2\sqrt{2} \angle \frac{\pi}{12}$$

$$\Leftrightarrow i = 2\sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{12}\right) (A)$$

Thao tác	Hiện thị trên màn hình
	$CMPLX \quad R \quad Math$ $50 + i(100 - 50)$ $50\sqrt{2} \angle \frac{1}{4}\pi$

Tổng trở là  $50\sqrt{2} (\Omega)$  và điện áp sớm pha hơn dòng điện là  $\pi / 4$ .

Thao tác	Hiện thị trên màn hình
	$CMPLX \quad R \quad Math$ $200 \angle \frac{\pi}{3} \div Ans$ $2\sqrt{2} \angle \frac{1}{12}\pi$

$$\text{Biểu thức dòng điện } i = 2\sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{12}\right) (A)$$

**Ví dụ 2:** Đặt điện áp xoay chiều  $u = 200\sqrt{2} \cos(100\pi t + \pi / 3) (V)$  vào hai đầu đoạn mạch theo thứ tự gồm điện trở thuần  $R = 50 \Omega$ , tụ điện có điện dung  $C = 100/\pi (\mu F)$  và cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L = 0,5\pi (H)$  mắc nối tiếp.

- 1) Tính tổng trở của mạch. Điện áp hai đầu đoạn sớm hay trễ hơn dòng điện trong mạch bao nhiêu?
- 2) Viết biểu thức của cường độ dòng điện tức thời qua đoạn mạch.
- 3) Viết biểu thức điện áp ở hai đầu chứa  $R$  và  $C$ .
- 4) Viết biểu thức điện áp ở hai đầu chứa  $C$  và  $L$ .

### Hướng dẫn

$$Z_L = \omega L = 50 (\Omega); Z_C = \frac{1}{\omega C} = 100 (\Omega)$$

$$1) \bar{Z} = R + i(Z_L - Z_C) = 50 + i(50 - 100) = 50\sqrt{2} \angle -\frac{\pi}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} Z = 50\sqrt{2} (\Omega) \\ \varphi = -\frac{\pi}{4} \end{cases}$$

Tính tổng trở của mạch là  $50\sqrt{2} \Omega$ ; điện áp trễ hơn dòng điện là  $\pi / 4$ .

$$2) i = \frac{U_0 \angle \varphi_u}{Z} = \frac{200\sqrt{2} \angle \frac{\pi}{3}}{50 + i(50 - 100)} = 4,4 \angle \frac{7\pi}{12}$$

$$\Leftrightarrow i = 4,4 \cos\left(100\pi t + \frac{7\pi}{12}\right) (A)$$

$$3) u_{RC} = i \bar{Z}_{RC} = \frac{U}{Z} \bar{Z}_{RC} = \frac{200\sqrt{2} \angle \frac{\pi}{3}}{50 + i(50 - 100)} (50 + i(0 - 100)) \approx 491,935 \angle 0,725$$

$$\Leftrightarrow u_{RC} = 491,935 \cos(100\pi t + 0,725) (V)$$

$$4) u_{CL} = i \bar{Z}_{CL} = \frac{U}{Z} \bar{Z}_{CL} = \frac{200\sqrt{2} \angle \frac{\pi}{3}}{50 + i(50 - 100)} (0 + i(50 - 100)) 220 \angle \frac{\pi}{12}$$

$$\Leftrightarrow u_{CL} = 220 \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{12}\right) (V)$$

**Ví dụ 3:** Một đoạn mạch gồm cuộn dây có điện trở thuần  $100\sqrt{3}\Omega$ , có độ tự cảm  $1/\pi (H)$  nối tiếp với tụ điện có điện dung  $50/\pi (\mu F)$ . Đặt vào hai đầu đoạn mạch điện áp:

$$u = 200\sqrt{2} \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{4}\right) (V). \text{ Biểu thức điện áp tức thời trên cuộn dây là}$$

$$A. u_{cd} = 200\sqrt{2} \cos(100\pi t + \pi/12) (V). \quad B. u_{cd} = 100\sqrt{2} \cos(100\pi t + \pi/6) (V).$$

$$C. u_{cd} = 200\sqrt{2} \cos(100\pi t + \pi/6) (V). \quad D. u_{cd} = 100\sqrt{2} \cos(100\pi t + \pi/12) (V).$$

### Hướng dẫn

$$\begin{cases} Z_L = \omega L = 100(\Omega) \\ Z_C = \frac{1}{\omega C} = 200(\Omega) \end{cases} \begin{cases} \bar{Z} = r + i(Z_L - Z_C) \\ \bar{Z}_{cd} = r + iZ_L \end{cases}$$

$$u_{cd} = i \bar{Z}_{cd} = \frac{U}{Z} \bar{Z}_{cd} = \frac{200\sqrt{2} \angle -\frac{\pi}{4}}{100\sqrt{3} + i(100 - 200)} \times (100\sqrt{3} + i \cdot 100) = 200\sqrt{2} \angle \frac{1}{12}\pi$$

$$\Leftrightarrow u_{cd} = 200\sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{12}\right) (V) \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Vấn đề 2: Ứng dụng để tìm hòp kín khi cho biết biểu thức dòng hoặc điện áp.**

+Bấm **[MODE][2]** (Để cài đặt tính toán với số phức)

\*Nếu cho biểu thức dòng và điện áp hai đầu đoạn mạch  $\begin{cases} u = U_0 \cos(\omega t + \varphi_u) \\ i = I_0 \cos(\omega t + \varphi_i) \end{cases}$  thì có thể tìm trở

$$\text{khác: } Z = R + i(Z_L - Z_C) = \frac{u}{i} = \frac{U_0 \angle \varphi_u}{I_0 \angle \varphi_i}$$

**Ví dụ 1:** Một đoạn mạch xoay chiều nối tiếp gồm cuộn cảm thuận có độ tự cảm  $0,6/\pi(H)$ , điện trở thuần R và tụ điện có điện dung C. Biết biểu thức điện áp hai đầu đoạn mạch và dao động trong mạch lần lượt là:  $u = 240\sqrt{2} \cos 100\pi t(V)$  và  $i = 4\sqrt{2} \cos(100\pi t - \pi/6)(A)$ . Giá trị của R và C lần lượt là

- A.  $30 \Omega$  và  $1/(3\pi) \text{ mF}$ .
- B.  $75 \Omega$  và  $1/\pi \text{ mF}$ .
- C.  $150 \Omega$  và  $1/(3\pi) \text{ mF}$ .
- D.  $30\sqrt{3} \Omega$  và  $1/(3\pi) \text{ mF}$ .

### Hướng dẫn

$$Z_L = \omega L = 60\Omega \Rightarrow \bar{Z} = R + i(Z_L - Z_C) = R + i(60 - Z_C)$$

Mặt khác:  $\bar{Z} = \frac{u}{i} = \frac{240\sqrt{2}}{4\sqrt{2}\angle -\frac{\pi}{6}} = 30\sqrt{3} + 30i$ . Từ đó suy ra;  $R = 30\sqrt{3}(\Omega)$  và

$$60 - Z_C = 30(\Omega) \Rightarrow Z_C = 30(\Omega) \Rightarrow C = \frac{1}{\omega C} = \frac{10^{-3}}{3\pi}(F) \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Ví dụ 2:** Đặt vào hai đầu hộp kín X (chỉ gồm các phần tử mắc nối tiếp) một điện áp xoay chiều  $u = 100 \cos(100\pi t + \pi/6)(V)$  thì cường độ dòng điện qua mạch  $i = 2 \cos(100\pi t + 2\pi/3)(A)$ . Nếu thay điện áp trên bằng điện áp khác có biểu thức  $u = 400\sqrt{2} \cos(200\pi t + \pi/3)(V)$  thì cường độ dòng điện  $i = 5\sqrt{2} \cos(200\pi t - \pi/6)(A)$ . X có thể chứa

- A.  $R = 25(\Omega)$ ,  $L = 2,5/\pi(H)$ ,  $C = 10^{-4}/\pi(F)$ .
- B.  $L = 0,7/\pi(H)$ ,  $C = 10^{-3}/(12\pi)(F)$ .
- C.  $L = 1,5/\pi(H)$ ,  $C = 1,5 \cdot 10^{-4}/\pi(F)$ .
- D.  $R = 25(\Omega)$ ,  $L = 5/12\pi(H)$ .

### Hướng dẫn

$$\bar{Z} = R + i(Z_L - Z_C) = \frac{U}{I} = \frac{100 \angle \frac{\pi}{6}}{2 \angle \frac{2\pi}{3}} = -50i \Rightarrow \begin{cases} R=0 \\ Z_L - Z_C = -50 \end{cases}$$

$$\bar{Z} = R + i\left(2Z_L - \frac{Z_C}{2}\right) = \frac{U}{I} = \frac{400\sqrt{2} \angle \frac{\pi}{3}}{5\sqrt{2} \angle -\frac{\pi}{6}} = 80i \Rightarrow \begin{cases} R=0 \\ 2Z_L - \frac{Z_C}{2} = 80 \end{cases}$$

$$\begin{cases} Z_L = 70(\Omega) \\ Z_C = 120(\Omega) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} L = \frac{Z_L}{100\pi} = \frac{0,7}{\pi}(H) \\ C = \frac{1}{12\pi} \cdot 10^{-3}(F) \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Chú ý:** Mạch điện áp xoay chiều AB gồm hai đoạn mạch AB (đã biết) và MB (chưa biết) mắc nối tiếp. Để xác định MB ta dựa vào:  $\bar{Z}_{MB} = \frac{U_{MB}}{I} = \frac{U_{MB}}{U_{AM}} \times \bar{Z}_{AM}$ .

**Ví dụ 3:** Mạch điện xoay chiều AB gồm hai đoạn mạch AM và MB mắc nối tiếp. Đoạn AB gồm điện trở thuần  $R = 50 \Omega$  mắc nối tiếp với tụ điện có dung kháng  $50 \Omega$ , đoạn MB là cuộn dây có điện trở thuần  $r$  và có độ tự cảm  $L$ . Biết biểu thức điện áp trên đoạn AM và trên đoạn MB lần lượt là:  $u_{AM} = 80\cos 100\pi t(V)$  và  $u_{MB} = 200\sqrt{2}\cos(100\pi t + 7\pi/12)(V)$ . Giá trị của  $r$  và cảm kháng  $Z_L$  lần lượt là

- A.  $125 \Omega$  và  $0,69 H$ .      B.  $75 \Omega$  và  $0,69 H$ .  
 C.  $125 \Omega$  và  $1,38 H$ .      D.  $176,8 \Omega$  và  $0,976 H$ .

### Hướng dẫn

$$i = \frac{U_{AM}}{Z_{AM}} = \frac{U_{MB}}{Z_{MB}} \Rightarrow \bar{Z}_{MB} = \frac{U_{MB}}{U_{AM}} \bar{Z}_{AM} = \frac{200\sqrt{2} \angle \frac{7\pi}{12}}{80} (50 - 50i) = 125 + i.216,506$$

$$\Rightarrow \begin{cases} r = 125(\Omega) \\ Z_L = 216,506 \Rightarrow L = \frac{Z_L}{\omega} \approx 0,689(H) \end{cases}$$

$\Rightarrow$  Chọn A.

**Ví dụ 4:** Mạch điện xoay chiều AB nối tiếp gồm chỉ gồm các phần tử như điện trở thuần, cuộn cảm và tụ điện. Đoạn mạch AB gồm hai đoạn mạch AM và MB mắc nối tiếp. Đoạn AM gồm điện trở thuần  $50 \Omega$  mắc nối tiếp với tụ điện có dung kháng  $50 \Omega$ . Biết biểu thức điện áp trên đoạn AM và trên đoạn MB lần lượt là:  $u_{AM} = 80\cos(100\pi t - \pi/4)(V)$  và  $u_{MB} = 200\sqrt{2}\cos(100\pi t + \pi/4)(V)$ . Tính tổng trở đoạn MB và độ lệch pha của điện áp trên MB so với dòng điện.

A.  $250 \Omega$  và  $\pi/4$ .

B.  $250 \Omega$  và  $-\pi/4$ .

C.  $125\sqrt{2} \Omega$  và  $-\pi/2$ .

C.  $125\sqrt{2} \Omega$  và  $\pi/2$ .

### Hướng dẫn

$$i = \frac{U_{AM}}{\bar{Z}_{AM}} = \frac{U_{AM}}{\bar{Z}_{MB}} \Rightarrow \bar{Z}_{MB} = \frac{U_{MB}}{U_{AM}} \bar{Z}_{AM} = \frac{200\sqrt{2}\angle\frac{\pi}{4}}{80\angle-\frac{\pi}{4}} (50 - 50i) = 250\angle\frac{\pi}{4} \quad \begin{cases} Z_{MB} = 250(\Omega) \\ \varphi_{MB} = \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

$\Rightarrow$  Chọn A.

(Sau khi nhập vào máy tính  $\frac{200\sqrt{2}\angle\frac{\pi}{4}}{80\angle-\frac{\pi}{4}} (50 - 50i)$  nếu bấm phím “=” thì được kết quả  $176,77669 + 176,77669i$ , còn nếu bấm ‘shift 2 3 =’ thì được kết quả  $250\angle\frac{\pi}{4}$ ).

**Ví dụ 5:** Đoạn mạch AB gồm đoạn mạch AM nối tiếp với đoạn mạch MB. Đoạn mạch AM gồm cuộn cảm thuần có cảm kháng  $50 (\Omega)$  và điện trở thuần  $R_1 = 50 (\Omega)$  mắc nối tiếp. Đoạn mạch MB gồm tụ điện có điện dung  $C$  và điện trở thuần  $R_2$  mắc nối tiếp. Điện áp tức thời ở hai đầu đoạn mạch AM và MB lần lượt là  $u_{AM} = 200\cos(100\pi t + \pi/6) (V)$  và  $u_{MB} = 100\cos(100\pi t - 5\pi/12) (V)$ . Hỏi trên AB tổng cảm kháng nhiều hơn hay ít hơn tổng dung kháng bao nhiêu? Tính tổng trở của đoạn mạch AB. Tính độ lệch pha của điện áp trên AB so với dòng điện. Tính hệ số công suất của mạch AB.

### Hướng dẫn

Tổng trở phức toàn mạch:  $\bar{Z}_{AB} = \frac{U_{AM}}{i} = \frac{U_{AM} + U_{MB}}{U_{AM}} \bar{Z}_{AM} = \left(1 + \frac{U_{MB}}{U_{AM}} \bar{Z}_{AM}\right)$

$$= \left(1 + \frac{100\angle-\frac{5\pi}{12}}{200\angle\frac{\pi}{6}}\right) (50 + 50i). \text{ Sau khi nhập vào máy tính số liệu như trên:}$$

\*Nếu bấm phím “=” ta được kết quả:  $67,68 + 19,38i$ .

Từ kết quả này ta suy ra:  $R_{AB} = 67,68\Omega$  và  $Z_{L(AB)} - Z_{C(AB)} = 19,38\Omega$  (tổng cảm kháng nhiều hơn tổng dung kháng là  $19,38 \Omega$ ).

\*Nếu bấm phím ‘shift 2 3 =’ ta được kết quả:  $70,4\angle0,279$ . Từ kết quả này ta suy ra:  $Z_{AB} = 70,4\Omega$  và  $\varphi_{AB} = 0,279 \text{ rad}$  (Điện áp  $u_{AB}$  sớm pha hơn  $i$  là  $0,279 \text{ rad}$ ).

Hệ số công suất của mạch AB:  $\cos\varphi_{AB} = \cos 0,279 = 0,96$ .

Có thể tính trực tiếp  $\cos\varphi_{AB}$  bằng máy tính casio fx570es từ kết quả:

$$\left(1 + \frac{100\angle -\frac{5\pi}{12}}{200\angle \frac{\pi}{6}}\right)(50 + 50i)$$

Bấm phím ‘=’

Bấm ‘shift 2 1 =’ (để lấy góc  $\varphi_{AB}$ )

Bấm ‘cos =’ sẽ được kết quả 0,96 (tức là  $\cos\varphi_{AB} = 0,96$ ).

**Ví dụ 6:** (ĐH-2011) Đoạn mạch AB gồm hai đoạn mạch AM và MB mắc nối tiếp. Đoạn mạch AM gồm điện trở thuần  $R_1 = 40 \Omega$  mắc nối tiếp với tụ điện có điện dung  $C = 0,25/\pi mF$ , đoạn mạch MB gồm điện trở thuần  $R_2$  mắc nối tiếp với cuộn cảm thuần. Đặt A, B điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng và tần số không đổi thì điện áp tức thời ở hai đầu đoạn mạch AM và MB lần lượt là:  
 $u_{AM} = 50\sqrt{2} \cos(100\pi t - 7\pi/12) V$  và  $u_{MB} = 150 \cos 100\pi t (V)$ . Hệ số công suất của đoạn mạch AB là

- A. 0,86.      B. 0,84.      C. 0,95.      D. 0,71.

### Hướng dẫn

$$Z_C = \frac{1}{\omega C} = 40(\Omega)$$

$$\bar{Z}_{AB} = \frac{u_{AB}}{i} = \frac{(u_{AM} + u_{MB})}{\frac{u_{AM}}{\bar{Z}_{AM}}} = \left(1 + \frac{u_{MB}}{u_{AM}}\right) \bar{Z}_{AM} = \left(1 + \frac{150}{50\sqrt{2}\angle -7\pi/12}\right) \times (40 - 40i)$$

Thực hiện các thao tác bấm máy tính [=] [shift] [2] [1] [=] [cos] [=] được kết quả 0,84 nghĩa là  $\cos\varphi \approx 0,84 \Rightarrow$  Chọn B.

**Ví dụ 7:** Cuộn dây thuần cảm có hệ số tự cảm  $L = 2/\pi (H)$  mắc nối tiếp với đoạn mạch X. Đặt vào 2 đầu mạch một điện áp  $u = 120\sqrt{2} \cos 100\pi t (V)$  thì cường độ dòng điện qua cuộn dây là  $i = 0,6\sqrt{2} \cos(100\pi t - \pi/6) (A)$ . Tìm hiệu điện áp hiệu dụng giữa 2 đầu đoạn mạch X.

- A. 240 V.      B.  $120\sqrt{3}$  V.      C.  $60\sqrt{2}$  V.      D. 120 V.

### Hướng dẫn

$$u_X = u - u_L = u - i \bar{Z}_L = 120\sqrt{2} - (0,6\sqrt{2}\angle -30) 200i = 120\sqrt{2}\angle -60$$

$\Rightarrow U_X = 120 (V) \Rightarrow$  Chọn D.

**Ví dụ 8:** (ĐH-2013) Đoạn mạch nối tiếp gồm cuộn cảm thuận, đoạn mạch X và tụ điện (hình vẽ). Khi đặt vào hai đầu A, B điện áp  $u_{AB} = U_0 \cos(\omega t + \varphi)$  (V) ( $U_0, \omega, \varphi$  không đổi) thì  $LC\omega^2 = 1$ ,  $U_{AN} = 25\sqrt{2}$  (V) và  $U_{MB} = 50\sqrt{2}$  (V), đồng thời  $u_{AN}$  sớm pha  $\pi/3$  so với  $u_{MB}$ . Giá trị của  $U_0$  là:

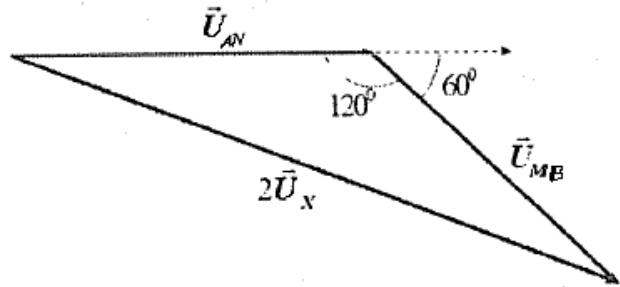
- A.  $12,5\sqrt{7}$  V.      B.  $12,5\sqrt{14}$  V.      C.  $25\sqrt{7}$  V.      D.  $25\sqrt{14}$  V.

### Hướng dẫn

**Cách 1:** Ta nhận thấy:

$$\vec{U}_{AN} + \vec{U}_{MB} = \vec{U}_L + \vec{U}_X + \vec{U}_C = 2\vec{U}_X = 2\vec{U}.$$

Vẽ giản đồ véc tơ (nối đuôi), áp dụng định lí hàm số cosin:



$$(2U)^2 = (25\sqrt{2})^2 + (50\sqrt{2})^2 - 2 \cdot 25\sqrt{2} \cdot 50\sqrt{2} \cos 120^\circ \Rightarrow U = 12,5\sqrt{14} \text{ V.}$$

$$\Rightarrow U_0 = U_X \sqrt{2} = 25\sqrt{7} \text{ V} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Cách 2:** Bình phương vô hướng:  $\vec{U}_{AN} + \vec{U}_{MB} = 2\vec{U}$ , ta được:

$$(25\sqrt{2})^2 + (50\sqrt{2})^2 + 2 \cdot 25\sqrt{2} \cdot 50\sqrt{2} \cos 60^\circ = (2U)^2 \Rightarrow U = 12,5\sqrt{14} \text{ V.}$$

$$\Rightarrow U_0 = U_X \sqrt{2} = 25\sqrt{7} \text{ V} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Cách 3:** Cộng số phức:  $u_{AN} + u_{MB} = u_L + u_X + u_C = 2u_X = 2u$

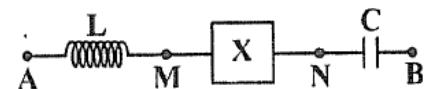
$$\Rightarrow u = \frac{1}{2}(u_{AN} + u_{MB}) = \frac{1}{2}\left(50\angle\frac{\pi}{3} + 100\right) \xrightarrow{\text{shift } 23} 25\sqrt{14}\angle 0,33$$

$$\Rightarrow U_0 = U_X \sqrt{2} = 25\sqrt{7} \text{ V} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Bình luận:** Cách 3 sẽ cho hướng phát triển bài toán theo nhiều hướng khác.

**Ví dụ 9:** Đoạn mạch xoay nối tiếp gồm cuộn cảm thuận, đoạn mạch X và tụ điện (hình vẽ). Biết điện áp  $u_{MN} = U_0 \cos(\omega t + \varphi)$  (V),  $LC\omega^2 = 3$ ,  $U_{AN} = 25\sqrt{2}$  (V) và  $U_{MB} = 50\sqrt{2}$  (V), đồng thời  $u_{AN}$  sớm pha  $\pi/3$  so với  $u_{MB}$ . Giá trị của  $U_0$  là:

- A.  $12,5\sqrt{43}$  V.      B.  $12,5\sqrt{14}$  V.      C.  $6,25\sqrt{86}$  V.      D.  $25\sqrt{7}$  V.



### Hướng dẫn

Từ  $LC\omega^2 = 3$  suy ra:  $Z_L = 3Z_C$  nên  $u_L + 3u_C = 0$ .

Cộng số phức:  $u_{AN} + 3u_{MB} = u_L + u_X + 3u_X + 3u_C = 4u_X$

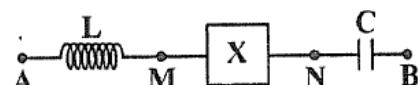
$$\Rightarrow u_X = \frac{u_{AN} + 3u_{MB}}{4} = \frac{50 \angle \frac{\pi}{3} + 3 \cdot 100}{4} \xrightarrow{\text{shift } 2 \text{ 3=}} \frac{25\sqrt{43}}{2} \angle 0,132$$

$$\Rightarrow U_0 = 12,5\sqrt{43} \text{ V} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Ví dụ 10:** Đoạn mạch xoay nối tiếp gồm cuộn cảm thuần, đoạn mạch X và tụ điện (hình vẽ). Biết điện áp

$$u_{MN} = U_0 \cos(\omega t + \varphi) (\text{V}), LC\omega^2 = 2, U_{AN} = U_{MB} = 50\sqrt{2} (\text{V})$$

đồng thời  $u_{AN}$  sớm pha  $2\pi/3$  so với  $u_{MB}$ . Xác định góc lệch pha giữa  $u_{AB}$  và  $u_{MN}$ .



- A.  $\pi/6$ .      B.  $\pi/4$ .      C.  $\pi/3$ .      D.  $\pi/12$ .

### Hướng dẫn

Từ  $LC\omega^2 = 2$  suy ra:  $Z_L = 2Z_C$  nên  $u_L + 2u_C = 0$ .

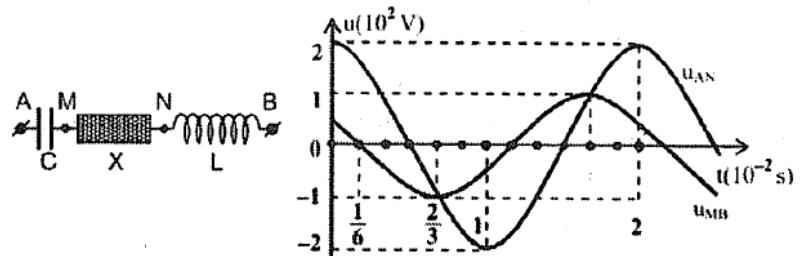
Cộng số phức:

$$\left\{ \begin{array}{l} * u_{AN} + 2u_{MB} = u_L + u_X + 2u_X + 2u_C = 3u_X \\ \Rightarrow u_X = \frac{u_{AN} + 3u_{MB}}{3} = \frac{100 \angle \frac{2\pi}{3} + 2 \cdot 100}{3} \xrightarrow{\text{shift } 2 \text{ 3=}} 57,735 \angle \frac{\pi}{6} \\ * u_{AN} + u_{MB} - u_X = u_L + u_X + u_X + u_C - u_X = u_{AB} \Rightarrow u_{AB} = u_{AN} + u_{MB} - \frac{u_{AN} + 2u_{MB}}{3} \\ \Rightarrow u_{AB} = \frac{2u_{AN} + u_{MB}}{3} = \frac{2 \cdot 100 \angle \frac{2\pi}{3} + 100}{3} \xrightarrow{\text{shift } 2 \text{ 3=}} 57,735 \angle \frac{\pi}{2} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow u_{AB} \text{ sớm hơn } u_{MN} \text{ là } \pi/2 - \pi/6 = \pi/3 \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Bình luận :** Bài toán sẽ khó hơn khi kết hợp với đồ thị. Đây là ý tưởng cho đồ thị để viết biểu thức, từ biểu thức dùng số phức để xác định điện áp.

**Ví dụ 11 :** (ĐH-2014) Đặt điện áp xoay chiều ổn định vào hai đầu đoạn mạch AB mắc nối tiếp (hình vẽ). Biết tụ điện có dung kháng  $Z_C$ , cuộn cảm thuần có cảm kháng  $Z_L$  và  $3Z_L = 2Z_C$ . Đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc vào thời gian của điện áp



giữa hai đầu đoạn mạch AN và điện áp giữa hai đầu đoạn mạch MB như hình vẽ. Điện áp hiệu dụng giữa hai điểm M và N là

- A. 173 V.      B. 86 V.      C. 122 V.      D. 102 V.

### Hướng dẫn

$$\text{Chu kỳ } T = 4 \left( \frac{2}{3} - \frac{1}{6} \right) \cdot 10^{-2} = 0,02 \text{ (s)} \Rightarrow \omega = 2\pi f = 100\pi \text{ (rad/s)}$$

$$\text{Biểu thức: } u_{AN} = 200 \cos 100\pi t \text{ (V)}$$

Vì  $u_{MB}$  sớm hơn  $u_{AN}$  là  $2 \cdot \frac{T}{12} = \frac{T}{6}$  tương đương về pha là  $\pi/3$  nên:

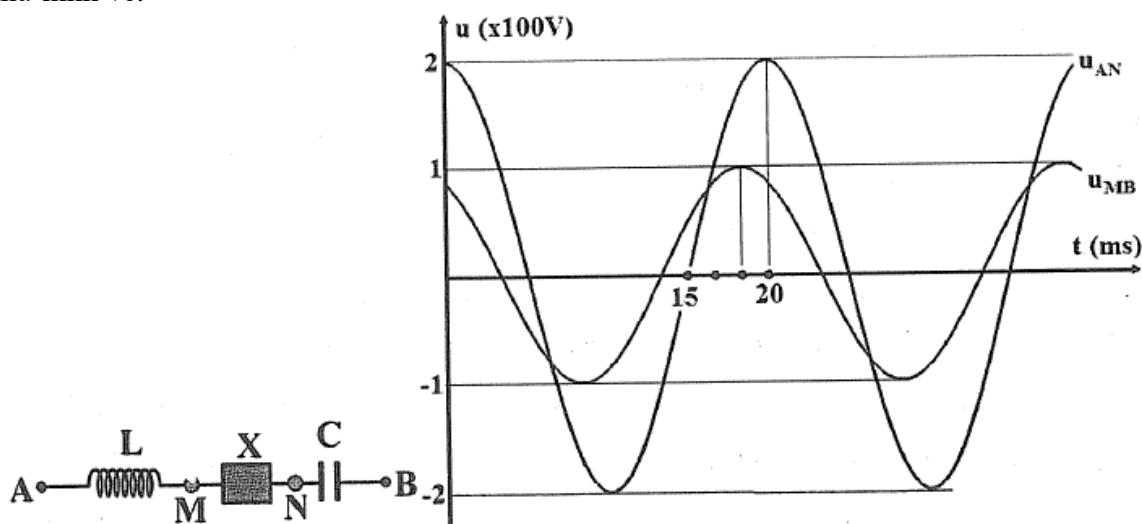
$$u_{MB} = 100 \cos \left( 100\pi t + \frac{\pi}{3} \right) \text{ (V)}$$

$$\text{Ta nhận thấy: } 5u_X = 2u_{AN} + 3u_{MB}$$

$$\Rightarrow u_X = \frac{2u_{AN} + 3u_{MB}}{5} = \frac{400 + 300 \angle \frac{\pi}{3}}{5} = 20\sqrt{37} \angle 0,441$$

$$\Rightarrow U_X = \frac{20\sqrt{37}}{\sqrt{2}} = 86,023 \text{ (V)} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Ví dụ 12:** Đặt điện áp xoay chiều ổn định vào hai đầu đoạn mạch AB mắc nối tiếp (hình vẽ). Biết tụ điện có dung kháng  $Z_C$ , cuộn cảm thuận có cảm kháng  $Z_L$  và  $3Z_L = 2Z_C$ . Đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc vào thời gian của điện áp giữa hai đầu đoạn mạch AN và điện áp giữa hai đầu đoạn mạch MB như hình vẽ.



Điện áp hiệu dụng giữa hai điểm M và N **gần nhất** giá trị nào sau đây?

- A. 150 V.      B. 80 V.      C. 220 V.      D. 100 V.

## Hướng dẫn

$$\text{Chu kỳ } T = 4(20 - 15) = 20 \text{ ms} = 0,02 \text{ (s)} \Rightarrow \omega = 2\pi f = 100\pi \text{ (rad/s)}$$

Biểu thức:  $u_{AN} = 200 \cos 100\pi t \text{ (V)}$

Vì  $u_{MB}$  sớm hơn  $u_{AN}$  là  $\frac{T}{12}$  tương đương với một véc pha là  $\pi/6$  nên:

$$u_{MB} = 100 \cos \left( 100\pi t + \frac{\pi}{6} \right) \text{ (V)}$$

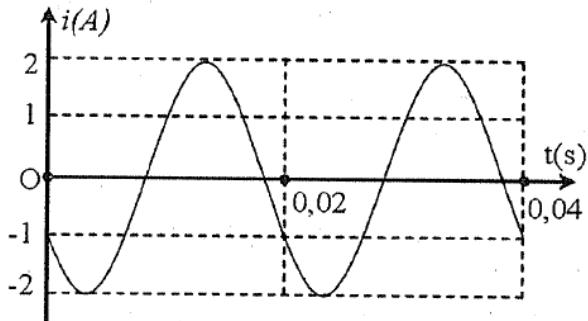
Ta nhận thấy:  $5u_X = 3u_{AN} + 2u_{MB} = 600 + 200 \angle \frac{\pi}{6} = 779,64485 \angle 0,1286$

$$\Rightarrow U_X = \frac{779,64485}{5\sqrt{2}} = 110,258 \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

## BÀI TẬP VẬN DỤNG

**Câu 1.** Đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc cường độ dao động theo thời gian của đoạn mạch xoay chiều chỉ có tụ điện với  $Z_C = 25 \Omega$  cho ở hình vẽ. Biểu thức hiệu điện thế hai đầu đoạn mạch là

- A.  $u = 50\sqrt{2} \cos(50\pi t + \pi/6) \text{ V.}$
- B.  $u = 50 \cos(50\pi t + \pi/6) \text{ V.}$
- C.  $u = 50 \cos(50\pi t - \pi/3) \text{ V.}$
- D.  $u = 50\sqrt{2} \cos(50\pi t - \pi/3) \text{ V.}$



**Câu 2.** Đoạn mạch AB gồm hai đoạn mạch AM và MB mắc nối tiếp. Đoạn mạch AM gồm điện trở thuận mắc nối tiếp với cuộn cảm thuận, đoạn mạch MB chỉ có một tụ điện. Đặt vào A, B điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng và tần số không đổi thì điện áp tức thời ở hai đầu đoạn mạch AM và MB lần lượt là:  $u_{AM} = U\sqrt{3} \cos \omega t \text{ (V)}$  và  $u_{MB} = U \cos(\omega t - 5\pi/6) \text{ (V)}$ . Hệ số công suất của mạch điện bằng

- A. 0,707.
- B. 0,5.
- C. 0,87.
- D. 0,25.

**Câu 3.** Cho đoạn mạch xoay chiều AB gồm hai đoạn mạch AN và NB mắc nối tiếp. Đặt vào hai đầu đoạn mạch AB một điện áp xoay chiều ổn định  $u_{AB} = 200\sqrt{2} \cos 100\pi t \text{ (V)}$ , khi đó điện áp tức thời giữa hai đầu đoạn mạch NB là  $u_{NB} = 400\sqrt{2} \sin(100\pi t + 5\pi/6) \text{ (V)}$ . Biểu thức điện áp tức thời giữa hai đầu đoạn mạch AN là

- A.  $u_{AN} = 150\sqrt{2} \sin(100\pi t + \pi/3) \text{ (V).}$
- B.  $u_{AN} = 200\sqrt{6} \cos(100\pi t - \pi/2) \text{ (V).}$

C.  $u_{AN} = 200\sqrt{6} \cos(100\pi t + \pi/2) (V)$ . D.  $u_{AN} = 582\sqrt{2} \cos(100\pi t - 0,35) (V)$ .

**Câu 4.** Đoạn mạch AB gồm hai đoạn mạch AM và MB mắc nối tiếp. Đoạn AM gồm điện trở thuận  $R = 100 \Omega$  mắc nối tiếp với cuộn cảm thuần  $L = 1/\pi H$ . Đoạn MB là tụ điện có điện dung  $C$ . Biểu thức điện áp trên đoạn mạch AM và MB lần lượt là:  $u_{AM} = 100\sqrt{2} \cos(100\pi t + \pi/4) V$  và  $u_{MB} = 200 \cos(100\pi t - \pi/2) V$ . Hệ số công suất của đoạn mạch AB gần nhất giá trị nào sau đây?

- A. 0,87. B. 0,50. C. 0,75. D. 0,71.

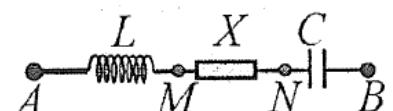
**Câu 5.** Đặt điện áp  $u = 75\sqrt{2} \cos\omega t V$  vào hai đầu đoạn mạch AB nối tiếp gồm tụ điện  $C_0 = 100/\pi \mu F$  và hộp đen X (X gồm 2 trong 3 phần tử R, L thuần cảm và C mắc nối tiếp). Khi  $\omega = 100\pi rad/s$  dòng điện trong mạch có biểu thức  $i = \cos(100\pi t + \pi/4) (A)$ . Để công suất của mạch có giá trị cực đại thì  $\omega$  bằng bao nhiêu?

- A.  $100\pi rad/s$ . B.  $300\pi rad/s$ . C.  $200\pi rad/s$ . D.  $100\sqrt{2}\pi rad/s$ .

**Câu 6.** Đặt vào hai đầu một hộp kín X (chỉ gồm các phần tử mắc nối tiếp) một điện áp xoay chiều  $u = 50 \cos(100\pi t + \pi/6) (V)$  thì cường độ dòng điện qua mạch  $i = 2 \cos(100\pi t + 2\pi/3) (A)$ . Nếu thay điện áp trên bằng điện áp khác có biểu thức  $u = 50\sqrt{2} \cos(200\pi t + 2\pi/3) (V)$  thì cường độ dòng điện  $i = \sqrt{2} \cos(200\pi t + \pi/6) (A)$ . Những thông tin trên cho biết X chứa:

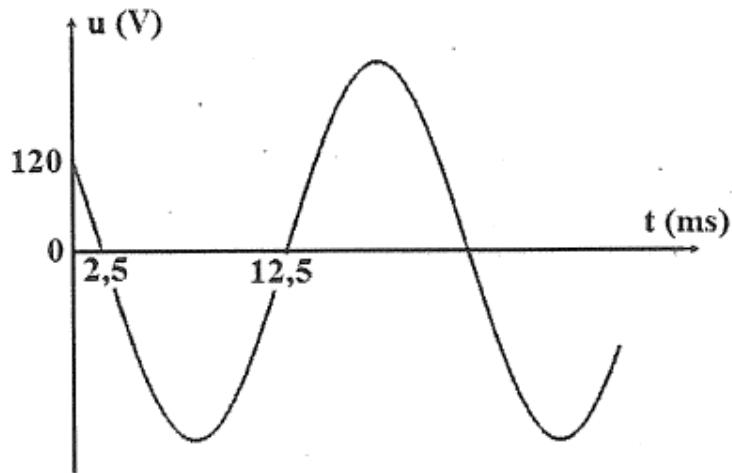
- A.  $R = 25(\Omega)$ ,  $L = 2,5/\pi(H)$ ,  $C = 10^{-4}/\pi(F)$ .  
 B.  $L = 5/12\pi(H)$ ,  $C = 1,5 \cdot 10^{-4}/\pi(F)$ .  
 C.  $L = 1,5/\pi(H)$ ,  $C = 1,5 \cdot 10^{-4}/\pi(F)$ .  
 D.  $R = 25(\Omega)$ ,  $L = 5/12\pi(H)$ .

**Câu 7.** Đoạn mạch nối tiếp gồm cuộn cảm thuần, đoạn mạch X và tụ điện (hình vẽ). Khi đặt vào hai đầu A, B điện áp  $u_{AB} = U_0 \cos(\omega t + \varphi) (V)$  ( $U_0, \omega, \varphi$  không đổi) thì  $LC\omega^2 = 3$ ,  $U_{AN} = 25\sqrt{2} (V)$  và  $U_{MB} = 50\sqrt{2} (V)$ , đồng thời  $u_{AN}$  sớm pha  $\pi/3$  so với  $u_{MB}$ . Điện áp hiệu dụng trên đoạn MN là:



- A.  $12,5\sqrt{7} V$ . B.  $12,5\sqrt{14} V$ . C.  $25\sqrt{7} V$ . D.  $6,25\sqrt{86} V$ .

**Câu 8.** Đồ thị phụ thuộc thời gian của điện áp xoay chiều cho trên hình vẽ. Đặt điện áp này vào hai đầu đoạn mạch gồm một cuộn dây thuần cảm L, một điện trở R và một tụ điện có điện dung  $C = 1/(2\pi)(mF)$  mắc nối tiếp.



Biết hiệu điện thế hiệu dung trên cuộn dây L và trên tụ C bằng nhau và bằng một nửa trên điện trở R. Cuồng suất tiêu thụ trên đoạn mạch đó là

- A. 720 W.      B. 180 W.      C. 360 W.      D. 560 W.

**Câu 9.** Cho đoạn mạch gồm hai phần tử X, Y mắc nối tiếp. Trong đó X, Y có thể là R, L (thuần cảm) hoặc C. Cho biết hiệu điện thế giữa hai đầu đoạn mạch và dòng điện trong mạch lần lượt là  $u = 200\sqrt{2} \cos 100\pi t (V)$  và  $i = 2\sqrt{2} \cos(100\pi t - \pi/6) (A)$ . Cho biết X, Y là những phần tử nào và tính giá trị của các phần tử đó?

- A.  $R = 50 \Omega$  và  $L = 1/\pi H$ .      B.  $R = 50 \Omega$  và  $C = 100/\pi \mu F$ .  
 C.  $R = 50\sqrt{3} \Omega$  và  $L = 1/2\pi H$ .      D.  $R = 50\sqrt{3} \Omega$  và  $L = 1/\pi H$ .

### HƯỚNG DẪN GIẢI

**Câu 1.**

Chu kỳ  $T = 0,04 - 0,02 = 0,02$  s, nên  $\omega = 2\pi / T = 100\pi (rad/s)$ . Biên độ dòng điện  $I_0 = 2 A$ , nên biên độ điện áp  $U_0 = I_0 Z_C = 50 V$ . Lúc  $t = 0$ ,  $i = -I_0/2$  và đang đi theo chiều âm nên:  $i = 2\cos(100\pi t + 2\pi/3) (A)$ . Vì  $u$  trễ hơn  $i$  là  $\pi/2$  nên  $u = 50\cos(100\pi t + 2\pi/3 - \pi/2) (A) \Rightarrow$  Chọn B.

Câu 2.

Vì  $u_{MB}$  trễ pha hơn  $i$  là  $\pi/2$  nên  $i = I_0 \cos(\omega t - \pi/3) (A)$ .

Biểu thức điện áp:  $u_{AB} = u_{AM} + u_{MB} = U\sqrt{3} + U\angle -5\pi/6 = U\angle -\pi/6$

$u_{AB} = U\cos(\omega t - \pi/6) (V) \Rightarrow u_{AB}$  sớm pha hơn  $i$  là  $\pi/6 \Rightarrow \cos\varphi = 0,87 \Rightarrow$  Chọn C.

Câu 3.

Biến đổi:  $u_{NB} = 400\sqrt{2} \sin(100\pi t + \pi/3 + \pi/2) = 400\sqrt{2} \cos(100\pi t + \pi/3) (V)$

$$\Rightarrow U_{AN} = U_{AB} - U_{NB} = 200\sqrt{2} - 400\sqrt{2}\angle \frac{\pi}{3} = 200\sqrt{6}\angle \frac{-\pi}{2} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

Câu 4.

$$Z_L = \omega L = 100 \Omega$$

$$\text{Tổng trở phức của mạch AN : } \bar{Z}_{AB} = \frac{U_{AB}}{i} = \frac{U_{AM} + U_{MB}}{\frac{U_{AM}}{\bar{Z}_{AM}}} = \left(1 + \frac{U_{MB}}{U_{AM}}\right) \bar{Z}_{AM}$$

$$= \left(1 + \frac{200\angle \frac{-\pi}{2}}{100\sqrt{2}\angle \frac{\pi}{4}}\right) \times (100 + 100i) \Rightarrow \cos \varphi = \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0,71$$

Câu 5.

$$\text{Tính } Z_{C0} = \frac{1}{\omega C_0} = 100 \Omega$$

\*Khi  $\omega = 100\pi \text{ rad/s}$ , tổng trở phức của mạch AB:

$$\bar{Z}_{AB} = \frac{U_{AB}}{i} = \frac{75}{i\angle \frac{\pi}{4}} = 75 - 75i \Rightarrow \begin{cases} R = 75\Omega \\ Z_L - Z_{C0} = -75\Omega \Rightarrow Z_L = 25\Omega \end{cases}$$

$\Rightarrow$  Hộp X chứa R = 75 Ω và L = 25/(100π) = 0,25/π H.

\*Công suất của mạch có giá trị cực đại khi mạch cộng hưởng:

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC_0}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{0,25}{\pi} \frac{100 \cdot 10^{-6}}{\pi}}} = 200\pi (\text{rad/s}) \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

Câu 6.

Tổng trở phức trong hai trường hợp lần lượt là:

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{Z}_1 = \frac{50\angle \frac{\pi}{6}}{2\angle \frac{2\pi}{3}} = 0 - 25i \Rightarrow Z_{L1} - Z_{C1} = -25\Omega \\ \bar{Z}_2 = \frac{50\sqrt{2}\angle \frac{2\pi}{3}}{\sqrt{2}\angle \frac{\pi}{6}} = 0 + 50i \Rightarrow Z_{L2} - Z_{C2} = 50\Omega \end{array} \right. \Rightarrow X \text{ chứa L,C.}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 100\pi L - \frac{1}{100\pi C} = -25\Omega \\ 200\pi L - \frac{1}{200\pi C} = 50\Omega \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} L = \frac{5}{12\pi} (H) \\ C = \frac{1,5 \cdot 10^{-4}}{\pi} (F) \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

Câu 7.

$$\text{Từ } LC\omega^2 = 3 \text{ suy ra } Z_L = 3Z_C \Rightarrow u_L + 3u_C = 0$$

$$\text{Cộng số phức: } u_{AN} + 3u_{MB} = u_L + u_X + 3u_X + 3u_C = 4u_X$$

$$u_X = \frac{1}{4}(u_{AN} + 3u_{MB}) = \frac{1}{4}\left(50\angle\frac{\pi}{3} + 300\right) \xrightarrow{\text{shift 23=}} 12,5\sqrt{43}\angle 0,13$$

$$\Rightarrow U_X = 6,25\sqrt{86} \text{ V} \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

Câu 8.

$$\text{Từ đồ thị ta nhận thấy: } T/2 = 12,5 \text{ ms} - 2,5 \text{ ms} \Rightarrow T = 20 \text{ ms} = 0,02 \text{ s}$$

$$\Rightarrow \omega = 2\pi / T = 100\pi \text{ rad/s}$$

Thời gian ngắn nhất đi từ  $u = 120 \text{ V}$  về  $u = 0$  là  $t = 2,5 \text{ ms} = T/8$

$$u = 120 \text{ V} = U_0 / \sqrt{2} \Rightarrow U_0 = 120\sqrt{2} \text{ V} \Rightarrow U = U_0 / \sqrt{2} = 120 \text{ V.}$$

$$\text{Vì } U_L = U_C = 0,5U_R \text{ nên } R = 2Z_L = 2Z_C = 2 \cdot 1 / (\omega C) = 40\Omega.$$

$$\text{Lúc này, mạch cộng hưởng nên công suất tỏa nhiệt: } P = \frac{U^2}{R} = \frac{120^2}{40} = 360(\text{W})$$

$\Rightarrow$  Chọn C.

Câu 9.

\*Tổng trở phức của mạch :

$$\bar{Z} = \frac{u}{i} = \frac{200\sqrt{2}}{2\sqrt{2}\angle -\frac{\pi}{6}} = 50\sqrt{3} + 50i \Rightarrow \begin{cases} R = 50\sqrt{3}(\Omega) \\ Z_L - Z_C = 50(\Omega) \Rightarrow Z_L = 50(\Omega) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{Hộp X, Y chúa } R = 50\sqrt{3} \Omega \text{ và } L = 50/(100\pi) = 1/2\pi \text{ H} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

## CHỦ ĐỀ 12. PHƯƠNG PHÁP GIẢN ĐỒ VÉC TƠ

Đa số học sinh thường dùng phương pháp đại số các bài toán điện còn phương pháp giản đồ véc tơ thì học sinh rất ngại dùng. Điều đó là rất đáng tiếc vì phương pháp giản đồ véc tơ dùng giải các bài toán rất hay và ngắn gọn đặc biệt là các bài toán liên quan đến điện áp hiệu dụng, liên quan đến nhiều độ lệch pha. Có nhiều bài toán khi giải bằng phương pháp đại số rất dài dòng và phức tạp còn khi giải bằng phương pháp giản đồ véc tơ thì tỏ ra rất hiệu quả.

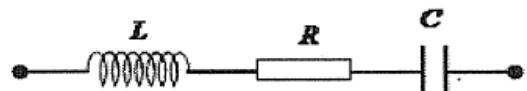
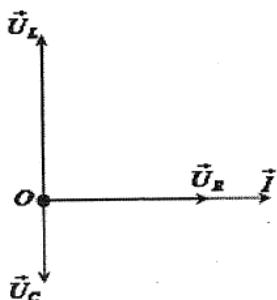
Trong các tài liệu hiện có, các tác giả hay đề cập đến hai phương pháp, phương pháp véc tơ buộc (véc tơ chung gốc) và phương pháp véc tơ trượt (véc tơ nối đuôi). Hai phương pháp đó là kết quả của việc vận dụng hai quy tắc cộng véc tơ trong hình học : quy tắc hình bình hành và quy tắc tam giác.

Trong tài liệu này, sẽ cập nhật thêm phương pháp giản đồ véc tơ kép lấy trực I là chuẩn và lấy trực U làm chuẩn.

Theo chúng tôi, một trong những vấn đề trọng tâm của việc giải bài toán bằng giản đồ véc tơ là công các véc tơ.

### Vấn đề 1 : Phương pháp véc tơ buộc (véc tơ chung gốc)

*Vẽ giản đồ véc tơ theo phương pháp véc tơ buộc gồm các bước như sau :*



\***Chọn ngang là trực dòng điện, điểm O làm gốc.**

\***Vẽ lần lượt các véc tơ biểu diễn các điện áp, cùng chung gốc O theo nguyên tắc:**

+ L – lên.

+ C – xuồng.

+ R – ngang.

**Độ dài các véc tơ tỉ lệ với các giá trị hiệu dụng tương ứng.**

\***Chỉ tổng hợp các véc tơ điện áp có liên quan đến dữ kiện của bài toán.**

\***Biểu diễn các số liệu lên giản đồ.**

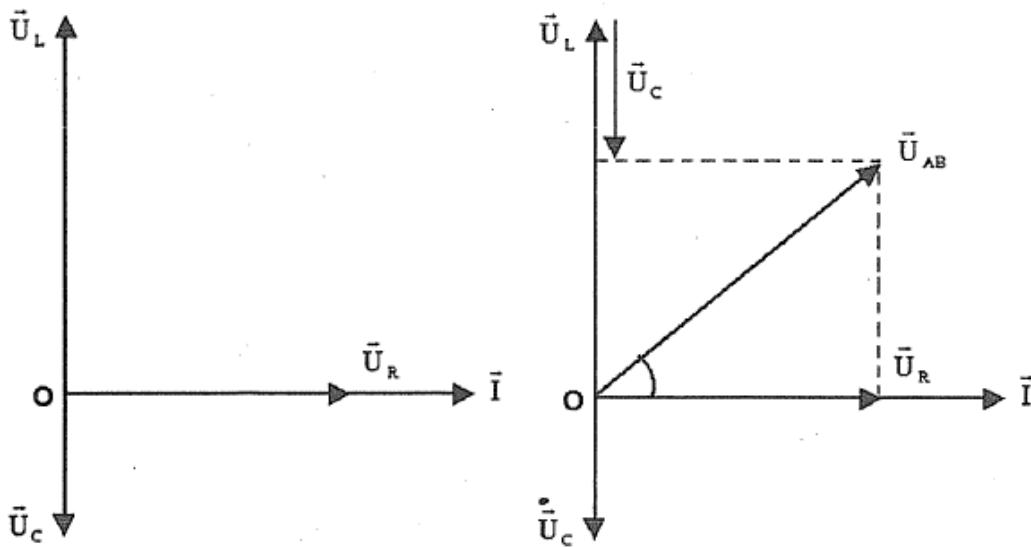
\***Dựa vào các hệ thức lượng trong tam giác để tìm các điện áp hoặc góc chưa biết**

Một số điểm cần lưu ý:

\*Các điện áp trên các phàn tử được biểu diễn bởi các véc tơ mà chiều dài tỉ lệ với điện áp hiệu dụng của nó.

\*Độ lệch pha giữa các điện áp là góc hợp bởi giữa các véc tơ tương ứng biểu diễn chúng. Độ lệch pha giữa điện áp và cường độ dòng điện là góc hợp bởi véc tơ biểu diễn nó với trục I. Véc tơ “nằm trên” (hướng lên trên) sẽ nhanh pha hơn véc tơ “nằm dưới” (hướng xuống dưới).

\*Việc giải các bài toán là nhằm xác định độ lớn các cạnh và các góc của các tam giác hoặc tứ giác, nhờ các hệ thức lượng trong tam giác vuông, các hệ thức lượng giác, các định lí hàm số sin, hàm số cos và các công thức toán học.

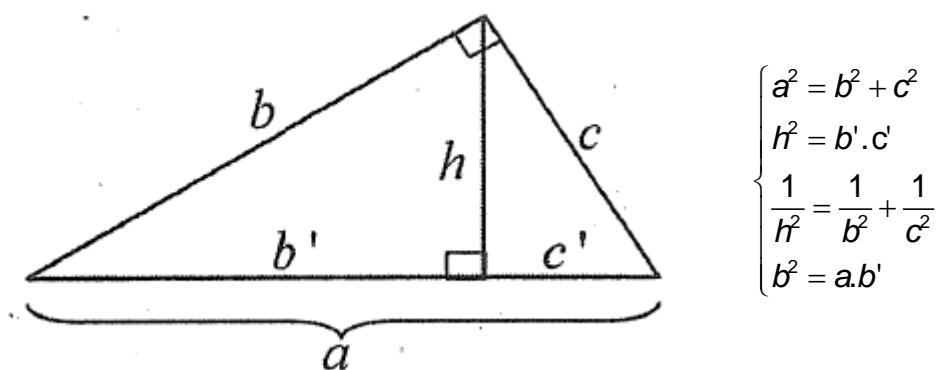


\*Trong toán học một tam giác sẽ giải được nếu biết trước 3 (hai cạnh một góc hoặc hai góc một cạnh hoặc 3 cạnh) trong số 6 yếu (ba góc trong ba cạnh).

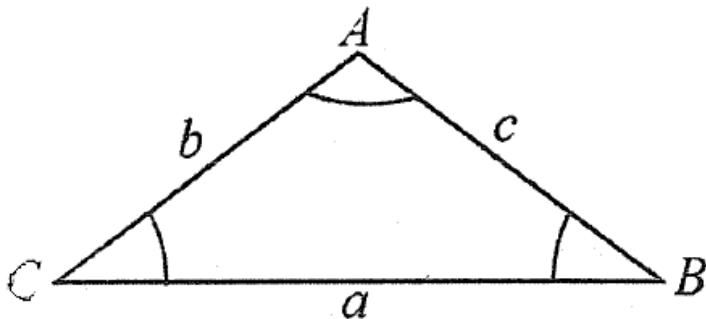
Tìm trên giàn đồ véc tơ tam giác biết trước ba yếu tố (hai cạnh một góc, hai góc một cạnh), sau đó giải tam giác đó để tìm các yếu tố chưa biết, cứ tiếp tục như vậy cho các tam giác còn lại.

Độ dài cạnh của tam giác trên giàn đồ biểu thị điện áp hiệu dụng, độ lớn góc biểu thị độ lệch pha.

Một số hệ thức lượng trong tam giác vuông:

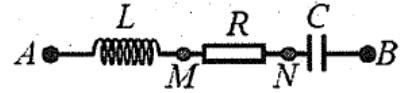


Một số hệ thức lượng trong tam giác thường:



$$\begin{cases} a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A \\ \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \end{cases}$$

Phương pháp véc tơ buộc chỉ hiệu quả với các bài toán có R nằm giữa đồng thời liên qua đến điện áp bất chéo  $\vec{U}_{AN}, \vec{U}_{MB}$ .



**Ví dụ 1:** Trên đoạn mạch xoay chiều không phân nhánh có bốn điểm theo đúng thứ tự A, M, N và B. Giữa hai điểm A và M chỉ có cuộn cảm thuận, giữa hai điểm M và N chỉ có điện trở thuận, giữa hai điểm N và B chỉ có tụ điện. Điện áp hiệu dụng hai điểm A và N là 400 (V) và điện áp hiệu dụng hai điểm M và B là 300 (V). Điện áp tức thời trên đoạn AN và trên đoạn MB lệch pha nhau  $90^\circ$ . Nếu công suất tiêu thụ của mạch là 120 W thì R bằng

- A. 40  $\Omega$ .      B. 100  $\Omega$ .      C. 50  $\Omega$ .      D. 20  $\Omega$ .

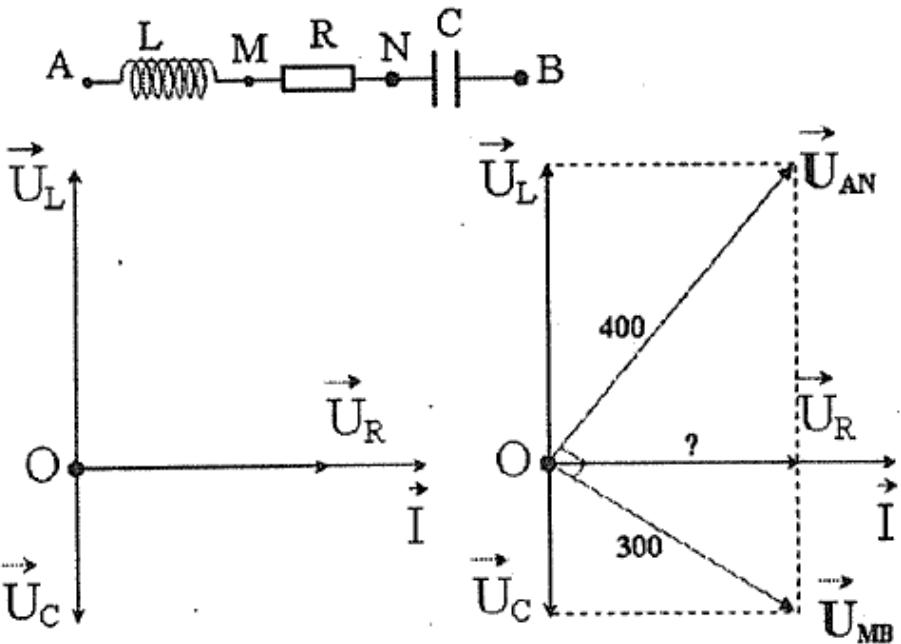
### Hướng dẫn

Vì mạch điện có R nằm giữa đồng thời liên qua đến điện áp bất chéo ( $\vec{U}_{AN} \perp \vec{U}_{MB}$ ) nên ta dùng phương pháp véc tơ buộc (chung góc) để tổng hợp các véc tơ điện áp đó:

$$\vec{U}_{AN} = \vec{U}_R + \vec{U}_L, \quad \vec{U}_{MB} = \vec{U}_R + \vec{U}_C.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Hệ thức lượng: } \frac{1}{h^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \Rightarrow h = \frac{bc}{\sqrt{b^2 + c^2}} \\ U_R = h = \frac{bc}{\sqrt{b^2 + c^2}} = \frac{300 \cdot 400}{\sqrt{300^2 + 400^2}} = 240 (\text{V}) \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow P = I^2 R = \frac{U_R^2}{R} \Rightarrow R = \frac{U_R^2}{P} = \frac{240^2}{576} = 100 (\Omega)$$



*Chú ý: Khi sử dụng giản đồ véc tơ ta định được điện áp hiệu dụng và độ lệch pha. Từ đó có*

*thể tính được dòng điện, công suất:* 
$$\begin{cases} I = \frac{U_R}{R} = \frac{U_L}{Z_L} = \frac{U_C}{Z_C} \\ P = I^2 R \end{cases}$$

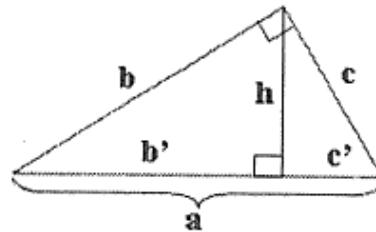
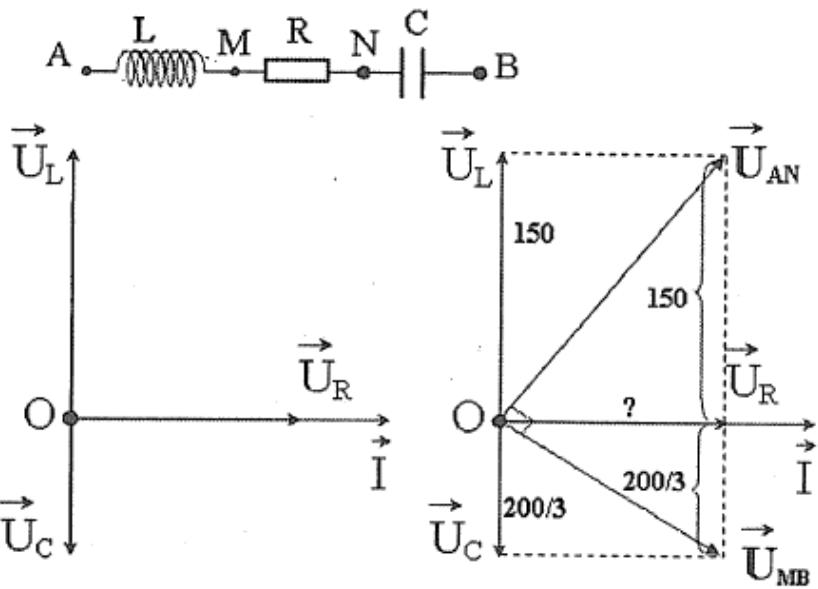
**Ví dụ 2:** Trên đoạn mạch xoay chiều không phân nhánh có bốn điểm theo đúng thứ tự A, M, N và B. Giữa hai điểm A và M chỉ có cuộn cảm thuận, giữa hai điểm M và N chỉ có điện trở thuận  $R = 50 \Omega$ , giữa 2 điểm N và B chỉ có tụ điện. Điện áp hiệu dụng hai điểm A và M là 150 (V) và điện áp hiệu dụng hai điểm N và B là  $200/3$  (V). Điện áp tức thời trên đoạn AN và trên đoạn MB lệch pha nhau  $90^\circ$ . Công suất mạch tiêu thụ là

- A. 200 (W).      B. 120 (W).      C. 100 (W).      D. 180 (W).

### Hướng dẫn

Vì liên quan đến  $\vec{U}_{AN} \perp \vec{U}_{MB}$  nên ta tổng hợp theo quy tắc hình bình hành các véc tơ điện áp đó:  $\vec{U}_{AN} = \vec{U}_R + \vec{U}_L$ ,  $\vec{U}_{MB} = \vec{U}_R + \vec{U}_C$ .

$$\begin{cases} \text{Hệ thức lượng: } h^2 = b' \cdot c' \\ U_R = \sqrt{\frac{200}{3} \cdot 150} = 100 (\text{V}) \end{cases} \Rightarrow P = I^2 R = \frac{U_R^2}{R} = \frac{100^2}{50} = 200 (\text{W})$$



$$\begin{cases} a^2 = b^2 + c^2 \\ h^2 = b' \cdot c' \\ \frac{1}{h^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \\ b^2 = ab' \end{cases}$$

**Chú ý:** Nếu cho biết  $R^2 = L/C$  thì suy ra:  $R^2 = \omega L \cdot \frac{1}{\omega C} = Z_L \cdot Z_C \Leftrightarrow \frac{Z_L}{R} \cdot \frac{-Z_C}{R} = -1$

$$\Leftrightarrow \tan \varphi_R \tan \varphi_{RC} = -1 \Leftrightarrow \vec{U}_{RL} = \vec{U}_{RC}$$

**Ví dụ 3:** Mạch điện xoay chiều nối tiếp AB theo đúng thứ tự gồm cảm thuần L, điện trở thuần R và tụ điện C. Cho biết điện áp hiệu dụng  $U_{RC} = 0,75U_{RL}$  và  $R^2 = L/C$ . Tính hệ số công suất của đoạn mạch AB.

- A. 0,8.      B. 0,864.      C. 0,5.      D. 0,867.

### Hướng dẫn

**Cách 1:**

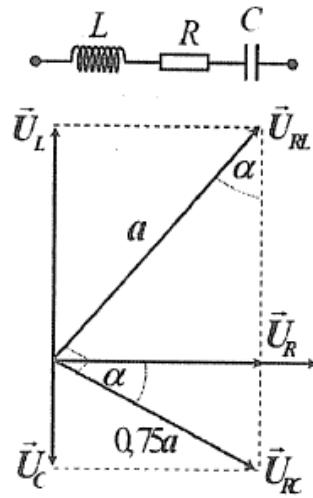
$$R^2 = \frac{L}{C} = Z_L Z_C \Rightarrow U_R^2 = U_L U_C \Rightarrow \Delta \text{ vuông tại } O$$

$$\Rightarrow \tan \alpha = 0,75 \Rightarrow \begin{cases} \cos \alpha = 0,8 \\ \sin \alpha = 0,6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} U_R = 0,75a \cos \alpha = 0,6a \\ U_C = 0,75a \sin \alpha = 0,45a \Rightarrow \cos \varphi = \frac{R}{Z} \\ U_L = a \cos \alpha = 0,8a \end{cases}$$

$$\cos \varphi = \frac{U_R}{\sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2}} \approx 0,864 \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Cách 2:** Phương pháp chuẩn hóa số liệu.



Từ  $R^2 = \frac{L}{C} = Z_L Z_C$  chuẩn hóa số liệu  $R = 1$ ,  $Z_C = x$  và  $Z_L = 1/x$ .

Từ  $U_{RC} = 0,75 U_R$  suy ra:

$$\sqrt{R^2 + Z_C^2} = 0,75 \sqrt{R^2 + Z_L^2} \Rightarrow \sqrt{1^2 + x^2} = 0,75 \sqrt{1^2 + \frac{1}{x^2}} \Rightarrow x = 0,75$$

$$\cos \varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1^2 + \left(\frac{1}{0,75} - 0,75\right)^2}} \approx 0,864 \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Ví dụ 4:** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U_0 \cos(100\pi t + \varphi)$  (f thay đổi được) vào đoạn mạch AB nối tiếp theo thứ tự gồm đoạn AM chứ cuộn cảm thuần L, đoạn MN chứa điện trở thuần R và đoạn NB chứa tụ điện C. Nếu  $u_{AN} = 100\sqrt{2} \cos 100\pi t$  (V) và  $u_{MB} = 100\sqrt{6} \cos(100\pi t - \pi/2)$  (V) thì  $U_0$  là

- A.  $50\sqrt{14}$  V.      B.  $50\sqrt{7}$  V.      C.  $75\sqrt{7}$  V.      D.  $100\sqrt{7}$  V.

### Hướng dẫn

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông:

$$\begin{cases} U_{0R} = 100\sqrt{2} \sin 60^\circ = 50\sqrt{6} \text{ (V)} \\ U_{0L} = 100\sqrt{2} \cos 60^\circ = 50\sqrt{2} \text{ (V)} \\ U_{0C} = 100\sqrt{6} \cos 30^\circ = 150\sqrt{2} \text{ (V)} \end{cases}$$

$$U_0 = \sqrt{U_{0R}^2 + (U_{0L} - U_{0C})^2} = 50\sqrt{14} \text{ (V)}$$

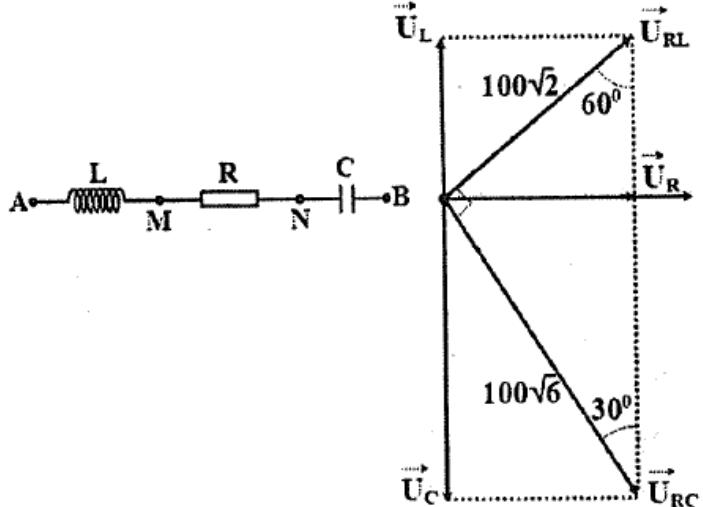
$\Rightarrow$  Chọn A.

**Chú ý:** Nếu dùng phương pháp véc tơ buộc thì không nên vẽ véc tơ tổng! Chỉ nên vẽ các điện áp bắt chéo để tính các điện áp thành phần  $U_R, U_L, U_C$  rồi áp dụng hệ thức:

$$U^2 = U_R^2 + (U_L - U_C)^2; \tan \varphi = \frac{U_L - U_C}{U_R}; \cos \varphi = \frac{U_R}{U}.$$

**Ví dụ 5:** Trên đoạn mạch xoay chiều không phân nhánh có bốn điểm theo đúng thứ tự A, B, C và D. Giữa hai điểm A và B chỉ có tụ điện, giữa hai điểm B và C chỉ có điện trở thuần, giữa hai điểm C và D chỉ có cuộn cảm thuần. Điện áp hiệu dụng hai điểm A và D là  $100\sqrt{3}$  (V) và cường độ hiệu dụng chạy qua mạch là 1 (A). Điện áp tức thời trên đoạn AC và trên đoạn BD lệch pha nhau  $60^\circ$  nhưng giá trị hiệu dụng thì bằng nhau. Chọn phương án đúng.

- A.  $Z_L = 40\Omega$ .      B.  $Z_C = 100\Omega$ .      C.  $R = 50\sqrt{3}\Omega$ .      D.  $Z_C = 20\Omega$ .



### Hướng dẫn

Tam giác cân có một góc  $60^\circ$  là tam giác đều nê:  $U_L = U_C = \frac{U_R}{\sqrt{3}}$

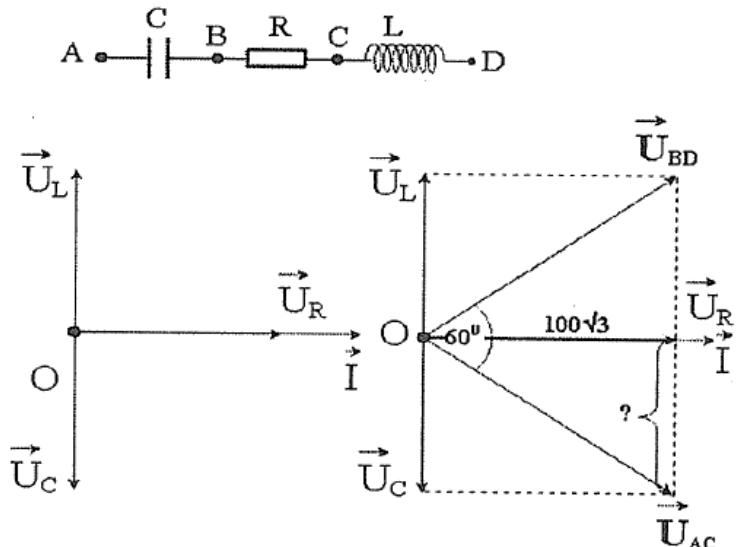
Từ đó suy ra mạch cộng hưởng:

$$U = U = 100\sqrt{3}(\text{V}) \Rightarrow R = 100\sqrt{3}(\Omega)$$

Dựa vào giản đồ véc tơ tính được:

$$U_C = \frac{U_R}{\sqrt{3}} = 100(\text{V})$$

$$\Rightarrow Z_C = \frac{U_C}{I} = 100(\Omega) = Z_L \Rightarrow \text{Chọn B.}$$



**Ví dụ 6:** Đặt điện áp xoay chiều vào hai đầu đoạn mạch AB nối tiếp theo thứ tự gồm cuộn cảm thuần L, điện trở thuần R = 25  $\Omega$  và tụ điện C thì biểu thức điện áp trên các đoạn như sau:

$$u_R = 150\cos(100\pi t + \pi/3)(\text{V}) \text{ và } u_{RC} = 50\sqrt{6}\cos(100\pi t - \pi/12)(\text{V}). \text{ Tính I.}$$

- A.  $3\sqrt{2} \text{ A}$       B.  $1,5\sqrt{2} \text{ A}$       C. 3 A.      D. 1 A.

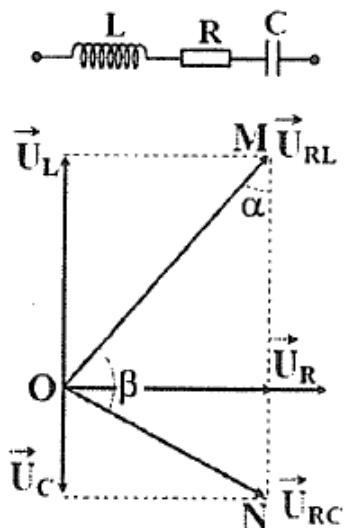
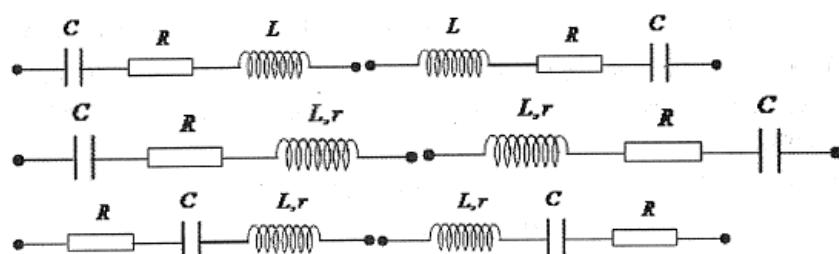
### Hướng dẫn

Vẽ giản đồ véc tơ chung gốc. Áp dụng định lý hàm số cos và sin cho tam giác OMN:

$$\begin{cases} MN = \sqrt{(75\sqrt{2})^2 + (50\sqrt{3})^2 - 2.75\sqrt{2}.50\sqrt{3}\cos\frac{5\pi}{12}} \approx 118,3(\text{V}) \\ \frac{MN}{\sin\frac{5\pi}{12}} = \frac{ON}{\sin\alpha} \Rightarrow \sin\alpha = \frac{50\sqrt{3}}{118,3} \sin\frac{5\pi}{12} \approx 0,7071 \end{cases}$$

$$U_R = OM \sin\alpha = 75(\text{V}) \Rightarrow I = \frac{U_R}{R} = 3(\text{A}) \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

*Kinh nghiệm: Phương pháp véc tơ buộc khá hiệu quả với bài toán có R ở giữa đồng thời liên quan đến điện áp bắc chéo. Phương pháp này thường liên quan đến các đoạn mạch sau:*



**Ví dụ 7:** Trên đoạn mạch xoay chiều không phân nhánh có bốn điểm theo đúng thứ tự A, M, N và B. Giữa hai điểm A và M chỉ có cuộn dây, giữa hai điểm M và N chỉ có điện trở thuần, giữa 2 điểm N và B chỉ có tụ điện. Điện áp hiệu dụng hai điểm A và N là 60 (V) và điện áp hiệu dụng hai điểm M và N là  $40\sqrt{3}$  (V). Điện áp tức thời trên đoạn AN và trên đoạn MB lệch pha nhau  $90^\circ$ , điện áp tức thời trên đoạn MB và trên đoạn NB lệch pha nhau  $30^\circ$  và cường độ hiệu dung trong mạch là  $\sqrt{3}$  (A). Chọn phương án đúng/

- A.  $Z_C = 40 \Omega$ .      B.  $r = 10 \Omega$ .      C.  $R = 50 \Omega$ .      D.  $Z_L = 20 \Omega$ .

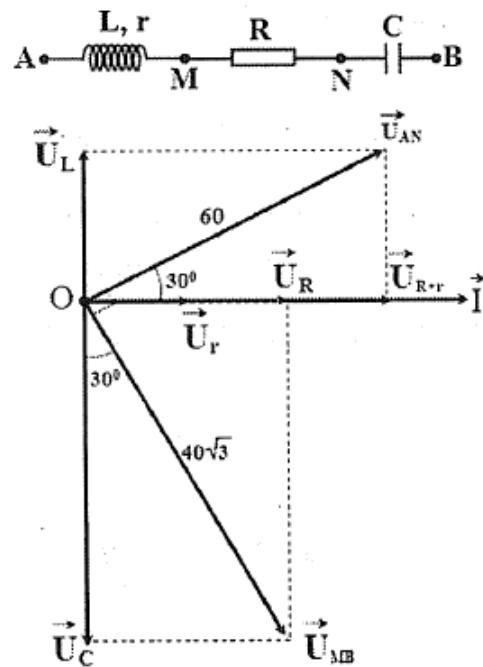
### Hướng dẫn

$$\Delta OU_R U_{MB} : \begin{cases} U_R = 40\sqrt{3} \sin 30^\circ = 20\sqrt{3} (V) \\ U_C = 40\sqrt{3} \cos 30^\circ = 60 (V) \end{cases}$$

$$\Delta OU_{R+r} U_{AN} : \begin{cases} U_{R+r} = 60 \sin 60^\circ = 30\sqrt{3} (V) \\ U_L = 60 \cos 60^\circ = 30 (V) \end{cases}$$

$$U_r = 10\sqrt{3} (V)$$

$$\begin{aligned} Z_C &= \frac{U_C}{I} = 20\sqrt{3} (\Omega) \\ \Rightarrow Z_L &= \frac{U_L}{I} = 10\sqrt{3} (\Omega) \\ r &= \frac{U_r}{I} = 10 (\Omega) \end{aligned}$$



Bình luận: Bài toán sẽ khó hơn nếu ta cho hiệu  $U_L - U_C$ .

**Ví dụ 8:** Trên đoạn mạch xoay chiều không phân nhánh có bốn điểm theo đúng thứ tự A, M, N và B. Giữa hai điểm A và M chỉ có tụ C, giữa hai điểm M và N chỉ có điện trở thuần, giữa hai điểm N và B gồm cuộn cảm thuần L nối tiếp với điện trở R<sub>0</sub>. Điện áp hiệu dụng hai điểm A và N là  $100\sqrt{2}$  (V) và điện áp hiệu dụng hai điểm M và B là 100 (V). Điện áp tức thời trên đoạn AN và trên đoạn MB lệch pha nhau  $81,12^\circ$ . Tính điện áp hiệu dụng trên tụ biết nó lớn hơn điện áp hiệu dụng trên L là 27 V.

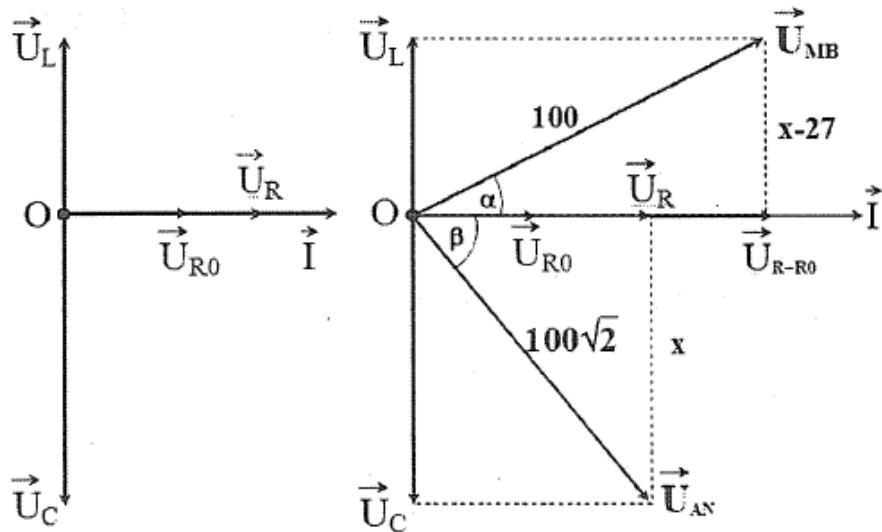
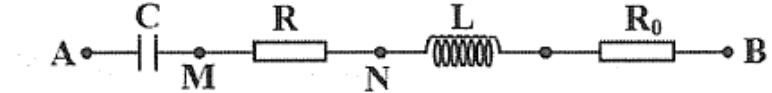
- A. 40 V.      B. 60 V.      C. 27 V.      D. 92 V.

### Hướng dẫn

Vẽ mạch điện và vẽ giản đồ véc tơ

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha = \arcsin \frac{x-27}{100} \\ \beta = \arcsin \frac{x}{100\sqrt{2}} \end{array} \right. \xrightarrow{\alpha + \beta = 81,12^\circ} \arcsin \frac{x-27}{100} + \arcsin \frac{x}{100\sqrt{2}} = 81,12^\circ$$

$\Rightarrow x = 92(V)$



**Chú ý:** Nếu cho biết  $R = nr$  thì  $U_{R+r} = (n+1)U_r$

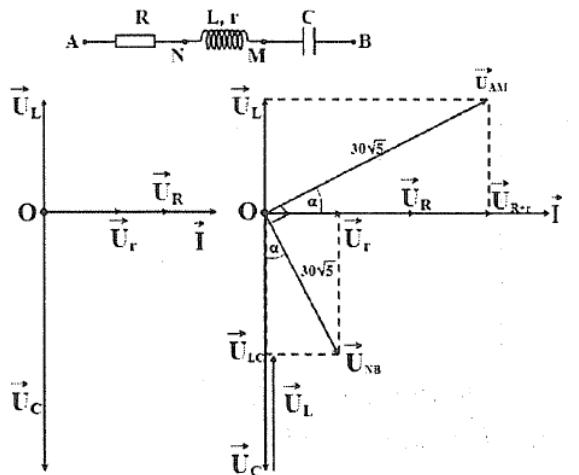
**Ví dụ 9:** Trên đoạn mạch xoay chiều không phân nhánh có bốn điểm theo đúng thứ tự A, M, N và B. Giữa hai điểm A và N chỉ có điện trở thuần R, giữa hai điểm N và M chỉ có cuộn dây (có điện trở thuần  $r = R$ ), giữa 2 điểm M và B chỉ có tụ điện. Đặt vào hai đầu đoạn mạch một điện áp  $U = 50$  Hz thì điện áp hiệu dụng trên đoạn AM bằng trên đoạn NB và bằng  $30\sqrt{5}$  (V). Điện áp tức thời trên đoạn AM vuông pha với điện áp trên đoạn NB. Giá trị U bằng



## *Hướng dẫn*

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta OU_r U_{NB} : \sin \alpha = \frac{U_r}{30\sqrt{5}} \\ \Delta OU_{R+r} U_{AM} : \cos \alpha = \frac{U_{R+r}}{30\sqrt{5}} = \frac{2U_r}{30\sqrt{5}} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = \arctan \frac{1}{2}$$



$$\begin{cases} U_{R+r} = 30\sqrt{5} \cdot \cos\alpha = 60 \\ U_{LC} = 30\sqrt{4} \cdot \cos\alpha = 60 \end{cases}$$

$$\Rightarrow U = \sqrt{U_{R+r}^2 + U_{LC}^2} = 60\sqrt{2} (V)$$

$\Rightarrow$  Chọn C.

**Chú ý:** Mất xích quan trọng trong bài toán trên là xác định góc  $\alpha$ . Bài toán sẽ khó hơn nếu cho  $U$ , yêu cầu tìm  $U_{AN}$  hoặc  $U_{MB}$ .

**Ví dụ 10:** Trên đoạn mạch xoay chiều không phân nhánh có bốn điểm theo đúng thứ tự A, M, N và B. Giữa hai điểm A và M chỉ có điện trở thuận R, giữa hai điểm M và N chỉ có cuộn dây (có điện trở thuận  $r = R/4$ ), giữa 2 điểm N và B chỉ có tụ điện. Đặt vào hai đầu đoạn mạch một điện áp  $100\sqrt{2} - 50Hz$  thì điện áp hiệu dụng trên đoạn AN bằng 150 V. Điện áp tức thời trên đoạn AN vuông pha với điện áp trên đoạn MB. Điện áp hiệu dụng trên MB bằng

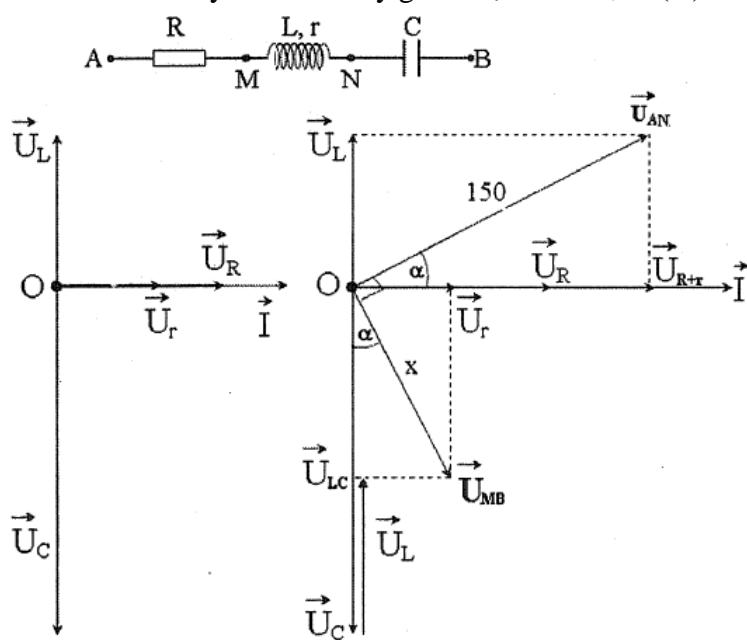
- A. 30 V.      B. 90 V.      C. 56,33 V.      D. 36,23 V.

### Hướng dẫn

$$\begin{cases} \Delta O U_r U_{MB} : \sin\alpha = \frac{U_r}{x} \\ \Delta O U_{R+r} U_{AN} : \cos\alpha = \frac{U_{R+r}}{150} = \frac{5U_r}{150} \end{cases} \Rightarrow \tan\alpha = \frac{30}{x} \Rightarrow \alpha = \arctan \frac{30}{x}$$

$$U^2 = U_{R+r}^2 + U_{LC}^2 \xrightarrow{\frac{U_{R+r}=150\cos\alpha}{U_{LC}=x\cos\alpha}} 2 \cdot 100^2 = (150^2 + x^2) \cos^2 \left( \arctan \frac{30}{x} \right)$$

Dùng chức năng SOLVE của máy tính cầm tay giải được  $x = 56,33$  (V)  $\Rightarrow$  Chọn C.

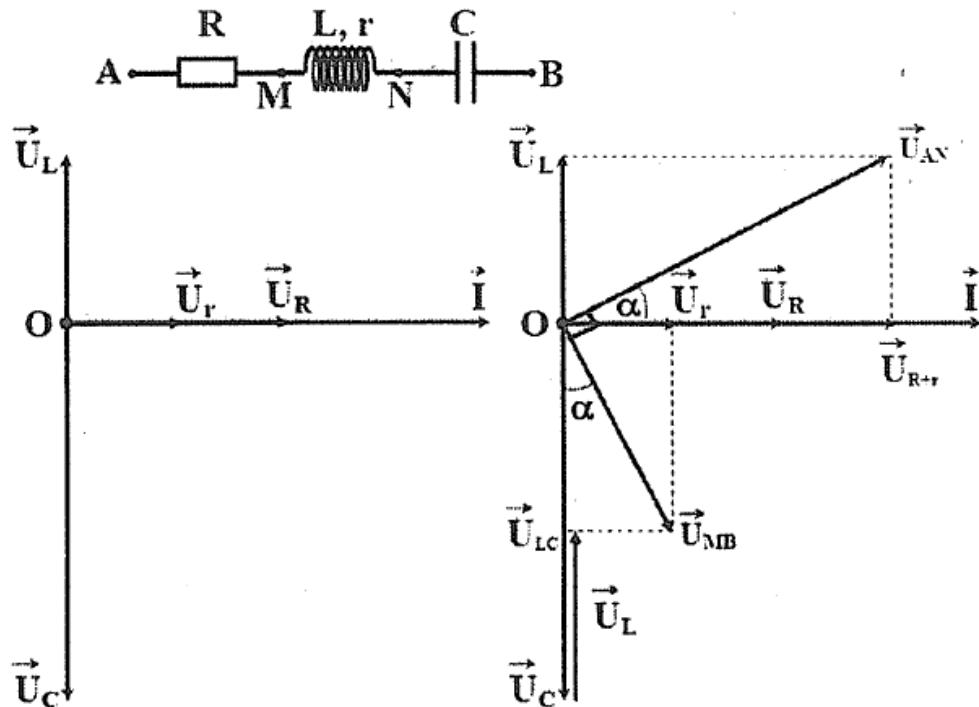


**Bình luận:** Trong cách giải trên mức đích chính là tìm  $x$ . Để tìm  $x$  ta phải dùng thêm biến  $\alpha$ , rồi từ biến  $\alpha$  trở về biến  $x$ . Giải phương trình với biến  $x$ .

**Ví dụ 11:** Đoạn mạch xoay chiều AB nối tiếp gồm đoạn mạch Am chỉ chứa R, đoạn MN chỉ chứa cuộn dây và đoạn NB chỉ chứa tụ C. Biết  $U_{AN} \perp U_{MB}$ ,  $R = \sqrt{2}Z_d$ ,  $U_{MB} = 100\sqrt{5}$  (V) và  $U_{MN} = 100$  (V). Giá trị  $U_{AB}$  gần giá trị nào nhất trong số các giá trị sau?

- A. 210 V.      B. 180 V.      C. 250 V.      D. 300 V.

*Hướng dẫn*



Vì  $R = \sqrt{2}Z_d$  nên  $U_R = \sqrt{2}U_d = 100\sqrt{2}$  (V).

$$\text{Xét } \Delta OU_{LC}U_{MB}: \sin \alpha = \frac{U_r}{U_{MB}} \Rightarrow \alpha = \arcsin \frac{U_r}{100\sqrt{5}}$$

$$\text{Xét } \Delta OU_{R+r}U_{AN}: U_L = U_{R+r} \tan \alpha = (100\sqrt{2} + U_r) \tan \arcsin \frac{U_r}{100\sqrt{5}}$$

$$\text{Mà } U_{MN}^2 = U_r^2 + U_L^2 \text{ nên } 100^2 = U_r^2 + (100\sqrt{2} + U_r)^2 \tan^2 \left( \arcsin \frac{U_r}{100\sqrt{5}} \right)$$

$$\Rightarrow U_r = 70,710678 = 50\sqrt{2} \text{ (V)} \Rightarrow \begin{cases} U_{R+r} = 150\sqrt{2} \text{ (V)} \\ U_{LC} = \sqrt{U_{MB}^2 - x^2} = 150\sqrt{2} \text{ (V)} \end{cases}$$

$$\Rightarrow U = \sqrt{U_{R+r}^2 + U_{LC}^2} = 300 \text{ (V)} \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

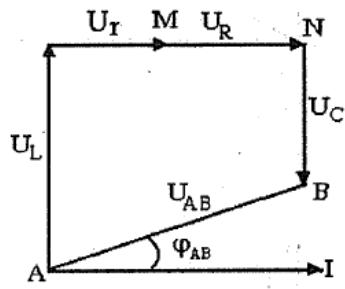
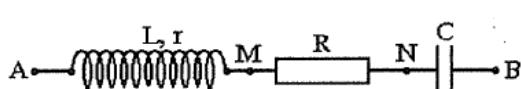
## Vấn đề 2: Phương pháp véc tơ trượt (véc tơ nối đuôi)

Vẽ giản đồ véc tơ theo phương pháp véc tơ trượt gồm các bước như sau:

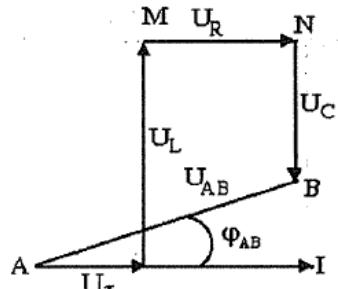
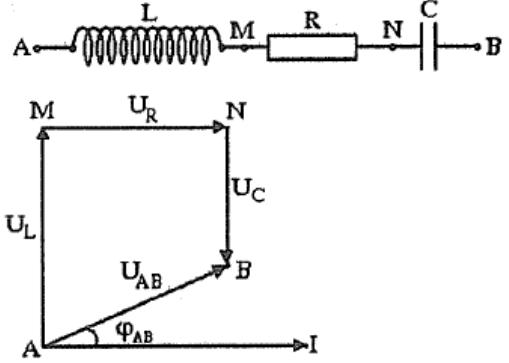
- + Chọn trục ngang là trục dòng điện, điểm đầu mạch làm gốc (đó là điểm A).
- + Vẽ lần lượt các véc tơ điện áp từ đầu mạch đến cuối mạch  $\overrightarrow{AM}$ ,  $\overrightarrow{MN}$ ,  $\overrightarrow{NB}$  “nối đuôi nhau” theo nguyên tắc: L – đi lên, R – đi ngang, C – đi xuống.
- + Nối A với B thì véc tơ  $\overrightarrow{AB}$  biểu diễn điện áp  $u_{AB}$ . Tương tự, véc tơ  $\overrightarrow{AN}$  biểu diễn điện áp  $u_{AN}$ , véc tơ  $\overrightarrow{MB}$  biểu diễn điện áp  $u_{NB}$ .

Một số điểm cần lưu ý:

\*Nếu cuộn dây không thuần cảm (trên đoạn AM có cả L và r (Xem hình a dưới đây)) thì  $\overrightarrow{U}_{AB} = \overrightarrow{U}_L + \overrightarrow{U}_r + \overrightarrow{U}_R + \overrightarrow{U}_C$  ta vẽ L trước như sau: L – đi lên, r – đi ngang, R – đi ngang và C – đi xuống (Xem hình a( hoặc r trước như sau: r – đi ngang, L – đi lên, R – đi ngang và C – đi xuống (Xem hình b).



Hình a



Hình b

\*Chọn trục ngang là trục dòng điện.

\*Chọn điểm đầu mạch A làm gốc.

\*Vẽ lần lượt từ A sang B theo nguyên tắc nối đuôi nhau:

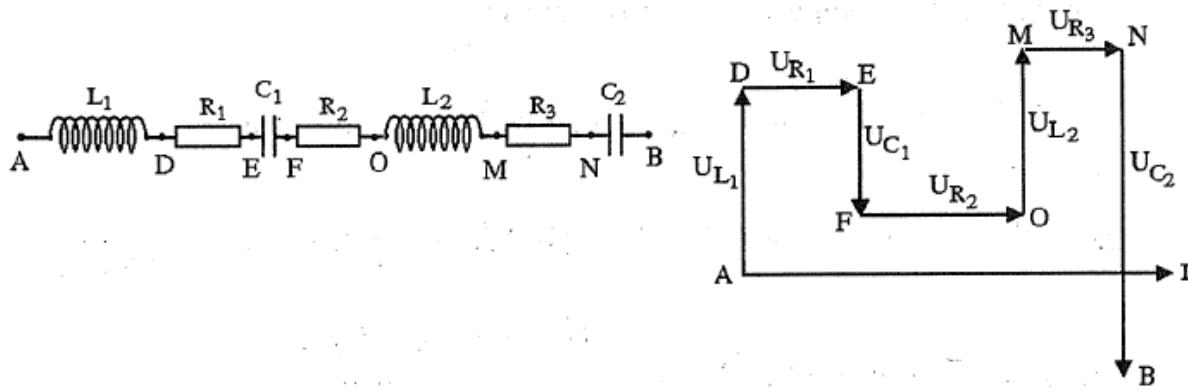
L – đi lên.

R – đi ngang.

C – đi xuống.

(Giữa A và M có cả  $U_L$  và  $U_r$ )

\*Nếu mạch điện có nhiều phần tử thì ta cũng vẽ đường giản đồ một cách đơn giản như phương pháp đã nêu.



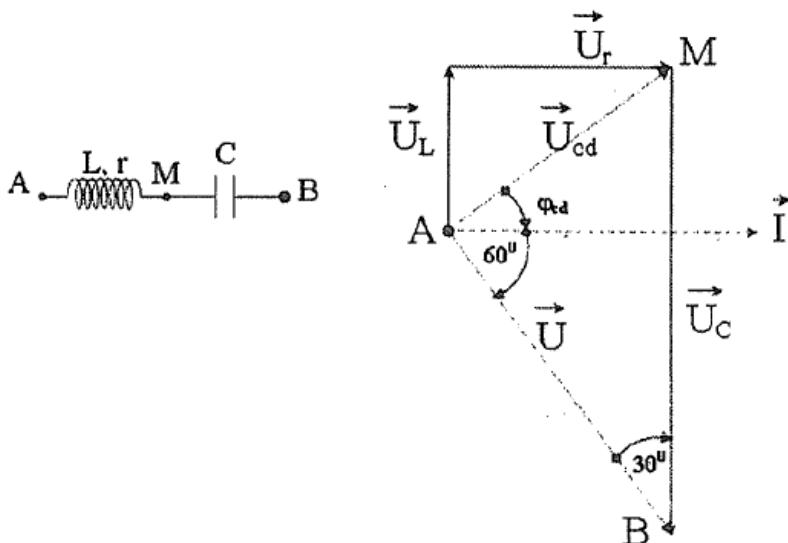
**Ví dụ 1:** Một đoạn mạch xoay chiều gồm cuộn dây mắc nối tiếp với tụ điện. Độ lệch pha giữa cường độ dòng điện trong mạch và điện áp hai đầu mạch là  $\pi/3$ . Điện áp hiệu dụng giữa hai đầu tụ bằng 2 lần điện áp đầu cuộn dây. Độ lệch pha của điện áp hai đầu cuộn dây so với cường độ dòng điện trong mạch là

- A.  $\pi/3$ .      B.  $\pi/2$ .      C.  $\pi/4$ .      D.  $\pi/6$ .

*Hướng dẫn*

$$\text{Áp dụng định lí hàm số sin cho } \Delta AMB: \frac{U_C}{\sin(60^\circ + \varphi_{cd})} = \frac{U_{cd}}{\sin 30^\circ}$$

$$\Rightarrow \sin(60^\circ + \varphi_{cd}) = 1 \Rightarrow 60^\circ + \varphi_{cd} = 90^\circ \Rightarrow \varphi_{cd} = 30^\circ \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

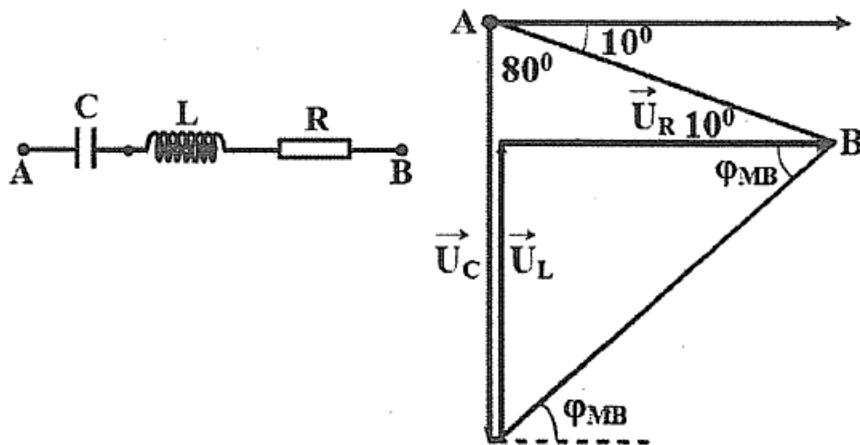


**Ví dụ 2:** Đặt điện áp  $u = U_0 \cos \omega t$  ( $U_0$  và  $\omega$  không đổi) vào hai đầu đoạn mạch AB theo thứ tự gồm một tụ điện, một cuộn cảm thuần và một điện trở thuần mắc nối tiếp. Gọi M là điểm nối giữa tụ điện và cuộn cảm. Biết điện áp hiệu dụng giữa hai đầu AM bằng điện áp hiệu dụng giữa hai đầu MB và cường độ dòng điện trong đoạn mạch lệch pha  $\pi/12$  so với điện áp giữa hai đầu đoạn mạch. Hệ số công suất của đoạn mạch MB là

- A.  $0,5\sqrt{3}$ .      B. 0,26.      C. 0,34.      D. 0,5.

### Hướng dẫn

$\Delta AMB$  cân tapers M nên  $10^\circ + \varphi_{MB} = 80^\circ \Rightarrow \varphi_{MB} = 70^\circ \Rightarrow \cos \varphi_{MB} = 0,34 \Rightarrow$  Chọn C.



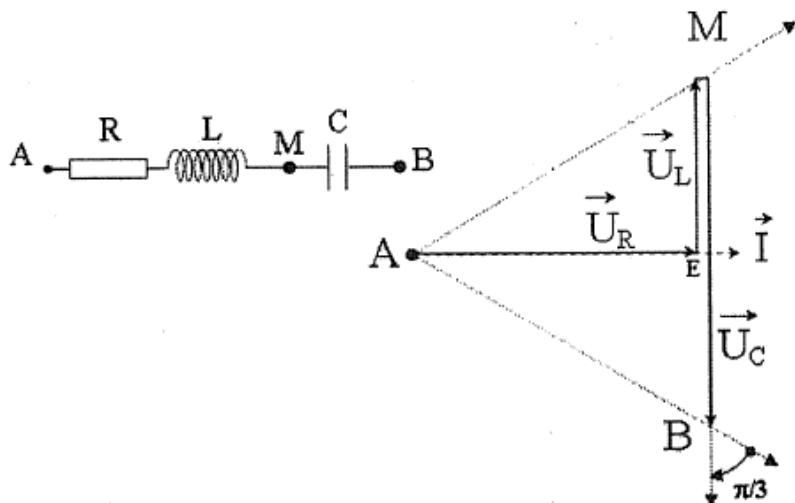
**Ví dụ 3:** Đặt điện áp xoay chiều tần số  $50\text{ Hz}$  vào hai đầu đoạn mạch  $AB$  gồm hai đoạn mạch  $AM$  và  $MB$  mắc nối tiếp. Đoạn  $AM$  gồm điện trở thuần  $100\sqrt{3}\Omega$  mắc nối tiếp với cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L$ , đoạn  $MB$  chỉ có tụ điện có điện dung  $0,05/\pi\text{ (mF)}$ . Biết điện áp giữa hai đầu đoạn mạch  $MB$  và điện áp giữa hai đầu đoạn mạch  $AB$  lệch pha nhau  $\pi/3$ . Giá trị  $L$  bằng

- A.  $2/\pi(H)$ .      B.  $1/\pi(H)$ .      C.  $\sqrt{3}/\pi(H)$ .      D.  $3/\pi(H)$ .

### Hướng dẫn

$$Z_C = \frac{1}{\omega C} = 200(\Omega); \quad \Delta AEB: BE = AE \cotan \frac{\pi}{3} = 100(\Omega)$$

$$\Rightarrow Z_L = Z_C - BE = 100(\Omega) \Rightarrow L = \frac{Z_L}{\omega} = \frac{1}{\pi}(H) \Rightarrow$$
 Chọn B.



**Chú ý:** Đối với mạch có 4 phàn tử trở lên mà không liên quan đến điện áp bất chéo hoặc  $R$  ở giữa thì nên dùng phương pháp véc tơ trượt.

**Ví dụ 4:** Trên đoạn mạch xoay chiều không phân nhánh có bốn điểm theo đúng thứ tự A, M, N và B. Giữa hai điểm A và M chỉ có điện trở thuận  $R$ , hai điểm M và N chỉ có tụ điện, giữa hai điểm N và B chỉ có cuộn cảm. Đặt vào hai đầu đoạn mạch một điện áp  $90\sqrt{3} V - 50Hz$  thì điện áp hiệu dụng trên R và trên đoạn MB đều là 90 (V). Điện áp tức thời hai đầu đoạn mạch AN và MB lệch pha nhau  $\pi/2$ . Điện áp hiệu dụng trên đoạn AN là

- A. 80 (V).      B. 60 (V).      C.  $100\sqrt{2}$  (V).      D.  $60\sqrt{3}$  (V).

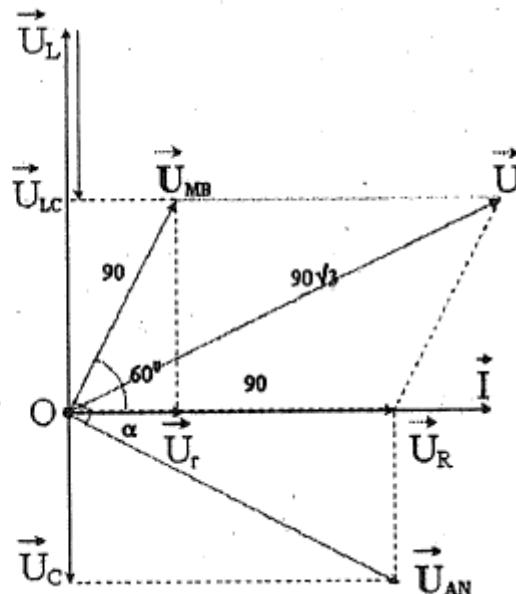
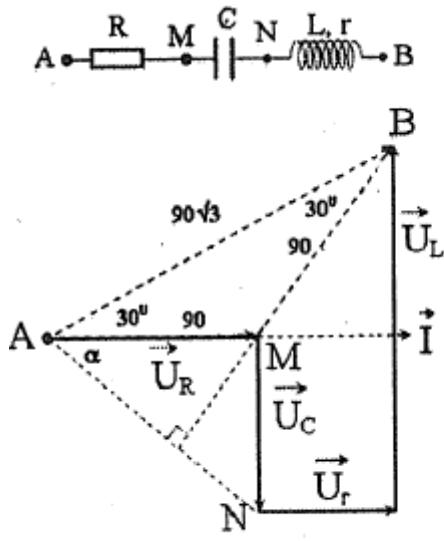
### Hướng dẫn

**Cách 1:** Dùng phương pháp véc tơ trượt:

$$\begin{cases} \Delta AMB \text{ cân góc ở đáy } 30^\circ \Rightarrow \alpha = 30^\circ \\ U_{AN} = \frac{U_R}{\cos \alpha} = 60\sqrt{3} (V) \end{cases}$$

**Cách 2:** Dùng phương pháp véc tơ buộc:

$$\begin{cases} \text{Hình thoi có góc } 60^\circ \Rightarrow \alpha = 30^\circ \\ U_{AN} = \frac{U_R}{\cos \alpha} = 60\sqrt{3} (V) \end{cases}$$



Bình luận: Cách 2 phải vẽ nhiều đường nét phức tạp!

**Ví dụ 5:** Đặt điện áp xoay chiều  $u = 120\sqrt{6} \cos \omega t (V)$  vào hai đầu đoạn mạch AB gồm hai đoạn mạch AM và MB mắc nối tiếp thì cường độ hiệu dụng qua mạch là 0,5 A. Đoạn AM gồm điện trở

thuần R mắc nối tiếp với tụ điện C, đoạn MB gồm cuộn cảm. Biết điện áp giữa hai đầu đoạn mạch AM và điện áp giữa hai đầu đoạn mạch AB lệch pha nhau  $\pi/2$ . Điện áp hiệu dụng trên R bằng một nửa điện áp hiệu dụng trên đoạn AM. Công suất tiêu thụ của mạch là

- A. 60 (W).      B. 90 (W).      C.  $90\sqrt{3}$  (W).      D.  $60\sqrt{3}$  (W)

### Hướng dẫn

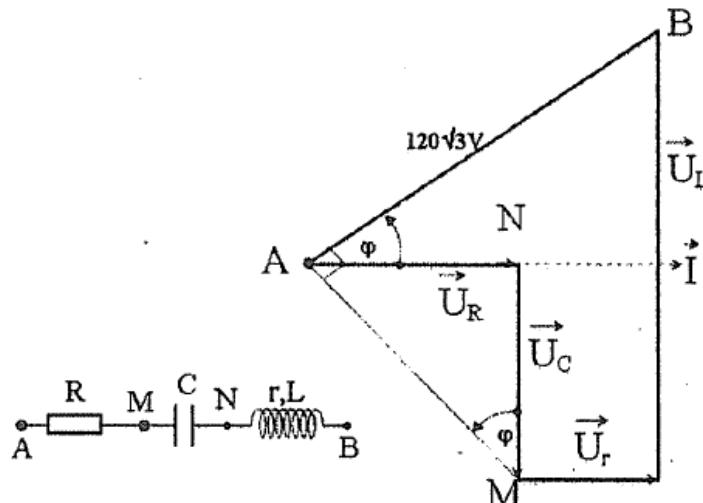
$$\Delta AMN: \sin \varphi = \frac{AN}{AM} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \cos \varphi = \sqrt{1 - \sin^2 \varphi} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$P = UI \cos \varphi$$

$$= 120\sqrt{3} \cdot 0,5 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 90(\text{W})$$

$\Rightarrow$  Chọn B.



### Ví dụ 6: Trên đoạn mạch xoay

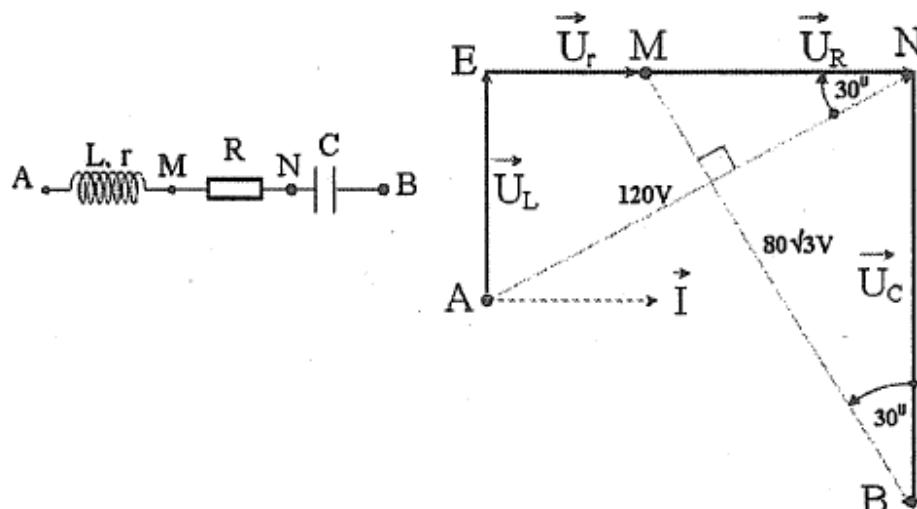
chiều không phân nhánh có bốn điểm A, M, N và B. Giữa hai điểm A và M chỉ có cuộn dây, giữa hai điểm M và N chỉ có điện trở thuần  $R = 60 \Omega$ , giữa 2 điểm N và B chỉ có tụ điện. Điện áp hiệu dụng hai điểm A và N là 120 (V) và điện áp hiệu dụng hai điểm M và B là  $80\sqrt{3}$  (V). Điện áp tức thời trên đoạn AN và trên đoạn MB lệch pha nhau  $90^\circ$ , điện áp tức thời trên MB và trên NB lệch pha nhau  $30^\circ$ . Điện trở thuần của cuộn dây là

- A.  $40 \Omega$ .      B.  $60 \Omega$ .      C.  $30 \Omega$ .      D.  $20 \Omega$ .

### Hướng dẫn

$$\Delta MNB: MN = U_R = MB \sin 30^\circ = 40\sqrt{3} (\text{V})$$

$$\Delta AEN \Rightarrow EN = AN \cdot \cos 30^\circ = 60\sqrt{3} (\text{V}) \Rightarrow U_r = EN - MN = 20\sqrt{3}$$



$$\Rightarrow \frac{r}{R} = \frac{U_r}{U_R} = \frac{1}{2} \Rightarrow r = \frac{R}{2} = 30(\Omega) \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Ví dụ 7:** Đặt điện áp xoay chiều  $u = 120\sqrt{3}\cos\omega t(V)$  vào hai đầu đoạn mạch AB gồm hai đoạn mạch AM và MB mắc nối tiếp. Đoạn AM là cuộn dây có điện trở thuần  $r$  và có độ tự cảm  $L$ , đoạn MB gồm điện trở thuần  $R$  mắc nối tiếp với tụ điện  $C$ . Điện áp hiệu dụng trên đoạn MB gấp đôi điện áp hiệu dụng trên R và cường độ hiệu dụng của dòng điện trong mạch là  $0,5 A$ . Điện áp trên đoạn MB lệch pha so với điện áp hai đầu đoạn mạch là  $\pi/2$ . Công suất tiêu thụ toàn mạch là

- A. 150 W.      B. 20 W.      C. 90 W.      D. 100 W.

### Hướng dẫn

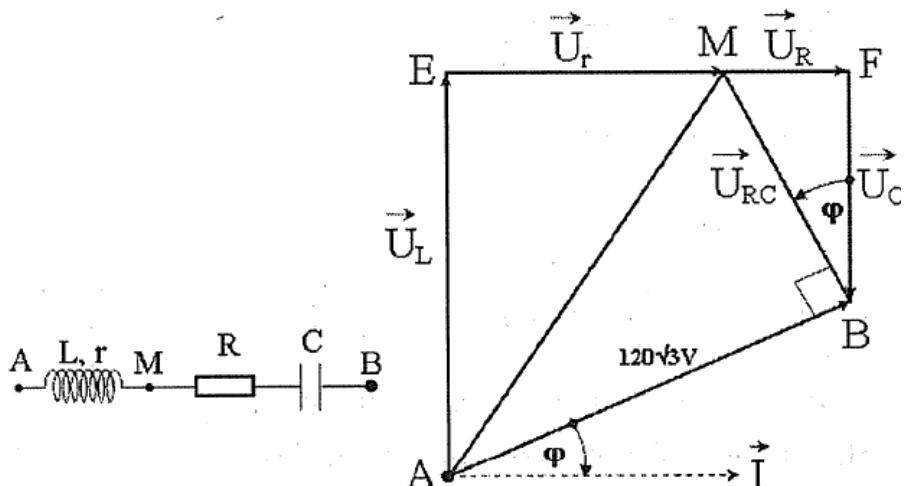
$$\Delta MFB: \sin\varphi = \frac{U_R}{U_{MB}} = 0,5$$

$$\Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{6}$$

$$P = UI \cos\varphi$$

$$= 120\sqrt{3} \cdot 0,5 \cos\frac{\pi}{6} = 90(W)$$

$\Rightarrow$  Chọn C.



**Kinh nghiệm:** Khi cho biết độ lệch pha bằng nhau thì trên giản đồ véc tơ có thể có tam giác cân!

**Ví dụ 8:** Trên đoạn mạch xoay chiều không phân nhánh có bốn điểm theo đúng thứ tự A, M, N và B. Giữa hai điểm A và M chỉ có cuộn dây, giữa hai điểm M và N chỉ có điện trở thuần R, giữa 2 điểm N và B chỉ có tụ điện. Điện áp hiệu dụng trên AB, AN và MN thỏa mãn hệ thức

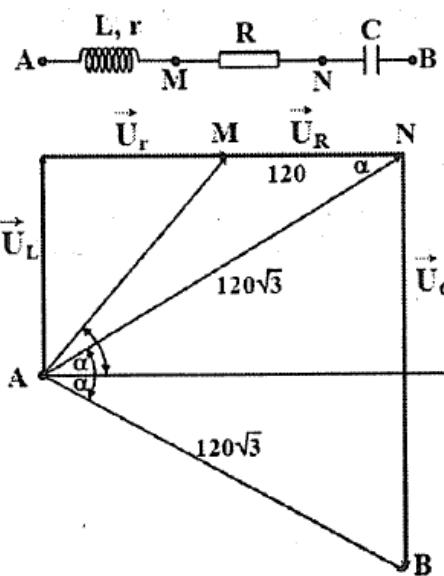
$U_{AB} = U_{AN} = U_{MN} \sqrt{3} = 120\sqrt{3}(V)$ . Dòng hiệu dụng trong mạch là  $2\sqrt{2}(A)$ . Điện áp tức thời trên AN và trên đoạn AB lệch pha nhau một góc đúng bằng góc lệch pha giữa điện áp tức thời trên AM và dòng điện. Tính cảm kháng của cuộn dây.

- A.  $60\sqrt{3} \Omega$ .      B.  $15\sqrt{6} \Omega$ .  
C.  $30\sqrt{3} \Omega$ .      D.  $30\sqrt{2} \Omega$ .

### Hướng dẫn

Tam giác ANB cân tại A mà  $\angle MAI = \angle NAB \Rightarrow \angle MAN = \alpha$

$\Rightarrow \Delta AMN$  cân tại M và  $\alpha = 30^\circ$



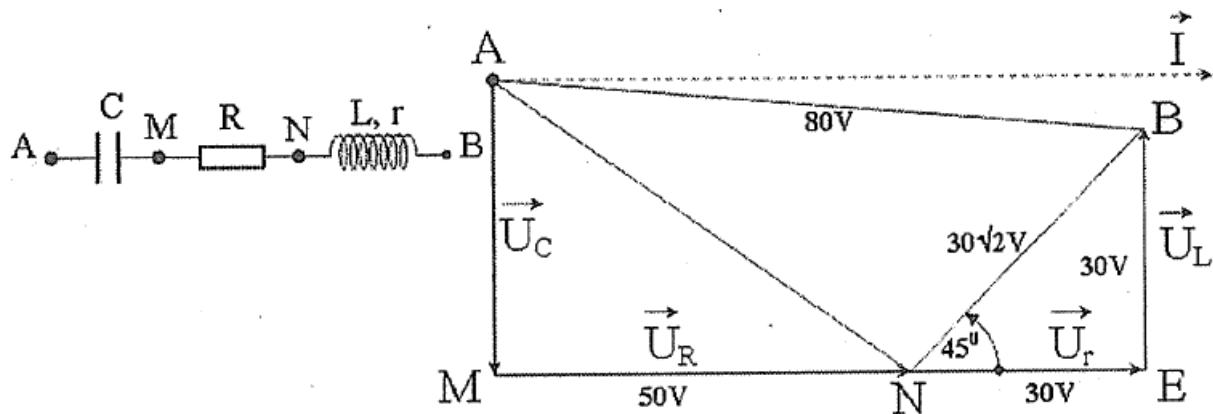
$$U_L = 120\sqrt{3} \sin \alpha = 60\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow Z_L = \frac{U_L}{I} = 15\sqrt{6} (\Omega) \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Ví dụ 9:** Một mạch điện xoay chiều nối tiếp gồm tụ điện có điện dung C, điện trở thuần R và cuộn dây có độ tự cảm L có điện trở thuần r. Dùng vôn kế có điện trở rất lớn lần lượt đo hai đầu điện trở, hai đầu cuộn dây và hai đầu đoạn mạch thì tỉ số chỉ lần lượt là 50 V,  $30\sqrt{2}$  V và 80 V. Biết điện áp tức thời trên cuộn dây sớm pha hơn dòng điện là  $\pi/4$ . Điện áp hiệu dụng trên tụ là

- A. 30 V.      B.  $30\sqrt{2}$  V.      C. 60 V.      D. 20 V.

### Hướng dẫn



$\Delta AMB$  là tam giác vuông cân tại E

$$\Rightarrow NE = EB = 30V \Rightarrow ME = MN + NE = 80V = AB$$

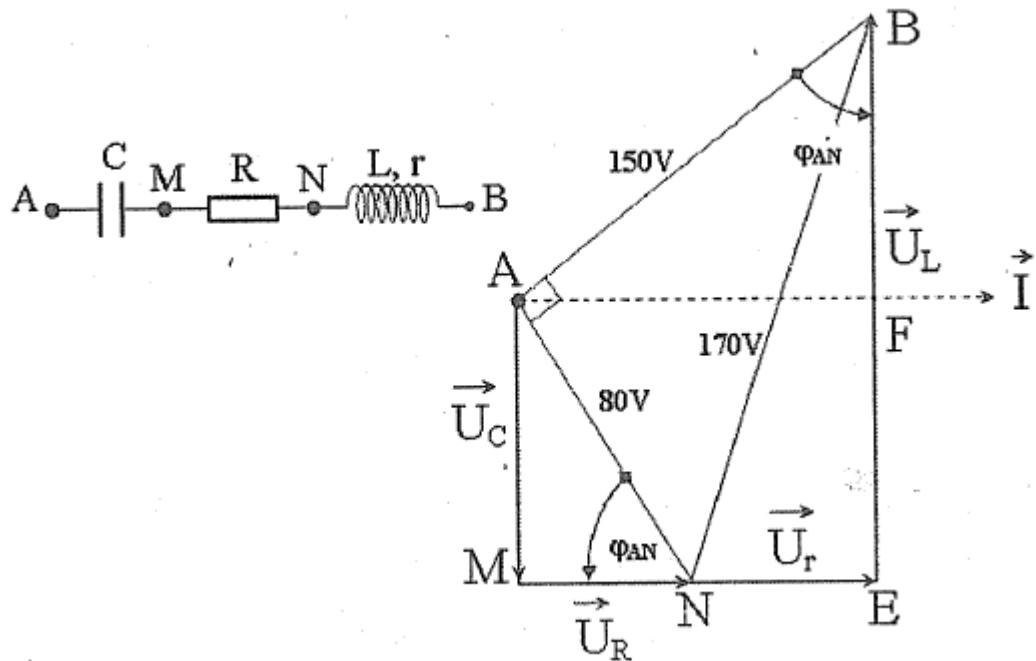
$$\Rightarrow \text{Tứ giác } AMNB \text{ là hình chữ nhật} \Rightarrow U_C = AM = EB = 30(V) \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Ví dụ 10:** Một mạch điện xoay chiều nối tiếp AB gồm: đoạn AN chưa tụ điện C nối tiếp với điện trở thuần R và đoạn NB chỉ có cuộn dây có độ tự cảm L có điện trở thuần r. Điện áp hiệu dụng trên các đoạn AN, NB và AB lần lượt là 80 V, 170 V và 150 V. Cường độ hiệu dụng qua mạch là 1 A. Hệ số công suất của đoạn AN là 0,8. Tổng điện trở thuần của toàn mạch là

- A.  $138 \Omega$ .      B.  $30\sqrt{2} \Omega$ .      C. 60  $\Omega$ .      D. 90  $\Omega$ .

### Hướng dẫn

$$\text{Tam giác vuông } \Delta AMN: \cos \varphi_{AN} = 0,8 \Rightarrow \sin \varphi_{AN} = \sqrt{1 - \cos^2 \varphi_{AN}} = 0,6$$



$$\Delta ANB \text{ là tam giác vuông tại } A \text{ vì: } NB^2 = AN^2 + AB^2$$

$\Rightarrow \angle ABF = \angle ANM = \varphi_{AN}$  (góc có cạnh tương ứng vuông góc)

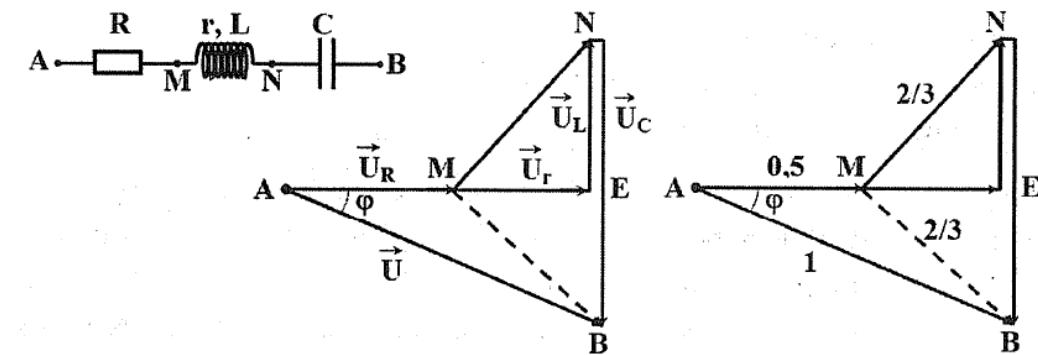
$$\Rightarrow AF = AB \sin \varphi_{AN} = 90(V) \Rightarrow R + r = \frac{U_R + U_r}{I} = \frac{AF}{I} = 90(\Omega) \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Ví dụ 11:** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U\sqrt{2} \cos \omega t(V)$  vào hai đầu đoạn mạch nối tiếp gồm điện trở  $R$ , cuộn cảm có độ tự cảm  $L$ , có điện trở thuần  $r$  và tụ điện  $C$  thì điện áp hiệu dụng trên điện trở, trên cuộn cảm lần lượt là  $U_R, U_{rL}$  với  $2U = 3U_{rL} = 4U_R$  và  $Z_C = 2Z_L$ . Tính hệ số công suất của mạch.

- A. 0,85.      B. 29/36.      C. 43/48.      D. 47/49.

### Hướng dẫn

Không làm mất tính tổng quát chuẩn hóa số liệu:  $U = 1$  thì  $U_R = 0,5$  và  $U_{rL} = 2/3$ . Vẽ giản đồ véc tơ trượt như sau:



Áp dụng định lý hàm số cosin cho tam giác AMB:

$$\cos \varphi = \frac{1^2 + 0,5^2 - \left(\frac{2}{3}\right)^2}{2 \cdot 1 \cdot 0,5} = \frac{29}{36} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

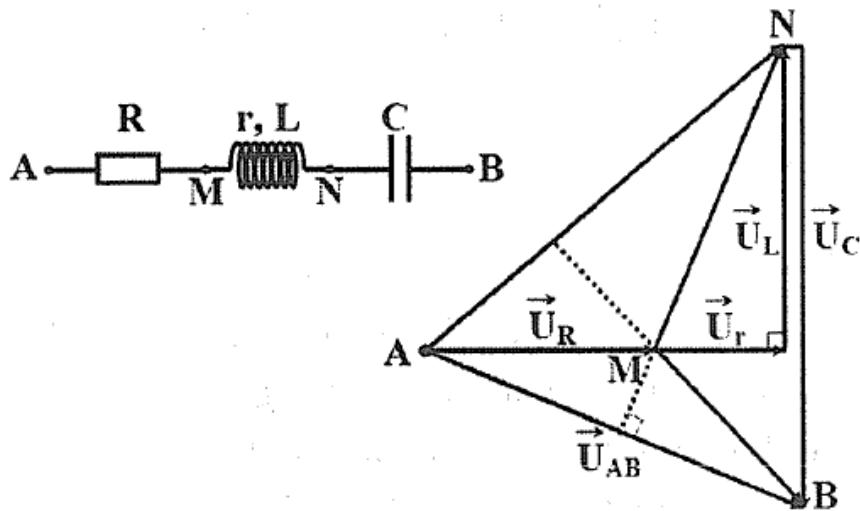
**Ví dụ 12:** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U_0 \cos(\omega t - \pi/6)$  (V) vào hai đầu đoạn mạch nối tiếp AB gồm đoạn AM chứa điện trở R, đoạn MN chứa cuộn cảm có độ tự cảm L, có điện trở thuần r và đoạn NB chứa tụ điện C thì biểu thức điện áp trên đoạn MN là  $u_{MN} = U_0 \cos(\omega t + \pi/3)$  (V). Điện áp trên đoạn AN

- A. trễ pha hơn  $u_{MB}$  là  $\pi/3$ .      B. trễ pha hơn  $u_{MB}$  là  $\pi/2$ .  
 C. sớm pha hơn  $u_{MB}$  là  $\pi/3$ .      D. sớm pha hơn  $u_{MB}$  là  $\pi/2$ .

### Hướng dẫn

Ta nhận thấy,  $u_{MN}$  vuông pha với  $u_{AB}$ . Vẽ giản đồ véc tơ trượt.

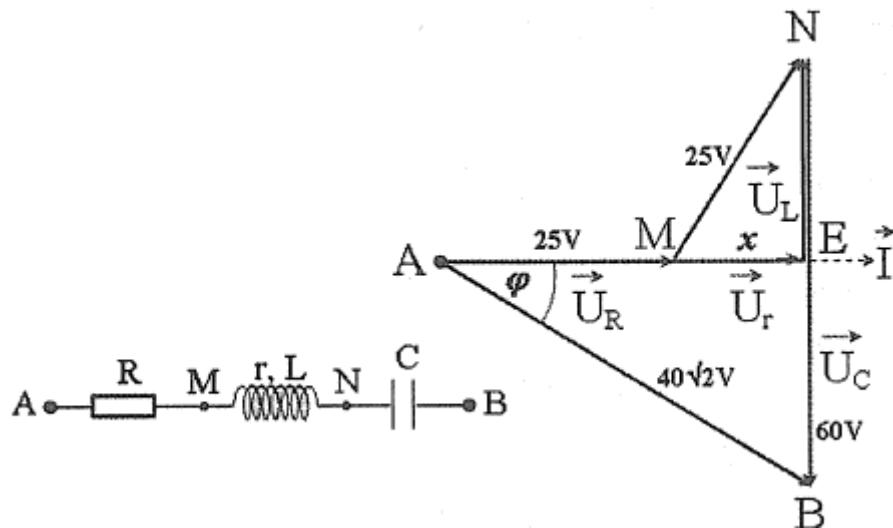
Điểm M là giao điểm của hai đường cao AM và MN nên M là trực tâm của tam giác ANB  
 $\Rightarrow MB \perp AN \Rightarrow u_{AN}$  sớm pha hơn  $u_{MB}$  là  $\pi/2 \Rightarrow$  Chọn D.



**Ví dụ 13:** Đặt điện áp xoay chiều  $u = 80 \cos \omega t$  (V) vào hai đầu đoạn mạch nối tiếp gồm điện trở R, cuộn cảm có độ tự cảm L, có điện trở thuần r và tụ điện C thì công suất tiêu thụ của mạch là 40 W. Biết điện áp hiệu dụng trên điện trở, trên cuộn cảm và trên tụ điện lần lượt là 25 V, 25 V và 60 V. Giá trị r bằng

- A.  $50 \Omega$ .      B.  $15 \Omega$ .      C.  $20 \Omega$ .      D.  $30 \Omega$ .

### Hướng dẫn



$$\Delta MNE: NE = \sqrt{MN^2 - ME^2} = \sqrt{625 - x^2} \Rightarrow EB = 60 - \sqrt{625 - x^2}$$

$$\Delta AEB: AB^2 = AE^2 + EB^2 \Rightarrow 3200 = (25+x)^2 + (60 - \sqrt{625 - x^2})^2 \Rightarrow x = 15$$

$$P = UI \cos \varphi = I \cdot AE \Rightarrow I = \frac{P}{AE} = \frac{40}{40} = 1(A) \Rightarrow r = \frac{U_r}{I} = 15(\Omega)$$

$\Rightarrow$  Chọn B.

Có thể dùng máy tính Casio 570es để giải phương trình và bấm như sau:

Bấm ↓

$$Giải phương trình: 3200 = (25+x)^2 + (60 - \sqrt{625 - x^2})^2$$

Bấm ↑      Bấm ↑

Nhập xong bấm Bấm

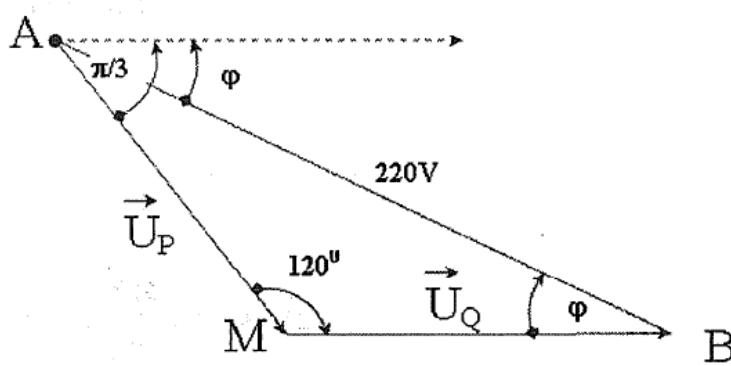
Đối với loại bài toán này mắt xích quan trọng là tìm  $U_r$ . Sau khi tìm được  $U_r$  ta sẽ tìm được hệ số công suất và công suất:

$$\cos \varphi = \frac{R+r}{Z} = \frac{U_R+U_r}{U}; \quad P = I^2(R+r) = \frac{(U_R+U_r)^2}{R+r}$$

**Chú ý:** Với một bài toán cụ thể có thể dùng hoặc phương pháp đại số hoặc phương pháp giản đồ véc tơ buộc hoặc phương pháp giản đồ véc tơ trượt. Trong ba cách giải đó với một dạng cụ thể thì sẽ có một cách giải nhanh và ngắn gọn nhất.

**Ví dụ 14:** Lần lượt đặt điện áp xoay chiều  $220\text{ V} - 50\text{ Hz}$  vào các dụng cụ P và Q thì dòng điện trong mạch đều có giá trị hiệu dụng bằng  $1\text{ A}$  nhưng đối với P thì dòng sớm pha hơn so với điện áp đó là  $\pi/3$  còn đối với Q thì dòng cùng pha với điện áp đó. Biết trong các dụng cụ P và Q chỉ chứa các điện trở thuận, cuộn cảm và tụ điện. Khi mắc điện áp trên mạch chứa P và Q mắc nối tiếp thì dòng điện trong mạch có giá trị hiệu dụng là

- A.  $0,125\sqrt{2}\text{ A}$  và trễ pha  $\pi/4$  so với điện áp hai đầu đoạn mạch.
- B.  $0,125\sqrt{2}\text{ A}$  và sớm pha  $\pi/4$  so với điện áp hai đầu đoạn mạch.
- C.  $1/\sqrt{3}\text{ A}$  và sớm pha  $\pi/6$  so với điện áp hai đầu đoạn mạch.
- D.  $1/\sqrt{3}\text{ A}$  và trễ pha  $\pi/6$  so với điện áp hai đầu đoạn mạch.



### Hướng dẫn

$$Z_P = Z_Q = \frac{U}{I} = \frac{220}{1} = 220(\Omega)$$

Khi mắc nối tiếp, vẽ giản đồ véc tơ trượt, từ tam giác vuông cân AMB:

$$\begin{cases} \angle MBA = \angle MAB = 30^\circ \\ \frac{U_P}{\sin MBA} = \frac{U}{\sin AMB} \Rightarrow U_P = \frac{220}{\sqrt{3}(V)} \end{cases} \Rightarrow I = \frac{U_P}{Z_P} = \frac{220}{220\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}(\text{A})$$

Từ giản đồ suy ra dòng điện sớm pha hơn điện áp là  $\pi/6 \Rightarrow$  Chọn C.

**Ví dụ 15:** Trên đoạn mạch xoay chiều không phân nhánh có bốn điểm theo đúng thứ tự A, M, N và B. Giữa hai điểm A và M chỉ có cuộn cảm thuận, giữa hai điểm M và N chỉ có điện trở thuận, giữa 2 điểm N và B chỉ có tụ điện. Điện áp trên đoạn AN có hiệu dụng là  $300\text{ V}$  và lệch pha với điện áp trên NB là  $5\pi/6$ . Biểu thức điện áp trên NB là  $u_{NB} = 50\sqrt{6} \cos(100\pi t - 2\pi/3)\text{ V}$ . Điện áp tức thời trên MB là

- A.  $u_{MB} = 100\sqrt{3} \cos(100\pi t - 5\pi/12)\text{ V}$ .
- B.  $u_{MB} = 100\sqrt{2} \cos(100\pi t - \pi/2)\text{ V}$ .

C.  $u_{MB} = 50\sqrt{3} \cos(100\pi t - 5\pi/12) V.$

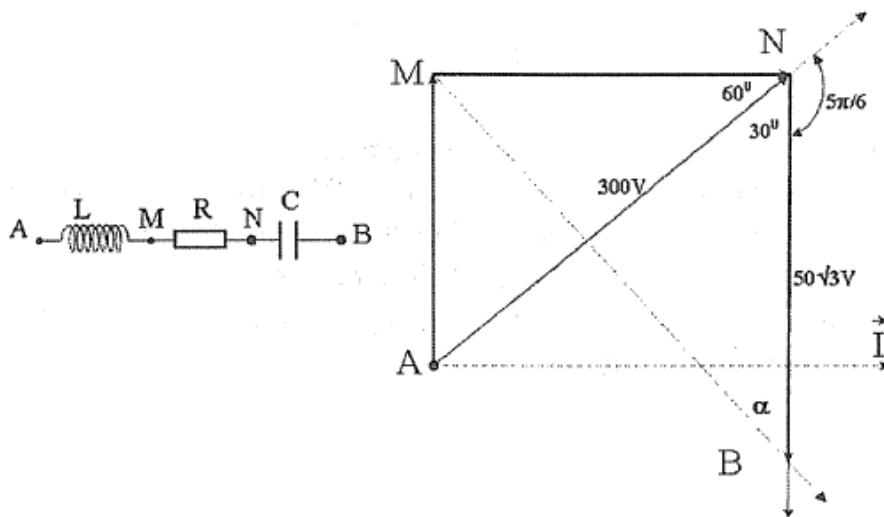
D.  $u_{MB} = 100\sqrt{6} \cos(100\pi t - \pi/3) V.$

### Hướng dẫn

$$MN = 300 \cos 60^\circ = 150 (V)$$

$$\Delta MNB \text{ vuông tại } N \Rightarrow \begin{cases} MB = \sqrt{MN^2 + NB^2} = 100\sqrt{3} (V) \\ \tan \alpha = \frac{MN}{NB} = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \vec{U}_{MN} \text{ sím hon } \vec{U}_{NB} \text{ lú } \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

$$u_{MN} = 100\sqrt{3}\sqrt{2} \cos\left(100\pi t - \frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{3}\right) (V) \Rightarrow \text{Chọn D.}$$



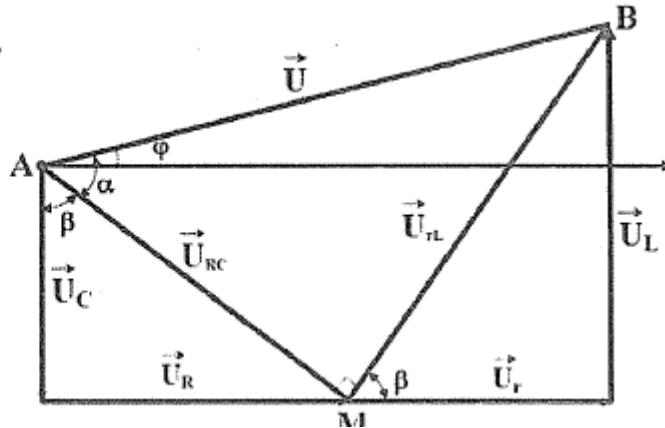
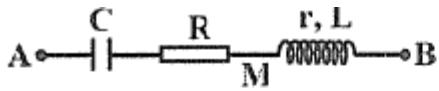
**Ví dụ 16:** Một đoạn mạch AB mắc nối tiếp theo thứ tự gồm điện trở R, tụ điện C và cuộn dây có độ tự cảm L, điện trở thuần  $r = R$  (với  $L = CR^2$ ). Đặt vào AB một điện áp xoay chiều

$u = U_0 \cos \omega t (V)$ , với  $\omega$  thay đổi được. Khi  $\omega = \omega_1$  thì điện áp trên RC trễ pha hơn điện áp AB một góc  $\alpha_1$  và có giá trị hiệu dụng  $U_1$ . Khi  $\omega = \omega_2$  thì điện áp trên RC trễ pha hơn điện áp AB một góc  $\alpha_2$  và có giá trị hiệu dụng  $U_2$ . Biết  $\alpha_1 + \alpha_2 = \pi/2$  và  $U_1 = kU_2$ . Tính hệ số công suất của mạch ứng với  $\omega = \omega_1$ .

- A.  $\frac{1}{\sqrt{k+k^{-1}}}$ .      B.  $\frac{2}{\sqrt{k+k^{-1}}}$ .      C.  $\frac{2}{k+k^{-1}}$ .      D.  $\frac{1}{k+k^{-1}}$ .

### Hướng dẫn

Từ điều kiện:  $L = CR^2$  suy ra  $\vec{U}_{RC} \perp \vec{U}_{rL}$  với mọi  $\omega$ . Vẽ giản đồ véc tơ như sau:



$$\tan \beta = \frac{\sin \beta}{\cos \beta} = \frac{\frac{U_R}{AM}}{\frac{U_r}{MB}} = \frac{MB}{AM} = \tan \alpha$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \beta = \alpha \\ \varphi = \beta + \alpha - \frac{\pi}{2} = 2\alpha - \frac{\pi}{2} \\ \cos \varphi = \sin 2\alpha \end{cases}$$

$$\begin{cases} TH1: \cos \alpha_1 = \frac{U_1}{U} \\ TH2: \cos \alpha_2 = \frac{U_2}{U} = \sin \alpha_1 \end{cases} \Rightarrow \left( \frac{U_1}{U} \right)^2 + \left( \frac{U_2}{U} \right)^2 = 1 \xrightarrow{U_1 = kU_2} \cos \alpha_2 = \frac{U_2}{U} = \frac{1}{\sqrt{k^2 + 1}}$$

$$\Rightarrow \cos \varphi_1 = \cos \varphi_2 = \sin 2\alpha_2 = 2 \sin \alpha_2 \cos \alpha_2 = 2 \frac{1}{\sqrt{k^2 + 1}} \frac{k}{\sqrt{k^2 + 1}} = \frac{2}{k + k^{-1}}$$

$\Rightarrow$  Chọn C.

**Bình luận:** Công thức  $\cos \varphi_1 = \cos \varphi_2 = \frac{2}{k + k^{-1}}$  là một kết quả “ĐẸP”. Một loạt tính toán công kênh đã là “Quá khứ”.

**Ví dụ 17:** Một đoạn mạch AB mắc nối tiếp theo thứ tự gồm điện trở R, tụ điện C và cuộn dây có độ tự cảm L, điện trở thuần  $r = R$  (với  $L = CR^2$ ). Đặt vào AB một điện áp xoay chiều  $u = U_0 \cos \omega t (V)$ , với  $\omega$  thay đổi được. Khi  $\omega = \omega_1$  thì điện áp trên RC trễ pha hơn điện áp AB một góc  $\alpha_1$  và có giá trị hiệu dụng  $U_1$ . Khi  $\omega = \omega_2$  thì điện áp trên RC trễ pha hơn điện áp AB một góc  $\alpha_2$  và có giá trị hiệu dụng  $U_2$ . Biết  $\alpha_1 + \alpha_2 = \pi/2$  và  $U_1 = 5U_2$ . Tính hệ số công suất của mạch ứng với  $\omega = \omega_1$ .

A. 0,67.

B. 0,64.

C. 0,96.

D. 0,38.

## Hướng dẫn

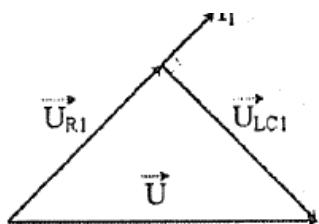
Áp dụng kết quả “độc”:

$$\Rightarrow \cos\varphi_1 = \cos\varphi_2 = \frac{2}{k+k^{-1}} \xrightarrow{k=5} \cos\varphi_1 = \cos\varphi_2 = \frac{2}{5+5^{-1}} = 0,38 \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

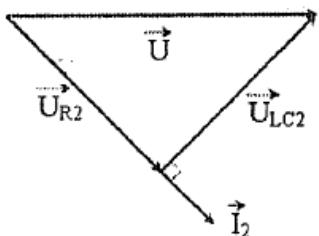
### Vấn đề 3: Phương pháp giản đồ véc tơ kép

Khi gặp các bài toán liên quan đến độ lệch pha của các dòng điện trong hai trường hợp do sự thay đổi của các thông số mạch, ta phải vẽ hai giản đồ véc tơ. Hai giản đồ này có chung véc tơ tổng  $\vec{U}$ . Để giải quyết bài này, chúng ta tính tiến hai giản đồ lại gần nhau sao cho véc tơ tổng trùng nhau.

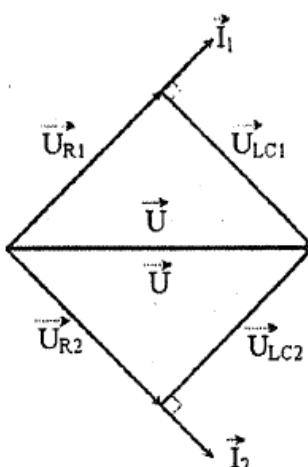
Ta đã biết với mạch RLC t thì  $\vec{U} = \vec{U}_R + \vec{U}_L + \vec{U}_C = \vec{U}_R + \vec{U}_{LC}$  ( $\vec{U}_R$  cùng pha với  $\vec{I}$ , còn  $\vec{U}_{LC}$  thì vuông pha với  $\vec{I}$ ).



Trường hợp 1:  $Z_{L1} < Z_{C1}$



Trường hợp 2:  $Z_{L2} > Z_{C2}$



Ghép 2 giản đồ

Nếu hai dòng điện vuông pha với nhau thì tứ giác trên giản đồ ghép là hình chữ nhật. Do đó:

$$\begin{cases} U_{R1} = U_{LC2} \Leftrightarrow I_1 R = I_2 (Z_{L2} - Z_{C2}) \\ U_{R2} = U_{LC1} \Leftrightarrow I_2 R_2 = I_1 (Z_{C1} - Z_{L1}) \end{cases}$$

**Ví dụ 1:** Một cuộn dây có điện trở  $R$  và cảm kháng  $Z_L$  nối tiếp với tụ điện có dung kháng  $Z_C$  trong mạch xoay chiều có điện áp  $u = U_0 \cos\omega t (V)$  thì dòng điện trong mạch sớm pha hơn trong điện áp  $u$  là  $\varphi_1$  và công suất mạch tiêu thụ là  $30 W$ . Nếu tần số góc tăng 3 lần thì dòng điện chậm pha hơn  $u$  góc  $\varphi_2 = 90^\circ - \varphi_1$  và công suất mạch tiêu thụ là  $270 W$ . Chọn các phương án đúng.

- A.  $Z_L = 2R$       B.  $Z_C = 5R$       C.  $Z_C = 3,5R$       D.  $Z_L = 0,5R$

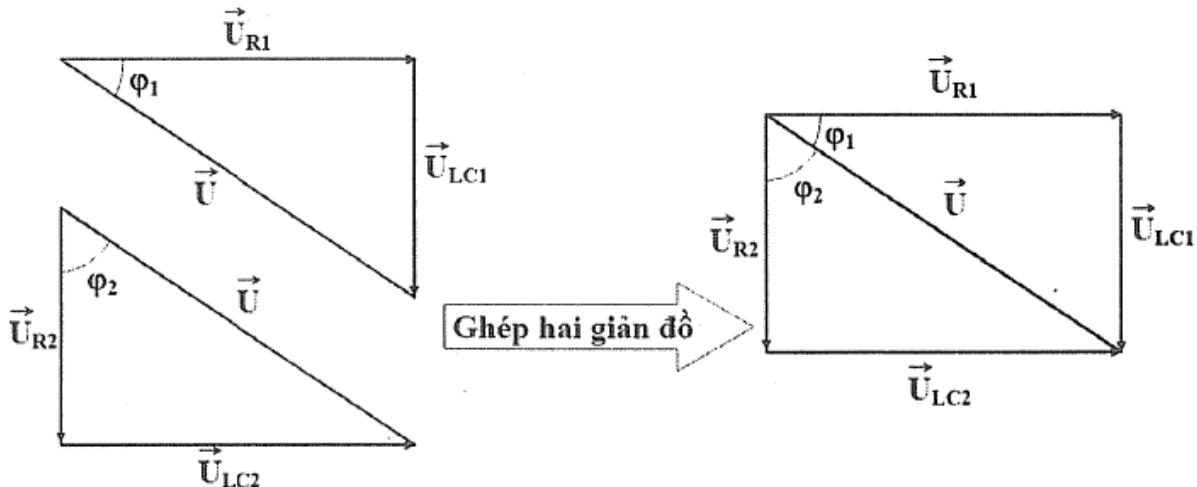
## Hướng dẫn

Ta thấy:  $\begin{cases} P_2 = 9P_1 \Rightarrow I_2 = 3I_1 \\ \omega_2 = 3\omega_1 \Rightarrow \begin{cases} Z_{L2} = 3Z_{L1} \\ Z_{C2} = \frac{Z_{C1}}{3} \end{cases} \end{cases}$

Vẽ giản đồ véc to:  $i_1$  sớm pha hơn  $u$ ;  $i_2$  trễ pha hơn  $u$ ; vì  $\vec{i}_1 \perp \vec{i}_2$  nên tứ giác  $AM_1BM_2$  là hình chữ nhật.

Ta có hệ:  $\begin{cases} U_{LC1} = U_{R2} \Rightarrow I_1(Z_{C1} - Z_{L1}) = I_2 R \\ U_{LC2} = U_{R1} \Rightarrow I_2(Z_{L2} - Z_{C2}) = I_1 R \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} I_1(Z_{C1} - Z_{L1}) = 3I_1 R \\ 3I_1 \left( 3Z_{L1} - \frac{Z_{C1}}{3} \right) = I_1 R \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Z_{L1} = 0,5R \\ Z_{C1} = 3,5R \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn C, D.}$$



**Ví dụ 2:** Đặt điện áp xoay chiều  $150 V - 50 Hz$  vào hai đầu đoạn mạch RLC nối tiếp (L thuần cát) và C thay đổi được. Có hai giá trị của C là  $C_1$  và  $C_2$  làm cho  $U_{2L} = 6U_{1L}$ . Biết rằng hai dòng điện  $i_1$  và  $i_2$  lệch nhau  $114^\circ$ . Tính  $U_{1R}$ .

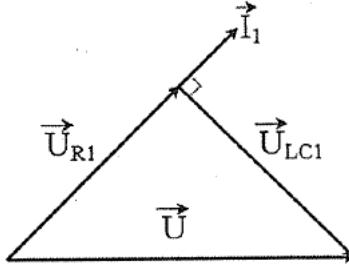
- A. 24,66 V.      B. 21,17 V.      C. 25,56 V.      D. 136,25 V.

### Hướng dẫn

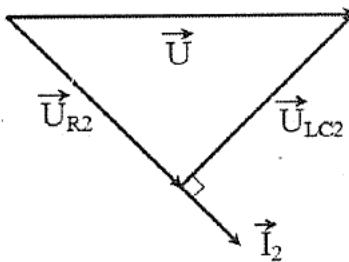
Vì  $U_{2L} = 6U_{1L}$  nên  $U_{2R} = 6U_{1R}$ . Đặt  $U_{1R} = x$  thì  $U_{2R} = 6x$ .

Theo bài ra:  $\alpha_1 + \alpha_2 = 114^\circ \xrightarrow{\substack{\alpha_1 = \arccos \frac{U_{R1}}{U} \\ \alpha_2 = \arccos \frac{U_{R2}}{U}}} \arccos \frac{x}{150} + \arccos \frac{6x}{150} = 114^\circ \Rightarrow x \approx 21,17(V)$

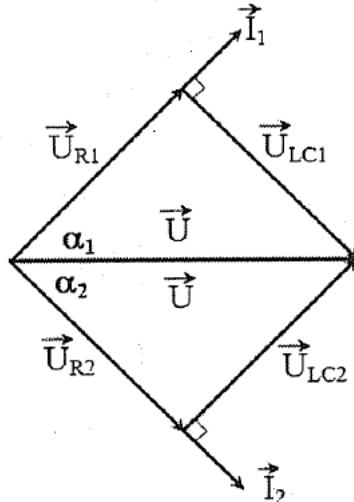
$\Rightarrow$  Chọn B.



Trường hợp 1:  $Z_{L1} < Z_{C1}$



Trường hợp 2:  $Z_{L2} > Z_{C2}$



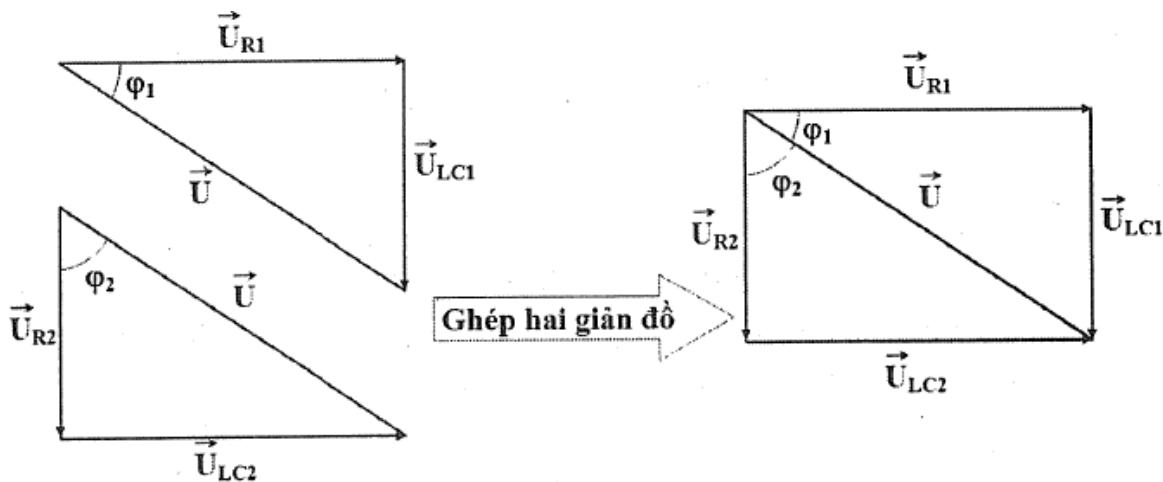
Ghép 2 giàn đồ

**Ví dụ 3:** (ĐH-2014) Đặt điện áp  $u = 180\sqrt{2} \cos \omega t (V)$  (với  $\omega$  không đổi) vào hai đầu đoạn mạch AB (hình vẽ). R là điện trở thuần, tụ điện có điện dung C, cuộn cảm thuần có độ tự cảm L thay đổi được. Điện áp hiệu dụng ở hai đầu đoạn mạch MB và độ lớn góc lệch pha của cường độ dòng điện so với điện áp u khi  $L = L_1$  là  $U$  và  $\varphi_1$ , còn khi  $L = L_2$  thì tương ứng là  $\sqrt{8}U$  và  $\varphi_2$ . Biết  $\varphi_1 + \varphi_2 = 90^\circ$ . Giá trị U bằng

- A. 135 V.      B. 180 V.      C. 90 V.      D. 60 V.

### Hướng dẫn

**Cách 1:**



Vì  $\vec{I}_1 \perp \vec{I}_2$  nên tứ giác  $AM_1BM_2$  là hình chữ nhật.

Ta có hệ:  $\begin{cases} U_{LC1} = U_{R2} \\ U_{LC2} = U_{R1} \end{cases} \Rightarrow U_{AB}^2 = U_{LC1}^2 + U_{LC2}^2$

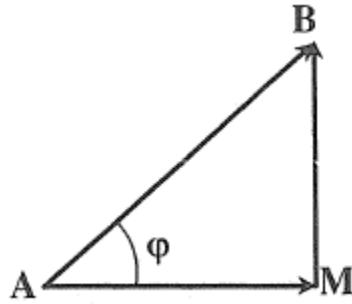
$$\Rightarrow 180^2 = U^2 + (U\sqrt{8})^2 \Rightarrow U = 60(V) \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Cách 2:**

Vì  $\varphi_1 + \varphi_2 = 90^\circ \Rightarrow \sin^2 \varphi_1 + \sin^2 \varphi_2 = 1$

Mà  $\sin \varphi_1 = \frac{U_{MB1}}{U_{AB}} = \frac{U}{180}; \sin \varphi_2 = \frac{U_{MB2}}{U_{AB}} = \frac{U\sqrt{8}}{180}$

$$\Rightarrow \left(\frac{U}{180}\right)^2 + \left(\frac{U\sqrt{8}}{180}\right)^2 = 1 \Rightarrow U = 60(V) \Rightarrow \text{Chọn D.}$$



**Ví dụ 4:** Đặt điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng không đổi U vào đoạn mạchAMB gồm đoạn AM chỉ chứa điện trở R, đoạn mạch MB chứa tụ điện có điện dung C mắc nối tiếp với một cuộn cảm thuần có độ tự cảm L thì điện áp hiệu dụng hai đầu mạch MB tăng n lần và dòng điện trong mạch trước và sau khi thay đổi lệch pha nhau một góc  $\pi/2$ . Tìm điện áp hiệu dụng hai đầu mạch MB khi chưa thay đổi L.

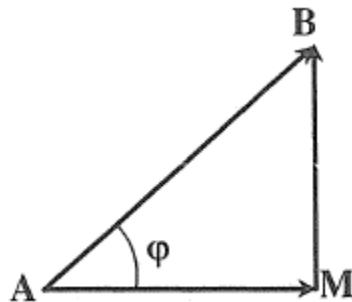
- A.  $\frac{U}{\sqrt{1+n^2}}$ .      B.  $\frac{nU}{\sqrt{1+n^2}}$ .      C.  $\frac{U}{\sqrt{1+n}}$ .      D.  $\frac{nU}{\sqrt{1+n}}$ .

#### Hướng dẫn

Vì  $\varphi_1 + \varphi_2 = 90^\circ \Rightarrow \sin^2 \varphi_1 + \sin^2 \varphi_2 = 1$

Mà  $\sin \varphi_1 = \frac{U_{MB1}}{U_{AB}} = \frac{U_{MB1}}{U}; \sin \varphi_2 = \frac{U_{MB2}}{U_{AB}} = \frac{U_{MB2}}{U}$

$$\Rightarrow \left(\frac{U_{MB1}}{U}\right)^2 + \left(\frac{U_{MB2}}{U}\right)^2 = 1 \Rightarrow U_{MB1} = \frac{U}{\sqrt{1+n^2}}.$$



**Ví dụ 5:** (ĐH-2013) Đặt điện áp  $u = U_0 \cos \omega t$  ( $U_0$  và  $\omega$  không đổi) vào hai đầu đoạn mạch gồm cuộn dây không thuần cảm mắc nối tiếp với tụ điện có điện dung C (thay đổi được). Khi  $C = C_0$  thì cường độ dòng điện trong mạch sớm pha hơn u là  $\varphi_1$  ( $0 < \varphi_1 < \pi/2$ ) và điện áp hiệu dụng hai đầu cuộn dây là 45 V. Khi  $C = 3C_0$  thì cường độ dòng điện trong mạch trễ pha hơn u là  $\varphi_2 = \pi/2 - \varphi_1$  và điện áp hiệu dụng hai đầu cuộn dây là 135 V. Giá trị của  $U_0$  gần giá trị nào nhất sau đây:

- A. 130 V.      B. 64 V.      C. 95 V.      D. 75 V.

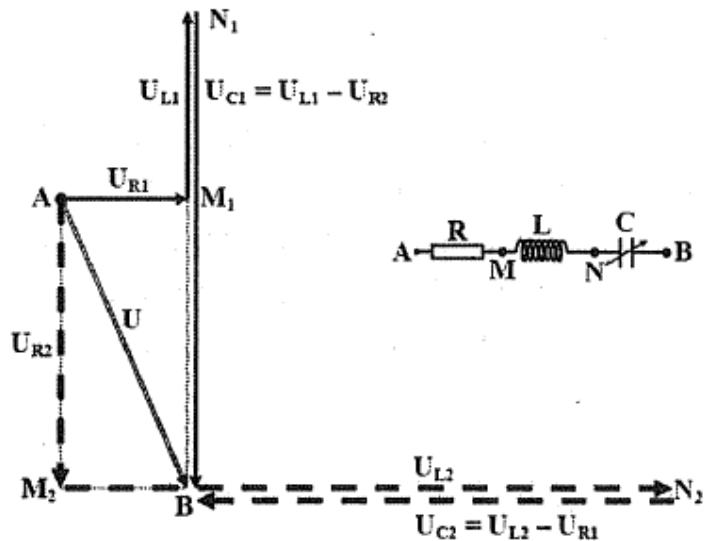
#### Hướng dẫn

*Cách 1: Phương pháp giải đồ véc tơ kép lấy trục U làm chuẩn.*

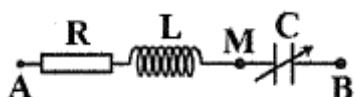
$$\text{Ta thấy: } \begin{cases} U_{R2} = 3U_{R1} \Rightarrow I_2 = 3I_1 \Rightarrow \begin{cases} U_{R2} = 3U_{R1} = 3a \\ U_{L2} = 3U_{L1} = 3b \end{cases} \\ C_2 = 3C_1 \Rightarrow Z_{C2} = \frac{Z_{C1}}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow U_{C2} = U_{C1} \Leftrightarrow U_{L2} - U_{R1} = U_{R2} + U_{L1} \Leftrightarrow 3b - a = 3a + b \Rightarrow b = 2a \Rightarrow \begin{cases} U_{R1} = a \\ U_{R2} = 3a \\ U_{L1} = 2a \end{cases}$$

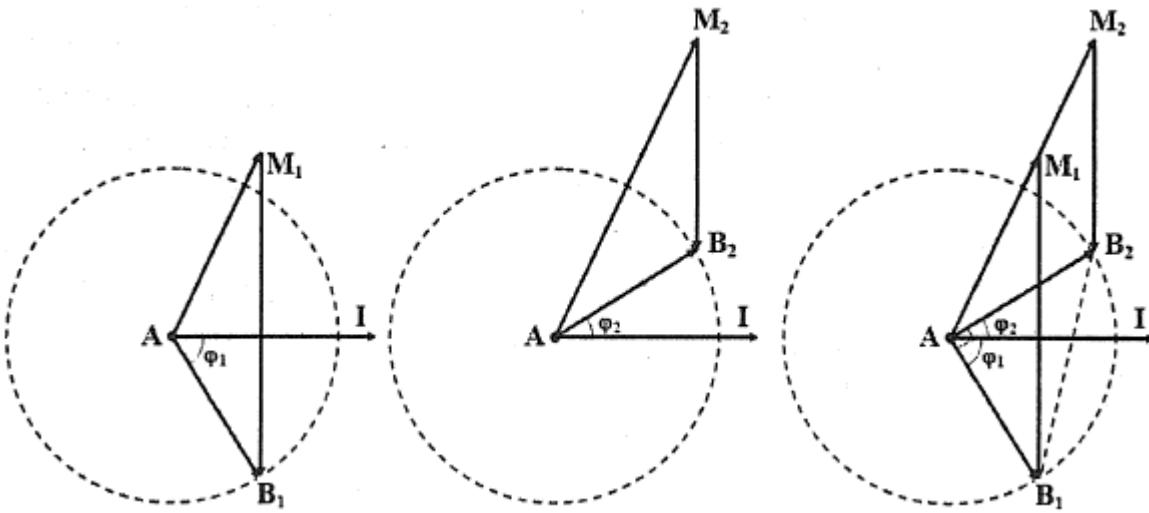
$$\Rightarrow \frac{U}{AN_1} = \frac{\sqrt{U_{R1}^2 + U_{R2}^2}}{\sqrt{U_{R1}^2 + U_{L1}^2}} \Rightarrow \frac{U}{45} = \frac{\sqrt{a^2 + (3a)^2}}{\sqrt{a^2 + (2a)^2}} \Rightarrow U = 45\sqrt{2} \Rightarrow U_0 = 90(V)$$



*Cách 2: Phương pháp giải đồ véc tơ kép lấy trục I làm chuẩn*



Lấy trục I làm chuẩn thì khi C thay đổi, phương của các véc tơ AM và véc tơ MB không thay đổi (chỉ thay đổi về độ lớn) còn véc tơ U thì có chiều dài không đổi (đầu mút quay trên đường tròn tâm A).



Vì  $AM_2 = 3AM_1$  nên  $I_2 = 3I_1$ . Mặt khác,  $C_2 = 3C_1$  nên  $Z_{C2} = Z_{C1}/3$ . Suy ra, điện áp hiệu dụng trên tụ không thay đổi  $\Rightarrow BM_1$  và  $B_2M_2$  bằng nhau và song song với nhau  $\Rightarrow \mathbf{M}_1\mathbf{B}_1\mathbf{B}_2\mathbf{M}_2$  là hình bình hành  $\Rightarrow BB_2 = M_1M_2 = AM_2 - AM_1 = 135 - 45 = 90$ .

Tam giác  $AB_2B$  vuông cân tại A nên  $U = AB_1 = AB_2 = BB_2/\sqrt{2} = 45\sqrt{2}$  V  
 $\Rightarrow U_0 = U\sqrt{2} = 90$  V  $\Rightarrow$  Chọn C.

**Ví dụ 6:** Đặt điện áp  $u = U_0 \cos \omega t$  ( $U_0$  và  $\omega$  không đổi) vào hai đầu đoạn mạch gồm cuộn dây không thuần cảm mắc nối tiếp với tụ điện có điện dung C (thay đổi được). Khi  $C = C_0$  thì cường độ dòng điện trong mạch sớm pha hơn u là  $\varphi_1$  ( $0 < \varphi_1 < \pi/2$ ) và điện áp hiệu dụng hai đầu cuộn dây là 45 V. Khi  $C = 4C_0$  thì cường độ dòng điện trong mạch trễ pha hơn u là  $\varphi_2 = \pi/2 - \varphi_1$  và điện áp hiệu dụng hai đầu cuộn dây là 135 V. Giá trị của  $U_0$  gần giá trị nào nhất sau đây:

- A. 120 V.      B. 64 V.      C. 95 V.      D. 75 V.

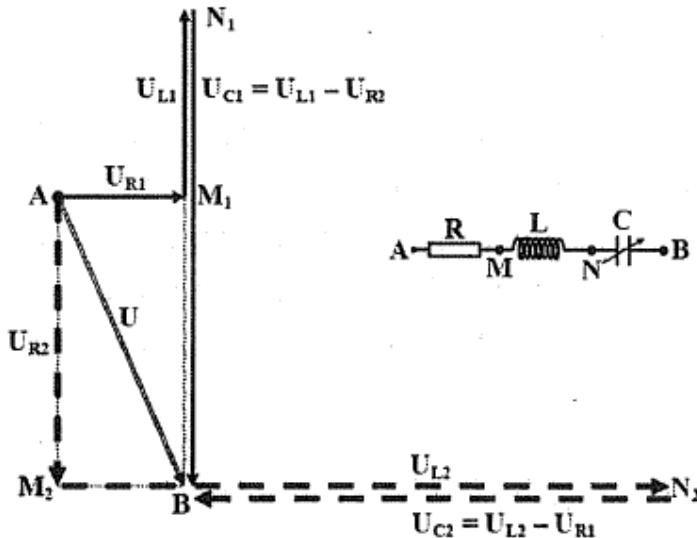
### Hướng dẫn

Ta thấy: 
$$\begin{cases} U_{R2} = 3U_{R1} \Rightarrow I_2 = 3I_1 \Rightarrow \begin{cases} U_{R2} = 3U_{R1} = 3a \\ U_{L2} = 3U_{L1} = 3b \end{cases} \\ C_2 = 4C_1 \Rightarrow Z_{C2} = \frac{Z_{C1}}{4} \end{cases}$$

$$\Rightarrow U_{C2} = \frac{3}{4}U_{C1} \Leftrightarrow U_{L2} - U_{R1} = \frac{3}{4}(U_{R2} + U_{L1}) \Leftrightarrow 3b - a = \frac{3}{4}(3a + b) \Rightarrow b = 2a$$

$$\Rightarrow \begin{cases} U_{R1} = a \\ U_{R2} = 3a \\ U_{L1} = \frac{13}{9}a \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{U}{AN_1} = \frac{\sqrt{U_{R1}^2 + U_{R2}^2}}{\sqrt{U_{R1}^2 + U_{L1}^2}} \Rightarrow \frac{U}{45} = \frac{\sqrt{a^2 + (3a)^2}}{\sqrt{a^2 + \left(\frac{13}{9}a\right)^2}} \Rightarrow U = 81 \Rightarrow U_0 = 81\sqrt{2} \approx 114,6(V)$$



**Ví dụ 4:** Đặt điện áp  $u = U_0 \cos \omega t$  ( $U_0$  và  $\omega$  không đổi) vào hai đầu đoạn mạch gồm cuộn dây không thuần cảm mắc nối tiếp với tụ điện có điện dung  $C$  (thay đổi được). Khi  $C = C_0$  thì cường độ dòng điện trong mạch sớm pha hơn  $u$  là  $\varphi_1$  ( $0 < \varphi_1 < \pi/2$ ) và điện áp hiệu dụng hai đầu cuộn dây là 45 V. Khi  $C = 3C_0$  thì cường độ dòng điện trong mạch trễ pha hơn  $u$  là  $\varphi_2 = 2\pi/3 - \varphi_1$  và điện áp hiệu dụng hai đầu cuộn dây là 135 V. Giá trị của  $U_0$  **gần giá trị nào nhất** sau đây:

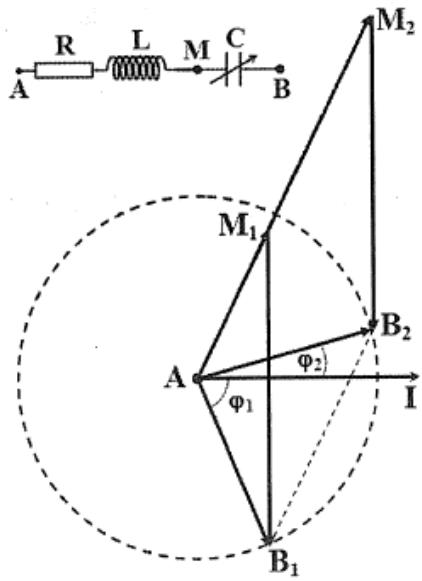
- A. 130 V.      B. 64 V.      C. 95 V.      D. 75 V.

### Hướng dẫn

Lấy trục I làm chuẩn thì khi  $C$  thay đổi, phương của các véc tơ  $AM$  và  $véc tơ MB$  không thay đổi (chỉ thay đổi về độ lớn) còn  $véc tơ U$  thì có chiều dài không đổi (đầu mút quay trên đường tròn tâm A).

Vì  $AM_2 = 3AM_1$  nên  $I_2 = 3I_1$ . Mặt khác,  $C_2 = 3C_1$  nên  $Z_{C2} = Z_{C1}/3$ . Suy ra, điện áp hiệu dụng trên tụ không thay đổi  $\Rightarrow BM_1$  và  $B_2M_2$  bằng nhau và song song với nhau  $\Rightarrow M_1B_1B_2M_2$  là hình bình hành  $\Rightarrow BB_2 = M_1M_2 = AM_2 - AM_1 = 135 - 45 = 90$ .

Tam giác  $AB_2B_1$  vuông cân tại A nên  $(BB_2)^2 = U^2 + U^2 - 2UU \cos \Delta\varphi$



$$\Rightarrow 90^2 = 2U^2 - 2U^2 \cos \frac{2\pi}{3} \Rightarrow U = 30\sqrt{3}(V) \Rightarrow U_0 = U\sqrt{2} = 30\sqrt{6} \approx 73(V)$$

$\Rightarrow$  Chọn D.

**Bình luận:** Bài toán giải theo cách 2 chỉ thực sự hay khi  $U_{C2} = U_{C1}$  và kết quả “độc đáo” là  $\frac{\Delta U}{U} = 2 \sin \frac{\Delta \varphi}{2}$ .

**Ví dụ 5:** Đặt điện áp  $u = U_0 \cos \omega t$  ( $U_0$  và  $\omega$  không đổi) vào hai đầu đoạn mạch gồm cuộn dây không thuần cảm mắc nối tiếp với tụ điện có điện dung  $C$  thay đổi. Khi  $C = C_0$  thì cường độ dòng điện trong mạch sớm pha hơn  $u$  là  $\alpha_1$  ( $0 < \alpha_1 < \pi/2$ ) và điện áp hiệu dụng hai đầu cuộn dây là  $U_1$ . Khi  $C = nC_0$  thì cường độ dòng điện trong mạch trễ pha hơn  $u$  là  $\alpha_2$  với  $\alpha_2 = \pi/2 - \alpha_1$  và điện áp hiệu dụng hai đầu cuộn dây là  $U_2$ . Biết rằng,  $U_2 - U_1 = 60(V)$  và  $U_2 / U_1 = n$ . Giá trị của  $U_0$  gần giá trị nào nhất sau đây:

- A. 95 V.      B. 75 V.      C. 64 V.      D. 40 V.

### Hướng dẫn

Từ  $U_2 / U_1 = n$  suy ra  $I_2 = nI_1$  và từ  $C = nC_0$  suy ra  $Z_{C2} = Z_{C1} / n$ . Do đó,  $U_{C2} = U_{C1}$  và ta sử dụng được công thức “độc”:  $\frac{\Delta U}{U} = 2 \sin \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2}$

$$\frac{60}{U} = 2 \sin \frac{\pi/2}{2} \Rightarrow U = 30\sqrt{2}(V) \Rightarrow U_0 = U\sqrt{2} = 60(V) \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

### Khái quát:

1) Khi  $C$  thay đổi mà  $U_{C2} = U_{C1}$  và lúc này hai dòng điện lệch pha nhau  $\Delta\varphi$ , điện áp hiệu dụng  $U_{RL}$  biến thiên một lượng  $\Delta U_{RL}$  thì luôn có  $\frac{\Delta U_{RL}}{U} = 2\sin\frac{\Delta\varphi}{2}$

2) Khi  $L$  thay đổi mà  $U_{L2} = U_{L1}$  và lúc này hai dòng điện lệch pha nhau  $\Delta\varphi$ , điện áp hiệu dụng  $U_{RC}$  biến thiên một lượng  $\Delta U_{RC}$  thì luôn có  $\frac{\Delta U_{RC}}{U} = 2\sin\frac{\Delta\varphi}{2}$

**Ví dụ 6:** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2}\cos\omega t$  (với  $U$  và  $\omega$  không đổi) vào hai đầu đoạn mạch AB mắc nối tiếp theo thứ tự gồm cuộn cảm thuần cảm có độ tự cảm  $L$  thay đổi được, điện trở thuần  $R$  và tụ điện có điện dung  $C$ . Khi  $L = L_1$  và  $L = L_2$  thì  $U_{L1} = U_{L2}$ , dòng điện trong mạch lệch pha nhau là  $2\pi/3$  và điện áp hiệu dụng trên đoạn RC thay đổi 75 V. Giá trị  $U$  gần giá trị nào nhất sau đây?

- A. 95 V.      B. 75 V.      C. 64 V.      D. 40 V.

### Hướng dẫn

Sử dụng công thức “độc”:  $\frac{\Delta U_{RC}}{U} = 2\sin\frac{\Delta\varphi}{2}$

$$\frac{75}{U} = 2\sin\frac{2\pi/3}{2} \Rightarrow U = 25\sqrt{3} (V) \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Ví dụ 7:** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2}\cos\omega t (V)$  (với  $U$  và  $\omega$  không đổi) vào hai đầu đoạn mạch AB mắc nối tiếp theo thứ tự gồm cuộn cảm thuần cảm có độ tự cảm  $L$  thay đổi được, điện trở thuần  $R$  và tụ điện có điện dung  $C$  thay đổi được. Có định  $C = C_0$  thay đổi  $L$ . Khi  $L = L_1$  và  $L = L_2$  thì  $U_{L1} = U_{L2}$ , dòng điện trong mạch lệch pha nhau là  $2\pi/3$  và điện áp hiệu dụng trên đoạn RC thay đổi  $75\sqrt{3}$  V. Có định  $L = L_0$  thay đổi  $C$ . Khi  $C = C_1$  và  $C = C_2$  thì  $U_{C1} = U_{C2}$ , điện áp hiệu dụng trên đoạn RL hơn kém nhau  $75\sqrt{2}$  V và dòng điện trong mạch lệch pha nhau là  $\beta$  gần giá trị nào nhất sau đây?

- A.  $0,4\pi$ .      B.  $0,3\pi$ .      C.  $0,64\pi$ .      D.  $0,48\pi$ .

### Hướng dẫn

\*Cố định  $C = C_0$  thay đổi  $L$ . Sử dụng công thức “độc”:  $\frac{\Delta U_{RC}}{U} = 2\sin\frac{\Delta\varphi}{2}$

$$\frac{75\sqrt{3}}{U} = 2\sin\frac{2\pi/3}{2} \Rightarrow U = 75 (V)$$

\*Cố định  $L = L_0$  thay đổi  $C$ . Sử dụng công thức “độc”:  $\frac{\Delta U_{RL}}{U} = 2\sin\frac{\Delta\varphi}{2}$

$$\frac{75\sqrt{2}}{U} = 2\sin\frac{\beta}{2} \Rightarrow \beta = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

## BÀI TẬP VẬN DỤNG

**Câu 1.** Đoạn mạch xoay chiều AB nối tiếp gồm đoạn mạch AM chỉ chứa R, đoạn MN chỉ chứa cuộn dây và đoạn NB chỉ chứa tụ C. Biết  $u_{AN} \perp u_{MB}$ ,  $R = \sqrt{2}Z_d$ ,  $U_{MB} = 50\sqrt{5}$  (V) và  $U_{MN} = 100$  (V). Giá trị  $U_{AB}$  gần giá trị nào nhất trong số các giá trị sau?

- A. 210 V.      B. 180 V.      C. 250 V.      D. 100 V

**Câu 2.** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U_0 \cos \omega t$  (V) vào hai đầu đoạn mạch AB gồm cuộn dây không thuần cảm, điện trở thuần và tụ điện mắc nối tiếp theo đúng thứ tự trên. Gọi M là điểm nối giữa cuộn dây và điện trở, N là điểm nối giữa điện trở và tụ điện. Điện áp tức thời hai đầu đoạn mạch MB lệch pha  $\pi/6$  so với điện áp tức thời giữa hai đầu đoạn mạch NB và lệch pha  $\pi/2$  so với điện áp tức thời giữa hai đầu đoạn mạch AN. Biết các điện áp hiệu dụng  $U_{AN} = 120$  V,  $U_{MB} = 80\sqrt{3}$  V. Tính hệ số công suất đoạn mạch AB.

- A. 0,96.      B. 0,71.      C. 0,84.      D. 0,87.

**Câu 3.** Đoạn mạch xoay chiều AB nối tiếp gồm đoạn mạch AM chỉ chứa R, đoạn MN chỉ chứa cuộn dây và đoạn NB chỉ chứa tụ C. Biết  $u_{AN} \perp u_{MB}$ ,  $R = \sqrt{2}Z_d$ ,  $U_{MB} = 100\sqrt{5}$  (V) và  $U_{MN} = 100$  (V). Giá trị  $U_{AB}$  gần giá trị nào nhất trong số các giá trị sau?

- A. 210 V.      B. 180 V.      C. 250 V.      D. 300 V.

**Câu 4.** Cho đoạn mạch AB mắc nối tiếp gồm các phần tử theo thứ tự: điện trở R, cuộn dây không thuần cảm có điện trở  $r = R/4$  và tụ điện C. M là điểm giữa điện trở R và cuộn dây, N là điểm giữa cuộn dây và tụ điện. Biết điện áp hiệu dụng  $U_{AB} = 200$  V, điện áp hiệu dụng  $U_{AN} = 150$  V và điện áp tức thời  $u_{AN}$  vuông pha với điện áp tức thời  $u_{MB}$ . Giá trị điện áp hiệu dụng  $U_{MB}$  gần giá trị nào nhất sau đây?

- A. 130 V.      B. 90 V.      C. 60 V.      D. 100 V.

**Câu 5.** Đặt điện áp xoay chiều vào hai đầu đoạn mạch AB nối tiếp theo thứ tự gồm cuộn cảm thuần L, điện trở thuần R và tụ điện C thì  $I = 2$  A và biểu thức điện áp trên các đoạn như sau:

$$u_R = 80\sqrt{2} \cos(100\pi t + \pi/2) \text{ (V)} \text{ và } u_{RC} = 60\sqrt{2} \cos 100\pi t \text{ (V)}$$

- A. 48  $\Omega$ .      B. 50  $\Omega$ .      C. 24  $\Omega$ .      D. 100  $\Omega$ .

**Câu 6.** Trên đoạn mạch xoay chiều không phân nhánh có bốn điểm theo đúng thứ tự A, M, N và B. Giữa hai điểm A và M chỉ có điện trở thuần R, giữa hai điểm M và N chỉ có cuộn dây (có điện trở thuần  $r = R/4$ ), giữa 2 điểm N và B chỉ có tụ điện. Đặt vào hai đầu đoạn mạch một điện áp 140 – 50 Hz thì điện áp hiệu dụng trên đoạn AN bằng 150 V. Điện áp tức thời trên đoạn AN vuông pha với điện áp trên đoạn MB. Điện áp hiệu dụng trên MB **gần giá trị nào nhất** trong số các giá trị sau đây?

- A. 30 V.      B. 90 V.      C. 58 V.      D. 54 V.

**Câu 7.** Trên đoạn mạch xoay chiều không phân nhánh có bốn điểm theo đúng thứ tự A, M, N và B. Giữa hai điểm A và M chỉ có tụ C, giữa hai điểm M và N chỉ có điện trở thuần, giữa 2 điểm N và B gồm cuộn cảm thuần L nối tiếp với điện trở  $R_0$ . Điện áp hiệu dụng hai điểm A và N là  $100\sqrt{2}$  (V) và điện áp hiệu dụng hai điểm M và B là 100 (V). Điện áp tức thời trên đoạn AN và trên đoạn MB lệch pha nhau  $70^\circ$ . Tính điện áp hiệu dụng trên tụ biết nó hơn điện áp hiệu dụng trên L là 27 V.

- A. 83 V.      B. 60 V.      C. 27 V.      D. 92 V.

**Câu 8.** Một mạch điện xoay chiều nối tiếp AB gồm : đoạn AN chứa tụ điện C nối tiếp với điện trở thuần R và đoạn NB chỉ có cuộn dây có độ tự cảm L có điện trở thuần r. Điện áp hiệu dụng trên các đoạn AN, NB và AB lần lượt là 80 V, 175 V và 150 V. Cường độ hiệu dụng qua mạch là 1 A. Hệ số công suất của đoạn AN là 0,8. Tổng điện trở thuần của toàn mạch gần nhất giá trị nào sau đây ?

- A. 138 Ω.      B. 79 Ω.      C. 60 Ω.      D. 90 Ω.

**Câu 9.** Đặt điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng không đổi 150 V vào đoạn mạch AMB gồm đoạn AM chỉ chứa điện trở R, đoạn mạch MB chứa tụ điện có điện dung C mắc nối tiếp với một cuộn cảm thuần có độ tự cảm L thay đổi được. Biết sau khi thay đổi độ tự cảm L thì điện áp hiệu dụng hai đầu mạch MB tăng  $2\sqrt{2}$  lần và dòng điện trong mạch trước và sau khi thay đổi lệch pha nhau 1 góc  $\pi/2$ . Tìm điện áp hiệu dụng hai đầu mạch MB khi chưa thay đổi L.

- A. 50 V.      B.  $100\sqrt{2}$  V.      C. 70 V.      D.  $45\sqrt{2}$  V.

**Câu 10.** Một cuộn dây có điện trở R và cảm kháng  $Z_L$  nối tiếp với tụ điện có dung kháng  $Z_C$  trong mạch xoay chiều có điện áp  $u = U_0 \cos \omega t$  (V) thì dòng điện trong mạch sớm pha hơn điện áp u là  $\varphi_1$  và công suất cuộn dây tiêu thụ là 30 W. Nếu tần số góc tăng 3 lần thì dòng điện chậm pha hơn u góc  $\varphi_2 = 90^\circ - \varphi_1$  và công suất cuộn dây tiêu thụ là 270 W. Chọn các phương án đúng.

- A.  $Z_L = 2R$       B.  $Z_C = 5R$       C.  $Z_C = 3,5R$       D.  $Z_L = 0,5R$

**Câu 11.** Đặt điện áp xoay chiều 150 V – 50 Hz vào hai đầu đoạn mạch RLC nối tiếp (L thuần cảm và C thay đổi được. Có hai giá trị của C là  $C_1$  và  $C_2$  làm cho  $U_{2L} = 6U_{1L}$ . Biết rằng hai dòng điện  $i_1$  và  $i_2$  lệch nhau  $114^\circ$ . Tính  $U_{1R}$ .

- A. 24,66 V.      B. 21,17 V.      C. 25,56V.      D. 136,25 V.

**Câu 12.** Đặt điện áp  $u = 90\sqrt{2} \cos \omega t$  (V) (với  $\omega$  không đổi) vào hai đầu đoạn mạch AB (hình vẽ). R là điện trở thuần, tụ điện có điện dung C, cuộn cảm thuần có độ tự cảm L thay đổi được. Điện áp hiệu dụng ở hai đầu đoạn mạch MB và độ lớn góc lệch pha của cường độ dòng điện so với điện áp u khi  $L = L_1$  là  $U$  và  $\varphi_1$ , còn khi  $L = L_2$  thì tương ứng là  $\sqrt{8}$  U và  $\varphi_2$ . Biết  $\varphi_1 + \varphi_2 = 90^\circ$ . Giá trị U bằng

- A. 135 V.      B. 30 V.      C. 90 V.      D. 60 V.

**Câu 13.** Đặt điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng không đổi U vào đoạn mạch AMB gồm đoạn AM chỉ chứa điện trở R, đoạn mạch MB chứa tụ điện có điện dung C mắc nối tiếp với một cuộn

cảm thuần có độ tự cảm  $L$  thay đổi được. Biết sau khi thay đổi độ tự cảm  $L$  thì điện áp hiệu dụng hai đầu mạch MB tăng n lần và dòng điện trong mạch trước và sau khi thay đổi lệch pha nhau một góc  $\pi/2$ . Tìm điện áp hiệu dụng hai đầu mạch MB khi chưa thay đổi  $L$ .

- A.  $\frac{U}{\sqrt{1+n^2}}$ .      B.  $\frac{nU}{\sqrt{1+n^2}}$ .      C.  $\frac{U}{\sqrt{1+n}}$ .      D.  $\frac{nU}{\sqrt{1+n}}$ .

**Câu 14.** Đặt điện áp  $u = U_0 \cos \omega t$  ( $U_0$  và  $\omega$  không đổi) vào hai đầu đoạn mạch gồm cuộn dây không thuần cảm măc nối tiếp với tụ điện có điện dung  $C$  (thay đổi được). Khi  $C = C_0$  thì cường độ dòng điện trong mạch sớm pha hơn  $u$  là  $\varphi_1$  ( $0 < \varphi_1 < \pi/2$ ) và điện áp hiệu dụng hai đầu cuộn dây là 50 V.

Khi  $C = 3C_0$  thì cường độ dòng điện trong mạch trễ pha hơn  $u$  là  $\varphi_2$  với  $\varphi_2 = \pi/2 - \varphi_1$  và điện áp hiệu dụng hai đầu cuộn dây là 150 V. Giá trị của  $U_0$  gần giá trị nào nhất sau đây:

- A. 103 V.      B. 64 V.      C. 95 V.      D. 75 V.

**Câu 15.** Đặt điện áp  $u = U_0 \cos \omega t$  ( $U_0$  và  $\omega$  không đổi) vào hai đầu đoạn mạch gồm cuộn dây không thuần cảm măc nối tiếp với tụ điện có điện dung  $C$  (thay đổi được). Khi  $C = C_0$  thì cường độ dòng điện trong mạch sớm pha hơn  $u$  là  $\varphi_1$  ( $0 < \varphi_1 < \pi/2$ ) và điện áp hiệu dụng hai đầu cuộn dây là 45 V.

Khi  $C = 4C_0$  thì cường độ dòng điện trong mạch trễ pha hơn  $u$  là  $\varphi_2$  với  $\varphi_2 = \pi/2 - \varphi_1$  và điện áp hiệu dụng hai đầu cuộn dây là 135 V. Giá trị của  $U_0$  gần giá trị nào nhất sau đây:

- A. 130 V.      B. 64 V.      C. 95 V.      D. 75 V.

**Câu 16.** Đặt điện áp  $u = U_0 \cos \omega t$  ( $U_0$  và  $\omega$  không đổi) vào hai đầu đoạn mạch gồm cuộn dây không thuần cảm măc nối tiếp với tụ điện có điện dung  $C$  (thay đổi được). Khi  $C = C_0$  thì cường độ dòng điện trong mạch sớm pha hơn  $u$  là  $\varphi_1$  ( $0 < \varphi_1 < \pi/2$ ) và điện áp hiệu dụng hai đầu cuộn dây là 45 V.

Khi  $C = 3C_0$  thì cường độ dòng điện trong mạch trễ pha hơn  $u$  là  $\varphi_2$  với  $\varphi_2 = 2\pi/3 - \varphi_1$  và điện áp hiệu dụng hai đầu cuộn dây là 135 V. Giá trị của  $U_0$  gần giá trị nào nhất sau đây:

- A. 130 V.      B. 64 V.      C. 95 V.      D. 75 V.

**Câu 17.** Đặt điện áp  $u = U_0 \cos \omega t$  ( $U_0$  và  $\omega$  không đổi) vào hai đầu đoạn mạch gồm cuộn dây không thuần cảm măc nối tiếp với tụ điện có điện dung  $C$  (thay đổi được). Khi  $C = C_0$  thì cường độ dòng điện trong mạch sớm pha hơn  $u$  là  $\varphi_1$  ( $0 < \varphi_1 < \pi/2$ ) và điện áp hiệu dụng hai đầu cuộn dây là 60 V.

Khi  $C = 2C_0$  thì cường độ dòng điện trong mạch trễ pha hơn  $u$  là  $\varphi_2$  với  $\varphi_2 = \pi/2 - \varphi_1$  và điện áp hiệu dụng hai đầu cuộn dây là 120 V. Giá trị của  $U_0$  gần giá trị nào nhất sau đây:

- A. 130 V.      B. 64 V.      C. 95 V.      D. 75 V.

**Câu 18.** Đặt điện áp  $u = U_0 \cos \omega t$  ( $U_0$  và  $\omega$  không đổi) vào hai đầu đoạn mạch gồm cuộn dây không thuần cảm măc nối tiếp với tụ điện có điện dung  $C$  (thay đổi được). Khi  $C = C_0$  thì cường độ dòng điện trong mạch sớm pha hơn  $u$  là  $\varphi_1$  ( $0 < \varphi_1 < \pi/2$ ) và điện áp hiệu dụng hai đầu cuộn dây là

40 V. Khi  $C = 2C_0$  thì cường độ dòng điện trong mạch trễ pha hơn  $u$  là  $\varphi_2 = 2\pi/3 - \varphi_1$  và điện áp hiệu dụng hai đầu cuộn dây là 120 V. Giá trị của  $U_0$  gần giá trị nào nhất sau đây:

- A. 20 V.      B. 50 V.      C. 95 V.      D. 75 V.

**Câu 19.** Đặt điện áp  $u = U_0 \cos \omega t$  ( $U_0$  và  $\omega$  không đổi) vào hai đầu đoạn mạch gồm cuộn dây không thuần cảm mắc nối tiếp với tụ điện có điện dung  $C$  (thay đổi được). Khi  $C = C_0$  thì cường độ dòng điện trong mạch sớm pha hơn  $u$  là  $\varphi_1$  ( $0 < \varphi_1 < \pi/2$ ) và điện áp hiệu dụng hai đầu cuộn dây là 45 V. Khi  $C = 2C_0$  thì cường độ dòng điện trong mạch trễ pha hơn  $u$  là  $\varphi_2$  với  $\varphi_2 = 2\pi/3 - \varphi_1$  và điện áp hiệu dụng hai đầu cuộn dây là 135 V. Giá trị của  $U_0$  gần giá trị nào nhất sau đây:

- A. 43 V.      B. 54 V.      C. 95 V.      D. 75 V.

**Câu 20.** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2} \cos \omega t$  (với  $U$  và  $\omega$  không đổi) vào hai đầu đoạn mạch AB mắc nối tiếp theo thứ tự gồm cuộn cảm thuần cảm có độ tự cảm  $L$  thay đổi được, điện trở thuần  $R$  và tụ điện có điện dung  $C$ . Khi  $L = L_1$  và  $L = L_2$  thì  $U_{L_1} = U_{L_2}$ , dòng điện trong mạch lệch pha nhau là  $2\pi/3$  và điện áp hiệu dụng trên đoạn RC thay đổi 120 V. Giá trị  $U$  gần giá trị nào nhất sau đây?

- A. 69 V.      B. 75 V.      C. 64 V.      D. 40 V.

**Câu 21.** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2} \cos \omega t$  ( $V$ ) (với  $U$  và  $\omega$  không đổi) vào hai đầu đoạn mạch AB mắc nối tiếp theo thứ tự gồm cuộn cảm thuần cảm có độ tự cảm  $L$  thay đổi được, điện trở thuần  $R$  và tụ điện có điện dung  $C$  thay đổi được. Có định  $C = C_0$  thay đổi  $L$ . Khi  $L = L_1$  và  $L = L_2$  thì  $U_{L_1} = U_{L_2}$ , dòng điện trong mạch lệch pha nhau là  $2\pi/3$  và điện áp hiệu dụng trên đoạn RC thay đổi  $75\sqrt{3}$  V. Có định  $L = L_0$  thay đổi  $C$ . Khi  $C = C_1$  và  $C = C_2$  thì  $U_{C_1} = U_{C_2}$ , điện áp hiệu dụng trên đoạn RL hơn kém nhau 90 V và dòng điện trong mạch lệch pha nhau là  $\beta$  gần giá trị nào nhất sau đây?

- A.  $0,4\pi$ .      B.  $0,3\pi$ .      C.  $0,64\pi$ .      D.  $0,48\pi$ .

**Câu 22.** Đặt điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng không đổi  $U$  vào đoạn mạch AMB gồm đoạn AM chỉ chứa điện trở  $R$ , đoạn mạch MB chứa tụ điện có điện dung  $C$  mắc nối tiếp với một cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L$  thì điện áp hiệu dụng hai đầu mạch MB tăng  $\sqrt{3}$  lần và dòng điện trong mạch trước và sau khi thay đổi lệch pha nhau một góc  $90^\circ$ . Điện áp hiệu dụng hai đầu mạch AM khi chưa thay đổi  $L$  là bao nhiêu?

- A.  $U\sqrt{3}/2$ .      B.  $U/2$ .      C.  $U\sqrt{2}/2$ .      D.  $U\sqrt{3}$ .

**Câu 23.** Đặt điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng không đổi  $U_{AB} = 200 V$  vào đoạn mạch AMB gồm đoạn AM chỉ chứa điện trở  $R$ , đoạn mạch MB chứa tụ điện có điện dung  $C$  mắc nối tiếp với một cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L$  thay đổi được. Khi  $L = L_1$  thì điện áp hiệu dụng hai đầu mạch MB là  $U_1$  và dòng điện trong mạch có biểu thức  $i_1 = I_{01} \cos(\omega t + \pi/3)$  (A). Khi  $L = L_2$  thì điện áp hiệu dụng hai đầu mạch MB là  $U_2$  và dòng điện trong mạch có biểu thức  $i_2 = I_{02} \cos(\omega t - \pi/6)$  (A). Nếu  $U_2 = U_1\sqrt{3}$  thì  $U_1$  bằng bao nhiêu?

- A.  $100\sqrt{3}$  V.      B. 100 V.      C.  $100\sqrt{2}$  V.      D. 50 V.

**Câu 24.** Đặt điện áp xoay chiều  $150 \text{ V} - 50 \text{ Hz}$  vào hai đầu đoạn mạch RLC nối tiếp (L thuần cảm) và C thay đổi được. Có hai giá trị của C là  $C_1$  và  $C_2$  làm cho  $U_{2L} = 6U_{1L}$ . Biết rằng hai dòng điện  $i_1$  và  $i_2$  lệch nhau  $90^\circ$ . Tính  $U_{1R}$ .

- A. 24,66 V.      B. 147,96 V.      C. 25,56 V.      D. 136,25 V.

**Câu 25.** Đặt điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng không đổi  $150 \text{ V}$  vào đoạn mạch AMB gồm đoạn AM chỉ chứa điện trở R, đoạn mạch MB chứa tụ điện có điện dung C mắc nối tiếp với một cuộn cảm thuần có độ tự cảm L thay đổi được. Biết sau khi thay đổi độ tự cảm L thì điện áp hiệu dụng hai đầu mạch MB tăng  $2\sqrt{2}$  lần và dòng điện trong mạch trước và sau khi thay đổi lệch pha nhau một góc  $\pi/2$ . Tìm điện áp hiệu dụng hai đầu mạch MB khi chưa thay đổi L.

- A. 50 V.      B.  $100\sqrt{2}$  V.      C. 70 V.      D.  $45\sqrt{2}$  V.

**Câu 26.** Đoạn mạch AB mắc nối tiếp theo đúng thứ tự gồm cuộn dây 1, cuộn dây 2 và tụ điện. M là điểm nối giữa hai cuộn dây, N là điểm nối cuộn dây 2 với tụ điện, cuộn 1 thuần cảm. Đặt vào AB một điện áp xoay chiều, thì cảm kháng cuột 1 bằng  $Z_C$ , điện áp  $u_{AN}$  sớm pha hơn  $u_{MB}$  là  $60^\circ$  và  $U_{AN} = 2U_{MB}$ . Tính tỉ số  $L_1/L_2$ .

- A. 1.      B. 2.      C. 3.      D. 4.

**Câu 27.** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U\sqrt{2}\cos\omega t (\text{V})$  vào hai đầu đoạn mạch nối tiếp gồm điện trở R, cuộn cảm có độ tự cảm L, có điện trở thuần r và tụ điện C thì điện áp hiệu dụng trên điện trở, trên cuộn cảm lần lượt là  $U_R, U_{rL}$  với  $2U = 4U_{rL} = 3U_R$  và  $Z_C = 2Z_L$ . Tính hệ số công suất của mạch

- A. 0,85.      B. 0,75.      C. 43/48.      D. 47/49.

**Câu 28.** Một đoạn mạch AB mắc nối tiếp theo thứ tự gồm điện trở R, tụ điện C và cuộn dây có độ tự cảm L, điện trở thuần r = R (với  $L = CR^2$ ). Đặt vào AB một điện áp xoay chiều  $u = U_0\cos\omega t (\text{V})$ , với  $\omega$  thay đổi được. Khi  $\omega = \omega_1$  thì điện áp trên RC trễ pha hơn điện áp AB một góc  $\alpha_1$  và có giá trị hiệu dụng  $U_1$ . Khi  $\omega = \omega_2$  thì điện áp trên RC trễ pha hơn điện áp AB một góc  $\alpha_2$  và có giá trị hiệu dụng  $U_2$ . Biết  $\alpha_1 + \alpha_2 = \pi/2$  và  $3U_1 = 4U_2$ . Tính hệ số công suất của mạch ứng với  $\omega = \omega_1$ .

- A. 0,67.      B. 0,64.      C. 0,96.      D. 0,98

**Câu 29.** Một đoạn mạch AB mắc nối tiếp theo thứ tự gồm điện trở R, tụ điện C và cuộn dây có độ tự cảm L, điện trở thuần r = R (với  $L = CR^2$ ). Đặt vào AB một điện áp xoay chiều  $u = U_0\cos\omega t (\text{V})$ , với  $\omega$  thay đổi được. Khi  $\omega = \omega_1$  thì biểu thức điện áp trên cuộn cảm là  $u_{d1} = U_1\sqrt{2}\cos(\omega_1 t + \gamma_1) (\text{V})$ . Khi  $\omega = \omega_2$  thì biểu thức điện áp trên cuộn cảm là  $u_{d2} = U_2\sqrt{2}\cos(\omega_2 t + \gamma_2) (\text{V})$ . Biết  $\gamma_1 + \gamma_2 = \pi/2$  và  $U_1 = 0,6U_2$ . Tính hệ số công suất của mạch ứng với  $\omega = \omega_1$ .

A.  $\frac{11}{12}$ .

B.  $\frac{12}{13}$ .

C.  $\frac{15}{17}$ .

D.  $\frac{14}{15}$ .

**Câu 30.** Đặt điện áp xoay chiều vào hai đầu đoạn mạch nối tiếp AB gồm đoạn AM chứa điện trở R, đoạn MN chứa cuộn cảm có độ tự cảm L, có điện trở thuần r và đoạn NB chứa tụ điện C thì biểu thức điện áp trên đoạn AN và trên MB lần lượt là  $u_{AN} = U_0 \cos(\omega t + \pi/3)$  (V) và  $u_{MB} = U_0 \cos(\omega t - \pi/6)$  (V). Điện áp trên đoạn MN

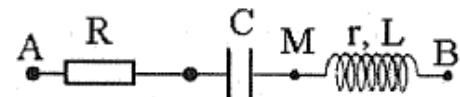
A. trễ pha hơn  $u_{AB}$  là  $\pi/3$ .

B. trễ pha hơn  $u_{AB}$  là  $\pi/2$ .

C. sớm pha hơn  $u_{AB}$  là  $\pi/3$ .

D. sớm pha hơn  $u_{AB}$  là  $\pi/2$ .

**Câu 31.** Một đoạn mạch AB gồm đoạn AM và MB mắc nối tiếp. Đoạn AM gồm điện trở R nối tiếp với tụ điện C, còn đoạn MB chỉ có cuộn cảm L. Đặt vào AB một điện áp xoay chiều chỉ có tần số thay đổi được thì điện áp tức thời trên AM và trên MB luôn lệch pha nhau  $\pi/2$ . Khi mạch cộng hưởng thì điện áp trên AM có giá trị hiệu dụng  $U_1$  và trễ pha so với điện áp tức thời trên AM lại trễ hơn điện áp trên AB một góc  $\alpha_1$ . Điều chỉnh tần số để điện áp hiệu dụng trên AM và  $U_2$  thì điện áp tức thời trên AM trễ hơn điện áp trên AB một góc  $\alpha_2$ . Biết  $\alpha_1 + \alpha_2 = \pi/2$  và  $U_1 = 0,75U_2$ . Tính hệ số công suất của mạch AM khi xảy ra cộng hưởng



A. 0,6.

B. 0,8,

C. 1.

D. 0,75.

**Câu 32.** Đoạn mạch xoay chiều AB gồm hai đoạn mạch AM nối tiếp MB. Đoạn mạch AM gồm điện trở R nối tiếp với tụ điện có điện dung C, đoạn mạch MB có cuộn cảm có độ tự cảm L và điện trở r. Biết  $R^2 = r^2 = L/C$  và điện áp hiệu dụng giữa hai đầu MB lớn gấp  $\sqrt{3}$  điện áp hai đầu AM. Hệ số công suất của AB là

A. 0,887.

B. 0,755.

C. 0,866.

D. 0,975.

**Câu 33.** Một đoạn mạch AB gồm đoạn AM và MB mắc nối tiếp. Đoạn AM gồm tụ điện C nối tiếp với điện trở R, còn đoạn MB chỉ có cuộn cảm có độ tự cảm L và điện trở thuần r = R. Đặt vào AB một điện áp xoay chiều chỉ có tần số góc  $\omega$  thay đổi được thì điện áp tức thời trên AM và trên MB luôn luôn lệch pha nhau  $\pi/2$ . Khi  $\omega = \omega_1$  thì điện áp trên AM có giá trị hiệu dụng  $U_2$  và trễ pha so với điện áp trên AB một góc  $\alpha_1$ . Khi  $\omega = \omega_2$  thì điện áp trên AM có giá trị hiệu dụng  $U_1$  và trễ pha so với điện áp trên AB một góc  $\alpha_2$ . Biết  $\alpha_1 + \alpha_2 = \pi/2$  và  $U_1 = U_2\sqrt{3}$ . Tính hệ số công suất của mạch ứng với  $\omega_1$  và  $\omega_2$ .

A. 0,87 và 0,87.

B. 0,45 và 0,75.

C. 0,75 và 0,45.

D. 0,96 và 0,96.

**Câu 34.** Một đoạn mạch AB mắc nối tiếp theo thứ tự gồm điện trở R, tụ điện C và cuộn dây có độ tự cảm L, điện trở thuần r = R (với  $L = CR^2$ ). Đặt vào AB một điện áp xoay chiều  $u = U_0 \cos \omega t$  (V), với  $\omega$  thay đổi được. Khi  $\omega = \omega_1$  thì biểu thức điện áp trên cuộn cảm là  $u_{d1} = U_1 \sqrt{2} \cos(\omega_1 t + \gamma_1)$  (V). Khi  $\omega = \omega_2$  thì biểu thức điện áp trên cuộn cảm là  $u_{d2} = U_2 \sqrt{2} \cos(\omega_2 t + \gamma_2)$  (V). Biết  $\gamma_1 + \gamma_2 = \pi/2$  và  $U_1 = 0,7U_2$ . Tính hệ số công suất của mạch ứng với  $\omega = \omega_1$ .

A. 0,94.

B. 0,92.

C. 0,87.

D. 0,75.

**Câu 35.** Một đoạn mạch AB mắc nối tiếp theo thứ tự gồm điện trở R, tụ điện C và cuộn dây có độ tự cảm L, điện trở thuần  $r = R$  (với  $L = CR^2$ ). Đặt vào AB một điện áp xoay chiều  $u = U_0 \cos \omega t (V)$ , với  $\omega$  thay đổi được. Khi  $\omega = \omega_1$  thì biểu thức điện áp trên cuộn cảm là  $u_{d1} = U_1 \sqrt{2} \cos(\omega_1 t + \gamma_1) (V)$ . Khi  $\omega = \omega_2$  thì biểu thức điện áp trên cuộn cảm là  $u_{d2} = U_2 \sqrt{2} \cos(\omega_2 t + \gamma_2) (V)$ . Biết  $\gamma_1 + \gamma_2 = \pi/2$  và  $U_1 = kU_2$ . Tính hệ số công suất của mạch ứng với  $\omega = \omega_1$  là 0,28. Chọn phương án đúng.

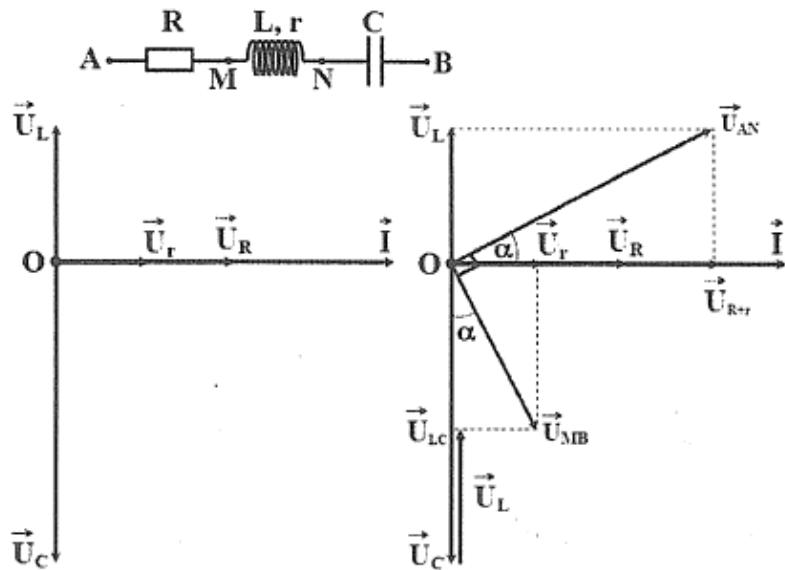
A.  $k = 7$ .B.  $k = 0,7$ .C.  $k = 0,8$ .D.  $k = 8$ .

**Câu 36.** Một đoạn mạch AB mắc nối tiếp theo thứ tự gồm điện trở R, tụ điện C và cuộn dây có độ tự cảm L, điện trở thuần  $r = R$  (với  $L = CR^2$ ). Đặt vào AB một điện áp xoay chiều  $u = U_0 \cos \omega t (V)$ , với  $\omega$  thay đổi được. Khi  $\omega = \omega_1$  thì biểu thức điện áp trên cuộn cảm là  $u_{d1} = U_1 \sqrt{2} \cos(\omega_1 t + \gamma_1) (V)$ . Khi  $\omega = \omega_2$  thì biểu thức điện áp trên cuộn cảm là  $u_{d2} = U_2 \sqrt{2} \cos(\omega_2 t + \gamma_2) (V)$ . Biết  $\gamma_1 + \gamma_2 = \pi/2$  và  $U_1 = kU_2$ . Tính hệ số công suất của mạch ứng với  $\omega = \omega_1$  là 0,2k. Chọn phương án đúng.

A.  $k = 4$ .B.  $k = 0,4$ .C.  $k = 0,3$ .D.  $k = 3$ .

### HƯỚNG DẪN GIẢI

**Câu 1.**



Vì  $R = \sqrt{2} Z_d$  nên  $U_R = \sqrt{2} U_d = 100\sqrt{2} (V)$ .

$$\text{Xét } \Delta O U_{LC} U_{MB}: \sin \alpha = \frac{U_r}{U_{MB}} \Rightarrow \alpha = \arcsin \frac{U_r}{50\sqrt{5}}$$

Xét  $\Delta O U_{R+r} U_{AN}$ :  $U_L = U_{R+r} \tan \alpha = (100\sqrt{2} + U_r) \tan \arcsin \frac{U_r}{50\sqrt{5}}$

Mà  $U_{MN}^2 = U_r^2 + U_L^2$  nên  $100^2 = U_r^2 + (100\sqrt{2} + U_r)^2 \tan^2 \left( \arcsin \frac{U_r}{50\sqrt{5}} \right)$

$$\Rightarrow U_r = 47,29724(V) \Rightarrow \begin{cases} U_{R+r} = 188,72(V) \\ U_{LC} = \sqrt{U_{MB}^2 - U_r^2} = 101,32(V) \end{cases}$$

$$\Rightarrow U = \sqrt{U_{R+r}^2 + U_{LC}^2} \approx 214,2(V)$$

### Câu 2.

\*Xét tam giác  $O U_{AN} U_{R+r}$ :

$$\begin{cases} U_{R+r} = 120 \cos 30^\circ = 60\sqrt{3}(V) \\ U_L = 120 \sin 30^\circ = 60(V) \end{cases}$$

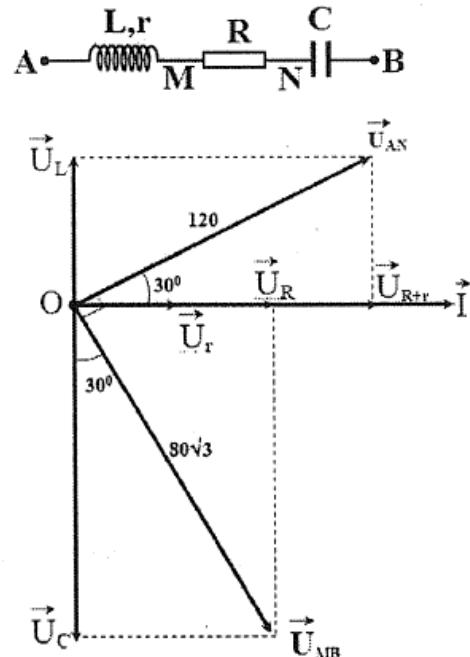
\*Xét tam giác  $O U_{MB} U_C$ :

$$U_C = 80\sqrt{3} \cos 30^\circ = 120(V)$$

\*Hệ số công suất:

$$\cos \varphi = \frac{U_{R+r}}{\sqrt{U_{R+r}^2 + (U_L - U_C)^2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$\Rightarrow$  Chọn D.



### Câu 3.

Vì  $R = \sqrt{2}Z_d$  nên  $U_R = \sqrt{2}U_d = 100\sqrt{2}(V)$ .

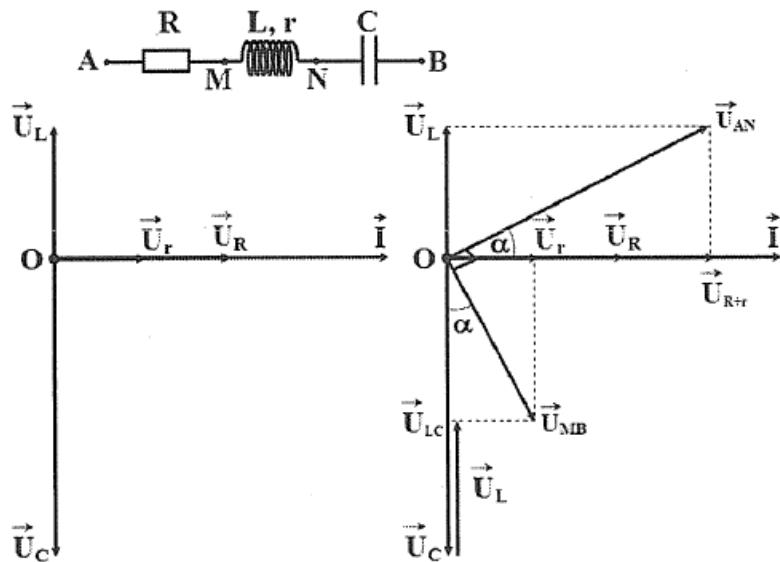
Xét  $\Delta O U_{LC} U_{MB}$ :  $\sin \alpha = \frac{U_r}{U_{MB}} \Rightarrow \alpha = \arcsin \frac{U_r}{100\sqrt{5}}$

Xét  $\Delta O U_{R+r} U_{AN}$ :  $U_L = U_{R+r} \tan \alpha = (100\sqrt{2} + U_r) \tan \arcsin \frac{U_r}{100\sqrt{5}}$

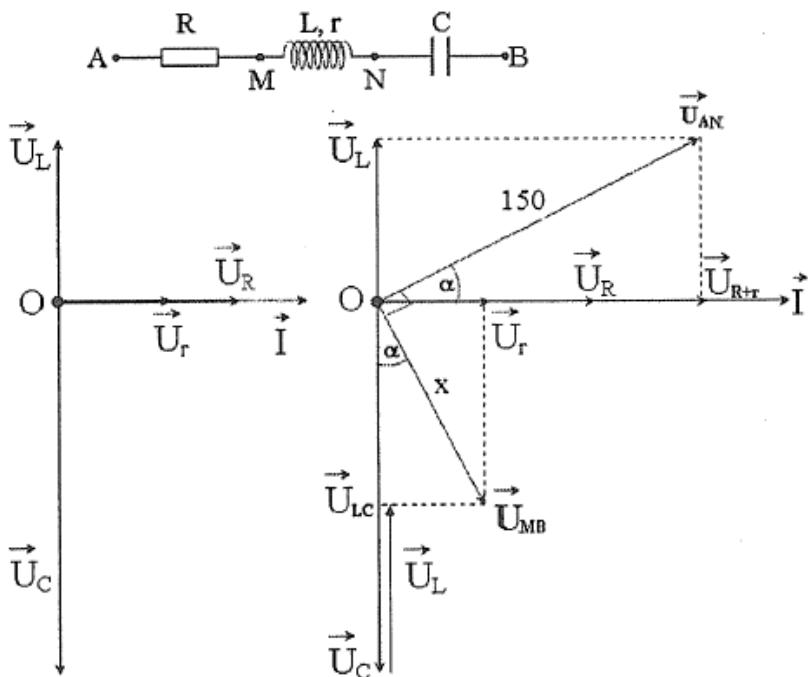
Mà  $U_{MN}^2 = U_r^2 + U_L^2$  nên  $100^2 = U_r^2 + (100\sqrt{2} + U_r)^2 \tan^2 \left( \arcsin \frac{U_r}{100\sqrt{5}} \right)$

$$\Rightarrow U_r = 70,710678 = 50\sqrt{2}(V) \Rightarrow \begin{cases} U_{R+r} = 150\sqrt{2}(V) \\ U_{LC} = \sqrt{U_{MB}^2 - U_r^2} = 150\sqrt{2}(V) \end{cases}$$

$$\Rightarrow U = \sqrt{U_{R+r}^2 + U_{LC}^2} = 300(V) \Rightarrow \text{Chọn D.}$$



#### Câu 4.



$$\begin{cases} \Delta O U_r U_{MB} : \sin \alpha = \frac{U_r}{x} \\ \Delta O U_{R+r} U_{AN} : \cos \alpha = \frac{U_{R+r}}{150} = \frac{5U_r}{150} \end{cases} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{30}{x} \Rightarrow \alpha = \arctan \frac{30}{x}$$

$$U^2 = U_{R+r}^2 + U_{LC}^2 - \frac{U_{R+r} = 150 \cos \alpha}{U_{LC} = x \cos \alpha} \rightarrow 200^2 = (150^2 + x^2) \cos^2 \left( \arctan \frac{30}{x} \right)$$

Dùng chức năng SOLVE của máy tính cầm tay giải được  $x = 139,14$  (V)  $\Rightarrow$  Chọn A.

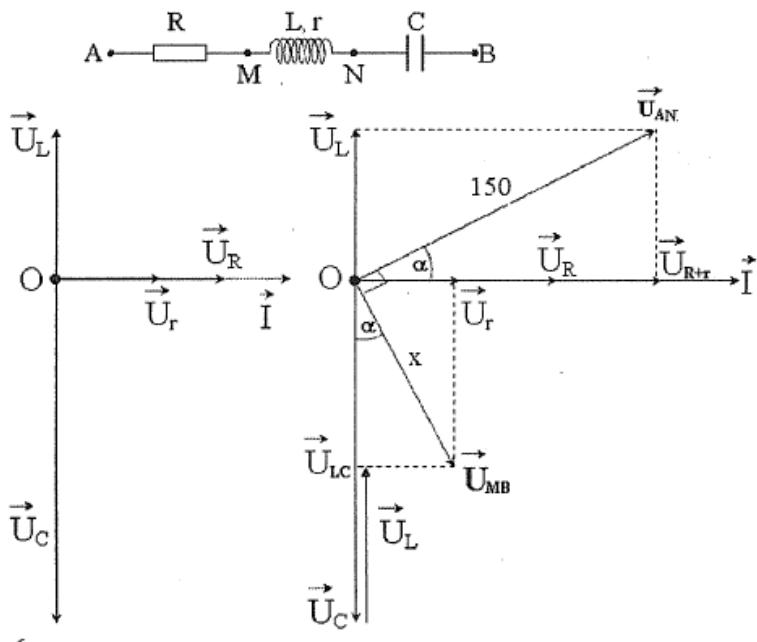
### Câu 5.

Vẽ giản đồ véc tơ chung gốc. Áp dụng hệ thức trong tam giác vuông:

$$\begin{aligned}\frac{1}{U_R^2} &= \frac{1}{U_{RL}^2} + \frac{1}{U_{RC}^2} \\ \Rightarrow \frac{1}{U_R^2} &= \frac{1}{80^2} + \frac{1}{60^2} \Rightarrow U_R = 48(V) \\ \Rightarrow R &= \frac{U_R}{I} = 24(\Omega)\end{aligned}$$

$\Rightarrow$  Chọn C.

### Câu 6.

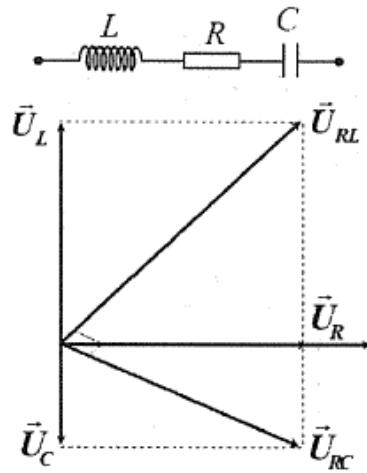


$$\begin{cases} \Delta O U_r U_{MB} : \sin \alpha = \frac{U_r}{x} \\ \Delta O U_{R+r} U_{AN} : \cos \alpha = \frac{U_{R+r}}{150} = \frac{5U_r}{150} \end{cases} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{30}{x}$$

$$\begin{aligned}U^2 &= U_{R+r}^2 + U_{LC}^2 \xrightarrow{\frac{U_{R+r}=150\cos\alpha}{U_{LC}=x\cos\alpha}} 140^2 = (150^2 + x^2) \cos^2 \alpha \\ \Rightarrow 150^2 + x^2 &= 140^2 \cdot \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow 150^2 + x^2 = 140^2 (1 + \tan^2 \alpha)\end{aligned}$$

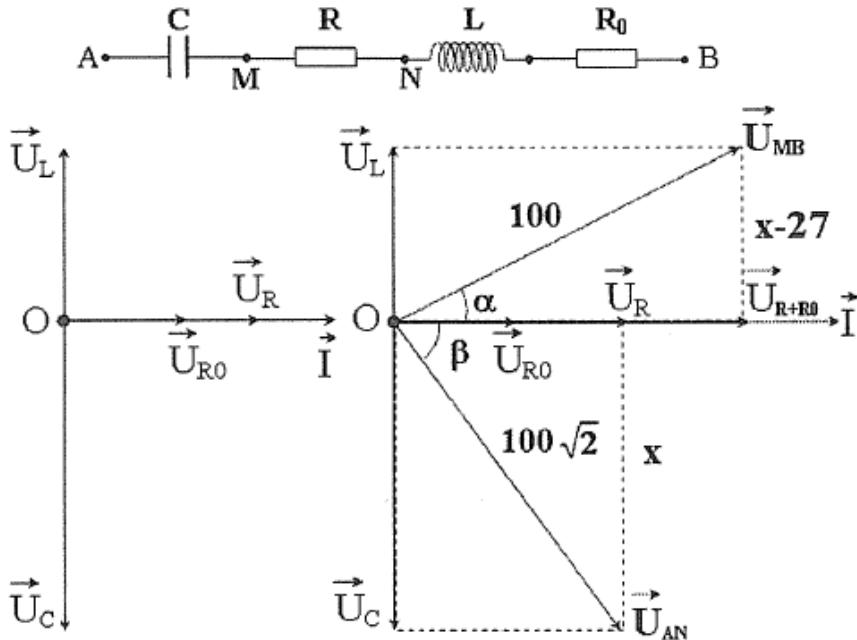
$$\Rightarrow 150^2 + x^2 = 140^2 \left(1 + \frac{30^2}{x^2}\right) \Rightarrow x = 54,7(V) \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

### Câu 7.



Vẽ mạch điện và vẽ giản đồ véc tơ

$$\begin{cases} \alpha = \arcsin \frac{x-27}{100} \\ \beta = \arcsin \frac{x}{100\sqrt{2}} \end{cases} \xrightarrow{\alpha + \beta = 70^\circ} \arcsin \frac{x-27}{100} + \arcsin \frac{x}{100\sqrt{2}} = 70^\circ \Rightarrow x = 83(V)$$



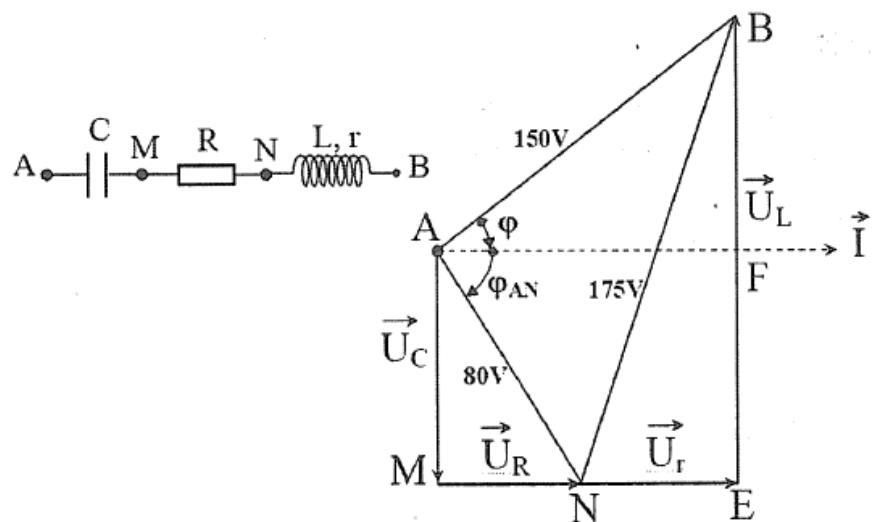
$\Rightarrow$  Chọn A.

### Câu 8.

Áp dụng định lý hàm số cos cho tam giác ANB:

$$\cos(\varphi + \varphi_{AN}) = \frac{150^2 + 80^2 - 175^2}{2 \cdot 150 \cdot 80} = -0,071875$$

$$\Rightarrow \varphi = \arccos(-0,071875) - \varphi_{AN} = \arccos(-0,071875) - \arccos 0,8$$

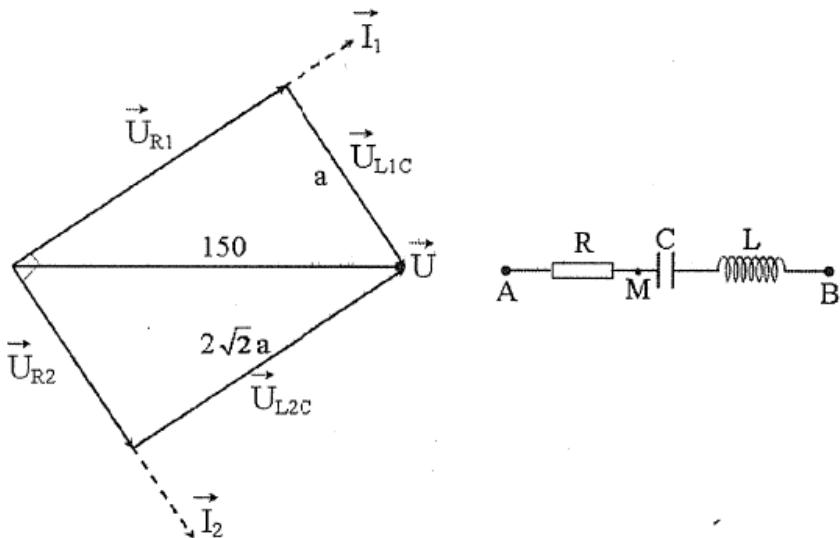


Từ tam giác vuông ABF:

$$U_R + U_r = AF = AB \cos \varphi = 150 \cos(\arccos(-0,071875) - \arccos 0,8) = 81(V) \Rightarrow R + r = \frac{U_R + U_r}{I} = 81(\Omega)$$

### Câu 9.

Từ giản đồ véc to tính được:  $150^2 = a^2 + (2\sqrt{2}a)^2 \Rightarrow a = 50(V)$

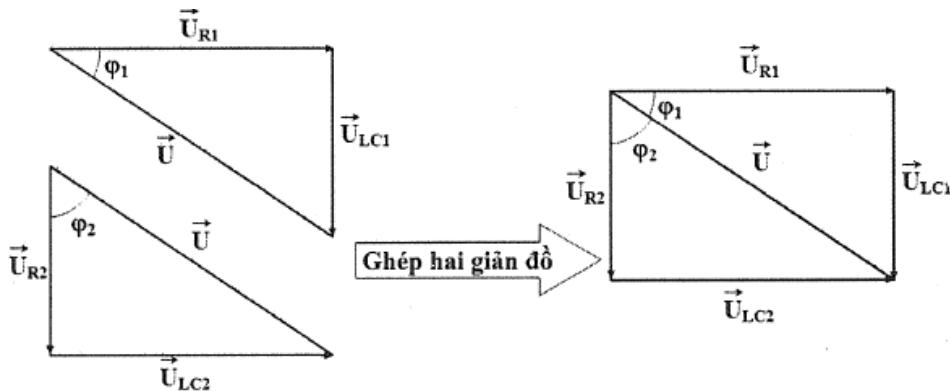


### Câu 10.

$$\text{Ta thấy: } \begin{cases} P_2 = 9P_1 \Rightarrow I_2 = 3I_1 \\ \omega_2 = 3\omega_1 \Rightarrow \begin{cases} Z_{L2} = 3Z_{L1} \\ Z_{C2} = \frac{Z_{C1}}{3} \end{cases} \end{cases}$$

Vẽ giản đồ véc to:  $i_1$  sớm pha hơn  $u$ ;  $i_2$  trễ pha hơn  $u$ ; Vì  $\vec{i}_1 \perp \vec{i}_2$  nên tứ giác  $AM_1BM_2$  là hình chữ nhật.

$$\text{Ta có hệ: } \begin{cases} U_{LC1} = U_{R2} \\ U_{LC2} = U_{R1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_1(Z_{C1} - Z_{L1}) = I_2 R \\ I_2(Z_{L2} - Z_{C2}) = I_1 R \end{cases}$$



$$\Rightarrow \begin{cases} I_1(Z_{C1} - Z_{L1}) = 3I_1R \\ 3I_1\left(3Z_{L1} - \frac{Z_{C1}}{3}\right) = I_1R \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Z_{L1} = 0,5R \\ Z_{C1} = 3,5R \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn C, D.}$$

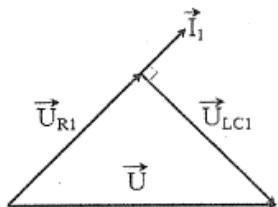
### Câu 11.

Vì  $U_{2L} = 6U_{1L}$  nên  $U_{2R} = 6U_{1R}$ . Đặt  $U_{1R} = x$  thì  $U_{2R} = 6x$ .

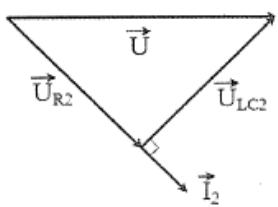
Theo bài ra:  $\alpha_1 + \alpha_2 = 114^\circ$   $\xrightarrow[\alpha_2 = \arccos \frac{U_{R2}}{U}]{\alpha_1 = \arccos \frac{U_{R1}}{U}}$

$$\arccos \frac{x}{150} + \arccos \frac{6x}{150} = 114^\circ \Rightarrow x \approx 21,17(V)$$

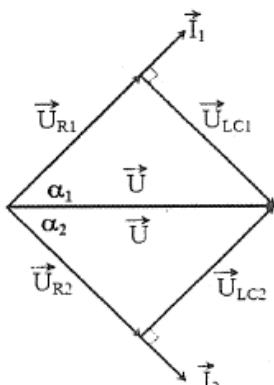
$\Rightarrow$  Chọn B.



Trường hợp 1:  $Z_{L1} < Z_{C1}$



Trường hợp 2:  $Z_{L2} > Z_{C2}$



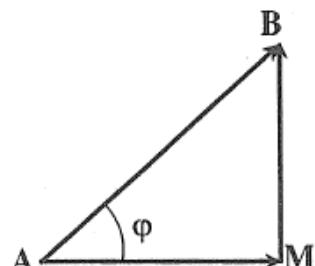
Ghép 2 giàn đồ

### Câu 12.

$$\text{Vì } \varphi_1 + \varphi_2 = 90^\circ \Rightarrow \sin^2 \varphi_1 + \sin^2 \varphi_2 = 1$$

$$\sin \varphi_1 = \frac{U_{MB1}}{U_{AB}} = \frac{U}{90}; \sin \varphi_2 = \frac{U_{MB2}}{U_{AB}} = \frac{U\sqrt{8}}{90}$$

$$\left(\frac{U}{90}\right)^2 + \left(\frac{U\sqrt{8}}{90}\right)^2 = 1 \Rightarrow U = 30(V) \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

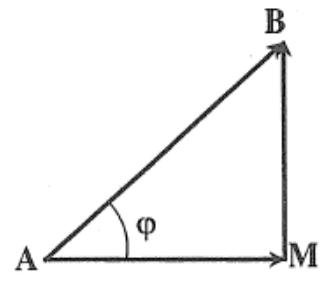


### Câu 13.

$$\text{Vì } \varphi_1 + \varphi_2 = 90^\circ \Rightarrow \sin^2 \varphi_1 + \sin^2 \varphi_2 = 1$$

$$\text{Mà } \sin \varphi_1 = \frac{U_{MB1}}{U_{AB}} = \frac{U_{MB1}}{U}; \sin \varphi_2 = \frac{U_{MB2}}{U_{AB}} = \frac{nU_{MB1}}{U}$$

$$\Rightarrow \left( \frac{U_{MB1}}{U} \right)^2 + \left( \frac{nU_{MB1}}{U} \right)^2 = 1 \Rightarrow U_{MB1} = \frac{U}{\sqrt{1+n^2}}$$



#### Câu 14.

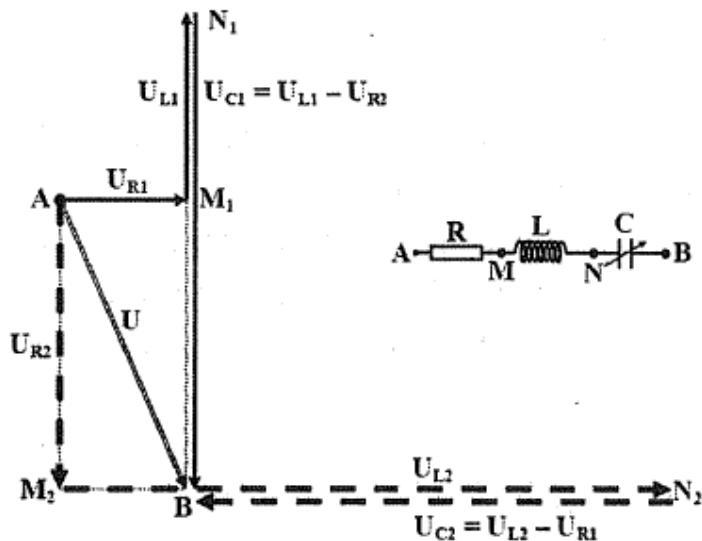
*Cách 1: Phương pháp giải đồ véc tơ kép lấy trục U làm chuẩn.*

$$\text{Ta thấy: } \begin{cases} U_{R2} = 3U_{R1} \Rightarrow I_2 = 3I_1 \Rightarrow \begin{cases} U_{R2} = 3U_{R1} = 3a \\ U_{L2} = 3U_{L1} = 3b \end{cases} \\ C_2 = 3C_1 \Rightarrow Z_{C2} = \frac{Z_{C1}}{3} \end{cases}$$

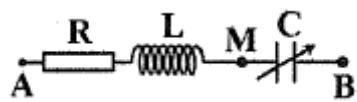
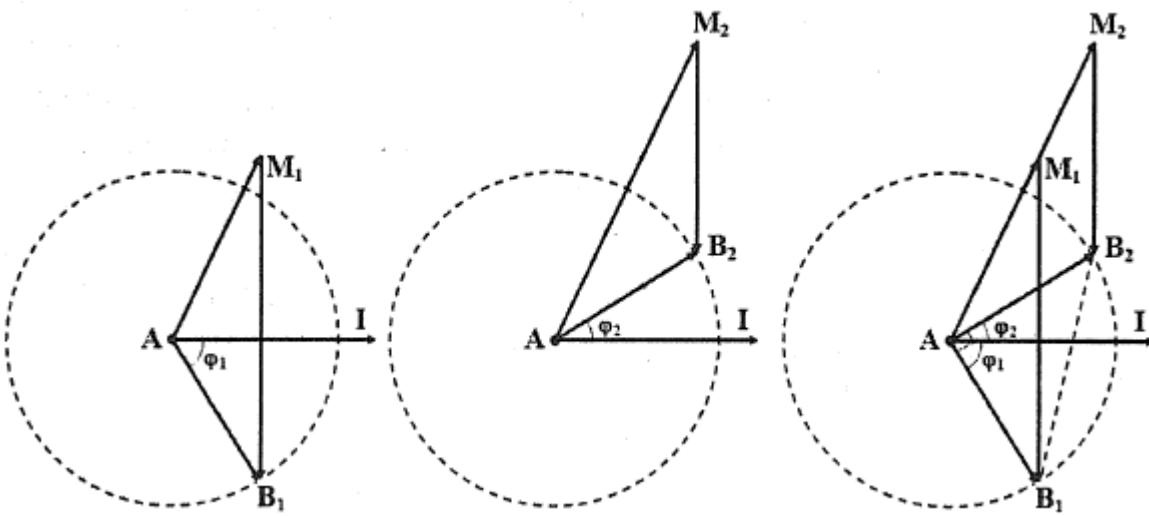
$$\Rightarrow U_{C2} = U_{C1} \Leftrightarrow U_{L2} - U_{R1} = U_{R2} + U_{L1} \Leftrightarrow 3b - a = 3a + b \Rightarrow b = 2a \Rightarrow \begin{cases} U_{R1} = a \\ U_{R2} = 3a \\ U_{L1} = 2a \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{U}{AN_1} = \frac{\sqrt{U_{R1}^2 + U_{R2}^2}}{\sqrt{U_{R1}^2 + U_{L1}^2}} \Rightarrow \frac{U}{50} = \frac{\sqrt{a^2 + (3a)^2}}{\sqrt{a^2 + (2a)^2}} \Rightarrow U = 50\sqrt{2} \Rightarrow U_0 = 100(V)$$

$\Rightarrow$  Chọn A.



*Cách 2: Phương pháp giải đồ véc tơ kép lấy trục I làm chuẩn*

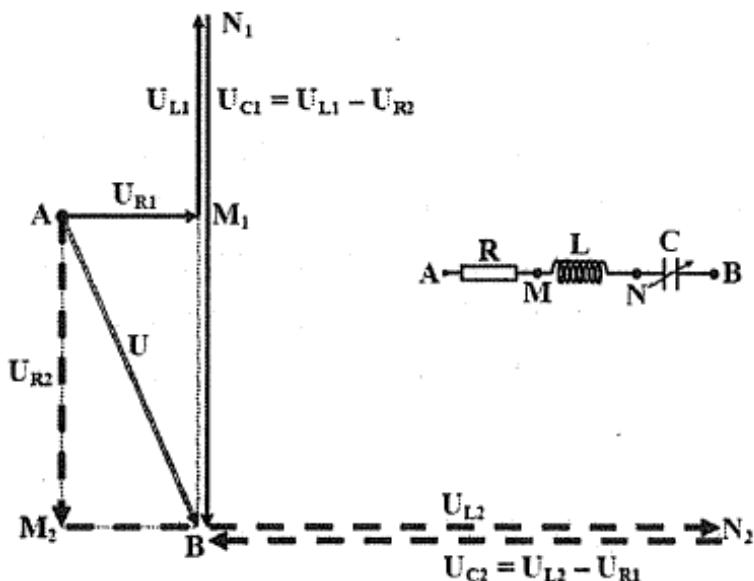


Lấy trục I làm chuẩn thì khi C thay đổi, phương của các véc tơ AM và véc tơ MB không thay đổi (chỉ thay đổi về độ lớn) còn véc tơ U thì có chiều dài không đổi (đầu mút quay trên đường tròn tâm A).

Vì  $AM_2 = 3AM_1$  nên  $I_2 = 3I_1$ . Mặt khác,  $C_2 = 3C_1$  nên  $Z_{C2} = Z_{C1}/3$ . Suy ra, điện áp hiệu dụng trên tụ không thay đổi  $\Rightarrow BM_1$  và  $B_2M_2$  bằng nhau và song song với nhau  $\Rightarrow \mathbf{M}_1\mathbf{B}_1\mathbf{B}_2\mathbf{M}_2$  là hình bình hành  $\Rightarrow BB_2 = M_1M_2 = AM_2 - AM_1 = 150 - 50 = 100$ .

Tam giác  $AB_1B_2$  vuông cân tại A nên  $U = AB_1 = AB_2 = BB_2/\sqrt{2} = 50\sqrt{2}$  V  
 $\Rightarrow U_0 = U\sqrt{2} = 100$  V  $\Rightarrow$  Chọn A.

### Câu 15.

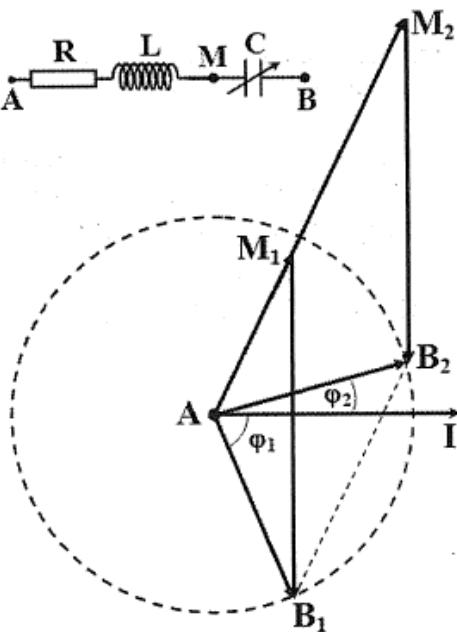


Ta thấy:  $\begin{cases} U_{R2} = 3U_{R1} \Rightarrow I_2 = 3I_1 \Rightarrow \begin{cases} U_{R2} = 3U_{R1} = 3a \\ U_{L2} = 3U_{L1} = 3b \end{cases} \\ C_2 = 4C_1 \Rightarrow Z_{C2} = \frac{Z_{C1}}{4} \end{cases}$

$$\Rightarrow U_{C2} = \frac{3}{4}U_{C1} \Leftrightarrow U_{L2} - U_{R1} = \frac{3}{4}(U_{R2} + U_{L1}) \Leftrightarrow 3b - a = \frac{3}{4}(3a + b) \Rightarrow b = 2a$$

$$\begin{aligned} &\Rightarrow \begin{cases} U_{R1} = a \\ U_{R2} = 3a \\ U_{L1} = \frac{13}{9}a \end{cases} \\ &\Rightarrow \frac{U}{AN_1} = \frac{\sqrt{U_{R1}^2 + U_{R2}^2}}{\sqrt{U_{R1}^2 + U_{L1}^2}} \Rightarrow \frac{U}{45} = \frac{\sqrt{a^2 + (3a)^2}}{\sqrt{a^2 + \left(\frac{13}{9}a\right)^2}} \Rightarrow U = 81 \Rightarrow U_0 = 81\sqrt{2} \approx 114,6(V) \end{aligned}$$

### Câu 16.



Lấy trục I làm chuẩn thì khi C thay đổi, phương của các véc tơ  $AM$  và véc tơ  $MB$  không thay đổi (chỉ thay đổi về độ lớn) còn véc tơ  $U$  thì có chiều dài không đổi (đầu mút quay trên đường tròn tâm A).

Vì  $AM_2 = 3AM_1$  nên  $I_2 = 3I_1$ . Mặt khác,  $C_2 = 3C_1$  nên  $Z_{C2} = Z_{C1}/3$ . Suy ra, điện áp hiệu dụng trên tụ không thay đổi  $\Rightarrow B_1M_1$  và  $B_2M_2$  bằng nhau và song song với nhau  $\Rightarrow M_1B_1B_2M_2$  là hình bình hành  $\Rightarrow B_1B_2 = M_1M_2 = AM_2 - AM_1 = 135 - 45 = 90$ .

Tam giác  $AB_1B_2$  vuông cân tại A nên  $(B_1B_2)^2 = U^2 + U^2 - 2UU\cos\Delta\varphi$

$$\Rightarrow 90^2 = 2U^2 - 2U^2 \cos\frac{2\pi}{3} \Rightarrow U = 30\sqrt{3}(V) \Rightarrow U_0 = U\sqrt{2} = 30\sqrt{6} \approx 73(V)$$

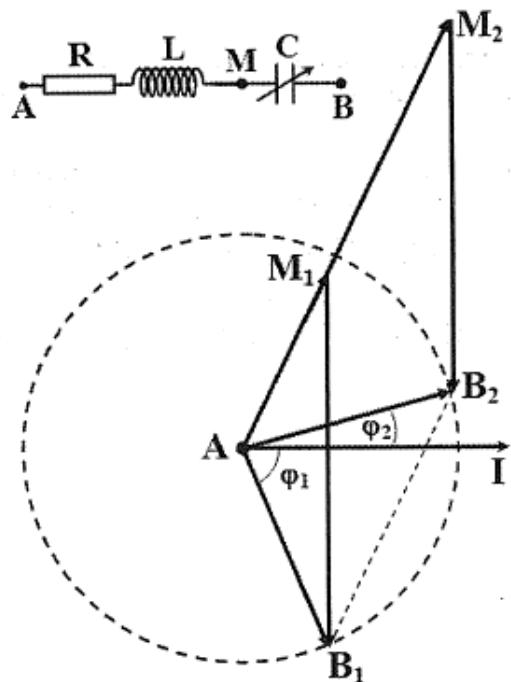
$\Rightarrow$  Chọn D.

### Câu 17.

Lấy trục I làm chuẩn thì khi C thay đổi, phương của các véc tơ AM và véc tơ MB không thay đổi (chỉ thay đổi về độ lớn) còn véc tơ U thì có chiều dài không đổi (đầu mút quay trên đường tròn tâm A).

Vì  $AM_2 = 2AM_1$  nên  $I_2 = 2I_1$ . Mặt khác,  $C_2 = 2C_1$  nên  $Z_{C2} = Z_{C1}/2$ . Suy ra, điện áp hiệu dụng trên tụ không thay đổi  $\Rightarrow B_1M_1$  và  $B_2M_2$  bằng nhau và song song với nhau  $\Rightarrow M_1B_1B_2M_2$  là hình bình hành  $\Rightarrow B_1B_2 = M_1M_2 = AM_2 - AM_1 = 120 - 60 = 60$ .

Tam giác  $AB_1B_2$  vuông cân tại A nên  $U = \frac{B_1B_2}{\sqrt{2}}$



$$\Rightarrow U_0 = U\sqrt{2} = B_1B_2 = 60(V) \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

### Câu 18.

Ta thấy:

$$\begin{cases} U_{R2} = 3U_{R1} \Rightarrow I_2 = 3I_1 \Rightarrow \begin{cases} U_{R2} = 3U_{R1} \\ U_{L2} = 3U_{L1} \end{cases} \\ C_2 = 2C_1 \Rightarrow Z_{C2} = \frac{Z_{C1}}{2} \Rightarrow U_{C2} = \frac{3}{2}U_{C1} (*) \end{cases}$$

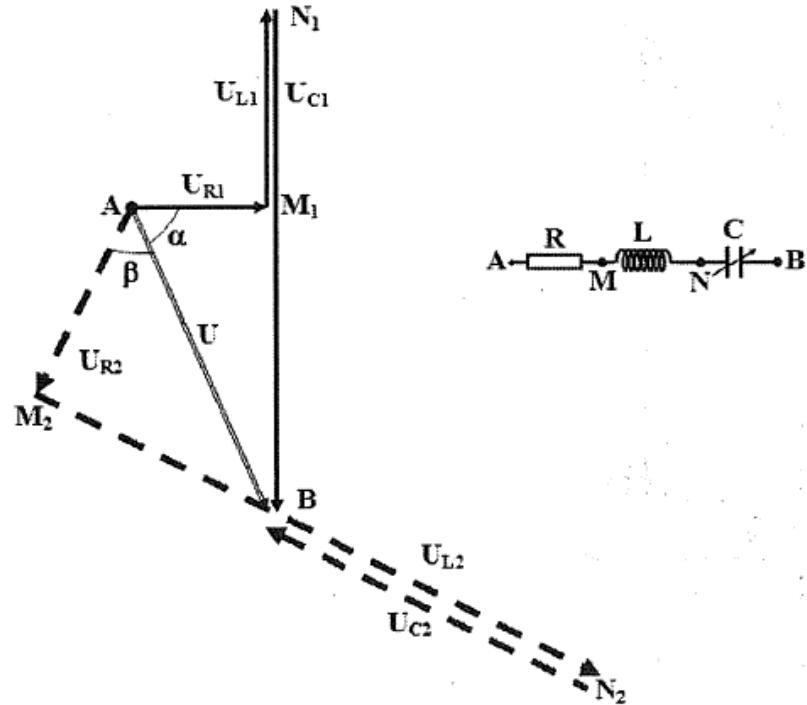
$$\alpha + \beta = 120^\circ \Leftrightarrow \arccos \frac{U_{R1}}{U} + \arccos \frac{U_{R2}}{U} = 120 \xrightarrow{U_{R2}=3U_{R1}} \begin{cases} U_{R1} = 0,24U \\ U_{R2} = 0,72U \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} M_1B = \sqrt{U^2 - U_{R1}^2} \approx 0,97U \Rightarrow U_{C1} = U_{L1} + M_1B = U_{L1} + 0,97U \\ M_2B = \sqrt{U^2 - U_{R2}^2} \approx 0,69U \Rightarrow U_{C2} = U_{L2} + M_2B = 3U_{L1} - 0,69U \end{cases}$$

$$\text{Thay } U_{C1} \text{ và } U_{C2} \text{ vào (*): } 2(3U_{L1} - 0,69U) = 3(U_{L1} + 0,97U) \Rightarrow U_{L1} = 1,43U$$

Xét tam giác vuông  $AM_1N_1$ :

$$(AN_1)^2 = U_{R1}^2 + U_{L1}^2 \Rightarrow (40)^2 = (0,24U)^2 + (1,43U)^2 \Rightarrow U = 27,6(V)$$

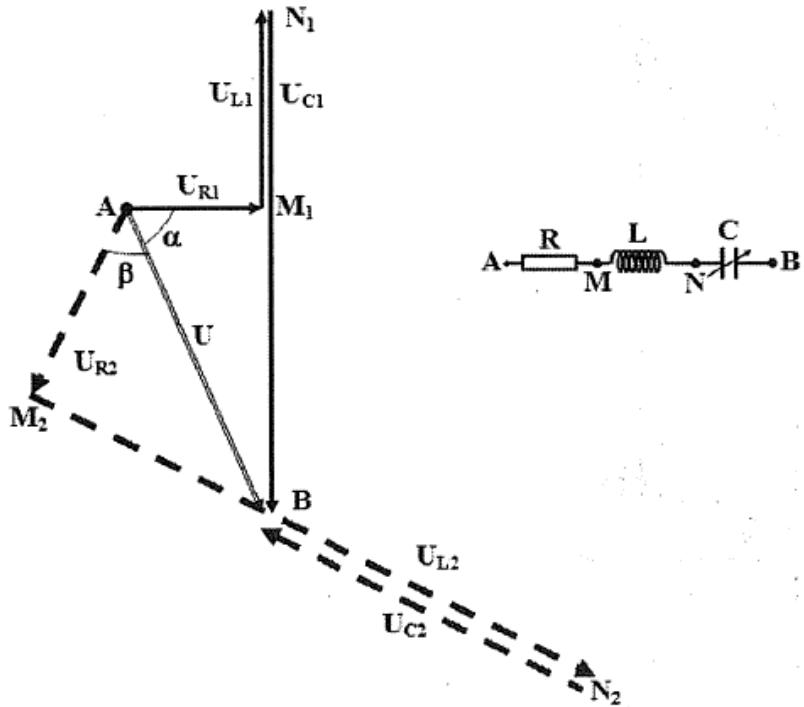


$$\Rightarrow U_0 = U\sqrt{2} \approx 39(V) \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

### Câu 19.

Ta thấy:

$$\begin{cases} U_{R2} = 3U_{R1} \Rightarrow I_2 = 3I_1 \Rightarrow \begin{cases} U_{R2} = 3U_{R1} \\ U_{L2} = 3U_{L1} \end{cases} \\ C_2 = 2C_1 \Rightarrow Z_{C2} = \frac{Z_{C1}}{2} \Rightarrow U_{C2} = \frac{3}{2}U_{C1} (*) \end{cases}$$



$$\alpha + \beta = 120^\circ \Leftrightarrow \arccos \frac{U_{R1}}{U} + \arccos \frac{U_{R2}}{U} = 120 \xrightarrow{U_{R2}=3U_{R1}} \begin{cases} U_{R1} = 0,24U \\ U_{R2} = 0,72U \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} M_1B = \sqrt{U^2 - U_{R1}^2} \approx 0,97U \Rightarrow U_{C1} = U_{L1} + M_1B = U_{L1} + 0,97U \\ M_2B = \sqrt{U^2 - U_{R2}^2} \approx 0,69U \Rightarrow U_{C2} = U_{L2} + M_2B = 3U_{L1} - 0,69U \end{cases}$$

Thay  $U_{C1}$  và  $U_{C2}$  vào (\*):  $2(3U_{L1} - 0,69U) = 3(U_{L1} + 0,97U) \Rightarrow U_{L1} = 1,43U$

Xét tam giác vuông  $AM_1N_1$ :

$$(AN_1)^2 = U_{R1}^2 + U_{L1}^2 \Rightarrow (45)^2 = (0,24U)^2 + (1,43U)^2 \Rightarrow U = 31,03(V)$$

$$\Rightarrow U_0 = U\sqrt{2} \approx 44(V) \Rightarrow \text{Chọn A}$$

### Câu 20.

Sử dụng được công thức “độc”:  $\frac{\Delta U_{RC}}{U} = 2 \sin \frac{\Delta \varphi}{2}$

$$\frac{120}{U} = 2 \sin \frac{2\pi/3}{2} \Rightarrow U = 40\sqrt{3}(V) \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

### Câu 21.

\*Cố định C = C<sub>0</sub> thay đổi L. Sử dụng công thức “độc”:  $\frac{\Delta U_{RC}}{U} = 2 \sin \frac{\Delta \varphi}{2}$

$$\frac{75\sqrt{3}}{U} = 2 \sin \frac{2\pi/3}{2} \Rightarrow U = 75(V)$$

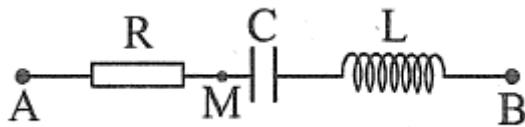
\*Cố định L = L<sub>0</sub> thay đổi C. Sử dụng công thức “độc”:  $\frac{\Delta U_R}{U} = 2 \sin \frac{\Delta \varphi}{2}$

$$\frac{90}{75} = 2 \sin \frac{\beta}{2} \Rightarrow \beta \approx 0,41\pi \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

### Câu 22.

Cách 1:

$$\text{Ta có: } \begin{cases} U_{MB} = IZ_{MB} = U \sqrt{\frac{(Z_L - Z_C)^2}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U}{\sqrt{\left(\frac{R}{Z_L - Z_C}\right)^2 + 1}} \\ U'_{MB} = \frac{U}{\sqrt{\left(\frac{R}{Z'_L - Z_C}\right)^2 + 1}} \end{cases}$$



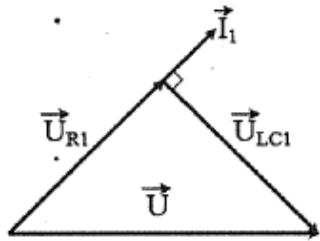
$$\left(\frac{R}{Z_L - Z_C}\right)^2 = 3 \left(\frac{R}{Z'_L - Z_C}\right)^2 + 2 \quad (1)$$

$$\text{Theo bài ra: } \tan \varphi \cdot \tan \varphi' = -1 \Leftrightarrow \frac{Z_L - Z_C}{R} \frac{Z'_L - Z_C}{R} = -1$$

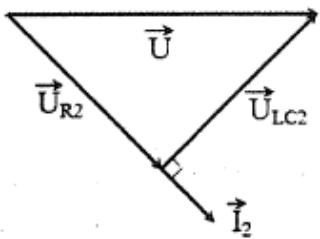
$$\frac{Z_L - Z_C}{R} = \frac{R}{Z_L - Z_C} \quad (2). \text{ Thay (2) vào (1) tính được: } (Z_L - Z_C)^2 = \frac{R^2}{3}$$

$$\Rightarrow U_{AM} = IZ_{AM} = U \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = U \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

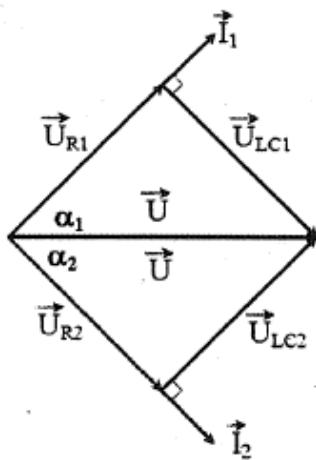
Cách 2:



Trường hợp 1:  $Z_{L1} < Z_{C1}$



Trường hợp 2:  $Z_{L2} > Z_{C2}$



Ghép 2 giàn đồ

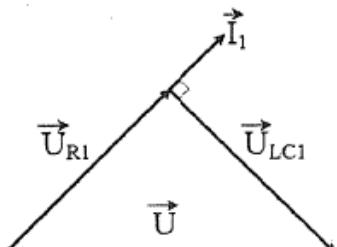
Từ giàn đồ ghép (hình chữ nhật): Đặt  $U_{1R} = x$  thì  $U_{LC2} = x$  và  $U_{LC1} = x/\sqrt{3}$

Áp dụng công thức Pitago:  $U_{R1}^2 + U_{LC1}^2 = U^2 \Rightarrow x = \frac{U\sqrt{3}}{2} \Rightarrow$  Chọn A.

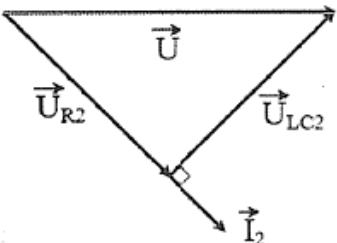
Câu 23.

Từ giàn đồ ghép (hình chữ nhật): Đặt  $U_{LC1} = U$  thì  $U_{LC2} = x$  và  $U_{R1} = U_{LC2} = U_1\sqrt{3}$

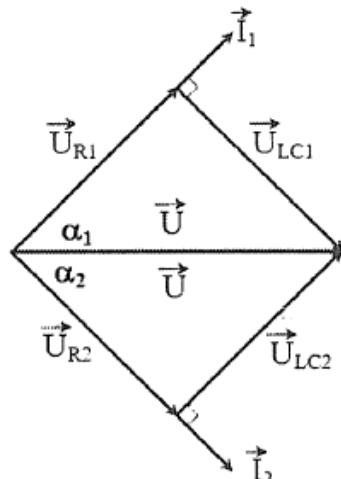
Áp dụng công thức Pitago:  $U_{R1}^2 + U_{LC1}^2 = U_{AB}^2 \Rightarrow U_1 = \frac{U_{AB}}{\sqrt{3}} = 100(V) \Rightarrow$  Chọn B.



Trường hợp 1:  $Z_{L1} < Z_{C1}$

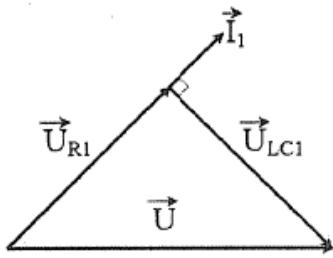


Trường hợp 2:  $Z_{L2} > Z_{C2}$

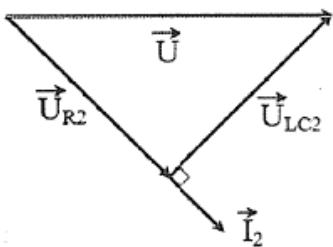


Ghép 2 giàn đồ

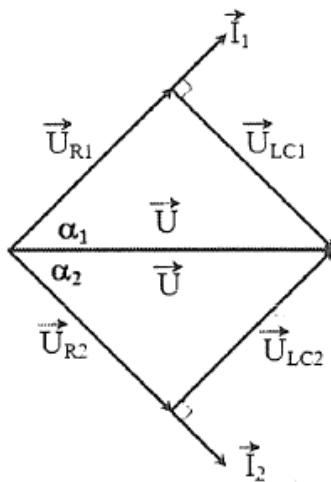
Câu 24.



Trường hợp 1:  $Z_{L1} < Z_{C1}$



Trường hợp 2:  $Z_{L2} > Z_{C2}$



Ghép 2 gián đồ

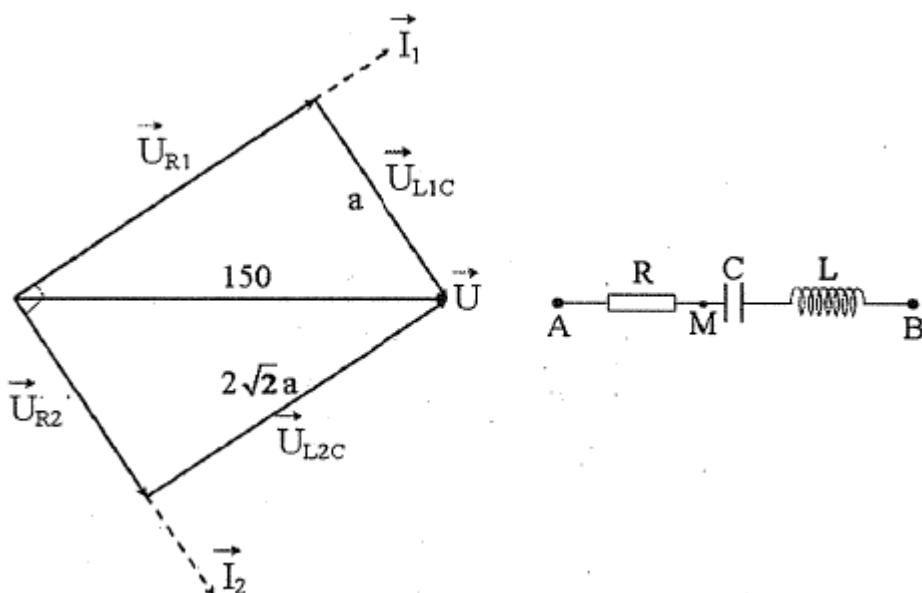
Vì  $U_{2L} = 6U_{1L}$  nên  $U_{2R} = 6U_{1R}$ . Đặt  $U_{1R} = x$  thì  $U_{LC2} = 6x, U_{LC1} = U_{2R} = 6x$ .

Theo định lý Pitago:  $U_{R1}^2 + U_{LC1}^2 = U^2 \Rightarrow x^2 + 36x^2 = 150^2 \Rightarrow x \approx 24,66(V)$

$\Rightarrow$  Chọn A.

Câu 25.

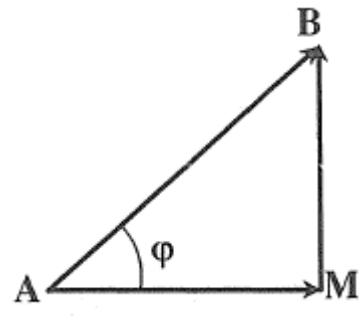
**Cách 1:** Từ gián đồ véc tơ tính được:  $150^2 = a^2 + (2\sqrt{2}a)^2 \Rightarrow a = 50(V) \Rightarrow$  Chọn A.



**Cách 2:** Vì  $\varphi_1 + \varphi_2 = 90^\circ \Rightarrow \sin^2 \varphi_1 + \sin^2 \varphi_2 = 1$

$$\text{Mà } \sin \varphi_1 = \frac{U_{MB1}}{U_{AB}} = \frac{U_{MB1}}{150}; \sin \varphi_2 = \frac{U_{MB2}}{U_{AB}} = \frac{2\sqrt{2}U_{MB1}}{150}$$

$$\Rightarrow \left( \frac{U_{MB1}}{150} \right)^2 + \left( \frac{2\sqrt{2}U_{MB1}}{150} \right)^2 = 1 \Rightarrow U_{MB1} = 50(V)$$

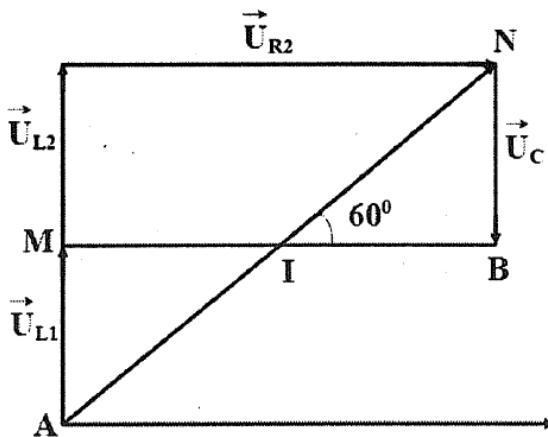
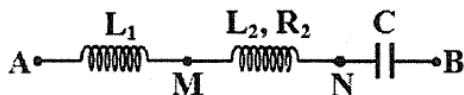


### Câu 26.

Vẽ giản đồ véc tơ.

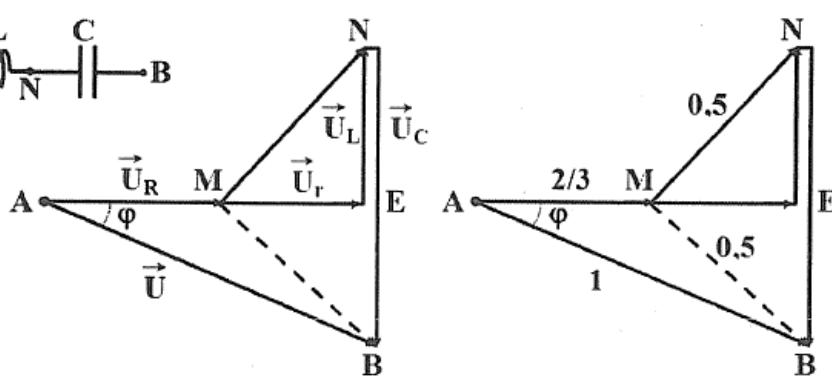
Theo bài ra:  $AM = NB$ , góc  $MN = 60^\circ$  và  $AN = 2 MB \Rightarrow \triangle MIN$  vuông tại B.

Do đó,  $U_C = U_{L1} = U_{L2} \Rightarrow L_1 = L_2 \Rightarrow$  Chọn A.



### Câu 27.

Không làm mất tính tổng quát cho  $U = 1$  thì  $U_R = 2/3$  và  $U_{rL} = 0,5$ . Vẽ giản đồ véc tơ trượt như sau:



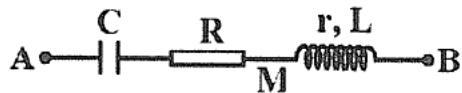
Áp dụng định lý hàm số cosin cho tam giác AMB:

$$\cos\varphi = \frac{1^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^2 - 0,5^2}{2 \cdot 1 \cdot \frac{2}{3}} = \frac{43}{48} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

Câu 28.

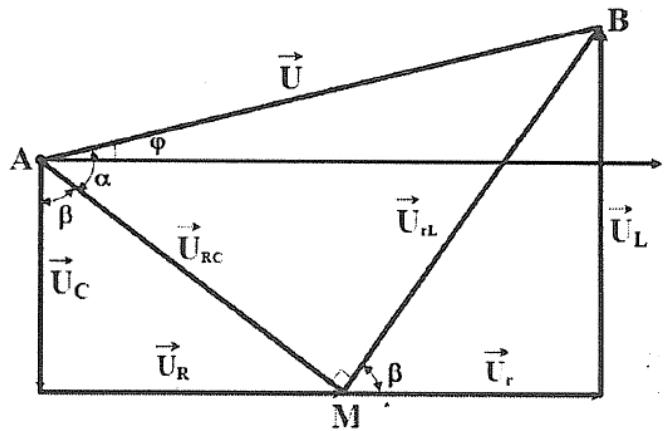
*Cách 1:*

Từ điều kiện:  $L = CR^2$  suy ra  $\vec{U}_{RC} \perp \vec{U}_{rL}$  với mọi  $\omega$ . Vẽ giản đồ véc tơ như sau:



$$\tan\beta = \frac{\sin\beta}{\cos\beta} = \frac{\frac{U_R}{U_r}}{\frac{AM}{MB}} = \frac{MB}{AM} = \tan\alpha$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \beta = \alpha \\ \varphi = \beta + \alpha - \frac{\pi}{2} = 2\alpha - \frac{\pi}{2} \\ \cos\varphi = \sin 2\alpha \end{cases}$$



$$\begin{cases} TH1: \cos\alpha_1 = \frac{U_1}{U} \\ TH2: \cos\alpha_2 = \frac{U_2}{U} = \sin\alpha_1 \end{cases} \Rightarrow \left(\frac{U_1}{U}\right)^2 + \left(\frac{U_2}{U}\right)^2 = 1 \xrightarrow{U_2=0,75U_1} \frac{U_1}{U} = 0,8$$

$$\Rightarrow \cos\alpha_1 = 0,8 \Rightarrow \cos\varphi_1 = \sin 2\alpha_1 = \sin[2\arccos 0,8] = 0,96 \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

*Cách 2:*

Áp dụng kết quả “độc”:

$$\Rightarrow \cos\varphi_1 = \cos\varphi_2 = \frac{2}{k+k^{-1}} \xrightarrow{k=0,75} \cos\varphi_1 = \cos\varphi_2 = \frac{2}{0,75+0,75^{-1}} = 0,96$$

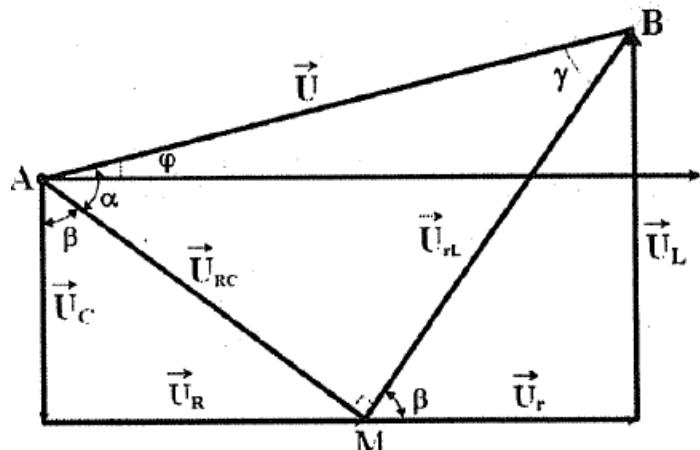
Câu 29.

Từ điều kiện:  $L = CR^2$  suy ra  $\vec{U}_{RC} \perp \vec{U}_{rL}$  với mọi  $\omega$ . Vẽ giản đồ véc tơ như sau:



$$\tan \beta = \frac{\sin \beta}{\cos \beta} = \frac{\frac{U_R}{AM}}{\frac{U_r}{MB}} = \frac{MB}{AM} = \tan \alpha$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \beta = \alpha \\ \varphi = \beta + \alpha - \frac{\pi}{2} = 2\alpha - \frac{\pi}{2} \\ \cos \varphi = \sin 2\alpha \end{cases}$$



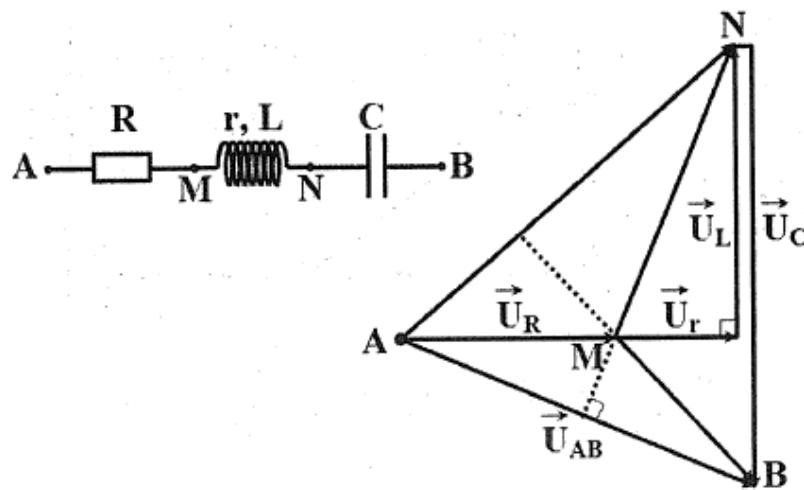
$$\left\{ \begin{array}{l} TH1: \cos \alpha_1 = \frac{U_1}{U} \\ TH2: \cos \alpha_2 = \frac{U_2}{U} = \sin \alpha_1 \end{array} \right. \Rightarrow \left( \frac{U_1}{U} \right)^2 + \left( \frac{U_2}{U} \right)^2 = 1 \xrightarrow{U_1=kU_2} \cos \alpha_2 = \frac{U_2}{U} = \frac{1}{\sqrt{k^2+1}}$$

$$\Rightarrow \cos \alpha_1 = \cos \varphi_2 = \sin 2\alpha_2 = 2 \sin \alpha_2 \cos \alpha_2 = 2 \frac{1}{\sqrt{k^2+1}} \frac{k}{\sqrt{k^2+1}} = \frac{2}{k+k^{-1}}$$

$$\Rightarrow \cos \varphi_1 = \cos \varphi_2 = \frac{2}{0,6+0,6^{-1}} = \frac{15}{17} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

### Câu 30.

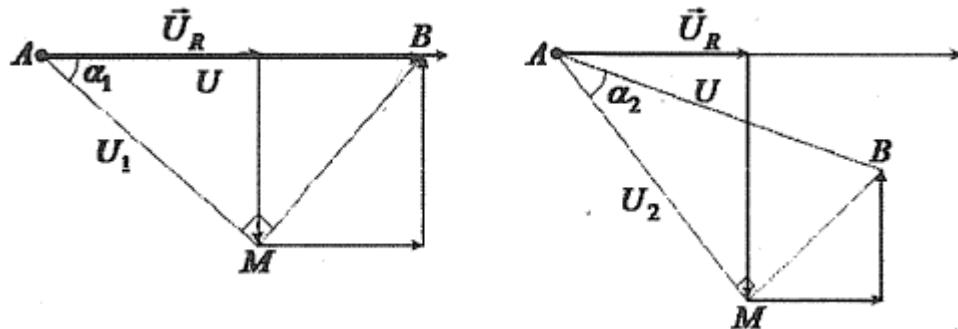
Ta nhận thấy,  $u_{AN}$  vuông pha với  $u_{MB}$ . Vẽ giản đồ véc tơ trượt như sau:



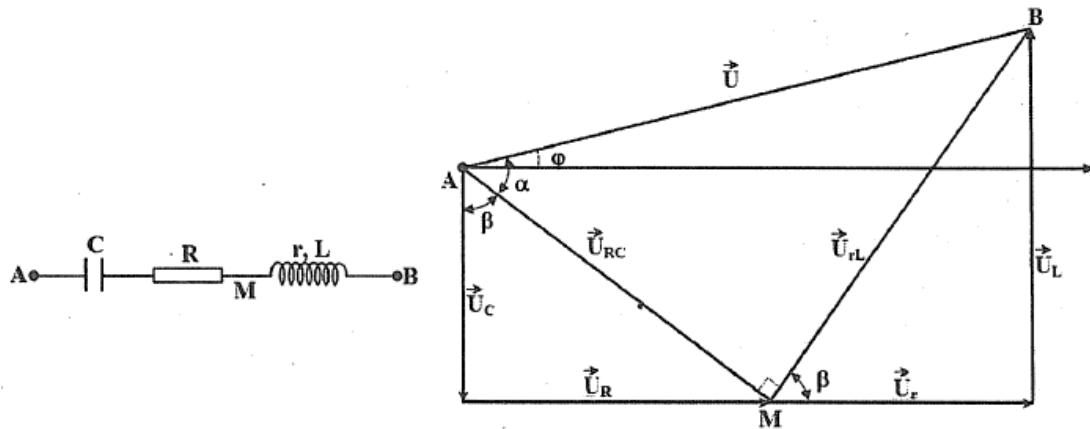
Điểm M là giao điểm của hai đường cao AM và MB nên M là trực tâm của tam giác ANB  
 $\Rightarrow MN \perp AB \Rightarrow u_{MN}$  sớm pha hơn  $u_{AB}$  là  $\pi/2 \Rightarrow$  Chọn D.

### Câu 31.

$$\begin{cases} \cos\alpha_1 = \frac{U_1}{U} \\ \cos\alpha_2 = \frac{U_2}{U} = \sin\alpha_1 \end{cases} \Rightarrow \left(\frac{U_1}{U}\right)^2 + \left(\frac{U_2}{U}\right)^2 = 1 \xrightarrow{U_2 = \frac{U_1}{0,75}} \frac{U_1}{U} = 0,6$$



Câu 32.



$$\vec{U}_{AM} \perp \vec{U}_{MB} \Rightarrow \triangle AMB \text{ vuông tại } M \Rightarrow \tan\alpha = \frac{MB}{AM} = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha = 60^\circ.$$

Vì  $R = r$  nên  $\beta = \alpha \Rightarrow \varphi = \alpha + \beta - 90^\circ = 30^\circ \Rightarrow \cos\varphi = 0,866 \Rightarrow$  Chọn C.

Câu 33.

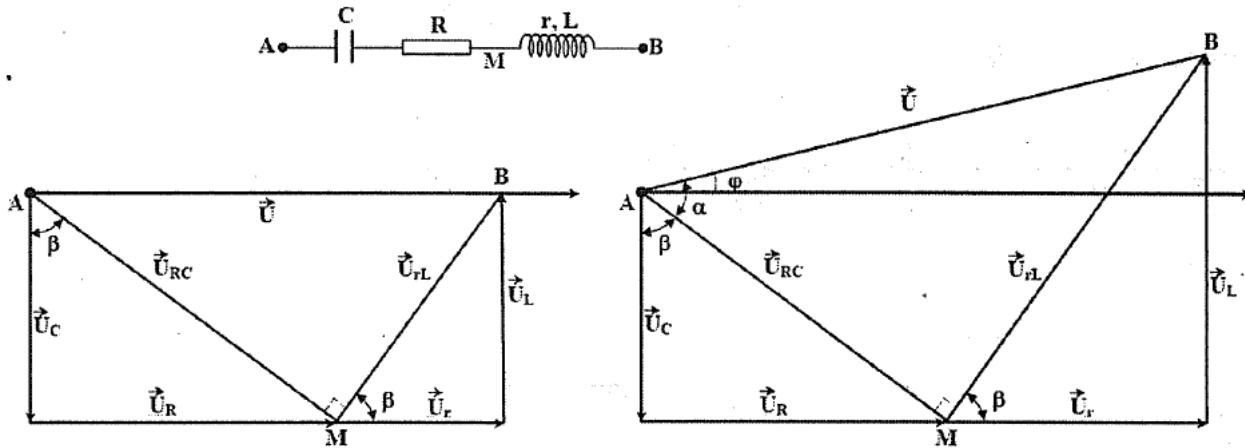
*Cách 1:*

$$U_R = U_r \Rightarrow \begin{cases} \sin\beta = \frac{U_R}{AM} \\ \cos\beta = \frac{U_r}{MB} \end{cases} \Rightarrow \tan\beta = \frac{U_R}{U_r} = \frac{AM}{MB} = \tan\alpha \Rightarrow \beta = \alpha$$

$$\Rightarrow \varphi = 2\alpha - 90^\circ \Rightarrow \cos\varphi = \sin 2\alpha$$

$$\left\{ \begin{array}{l} TH1: \cos \alpha_1 = \frac{U_1}{U} \\ TH2: \cos \alpha_2 = \frac{U_2}{U} = \sin \alpha_1 \end{array} \right. \Rightarrow \left( \frac{U_1}{U} \right)^2 + \left( \frac{U_2}{U} \right)^2 = 1 \xrightarrow{U_2 = \frac{U_1}{\sqrt{3}}} \frac{U_1}{U} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow \cos \alpha_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \cos \varphi_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}; \cos \alpha_2 = 0,5 \Rightarrow \cos \varphi_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$



**Cách 2:**

Áp dụng kết quả “độc”:

$$\Rightarrow \cos \varphi_1 = \cos \varphi_2 = \frac{2}{k+k^{-1}} \xrightarrow{k=\sqrt{3}} \cos \varphi_1 = \cos \varphi_2 = \frac{2}{\sqrt{3}+\sqrt{3}^{-1}} = 0,87 \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Câu 34.**

Áp dụng kết quả “độc”:

$$\Rightarrow \cos \varphi_1 = \cos \varphi_2 = \frac{2}{k+k^{-1}} \xrightarrow{k=0,7} \cos \varphi_1 = \cos \varphi_2 = \frac{2}{0,7+0,7^{-1}} = 0,94 \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Câu 35.**

Áp dụng kết quả “độc”:

$$\Rightarrow \cos \varphi_1 = \cos \varphi_2 = \frac{2}{k+k^{-1}} \Rightarrow 0,28 = \frac{2}{k+k^{-1}} \Rightarrow \begin{cases} k=7 \\ k=1/7 \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Câu 36.**

Áp dụng kết quả “độc”:

$$\Rightarrow \cos \varphi_1 = \cos \varphi_2 = \frac{2}{k+k^{-1}} \Rightarrow 0,2k = \frac{2}{k+k^{-1}} \Rightarrow k=0,3 \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

## CHỦ ĐỀ 13. CỤC TRỊ ĐIỆN XOAY CHIỀU

Để tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của một đại lượng ( $Z, I, U_R, U_C, U_{MN}, P\dots$ ) khi có một yếu tố biến thiên thông thường làm theo các bước sau:

**Bước 1:** Biểu diễn đại lượng cần tìm cực trị là một hàm của biến số thay đổi ( $R, Z_L, Z_C, \omega$ ).

**Bước 2:** Để tìm max, min ta thường dùng: Bất đẳng thức Cô si (tìm  $R$  để  $P_{max}$ ) hoặc tam thức bậc 2 (tìm  $\omega$ ,  $Z_L$  để  $U_{Lmax}$ , tìm  $\omega$ ,  $Z_C$  để  $U_{Cmax}$ ) hoặc đạo hàm khảo sát hàm số để tìm max, min (tìm  $Z_L$  để  $U_{RLmax}$ , tìm  $Z_C$  để  $U_{RCmax}$ ). Riêng đối với bài toán tìm  $U_{Lmax}$  khi  $L$  thay đổi hoặc tìm  $U_{Cmax}$  khi  $C$  thay đổi có thể dùng giản đồ véc tơ phối hợp với định lí hàm số sin. Đặc biệt, lần đầu tiên tác giả dùng biến đổi hàng lượng giác để tìm  $U_{Lmax}$  khi  $L$  thay đổi và  $U_{Cmax}$  khi  $C$  thay đổi.

Một bài toán có thể giải theo nhiều cách nhưng thường chỉ có một cách hay và ngắn gọn. Vì vậy, nên tránh tình trạng “*Dùng dao mổ trâu để cắt tiết gà*”.

\**Bất đẳng thức Côsi*

Nếu  $a, b$  là hai số dương thì

$$a+b \geq 2\sqrt{ab} \Rightarrow \begin{cases} (a+b)_{min} = 2\sqrt{ab} \\ (\sqrt{ab})_{max} = \frac{a+b}{2} \end{cases} \text{ dấu “=” xảy ra khi } a=b$$

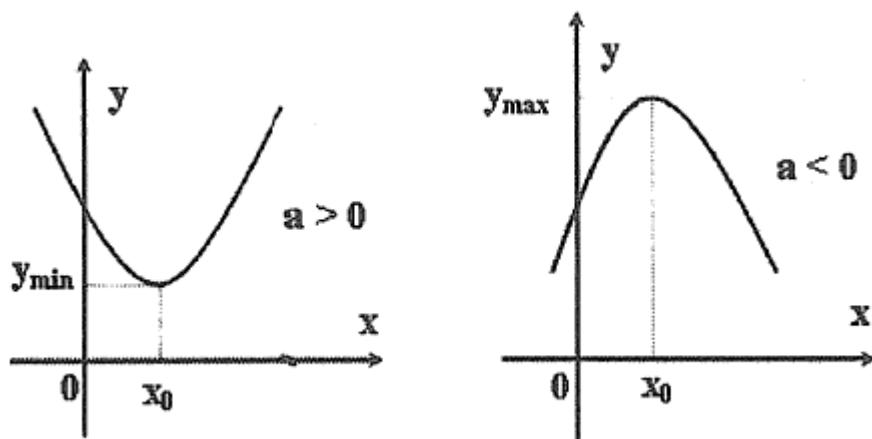
Khi tích 2 số không đổi, tổng nhỏ nhất khi 2 số bằng nhau.

Khi tổng 2 số không đổi, tích 2 số lớn nhất khi 2 số bằng nhau.

$$R + \frac{(Z_L - Z_C)^2}{R} \geq 2|Z_L - Z_C| \text{ dấu “=” xảy ra khi } R = |Z_L - Z_C|$$

$$(R+r) + \frac{(Z_L - Z_C)^2}{(R+r)} \geq 2|Z_L - Z_C| \text{ dấu “=” xảy ra khi } R+r = |Z_L - Z_C|$$

\**Tam thức bậc 2:  $y = f(x) = ax^2 + bx + c \quad (a \neq 0)$*



$a > 0$  thì tại đỉnh Parabol  $x_0 = \frac{-b}{2a}$  có  $y_{\min} = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{4ac - b^2}{4a}$

$a < 0$  thì  $y_{\max} = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{4ac - b^2}{4a}$  khi  $x_0 = \frac{-b}{2a}$

\**Đạo hàm khảo sát hàm số*

Hàm số  $y = f(x)$  có cực trị khi  $f'(x) = 0$

Giải phương trình  $f'(x) = 0$

Lập bảng biến thiên tìm cực trị.

Nếu hàm số đồng biến hoặc nghịch biến trên một đoạn  $[a, b]$  thì max và min là hai giá trị của hàm tại hai đầu mút đó.

VD: Trong đoạn  $[a, b]$

$f(b)$  lớn nhất

$f(a)$  nhỏ nhất.

\**Biến đổi lượng giác*

$$y = a \cos x + b \sin x = \sqrt{a^2 + b^2} \left( \underbrace{\frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}}_{\cos \varphi_0} \cos x + \underbrace{\frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}}_{\sin \varphi_0} \sin x \right)$$

$$y = \sqrt{a^2 + b^2} \cos(x - \varphi_0) \text{ với } \tan \varphi_0 = \frac{b}{a}$$

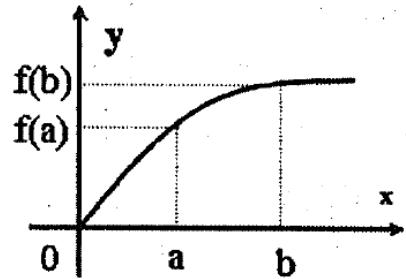
$$y_{\max} = \sqrt{a^2 + b^2} \text{ khi } x = \varphi_0.$$

### 1. Điện trở R thay đổi

**Vấn đề 1: Mạch RLC (L thuần cảm) liên quan đến cực trị P.**

$$\text{Từ } P = I^2 R = \frac{U^2 R}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \frac{U^2}{R + \frac{(Z_L - Z_C)^2}{R}} \leq \frac{U^2}{2|Z_L - Z_C|} \begin{cases} P_{\max} = \frac{U^2}{2|Z_L - Z_C|} = \frac{U^2}{2R_0} \\ R_0 = |Z_L - Z_C| \end{cases}$$

Kết quả 1:



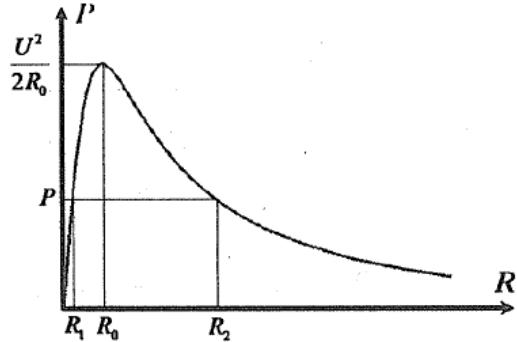
$$\boxed{P_{\max} = \frac{U^2}{2R_0} \Leftrightarrow R_0 = |Z_L - Z_C|}$$

$$\begin{cases} \tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R_0} = \pm 1 \Leftrightarrow \cos \varphi = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \varphi = \pm \frac{\pi}{4} \\ I = \frac{U}{\sqrt{R_0^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U}{R_0 \sqrt{2}} \\ U_{R0} = |U_L - U_C| = \frac{U}{\sqrt{2}} \end{cases}$$

(Dòng điện lệch pha so với điện áp là  $\pi/4$ )

Kết quả 2:

Dạng đồ thị của  $P$  theo  $R$ :  $\begin{cases} R=0 \Rightarrow P_{\min}=0 \\ R=R_0 \Rightarrow P_{\max}=\frac{U^2}{2R_0} \\ R=\infty \Rightarrow P_{\min}=0 \end{cases}$



Kết quả 3:

Nếu giá trị  $R_1, R_2$  có cùng  $P$  thì

$$\begin{cases} RR_2 = (Z_L - Z_C)^2 = R_0^2 \Leftrightarrow \varphi_1 + \varphi_2 = \frac{\pi}{2} \\ R_1 + R_2 = \frac{U^2}{P} \Rightarrow P_{\max} = \frac{U^2}{2R_0} \end{cases}$$

**Đảo lại:** Nếu  $\varphi_1 + \varphi_2 = \frac{\pi}{2}$  thì  $P_1 = P_2 = P = \frac{U^2}{R_1 + R_2}$ .

**Chứng minh:**

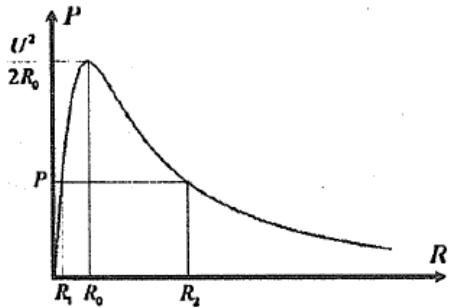
Từ  $P = \frac{U^2 R}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} \Rightarrow R^2 - \frac{U^2}{P} R + (Z_L - Z_C)^2 = 0$ , theo định lí Viet:

$$\begin{cases} RR_2 = (Z_L - Z_C)^2 = R_0^2 \Rightarrow \frac{Z_L - Z_C}{R} \cdot \frac{Z_L - Z_C}{R_2} = 1 \Rightarrow \tan \varphi_1 \tan \varphi_2 = 1 \Rightarrow \varphi_1 + \varphi_2 = \frac{\pi}{2} \\ R_1 + R_2 = \frac{U^2}{P} \end{cases}$$

Kết quả 4:

Để so sánh công suất tỏa nhiệt ta có thể dùng đồ thị  $P$  theo  $R$ . Dựa vào đồ thị ta sẽ thấy:

\*  $R$  càng gần  $R_0$  thì công suất càng lớn, càng xa  $R_0$  thì công suất càng bé ( $R_0 = |Z_L - Z_C|$ );



$$* P_1 = P_2 = P \text{ thì } R_0 = |Z_L - Z_C| = \sqrt{R_1 R_2}$$

$$\begin{cases} R_3 \in (R_1; R_2) \Rightarrow P_3 > P \\ R_3 \notin (R_1; R_2) \Rightarrow P_3 < P \end{cases}$$

**Ví dụ 1:** Đặt điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng không đổi, có tần số f thay đổi được vào hai đầu đoạn mạch AB nối tiếp theo đúng thứ tự gồm AM chứa cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $1/\pi$  (H), đoạn MN chứa biến trở R và đoạn NB chứa tụ điện có điện dung C. Thay đổi R = 150 Ω thì công suất tiêu thụ trên toàn mạch đạt giá trị cực đại. Thay C bởi C' = 2C thì  $U_{AN}$  có giá trị không đổi khi R thay đổi. Tìm f và C.

- A. f = 25 Hz.      B. C = 0,1/π mF.      C. f = 50 Hz.      D. C = 1/π mF.

### Hướng dẫn

$$\begin{cases} P_{\max} \Leftrightarrow R = |Z_L - Z_C| \Leftrightarrow |Z_L - Z_C| = 150 \\ U_{RL} = IZ_{RL} = U \sqrt{\frac{R^2 + Z_L^2}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} \notin R \Leftrightarrow Z_C = 2Z_L \Leftrightarrow \frac{Z_C}{2} = Z_L \Rightarrow Z_C = 4Z_L \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} Z_L = 50(\Omega) \Rightarrow f = \frac{Z_L}{2\pi L} = 25(Hz) \\ Z_C = 200(\Omega) \Rightarrow C = \frac{1}{2\pi f Z_C} = \frac{0,1}{\pi} \cdot 10^{-3}(F) \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn A, B.}$$

**Ví dụ 2:** Cho một đoạn mạch nối tiếp gồm một cuộn dây thuần cảm, tụ điện có điện dung không đổi và một biến trở R. Đặt vào hai đầu đoạn mạch một điện áp xoay chiều ổn định. Thay đổi R thấy khi  $R = R_0 = 24 \Omega$  công suất tiêu thụ cực đại trong đoạn mạch và bằng 200 W. Khi  $R = R_1$  và  $R = R_2 = 0,5625R_1$  thì mạch tiêu thụ công suất bằng P. Tính P.

- A. 288 W.      B. 168 W.      C. 192 W.      D. 144 W.

### Hướng dẫn

$$\begin{aligned} P_{\max} &= \frac{U^2}{2R_0} \Rightarrow 200 = \frac{U^2}{2.24} \Rightarrow U = 40\sqrt{6} \text{ (V)} \\ \text{Áp dụng: } &\left\{ \begin{array}{l} R_1 R_2 = (Z_L - Z_C)^2 = R_0^2 \Rightarrow 0,5625 R_0^2 = 24^2 \Rightarrow R_1 = 32(\Omega) \Rightarrow R_2 = 18(\Omega) \\ R_1 + R_2 = \frac{U^2}{P} \Rightarrow P = \frac{U^2}{R_1 + R_2} = \frac{40^2 \cdot 6}{18 + 32} = 192 \text{ (W)} \end{array} \right. \end{aligned}$$

$\Rightarrow$  Chọn C.

**Ví dụ 3:** Đặt điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng 100 V và tần số 50 Hz vào hai đầu đoạn mạch nối tiếp theo đúng thứ tự gồm cuộn cảm thuần có độ tự cảm L, biến trở R và tụ điện có điện dung C sao cho  $\omega^2 LC > 1$ . Khi  $R = R_0$  thì công suất tiêu thụ trên mạch cực đại và bằng 50 W. Khi  $R = 50\sqrt{15} \Omega$  thì  $\tan(\varphi_R + \varphi_{RC})$  đạt cực đại. Hỏi mạch này có thể cộng hưởng với tần số bao nhiêu?

- A.  $10\sqrt{15}$  Hz.      B.  $10\sqrt{10}$  Hz.      C. 100 Hz.      D. 60 Hz.

### Hướng dẫn

\*Khi  $R = R_0 : P_{\max} \Leftrightarrow R_0 = |Z_L - Z_C| \Rightarrow Z_L - Z_C = 100(\Omega)$  (1)

$$\begin{aligned} * \text{Từ } \tan(\varphi_R + \varphi_{RC}) &= \frac{\tan \varphi_R + \tan \varphi_{RC}}{1 - \tan \varphi_R \tan \varphi_{RC}} = \frac{\frac{Z_L - Z_C}{R} - \frac{Z_C}{R}}{1 + \frac{Z_L}{R} \frac{Z_C}{R}} = \frac{100}{R + \underbrace{\frac{Z_L Z_C}{R}}_{\geq 2\sqrt{Z_L Z_C}}} \leq \frac{100}{2\sqrt{Z_L Z_C}} \end{aligned}$$

$$\tan(\varphi_R + \varphi_{RC}) = \max = \frac{Z_L - Z_C}{2\sqrt{Z_L Z_C}} \Leftrightarrow R = \sqrt{Z_L Z_C} \Rightarrow Z_L Z_C = 50^2 \cdot 15 \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \text{Từ (1) và (2): } &\left\{ \begin{array}{l} Z_L = 250\Omega \Rightarrow L = \frac{250}{100\pi} \\ Z_C = 150\Omega \Rightarrow C = \frac{1}{150 \cdot 100\pi} \end{array} \right. \Rightarrow f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 10\sqrt{15} \text{ (Hz)} \end{aligned}$$

$\Rightarrow$  Chọn A.

**Ví dụ 4:** Đặt điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng không đổi vào hai đầu đoạn mạch gồm biến trở R mắc nối tiếp với tụ điện. Khi  $R = 100 \Omega$  thì công suất tiêu thụ của mạch cực đại, Khi điều chỉnh R thì tại hai giá trị  $R_1$  và  $R_2$  công suất tiêu thụ của đoạn mạch như nhau. Biết điện áp hiệu dụng giữa hai đầu tụ điện khi  $R = R$  bằng hai lần điện áp hiệu dụng giữa hai đầu tụ điện khi  $R = R_2$ . Các giá trị  $R_1$  và  $R_2$  là

- A.  $R_1 = 50 \Omega, R_2 = 100 \Omega$ .      B.  $R_1 = 40 \Omega, R_2 = 250 \Omega$ .  
 C.  $R_1 = 50 \Omega, R_2 = 200 \Omega$ .      D.  $R_1 = 25 \Omega, R_2 = 100 \Omega$ .

### Hướng dẫn

$$P_{\max} \Leftrightarrow R = Z_C \Rightarrow Z_C = 100(\Omega)$$

$$P = I^2 R = \frac{U^2 R}{R + Z_C^2} \Rightarrow R^2 - \frac{U^2}{P} R + Z_C^2 = 0 \Rightarrow R_1 R_2 = Z_C^2 = 10000$$

$$U_{C1} = 2U_{C2} \Rightarrow I_1 = 2I_2 \Rightarrow Z_2 = 2Z_1 \Rightarrow R_2^2 + Z_C^2 = 4(R_1^2 + Z_C^2) \Rightarrow R_2^2 = 4R_1^2 = 30000$$

$$\Rightarrow \begin{cases} R = 50(\Omega) \\ R_2 = 200(\Omega) \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Ví dụ 5:** Đặt điện áp  $u = 100\sqrt{2} \cos 100\pi t (V)$  vào mạch nối tiếp AB theo đúng thứ tự gồm đoạn mạch AM chur tụ điện C nối tiếp với cuộn cảm thuần L và đoạn MB chứa biến trở R. Vôn kế lý tưởng mắc vào hai điểm A, M. Khi để biến trở ở giá trị  $R_1$  hoặc  $R_2$  thì công suất tiêu thụ trên đoạn mạch là như nhau và bằng  $P_0$ . Khi  $R = R_1 + R_2$  số chỉ vôn kế là 60 V và mạch tiêu thụ công suất là 64 W. Tính  $P_0$ .

- A. 50 W.      B. 200 W.      C. 400 W.      D. 100 W.

### Hướng dẫn

\*Khi  $R = R_1 + R_2$  thì  $U_{LC} = 60V$  và  $P = 64W$  nên:

$$\begin{cases} U^2 = U_R^2 + U_{LC}^2 \\ P = I^2 R = \frac{U_R^2}{R} \end{cases} \Rightarrow P = \frac{U^2 - U_{LC}^2}{R} \Leftrightarrow 64 = \frac{100^2 - 60^2}{R} \Rightarrow R = R_1 + R_2 = 100(\Omega)$$

$$*Tùy P = I^2 R = \frac{U^2 R}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} \Rightarrow R^2 - \frac{U^2}{P} R + (Z_L - Z_C)^2 = 0 \Rightarrow R_1 R_2 = \frac{U^2}{P}$$

$$\Rightarrow P = \frac{U^2}{R_1 + R_2} = 100(W) \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Ví dụ 6:** Đặt điện áp xoay chiều vào hai đầu một đoạn mạch AB nối tiếp gồm biến trở R, cuộn cảm thuần và tụ điện. Thay đổi R thì mạch tiêu thụ cùng một công suất vững với hai giá trị của biến trở là  $R = R_1$  và  $R = R_2 = 16R_1/9$  nhưng hệ số công suất của mạch AB tương ứng lần lượt là  $\cos\varphi_1$  và  $\cos\varphi_2$ .

- A. 0,6 và 0,75.      B. 0,6 và 0,8.      C. 0,8 và 0,6.      D. 0,75 và 0,6.

### Hướng dẫn

$$RR_2 = (Z_L - Z_C)^2 \begin{cases} \cos\varphi_1 = \frac{U}{\sqrt{R_1^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{R_1}{\sqrt{R_1^2 + RR_2}} = 0,6 \\ \cos\varphi_2 = \frac{U}{\sqrt{R_2^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{R_2}{\sqrt{R_2^2 + RR_2}} = 0,8 \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Ví dụ 7:** Mạch điện xoay chiều gồm một biến trở R mắc nối tiếp với cuộn dây thuận cảm. Thay đổi R ta thấy với hai giá trị  $R_1 = 45 \Omega$  và  $R_2 = 80 \Omega$  thì mạch tiêu thụ công suất đều bằng 120 W. Khi thay đổi R thì công suất tiêu thụ trên mạch đạt cực đại bằng

- A. 250 W.      B.  $80\sqrt{2}$  W.      C. 125 W.      D.  $250/3$  W.

### Hướng dẫn

Từ  $\begin{cases} RR_2 = (Z_L - Z_C)^2 = R_0^2 \\ R_1 + R_2 = \frac{U^2}{P} \end{cases}$  và  $P_{\max} = \frac{U^2}{2R_0}$  suy ra:

$$P_{\max} = \frac{P(R_1 + R_2)}{2\sqrt{RR_2}} = \frac{120(45+80)}{2\sqrt{45.80}} = 125(\text{W}) \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Ví dụ 8:** Đoạn mạch xoay chiều RLC nối tiếp với R là biến trở. Khi  $R_1 = 40 \Omega$  và  $R_2 = 10 \Omega$  thì mạch tiêu thụ công suất như nhau. Khi  $R = R_0$  thì công suất tiêu thụ của đoạn mạch đạt giá trị lớn nhất, và cường độ dòng điện qua mạch  $i = 2\cos(100\pi t + \pi/12)(A)$ . Điện áp hai đầu đoạn mạch là

- A.  $u = 50\sqrt{2}\cos(100\pi t + 7\pi/12)(V)$ .      B.  $u = 50\sqrt{2}\cos(100\pi t - 5\pi/12)(V)$ .  
 C.  $u = 40\sqrt{2}\cos(100\pi t - \pi/6)(V)$ .      D.  $u = 40\sqrt{2}\cos(100\pi t + \pi/3)(V)$ .

### Hướng dẫn

Từ  $RR_2 = (Z_L - Z_C)^2 = R_0^2 \Rightarrow R_0 = \sqrt{RR_2} = 20(\Omega)$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos\varphi = \frac{R_0}{\sqrt{R_0^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \varphi = \pm \frac{\pi}{4} \\ Z = \sqrt{R_0^2 + (Z_L - Z_C)^2} = 20\sqrt{2} \Omega \Rightarrow U_0 = I_0 Z = 40\sqrt{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{Khi } \varphi = -\frac{\pi}{4} \Rightarrow u = 40\sqrt{2}\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{12} - \frac{\pi}{4}\right)(V) \\ \text{Khi } \varphi = +\frac{\pi}{4} \Rightarrow u = 40\sqrt{2}\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{4}\right)(V) \end{cases}$$

⇒ Chọn C, D.

**Ví dụ 9:** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2} \cos \omega t (V)$  ( $U$  không đổi,  $\omega$  thay đổi) vào đoạn mạch mắc nối tiếp AB gồm đoạn AM chứa tụ điện  $C = 0,5/\pi$  mF, đoạn MN chứa biến trở R và đoạn NB chứa cuộn cảm thuần L. Khi  $\omega = 100\pi$  (rad/s), độ lệch pha giữa u và i tương ứng với  $R = 9 \Omega$  và  $R = 16 \Omega$  của lần lượt là  $\varphi_1$  và  $\varphi_2$ . Biết  $|\varphi_1 + \varphi_2| = \frac{\pi}{2}$  và nếu tăng tần số thì cường độ hiệu dụng trong mạch tăng. Có định  $R = 20 \Omega$ , tìm  $\omega$  để  $U_{AN}$  cực đại.

- A.  $180\pi$  rad/s.      B.  $120\pi$  rad/s.      C.  $100\pi$  rad/s.      D.  $150\pi$  rad/s.

### Hướng dẫn

$$* \text{Khi } \omega = 100\pi \text{ (rad/s), thay đổi } R: Z_C = \frac{1}{\omega C} = 20(\Omega)$$

$$\text{Tù } |\varphi_1 + \varphi_2| = \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow |\tan \varphi_1 \tan \varphi_2| = 1 \Leftrightarrow R_1 R_2 = (Z_L - Z_C)^2$$

$$\text{Vì nếu f tăng thì I tăng nên } Z_C > Z_L. \text{ Suy ra: } Z_C - Z_L = \sqrt{R_1 R_2} \Rightarrow 20 - Z_L = \sqrt{9 \cdot 16}$$

$$\Rightarrow Z_L = 8(\Omega) \Rightarrow L = \frac{Z_L}{\omega} = \frac{0,08}{\pi}(H)$$

\*Khi  $R = 20 \Omega$ , thay đổi  $\omega$ , ta dựa vào:

### Định lý BHD3:

$$\text{Khi } \omega \text{ thay đổi: } \begin{cases} U_{RL\max} \Leftrightarrow Z_L = Y \text{ với } Y = R\sqrt{p + \sqrt{p^2 + p}} \text{ và } p = \frac{L}{2CR^2} \\ U_{RC\max} \Leftrightarrow Z_C = Y \end{cases}$$

$$\text{Thay số: } \begin{cases} p = \frac{0,08/\pi}{2(0,5/\pi) \cdot 10^{-3} \cdot 20^2} = 0,2 \\ Y = 20\sqrt{0,2 + \sqrt{0,2^2 + 0,2}} = 16,612(\Omega) \end{cases}$$

$$U_{RC\max} \Leftrightarrow Z_C = Y \Leftrightarrow \omega = \frac{1}{YC} = 120,4\pi \text{ (rad/s)} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Ví dụ 10:** Mạch điện xoay chiều gồm ba phần tử, điện trở thuần R thay đổi được, cuộn cảm thuần L và tụ điện C mắc nối tiếp. Đặt vào hai đầu đoạn mạch điện áp xoay chiều ổn định. Điều chỉnh  $R = R_0$  thì công suất tiêu thụ trên mạch đạt cực đại và biểu thức dòng điện trong mạch là

$i = 2\sqrt{2} \cos(\omega t + \pi/3)(A)$ . Khi  $R = R_1$  thì công suất trên mạch là P và biểu thức dòng điện trong mạch là  $i_1 = \sqrt{2} \cos(\omega t + \pi/2)(A)$ . Khi  $R = R_2$  thì công suất tiêu thụ trong mạch vẫn là P. Viết biểu thức cường độ dòng điện qua mạch lúc này.

- A.  $i_2 = 10\sqrt{2} \cos(\omega t + \pi/6)(A)$ .      B.  $i_2 = \sqrt{2} \cos(\omega t - \pi/6)(A)$ .
- C.  $i_2 = \sqrt{14} \cos(\omega t + \pi/6)(A)$ .      D.  $i_2 = \sqrt{14} \cos(\omega t + 5\pi/12)(A)$ .

### Hướng dẫn

Không làm mất tính tổng quát, giả sử  $Z_L > Z_C$ . Khi đó điện áp luôn sớm pha hơn dòng điện.

\*Khi  $R = R_0$  thì  $P_{max} \Rightarrow R_0 = Z_L - Z_C \Rightarrow \tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R_0} = 1 \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{4}$ . Lúc này dòng điện trễ pha so

với điện áp là  $\pi/4$  và  $U_0 = I_0 \sqrt{R_0^2 + (Z_L - Z_C)^2} = 4R_0$  nên biểu thức u:

$$u = 4R_0 \cos(\omega t + \pi/3 + \pi/4)(V) = 4R_0 \cos(\omega t + 7\pi/12)(V).$$

\*Khi  $R = R_1$  thì điện áp sớm pha hơn dòng điện là  $\varphi_1 = 7\pi/12 - \pi/2 = \pi/12$ .

$$I_{01} = \frac{U_0}{\sqrt{R_1^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{4R_0}{\sqrt{R_1^2 + R_0^2}} = \sqrt{2} \Rightarrow R_1 = R_0 \sqrt{7}$$

\*Vì khi  $R = R_2$  thì công suất tiêu thụ cũng là P nên  $\varphi_1 + \varphi_2 = \pi/2$  và  $R_1 R_2 = R_0^2$ .

Từ  $\varphi_1 + \varphi_2 = \pi/2$  suy ra,  $\varphi_2 = 5\pi/12$ .

$$\text{Từ } R_1 R_2 = R_0^2 \text{ suy ra } R_2 = \frac{R_0}{\sqrt{7}} \Rightarrow I_{02} = \frac{U_0}{\sqrt{R_2^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{4R_0}{\sqrt{\frac{R_0^2}{7} + R_0^2}} = \sqrt{14}(A)$$

$$i_2 = \sqrt{14} \cos(\omega t + 7\pi/12 - 5\pi/12) = i_2 = \sqrt{14} \cos(\omega t + \pi/6)(A) \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Ví dụ 11:** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2} \cos \omega t(V)$  vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp theo đúng thứ tự gồm, biến trở R, cuộn cảm thuần có độ tự cảm L và tụ điện có điện dung C. Khi  $R = R_0$  thì  $P_{max}$ . Tìm R để  $P = P_{max}/n$

- A.  $(n \pm \sqrt{n^2 - 1})R_0$ .      B.  $R_0 \sqrt{n^2 - 1}$ .
- C.  $nR_0$ .      D.  $(\pm n + \sqrt{n^2 - 1})R_0$ .

### Hướng dẫn

\*Khi R thay đổi để  $P_{max}$  thì  $P_{max} = \frac{U^2}{2R_0} \Leftrightarrow R_0 = |Z_L - Z_C|$

$$* \text{Từ } P = I^2 R = \frac{U^2 R}{R^2 + (Z_L - Z_C)} = \frac{2R_{\max} R}{R^2 + R_{\max}^2} \xrightarrow{x=R/R_0} P = \frac{2P_{\max} x}{x^2 + 1}$$

$$\text{Cho } P = P_{\max} / n \text{ ta được: } \frac{P_{\max}}{n} = \frac{2P_{\max} x}{x^2 + 1} \Rightarrow x^2 - 2nx + 1 = 0 \Rightarrow x = n \pm \sqrt{n^2 - 1}$$

$\Rightarrow$  Chọn A.

**Ví dụ 12:** Đặt điện áp  $u = 120\sqrt{2} \cos 100\pi t$  (V) vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm biến trở R, tụ điện có điện dung  $C = 1/(4\pi)$  mF và cuộn cảm thuần  $L = 1/\pi$  H. Khi thay đổi giá trị của biến trở thì ứng với hai giá trị  $R_1$  và  $R_2$  thì mạch tiêu thụ cùng công suất P và độ lệch pha của điện áp hai đầu đoạn mạch so với dòng điện trong mạch tương ứng là  $\varphi_1, \varphi_2$  với  $\varphi_1 = 2\varphi_2$ . Giá trị của công suất P bằng:

- A. 120 W.      B. 240 W.      C.  $60\sqrt{3}$  W.      D.  $120\sqrt{3}$  W.

### Hướng dẫn

Vì  $P(R) = P(R_2) \Rightarrow \varphi_1 + \varphi_2 = \pi/2$  mà  $\varphi_1 = 2\varphi_2$  nên  $\varphi_2 = \pi/6$  và  $\varphi_1 = \pi/3$ .

$$\Rightarrow \tan \varphi_1 = \frac{Z_L - Z_C}{R} \Rightarrow \tan \frac{\pi}{3} = \frac{100 - 40}{R} \Rightarrow R = 20\sqrt{3} (\Omega)$$

$$\Rightarrow P = P_1 = \frac{U^2}{R} \cos^2 \varphi_1 = \frac{120^2}{20\sqrt{3}} \cos^2 \frac{\pi}{3} = 60\sqrt{3} (\text{W}) \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Ví dụ 13:** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U_0 \cos \omega t$  (V) ( $U_0, \omega$ : không đổi) vào hai đầu đoạn mạch R, L, C mắc nối tiếp (cuộn dây thuần cảm) với R thay đổi được. Khi  $R = 20 \Omega$  thì công suất tiêu thụ trong mạch cực đại, đồng thời nếu thay L bằng bất kì cuộn cảm thuần nào thì điện áp hiệu dụng trên L đều giảm. Dung kháng của tụ là

- A.  $20 \Omega$ .      B.  $40 \Omega$ .      C.  $30 \Omega$ .      D.  $50 \Omega$ .

### Hướng dẫn

$$\text{Lúc này, cực đại kép: } \begin{cases} P_{\max} \Leftrightarrow R = |Z_L - Z_C| \\ U_{L\max} \Leftrightarrow Z_L = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C} = Z_C + \frac{R^2}{Z_C} > Z_C \end{cases}$$

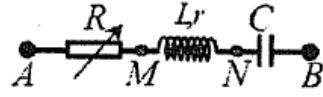
$$\Rightarrow \begin{cases} R = Z_L - Z_C \\ Z_L = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C} = Z_C + \frac{R^2}{Z_C} \Rightarrow R = Z_C + \frac{R^2}{Z_C} - Z_C \Rightarrow Z_C = R = 20(\Omega) \end{cases}$$

$\Rightarrow$  Chọn A.

## Vấn đề 2: Mạch RLrC (L không thuận cảm) liên quan đến cực trị của các P.

Công suất tiêu thụ trê R và cả r.

Kết quả 1: 
$$P_{r\max} = \frac{U^2 r}{r^2 + (Z_L - Z_C)^2} \Leftrightarrow R=0$$



Chứng minh:

$$P_r = I^2 r = \frac{U^2 r}{(R+r)^2 + (Z_L - Z_C)^2} \leq \frac{U^2 r}{r^2 + (Z_L - Z_C)^2} \begin{cases} P_{r\max} = \frac{U^2 r}{r^2 + (Z_L - Z_C)^2} \\ R_0 = 0 \end{cases}$$

Kết quả 2: 
$$P_{R\max} = \frac{U^2}{2(R_0 + r)} \Leftrightarrow R_0 = \sqrt{r^2 + (Z_L - Z_C)^2}$$

Chứng minh:

$$P_R = I^2 R = \frac{U^2 R}{(R+r)^2 + (Z_L - Z_C)^2}$$

$$P_R = \frac{U^2}{R + \frac{r^2 + (Z_L - Z_C)^2}{R} + 2r} \leq \frac{U^2}{2\sqrt{r^2 + (Z_L - Z_C)^2} + 2r} \begin{cases} P_{R\max} = \frac{U^2 r}{2(R_0 + r)} \\ R_0 = \sqrt{r^2 + (Z_L - Z_C)^2} \end{cases}$$

**Cách nhớ nhanh:** Công suất trên biên trớ cực địa khi biên trớ = tổng trớ phần còn lại:  $\begin{cases} R_0 = Z_{con lai} \\ R_{R\max} = \frac{U^2}{2(R_0 + R_{con lai})} \end{cases}$

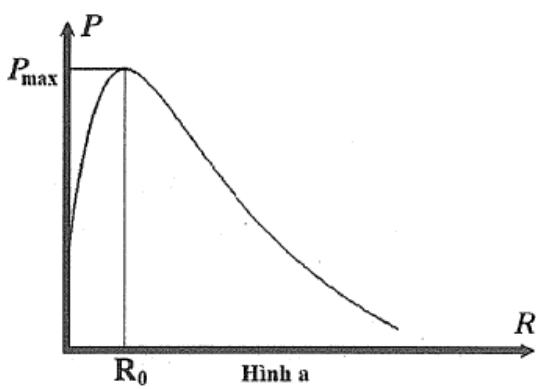
Kết quả 3: 
$$\begin{cases} P_{R\max} = \frac{U^2 r}{2(R_0 + r)} \Leftrightarrow R_0 = |Z_L - Z_C| - r > 0 \\ P_{\max} = \frac{U^2 r}{r^2 + (Z_L - Z_C)^2} \Leftrightarrow R_0 = |Z_L - Z_C| - r < 0 \end{cases}$$

Chứng minh:

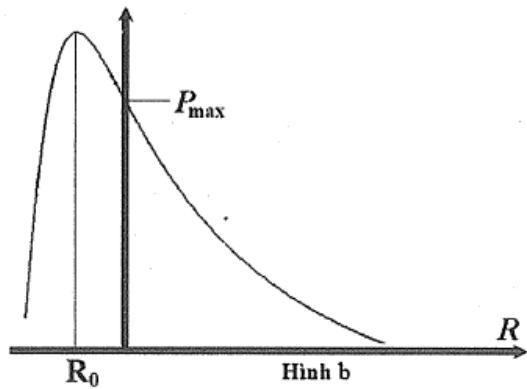
\*Nếu  $r < |Z_L - Z_C|$

$$P = I^2(R+r) = \frac{U^2(R+r)}{(R+r)^2 + (Z_L - Z_C)^2} \leq \frac{U^2}{(R+r) + \frac{(Z_L - Z_C)^2}{(R+r)}}$$

$$P = \frac{U^2}{(R+r) + \frac{(Z_L - Z_C)^2}{(R+r)}} \leq \frac{U^2}{2|Z_L - Z_C|} \begin{cases} P_{\max} = \frac{U^2}{2|Z_L - Z_C|} = \frac{U^2}{2(R+r)} \\ (R_0 + r) = |Z_L - Z_C| \end{cases}$$



Hình a



Hình b

Dạng đồ thị của P theo R (hình a ứng với  $R_0 > 0$ ):

$$\begin{cases} R=0 \Rightarrow P=\frac{U^2r}{r^2+(Z_L-Z_C)^2} \\ R=R_0 \Rightarrow P_{\max}=\frac{U^2}{2(R_0+r)} \\ R=\infty \Rightarrow P_{\min}=0 \end{cases}$$

\*Nếu  $r > |Z_L - Z_C|$  thì  $R_0 < 0$

Đồ thị P theo R có dạng như hình b:

$$\begin{cases} R=0 \Rightarrow P_{\max}=\frac{U^2r}{r^2+(Z_L-Z_C)^2} \\ R=\infty \Rightarrow P_{\min}=0 \end{cases}$$

**Kết quả 4:**

Nếu  $R_1, R_2$  có cùng P thì

$$\begin{cases} (R_1+r)(R_2+r)=(Z_L-Z_C)^2=(R_0+r)^2 \Rightarrow |\varphi_1 + \varphi_2| = \frac{\pi}{2} \\ (R_1+r)+(R_2+r)=\frac{U^2}{P} \Rightarrow P_{\max}=\frac{U^2}{2(R_0+r)} \end{cases}$$

**Đảo lại:** Nếu  $\varphi_1 + \varphi_2 = \frac{\pi}{2}$  thì  $P_1 = P_2 = P = \frac{U^2}{(R_1+r)^2 + (R_2+r)^2}$

### Chứng minh:

Từ  $P = \frac{U^2}{(R+r)^2 + (Z_L - Z_C)^2}$  suy ra:

$$(R+r)^2 - \frac{U^2}{P}(R+r) + (Z_L - Z_C)^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} (R+r)(R+r) = (Z_L - Z_C)^2 = (R+r)^2 \\ (R+r) + (R+r) = \frac{U^2}{P} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{Z_L - Z_C}{R+r} \frac{Z_L - Z_C}{R+r} = 1 \Rightarrow \tan \varphi_1 \tan \varphi_2 = 1 \Rightarrow \begin{cases} \varphi_1 + \varphi_2 = \frac{\pi}{2} \text{ khi } Z_L > Z_C \\ \varphi_1 + \varphi_2 = -\frac{\pi}{2} \text{ khi } Z_L < Z_C \end{cases}$$

**Ví dụ 1:** Đặt một hiệu điện thế xoay chiều  $u = U\sqrt{2} \cos 2\pi ft$  ( $U, f$  không đổi) vào hai đầu đoạn mạch AB. Đoạn AM gồm hai tụ điện giống nhau mắc song song, đặt một khóa k vào hai đầu của một trong hai tụ, đoạn MN chứa biến trở R, đoạn NB chứa cuộn dây có điện trở r. Biết cảm kháng của cuộn dây và dung kháng của mỗi tụ bằng nhau và bằng  $80 \Omega$ . Điều chỉnh giá trị của biến trở  $R = R_0$  thì ta thấy:

- Khi khóa k mở thì công suất tiêu thụ trên đoạn mạch AN đạt cực đại.
- Khi khóa k đóng thì công suất tiêu thụ trên đoạn mạch AB đạt cực đại.

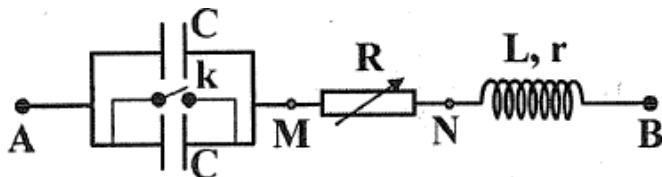
Chọn các kết quả đúng.

- A.  $R_0 = 60 \Omega$ .      B.  $r = 30 \Omega$ .      C.  $R_0 = 50 \Omega$ .      D.  $r = 40 \Omega$ .

### Hướng dẫn

\*Khi k mở, hai tụ ghép song song nên điện dung bộ tụ:  $C_b = 2C \Rightarrow Z_{Cb} = Z_C / 2 = 40 \Omega$ .

$$P_{AN} = I^2 R = \frac{U^2 R}{(R+r)^2 + (Z_L - Z_{Cb})^2} = \max \Leftrightarrow R = \sqrt{r^2 + (Z_L - Z_{Cb})^2} = \sqrt{r^2 + 40^2} \quad (1)$$



\*Khi k đóng, hai tụ bị nối tắt mạch chỉ còn R mắc nối tiếp L, r.

$$P_{AB} = I^2 (R+r) = \frac{U^2 (R+r)}{(R+r)^2 + Z_L^2} = \max \Leftrightarrow R = Z_L - r = 80 - r \quad (2)$$

Từ (1), (2) suy ra:  $\sqrt{r^2 + 40^2} = 80 - r \Rightarrow r = 30(\Omega) \Rightarrow$  Chọn B, C.

**Ví dụ 2:** Cho mạch điện RLC mắc nối tiếp, L có điện trở thuần  $r$ , còn R là biến trở. Đặt vào hai đầu đm điện áp xoay chiều ổn định. Điều chỉnh lần lượt biến trở R có giá trị  $R_1 = 50 \Omega$  và  $R_2 = 10 \Omega$  thì lần lượt công suất tiêu thụ trên biến trở cực đại và trên đoạn mạch cực đại. Tính  $r$ .

- A.  $50 \Omega$ .      B.  $40 \Omega$ .      C.  $30 \Omega$ .      D.  $20 \Omega$ .

### Hướng dẫn

$$\left. \begin{array}{l} P_{R_{\max}} \Leftrightarrow R = Z_{\text{còn lại}} = \sqrt{r^2 + (Z_L - Z_C)^2} = 50(\Omega) \\ P_{\max} \Leftrightarrow R = |Z_L - Z_C| - r = 10(\Omega) \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{cases} r = 30(\Omega) \\ |Z_L - Z_C| = 40(\Omega) \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Ví dụ 3:** Cho mạch điện RLC mắc nối tiếp, L có điện trở thuần  $r = 30 \Omega$ , còn R là biến trở. Đặt vào hai đầu đoạn mạch điện áp xoay chiều ổn định. Điều chỉnh lần lượt biến trở R có giá trị  $R_1$  và  $R_2$  thì lần lượt công suất tiêu thụ trên biến trở cực đại  $P_{R_{\max}}$  và trên đoạn mạch cực đại  $P_{\max}$ . Nếu  $P_{R_{\max}}/P_{\max} = 0,5$  và  $R_2 = 20 \Omega$  thì  $R_1$  bằng

- A.  $50 \Omega$ .      B.  $40 \Omega$ .      C.  $30 \Omega$ .      D.  $70 \Omega$ .

### Hướng dẫn

$$\left. \begin{array}{l} R = R_1 \Rightarrow P_{R_{\max}} = \frac{U^2}{2(R_1 + r)} \\ R = R_2 \Rightarrow P_{\max} = \frac{U^2}{2(R_2 + r)} \\ R = 0 \Rightarrow P_{R_{\max}} = \frac{U^2 r}{r^2 + (Z_L - Z_C)^2} \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{cases} \frac{P_{R_{\max}}}{P_{\max}} = \frac{R_2 + r}{R_1 + r} \\ \frac{P_{R_{\max}}}{P_{\max}} = \frac{2r(R_2 + r)}{r^2 + (Z_L - Z_C)^2} \end{cases}$$

Từ công thức  $\frac{P_{R_{\max}}}{P_{\max}} = \frac{R_2 + r}{R_1 + r}$  thay số vào  $0,5 = \frac{20 + 30}{R_1 + 30} \Rightarrow R_1 = 70(\Omega)$  ⇒ Chọn D.

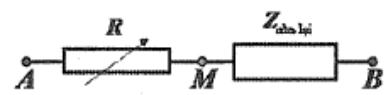
**Ví dụ 4:** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2} \cos 2\pi t(V)$  vào đoạn mạch xoay chiều nối tiếp gồm biến trở R, cuộn dây có cảm kháng  $Z_L = 40 \Omega$ , điện trở thuần  $r = 20 \Omega$  và tụ điện có dung kháng  $Z_C = 60 \Omega$ . Điều chỉnh R để công suất trên R lớn nhất. Khi đó điện áp giữa hai đầu đoạn mạch chứa cuộn dây và tụ điện là 150 V. Tính U.

- A. 150 V.      B. 261 V.      C. 277 V.      D. 100 V.

### Hướng dẫn

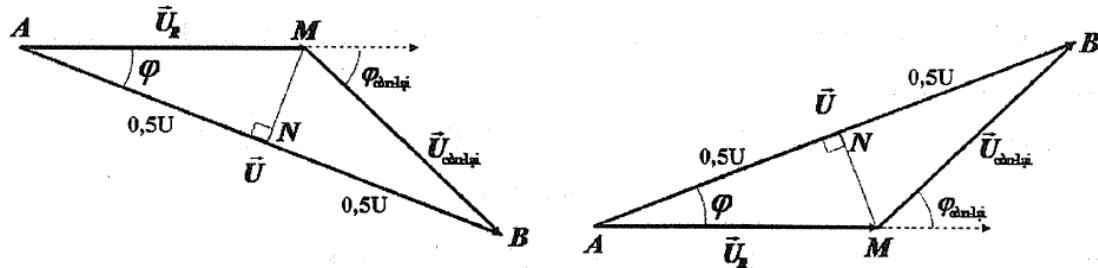
Khi  $P_{R_{\max}}$  thì  $R = Z_{\text{còn lại}}$ , nếu vẽ giản đồ vec tơ ta sẽ sửa vào tam giác cân trên giản đồ. Tam giác AMB cân tại M nên:

$$\cos \varphi = \cos \frac{\varphi_{\text{con lai}}}{2} = \frac{0,5U}{U_R} = \frac{R}{Z} = \frac{U_R}{U}$$



$$\tan \varphi_{rLC} = \frac{Z_L - Z_C}{r} = -1 \Rightarrow \varphi_{rLC} = -\frac{\pi}{4} \Rightarrow \varphi = \frac{\varphi_{rLC}}{2} = -\frac{\pi}{8}$$

$$\cos \varphi = \frac{0,5U}{U_R} \Rightarrow U = 2U_R \cos \varphi = 2 \cdot 150 \cos \frac{-\pi}{8} \approx 27(V) \Rightarrow \text{Chọn C}$$



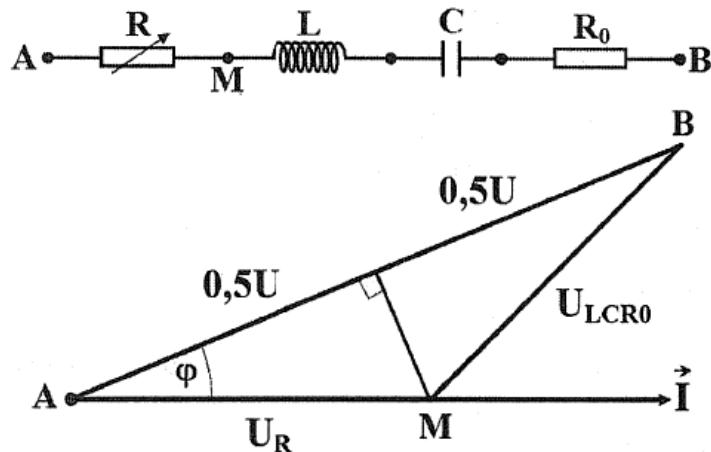
**Ví dụ 5:** Đặt điện áp  $170 V - 50 Hz$  vào hai đầu đoạn mạch xoay chiều nối tiếp gồm biến trở  $R$ , cuộn cảm thuần  $L$ , tụ điện  $C$  và điện trở  $R_0$ . Điều chỉnh  $R$  để công suất tiêu thụ trên  $R$  là lớn nhất thì điện áp hiệu dụng trên  $R$  bằng  $100 V$ . Tính điện áp hiệu dụng trên  $R_0$ .

- A. 44,5 V.      B. 89,6 V.      C. 70 V.      D. 45 V.

### Hướng dẫn

$$P_R = I^2 R = \frac{U^2}{(R+r)^2 + (Z_L - Z_C)^2} R = \frac{U^2}{R + \frac{(Z_L - Z_C)^2 + R_0^2}{R} + 2R_0} = \max$$

$$\Leftrightarrow R = \sqrt{(Z_L - Z_C)^2 + R_0^2} \Rightarrow U_R = U_{LR_0C}$$



Dựa vào kết quả này ta vẽ giản đồ vec tơ và từ giản đồ tính được:  $\cos \varphi = \frac{0,5U}{U_R}$

Mặt khác:  $\cos \varphi = \frac{R+R_0}{Z} = \frac{U_R+U_{R_0}}{U}$  nên suy ra:

$$\frac{0,5U}{U_R} = \frac{U_R + U_{R_0}}{U} \Rightarrow \frac{0,5 \cdot 170}{100} = \frac{100 + U_{R_0}}{170} \Rightarrow U_{R_0} = 44,5(V) \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Ví dụ 6:** Một mạch điện xoay chiều AB nối tiếp theo đúng thứ tự gồm biến trở R, cuộn cảm có điện trở r = 12 Ω và tụ điện. Điều chỉnh R = R<sub>1</sub> thì công suất tiêu thụ trên toàn mạch cực đại, tăng tiếp 14 Ω thì công suất tiêu thụ trên biến trở đạt cực đại và tăng tiếp 3Ω thì hệ số công suất của AB là k. Tính k.

- A. 0,847.      B. 0,829.      C. 0,830.      D. 0,827.

### Hướng dẫn

$$\begin{aligned} P_{\max} &\Leftrightarrow R = |Z_L - Z_C| - r \\ P_{R_{\max}} &\Leftrightarrow R_2 = Z_{\text{con lai}} = \sqrt{r^2 + (Z_L - Z_C)^2} \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \xrightarrow{R_2 - R = 14(\Omega)} \\ \xrightarrow{r = 12(\Omega)} \end{array} \right. \\ \sqrt{12^2 + (Z_L - Z_C)^2} - |Z_L - Z_C| + 12 &= 14 \Rightarrow |Z_L - Z_C| = 35(\Omega) \Rightarrow R_2 = 37(\Omega) \end{aligned}$$

Khi R = R<sub>2</sub> + 3 = 40 Ω thì

$$k = \cos \varphi = \frac{R+r}{\sqrt{(R+r)^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{52}{\sqrt{52^2 + 35^2}} \approx 0,830 \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Ví dụ 7:** Một mạch điện xoay chiều AB gồm hai đoạn mạch AM và MB mắc nối tiếp. Đoạn AM chỉ có biến trở R, đoạn MB gồm điện trở thuần R<sub>0</sub> mắc nối tiếp với cuộn cảm thuần có cảm kháng Z<sub>L</sub> > R<sub>0</sub>. Điều chỉnh R đến giá trị bằng 80 Ω thì công suất tiêu thụ trên biến trở đạt cực đại, đồng thời có tổng trở AB là số nguyên chia hết cho 40. Khi đó hệ số công suất của AB là

- A. 0,750.      B. 0,800.      C. 0,600.      D. 0,960.

### Hướng dẫn

$$\begin{cases} P_{R_{\max}} \Leftrightarrow R = Z_{\text{con lai}} = \sqrt{R_0^2 + Z_L^2} = 80 \\ Z^2 = (R + R_0)^2 + Z_L^2 = R^2 + (R_0^2 + Z_L^2) + 2RR_0 = 80^2 + 80^2 + 160R_0 \end{cases}$$

Đặt R<sub>0</sub> = 10n thì n < 8 và Z<sup>2</sup> = 40<sup>2</sup>(n+8) để Z là số nguyên thì (n+8) là số chính phương thì chỉ có thể n = 1 ⇒ R<sub>0</sub> = 10Ω ⇒ Z<sub>L</sub> = 30√7(Ω)

$$\Rightarrow \cos \varphi = \frac{R + R_0}{\sqrt{(R + R_0)^2 + Z_L^2}} = \frac{80 + 10}{\sqrt{(80 + 10)^2 + (30\sqrt{7})^2}} = 0,75 \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

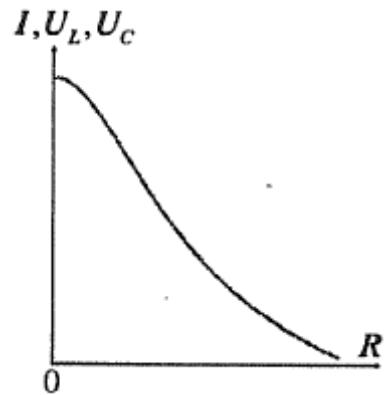
**Vấn đề 3: Điện trở R thay đổi liên quan đến các trị I, U<sub>R</sub>, U<sub>L</sub>, U<sub>C</sub>, U<sub>RL</sub>, U<sub>RC</sub>, U<sub>LC</sub>**

\*I, U<sub>L</sub>, U<sub>C</sub> luôn nghịch biến theo R

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} \begin{cases} U_L = IZ_L \\ U_C = IZ_C \end{cases}$$

$$R=0 \Rightarrow I_{\max} = \frac{U}{|Z_L - Z_C|}; \begin{cases} U_{L\max} = \frac{UZ_L}{|Z_L - Z_C|} \\ U_{C\max} = \frac{UZ_C}{|Z_L - Z_C|} \end{cases}$$

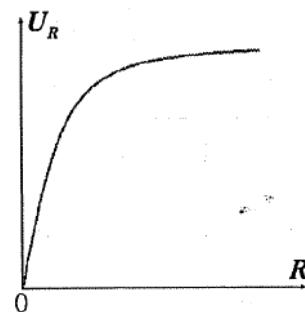
$$R=\infty \Rightarrow I_{\min} = 0; U_{L\min} = 0; U_{C\min} = 0$$



\*  $U_R$  luôn đồng biến theo  $R$

$$U_R = IR = \frac{U}{\sqrt{1 + \frac{(Z_L - Z_C)^2}{R^2}}}$$

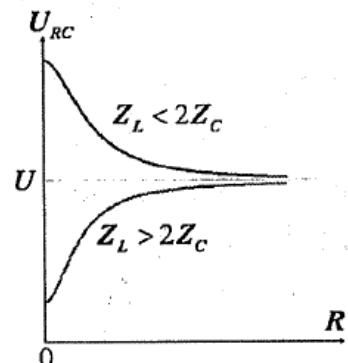
$$\begin{cases} R=0 \Rightarrow U_{R\min} = 0 \\ R=\infty \Rightarrow U_{R\max} = U \end{cases}$$



\*  $U_{RL}$  luông nghịch biến theo  $R$  khi  $Z_C < 2Z_L$  và luông đồng biến khi  $Z_C > 2Z_L$

$$U_{RL} = IZ_R = U \sqrt{\frac{R^2 + Z_L^2}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$$

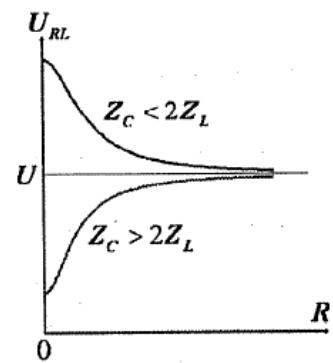
$$\begin{cases} R=0 \Rightarrow U_{RL} = U \frac{Z_L}{|Z_L - Z_C|} \\ R=\infty \Rightarrow U_{RL} = 0 \end{cases}$$



\*  $U_{RC}$  luông nghịch biến theo  $R$  khi  $Z_L < 2Z_C$  và luông đồng biến khi  $Z_C > 2Z_L$

$$U_{RC} = IZ_C = U \sqrt{\frac{R^2 + Z_C^2}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$$

$$\begin{cases} R=0 \Rightarrow U_{RC} = U \frac{Z_C}{|Z_L - Z_C|} \\ R=\infty \Rightarrow U_{RC} = U \end{cases}$$



\* Các trường hợp đề thi hay khai thác

$$U_R = IR = \frac{UR}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = U \forall R \Leftrightarrow Z_C = Z_L \text{ (mạch công hưởng!)}$$

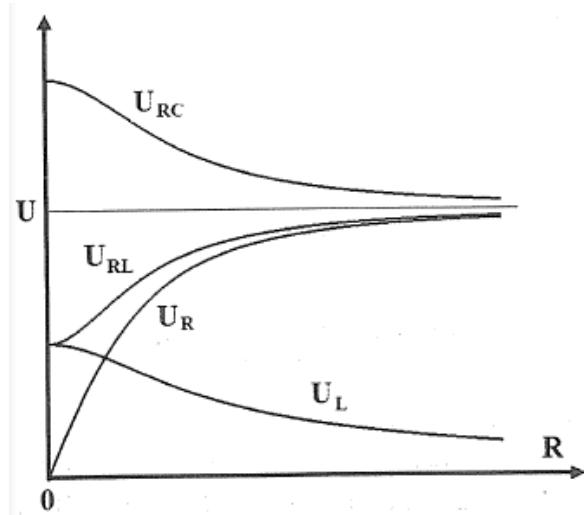
$$U_{RL} = IZ_{RL} = U \sqrt{\frac{R^2 + Z_L^2}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = U \forall R \Leftrightarrow Z_C = 2Z_L \text{ (Z}_C \text{ ra } di = 2 \text{ lần } Z_L \text{ ở lại!)}$$

$$U_{RC} = IZ_{RC} = U \sqrt{\frac{R^2 + Z_C^2}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = U \forall R \Leftrightarrow Z_L = 2Z_C \text{ (Z}_L \text{ ra } di = 2 \text{ làn } Z_C \text{ ở lại!)}$$

**Ví dụ 1:** Đặt điện áp  $u = 100\sqrt{2} \cos 100\pi t$  (V) vào hai đầu RLC mắc nối tiếp (cuộn dây thuận cảm),  $R$  là biến trở ( $0 \leq R \leq \infty$ ,  $L$  và  $C$  khác không và hữu hạn). Khi  $R = 200 \Omega$  thì công suất tiêu thụ trên  $R$  cực đại đồng thời  $u_R$  l落 sót pha hơn  $u$  là  $(\pi/4 + \arctan 0,5)$ . Điều chỉnh  $R$  tăng từ 0 đến  $\infty$  thì



## *Hướng dẫn*



Khi  $R = 200 \Omega$  thì công suất tiêu thụ trên R cực đại đồng thời  $u_R$  sớm pha hơn u là

$$(\pi/4 + \arctan 0,5) : \begin{cases} Z_C - Z_L = R_0 = 200 \\ \tan \varphi_R = \frac{Z_L}{R_0} = \tan(\arctan 0,5) = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Z_L = 100(\Omega) \\ Z_C = 300(\Omega) \end{cases}$$

$$U_L = IZ_L = \frac{UZ_L}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{100 \cdot 100}{\sqrt{R^2 + (100 - 300)^2}} \begin{cases} R=0 \Rightarrow U_L = 100(V) \\ R=\infty \Rightarrow U_L = 0 \end{cases}$$

$$U_R = IR = \frac{UR}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{100.R}{\sqrt{R^2 + (100 - 300)^2}} \begin{cases} R=0 \Rightarrow U_R=0 \\ R=\infty \Rightarrow U_R=100(V) \end{cases}$$

$$U_R = IZ_R = U \sqrt{\frac{R^2 + Z_L^2}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = 100 \sqrt{\frac{R^2 + 100^2}{R^2 + (100 - 300)^2}} \begin{cases} R=0 \Rightarrow U_R = 50(V) \\ R=\infty \Rightarrow U_R = 100(V) \end{cases}$$

$$U_{RC} = IZ_{RC} = U \sqrt{\frac{R^2 + Z_C^2}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = 100 \sqrt{\frac{R^2 + 300^2}{R^2 + (100 - 300)^2}} \begin{cases} R=0 \Rightarrow U_{RC} = 150(V) \\ R=\infty \Rightarrow U_{RC} = 100(V) \end{cases}$$

$\Rightarrow$  Chọn D.

**Ví dụ 2:** Đặt điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng 200 V và tần số f thay đổi được vào hai đầu A và B của đoạn mạch mắc nối tiếp theo thứ tự gồm đoạn AM chứa cuộn cảm thuận có độ tự cảm L, đoạn MN chứa biến trở R, đoạn NB chứa tụ điện có điện dung C. Các giá trị R, L, C hữu hạn và khác không. Với  $f = f_1$  thì  $U_{AN}$  không thay đổi khi R thay đổi. Với  $f = f_2$  thì  $U_{MB}$  không thay đổi khi R thay đổi. Với  $f = f_3$  thì  $U_{MN}$  không thay đổi khi R thay đổi. Tính  $f_3$ . Biết  $f_1 + f_2 = 150\sqrt{2}$  Hz.

- A. 50 Hz.      B. 150 Hz.      C. 100 Hz.      D. 20 Hz.

### Hướng dẫn

\*Khi  $f = f_3$  thì

$$U_R = \frac{UR}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = U \forall R \Leftrightarrow Z_C = Z_L \Leftrightarrow 2\pi f_3 L = \frac{1}{2\pi f_3 C} \Rightarrow f_3 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

\*Khi  $f = f_1$  thì

$$U_R = U \sqrt{\frac{R^2 + Z_L^2}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = U \forall R \Leftrightarrow Z_C = 2Z_L \Leftrightarrow \frac{1}{2\pi f_1 C} = 2.2\pi f_1 L \Rightarrow f_1 = \frac{f_3}{\sqrt{2}}$$

\*Khi  $f = f_2$  thì

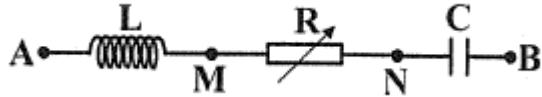
$$U_{RC} = U \sqrt{\frac{R^2 + Z_C^2}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = U \forall R \Leftrightarrow Z_L = 2Z_C \Leftrightarrow 2\pi f_2 L = 2 \cdot \frac{1}{2\pi f_2 C} \Rightarrow f_2 = \sqrt{2} f_3$$

\*Thay vào biểu thức  $f_1 + f_2 = 150\sqrt{2}$  Hz suy ra  $f_3 = 100$  Hz  $\Rightarrow$  Chọn C.

**Ví dụ 3:** Trên đoạn mạch xoay chiều không phân nhánh có 4 điểm theo đúng thứ tự A, M, N và B. Trên đoạn AM chứa cuộn cảm thuận L, đoạn MN chứa biến trở R và đoạn NB chỉ chứa tụ điện C. Khi thay đổi R thì thấy  $U_{MB}$  không phụ thuộc R. Khi góc lệch pha của  $u_{AN}$  so với  $u_{AB}$  cực đại thì dòng điện trong mạch

- A. trễ pha hơn  $u_{AB}$  là  $\pi/4$ .      B. sớm pha hơn  $u_{AB}$  là  $\pi/4$ .  
 C. trễ pha hơn  $u_{AB}$  là  $\pi/3$ .      D. sớm pha hơn  $u_{AB}$  là  $\pi/3$ .

### Hướng dẫn



\* Vì  $U_{MB}$  không phụ thuộc  $R$  nên  $Z_L = 2Z_C$ .

$$* \text{Từ } \tan \alpha = \tan(\varphi_{AN} - \varphi_{AB}) = \frac{\tan \varphi_{AN} - \tan \varphi_{AB}}{1 + \tan \varphi_{AN} \tan \varphi_{AB}} = \frac{\frac{Z_L}{R} - \frac{Z_L - Z_C}{R}}{1 + \frac{Z_L}{R} \frac{Z_L - Z_C}{R}}$$

$$\tan \alpha = \frac{Z_C}{R + \frac{Z_L(Z_L - Z_C)}{R}} = \frac{Z_C}{R + \underbrace{\frac{Z_L^2}{R}}_{\geq 2Z_C}} \leq \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} \tan \alpha_{\max} = \frac{1}{2} \\ R = Z_C \end{cases}$$

Lúc này:  $\tan \varphi_{AB} = \frac{Z_L - Z_C}{R} = 1 \Rightarrow \varphi_{AB} = \frac{\pi}{4} > 0$ : nên y sớm hơn i là  $\pi/4 \Rightarrow$  Chọn A.

**Ví dụ 4:** Mạch điện xoay chiều RLC nối tiếp cuộn dây thuận cảm, R thay đổi được. Khi  $R = R_1$  thì  $U_L = 120$  V,  $U_{R1} = U_C = 60(V)$ . Khi  $R = 2R_1$  thì  $U_{R2}$  là bao nhiêu?

- A. 60 V.      B. 80 V.      C.  $60\sqrt{14}$  V.      D.  $24\sqrt{10}$  V.

### Hướng dẫn

$$\left\{ \begin{array}{l} U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2} = \sqrt{60^2 + (120 - 60)^2} = 60\sqrt{2}(V) \\ R_1 = Z_C = \frac{Z_L}{2} \Rightarrow R_2 = 2R_1 = 2Z_C = Z_L \Rightarrow \begin{cases} U'_L = U'_{R2} \\ U'_C = \frac{U'_{R2}}{2} \end{cases} \\ U^2 = U'^2_{R2} + (U'_L - U'_C)^2 \Rightarrow 60^2 \cdot 2 = U'^2_{R2} + \left( U'_{R2} - \frac{U'_{R2}}{2} \right)^2 \Rightarrow U'_{R2} = 24\sqrt{10}(V) \end{array} \right.$$

**Ví dụ 5:** Đặt một điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng  $U$  và tần số  $f$  không đổi vào hai đầu đoạn mạch gồm biến trở  $R$  mắc nối tiếp với tụ điện có điện dung  $C$ . Gọi điện áp hiệu dụng giữa hai đầu biến trở, giữa hai đầu tụ điện và hệ số công suất của đoạn mạch khi biến trở có giá trị  $R_1$  lần lượt là  $U_{R1}, U_{C1}, \cos \varphi_1$ . Khi biến trở có giá trị  $R_2$  thì các giá trị tương ứng nói trên lần lượt là  $U_{R2}, U_{C2}, \cos \varphi_2$ . Biết  $U_{R1} = 0,5625U_{R2}$  và  $U_{C2} = 0,5625U_{C1}$ . Giá trị của  $\cos \varphi_1$  là:

- A. 1.      B. 0,71.      C. 0,49.      D. 0,87.

### Hướng dẫn:

$$\begin{cases} U^2 = U_{R1}^2 + U_{C1}^2 \\ U^2 = U_{R2}^2 + U_{C2}^2 = \frac{1}{0,5625^2} U_{R1}^2 + 0,5625 U_{C1}^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} U_{R1}^2 = \frac{81}{337} U^2 \\ U_{C1}^2 = \frac{256}{337} U^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \cos \varphi_1 = \frac{U_{R1}}{U} = \sqrt{\frac{81}{337}} \approx 0,49 \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Ví dụ 6:** Đặt một điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng  $U$  vào hai đầu một đoạn mạch gồm biến trở  $R$  nối tiếp với tụ điện  $C$ . Điều chỉnh  $R$  để tổng điện áp hiệu  $(U_R + U_C)$  đạt cực đại. Giá trị cực đại đó là

- A.  $0,5U\sqrt{2}$  V.      B.  $2U$ .      C.  $U\sqrt{2}$ .      D.  $U$ .

### Hướng dẫn

**Cách 1:**

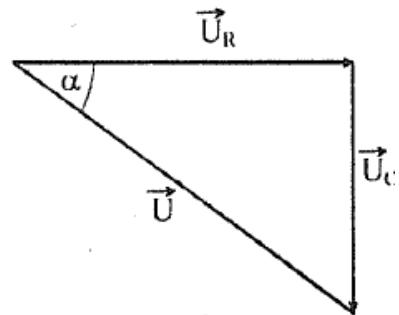
$$\text{Ta thấy: } (U_R + U_C)^2 = U_R^2 + U_C^2 + \underbrace{2U_R U_C}_{\leq U_R^2 + U_C^2} \leq 2(U_R^2 + U_C^2) = 2U^2$$

$\Rightarrow$  Chọn C.

**Cách 2:**

Từ giản đồ véc tơ, suy ra:

$$U = \frac{U_R}{\cos \alpha} = \frac{U_C}{\sin \alpha} = \frac{U_R + U_C}{\cos \alpha + \sin \alpha} = \frac{U_R + U_C}{\sqrt{2} \sin \left( \alpha + \frac{\pi}{4} \right)}$$



$$\Rightarrow U_R + U_C = U\sqrt{2} \sin \left( \alpha + \frac{\pi}{4} \right) \leq U\sqrt{2} \Rightarrow (U_R + U_C)_{\max} = U\sqrt{2} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Ví dụ 7:** Đặt điện áp  $u = 200\sqrt{2} \cos 20\pi f t$  (V) (f thay đổi được) vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp theo thứ tự gồm biến trở  $R$ , cuộn cảm thuần cảm  $L$  và tụ điện  $C$ . Khi  $f = 50$  Hz thì cường độ dòng điện hiệu dụng trong mạch là 2 A và điện áp hiệu dụng hai đầu  $RL$  không thay đổi khi  $R$  thay đổi. Điện dung nhỏ nhất của tụ điện là

- A.  $25/\pi$  ( $\mu F$ ).      B.  $50/\pi$  ( $\mu F$ ).      C.  $0,1/\pi$  ( $\mu F$ ).      D.  $0,2/\pi$  ( $\mu F$ ).

### Hướng dẫn

$$U_R = I \cdot Z_R = U \cdot \sqrt{\frac{R^2 + Z_L^2}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} \notin R \Leftrightarrow Z_L^2 = (Z_L - Z_C)^2 \Rightarrow Z_C = 2Z_L$$

$$Z = \sqrt{R^2 + Z_L^2} = \frac{U}{I} = 100\Omega \Rightarrow Z_L \leq 100\Omega$$

$$\Rightarrow Z_C = 2Z_L \leq 200\Omega \Rightarrow C \geq \frac{1}{100\pi \cdot 200} = \frac{50}{\pi} \cdot 10^{-6} (F) \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Ví dụ 8:** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2}\cos 2\pi ft (V)$  ( $f$  thay đổi được) vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp theo thứ tự gồm biến trở  $R$ , cuộn cảm có điện trở  $r = 30 \Omega$ , có độ tự cảm  $L = 0,3/\pi H$  và tụ điện có điện dung  $C = 1/(9\pi) mF$ . Cố định  $f = 50 Hz$  thay đổi  $R$  thì điện áp hiệu dụng trên  $C$  đạt giá trị cực đại là  $U_1$ . Cố định  $R = 30 \Omega$  thay đổi  $f$  thì điện áp hiệu dụng trên tụ đạt giá trị cực đại là  $U_2$ . Tính tỉ số  $U_2/U_1$ .

- A.  $\sqrt{8/5}$ .      B.  $\sqrt{5/8}$ .      C.  $\sqrt{2/3}$ .      D.  $\sqrt{7/3}$ .

### Hướng dẫn

\*Cố định  $f = 50 Hz$  thay đổi  $R$  thì

$$U_C = IZ_C = \frac{UZ_C}{\sqrt{(R+r)^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \max \Leftrightarrow R=0$$

$$\Rightarrow U_1 = \frac{U \cdot 90}{\sqrt{(0+30)^2 + (30-90)^2}} = \frac{3U}{\sqrt{5}}$$

\*Cố định  $R = 30 \Omega$  thay đổi  $f$  ta tính:

$$n = \frac{\omega_L}{\omega_C} = \frac{\frac{L}{C}}{\frac{L}{C} - \frac{(R+r)^2}{2}} = \frac{1}{1 - \frac{(R+r)^2 C}{2L}} = \frac{1}{1 - \frac{60^2 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot (0,3/\pi)}} = 3$$

Để  $U_{C_{\max}}$  chuẩn hóa số liệu:  $\begin{cases} Z_C = n \\ Z_L = 1 \\ R = \sqrt{2n-2} \end{cases}$

$$\Rightarrow U_{C_{\max}} = \frac{UZ_C}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U}{\sqrt{1-n^2}} \Rightarrow U_2 = \frac{U}{\sqrt{1-3^2}} = \frac{3U}{\sqrt{8}}$$

$$\Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{U}{\sqrt{1-3^2}} = \sqrt{\frac{5}{8}} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Ví dụ 9:** Đặt điện áp xoay chiều  $u = 100\sqrt{2} \cos \omega t$  (V),  $\omega$  thay đổi được vào hai đầu đoạn mạch AB gồm hai đoạn mạch AM và MB mắc nối tiếp. Đoạn mạch AM gồm biến trở mắc nối tiếp với cuộn cảm thuần, đoạn mạch MB chỉ có một tụ điện. Khi  $\omega = 100\pi$  (rad/s) thì điện áp hiệu dụng  $U_{AM}$  không phụ thuộc vào giá trị của biến trở, đồng thời điện áp hiệu dụng  $U_{MB} = 100$  V. Khi đó

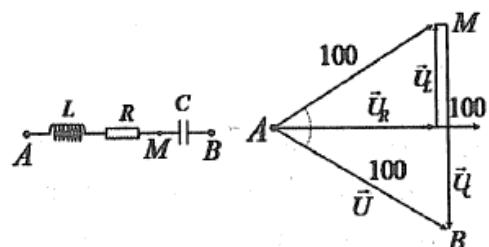
- A.  $u_{AM} = 100\sqrt{2} \cos(100\pi t + \pi/3)$  (V).      B.  $u_{AM} = 200 \cos(100\pi t + \pi/3)$  (V).  
 C.  $u_{AM} = 100\sqrt{2} \cos(100\pi t - \pi/3)$  (V).      D.  $u_{AM} = 100\sqrt{2} \cos(100\pi t + \pi/6)$  (V).

### Hướng dẫn

Vì  $U_{AM} = U_R$  không phụ thuộc R nên  $Z_C = 2Z_L$   
 hay  $U_L = U_C/2 = 50$  V. Vẽ giản đồ véc tơ ta được:

Từ giản đồ suy ra tam giác AMB đều nên  $u_{AM}$  sớm pha hơn  $u_{AB}$  là  $\pi/3$ . Do đó:

$$u_{AM} = 100\sqrt{2} \cos(100\pi t + \pi/3) \text{ (V)} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$



## BÀI TẬP VẬN DỤNG

**Câu 1.** Đặt điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng không đổi, có tần số  $f$  thay đổi được vào hai đầu đoạn mạch AB nối tiếp theo đúng thứ tự gồm AM chúa cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $1/\pi$  (H), đoạn MN chứa biến trở  $R$  và đoạn NB chứa tụ điện có điện dung  $C$ . Thay đổi  $R = 150 \Omega$  thì công suất tiêu thụ trên toàn mạch đạt giá trị cực đại. Thay  $C$  bởi  $C' = 4C$  thì  $U_{MN}$  có giá trị không đổi khi  $R$  thay đổi. Tìm  $f$  và  $C$ .

- A.  $f = 25$  Hz.      B.  $C = 0,1/\pi$  mF.      C.  $f = 50$  Hz.      D.  $C = 1/\pi$  mF.

**Câu 2.** Đặt điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng  $100$  V và tần số  $50$  Hz vào hai đầu đoạn mạch nối tiếp theo đúng thứ tự gồm cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L$ , biến trở  $R$  và tụ điện có điện dung  $C$  sao cho  $\omega^2 LC > 1$ . Khi  $R = R_0$  thì công suất tiêu thụ trên mạch cực đại và bằng  $50$  W. Khi  $R = 100\sqrt{6} \Omega$  thì  $\tan(\varphi_R + \varphi_C)$  đạt cực đại. Hỏi mạch này có thể cộng hưởng với tần số bao nhiêu?

- A.  $10\sqrt{15}$  Hz.      B.  $10\sqrt{10}$  Hz.      C.  $40,8$  Hz.      D.  $60$  Hz.

**Câu 3.** Đặt điện áp  $u = 100\sqrt{2} \cos 100\pi t$  (V) vào mạch nối tiếp AB theo đúng thứ tự gồm đoạn mạch AM chứa tụ điện  $C$  nối tiếp với cuộn cảm thuần L và đoạn MB chứa biến trở  $R$ . Vô kỵ lý tưởng mắc vào hai điểm A, M. Khi để biến trở ở giá trị  $R_1$  hoặc  $R_2$  thì công suất tiêu thụ trên đoạn mạch là như nhau và bằng  $P_0$ . Khi  $R = R_1 + R_2$  số chỉ vô kỵ là  $80$  V và mạch tiêu thụ công suất là  $45$  W. Tính  $P_0$ .

- A.  $125$  W.      B.  $200$  W.      C.  $400$  W.      D.  $100$  W.

**Câu 4.** Mạch điện xoay chiều gồm một biến trở R mắc nối tiếp với cuộn dây thuần cảm. Thay đổi R ta thấy với hai giá trị  $R_1 = 16 \Omega$  hoặc  $R_2 = 64 \Omega$  thì mạch tiêu thụ công suất đều bằng  $120$  W. Khi thay đổi R thì công suất tiêu thụ trên mạch đạt cực đại bằng

- A.  $250$  W.      B.  $80\sqrt{2}$  W.      C.  $125$  W.      D.  $150$  W.

**Câu 5.** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2} \cos \omega t$  (V) ( $U$  không đổi,  $\omega$  thay đổi) vào đoạn mạch mắc nối tiếp AB gồm đoạn AM chứa tụ điện  $C = 0,5/\pi$  mF, đoạn MN chứa biến trở  $R$  và đoạn NB chứa cuộn cảm thuần L. Khi  $\omega = 100\pi$  (rad/s), độ lệch pha giữa  $u$  và  $i$  tương ứng với  $R = 9 \Omega$  và  $R = 16 \Omega$  của lần lượt là  $\varphi_1$  và  $\varphi_2$ . Biết  $|\varphi_1 + \varphi_2| = \frac{\pi}{2}$  và nếu tăng tần số thì cường độ hiệu dụng trong mạch tăng. Có định  $R = 20 \Omega$ , tìm  $\omega$  để  $U_{MB}$  cực đại.

- A.  $180\pi$  rad/s.      B.  $120\pi$  rad/s.      C.  $208\pi$  rad/s.      D.  $150\pi$  rad/s.

**Câu 6.** Trên đoạn mạch điện xoay chiều không phân nhanh có 4 điểm theo đúng thứ tự A, M, N và B. Đoạn AM chứa cuộn cảm thuần L, đoạn MN chứa biến trở  $R$  và đoạn NB chỉ chứa tụ điện  $C$ . Khi thay đổi  $R$  thì thấy  $U_{MB}$  không phụ thuộc  $R$ . Khi góc lệch pha của  $u_{AN}$  so với  $u_{AB}$  cực đại thì hệ số công suất của đoạn AN là

- A. 0,45.      B. 0,71.      C. 0,50.      D. 0,87.

**Câu 7.** Mạch điện xoay chiều RLC nối tiếp cuộn dây thuần cảm, R thay đổi được. Khi  $R = R_1$  thì  $U_L = 120$  V,  $U_R = U_C = 60$  (V). Khi  $R = 3R_1$  thì  $U_{R2}$  là bao nhiêu?

- A. 60 V.      B. 80 V.      C.  $36\sqrt{5}$  V.      D.  $24\sqrt{10}$  V.

**Câu 8.** Mạch điện xoay chiều gồm ba phần tử, điện trở thuần R thay đổi được, cuộn cảm thuần L và tụ điện C mắc nối tiếp. Đặt vào hai đầu đoạn mạch điện áp xoay chiều ổn định. Điều chỉnh  $R = R_0$  thì công suất tiêu thụ trên mạch đạt cực đại và biểu thức dòng điện trong mạch là

$i = 2\sqrt{2} \cos(\omega t + \pi/3)$  (A). Khi  $R = R_1$  thì công suất trên mạch là P và biểu thức dòng điện trong mạch là  $i_1 = \sqrt{2} \cos(\omega t + \pi/2)$  (A) (với  $\omega^2 LC < 1$ ). Khi  $R = R_2$  thì công suất tiêu thụ trong mạch vẫn là P. Hãy viết biểu thức cường độ dòng điện qua mạch lúc này.

- A.  $i_2 = 10\sqrt{2} \cos(\omega t + \pi/6)$  (A).      B.  $i_2 = \sqrt{2} \cos(\omega t - \pi/6)$  (A).

- C.  $i_2 = \sqrt{14} \cos(\omega t + \pi/6)$  (A).      D.  $i_2 = \sqrt{14} \cos(\omega t + 5\pi/12)$  (A).

**Câu 9.** Đặt điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng 60 V vào đoạn mạch nối tiếp gồm cuộn dây có  $r = 20$  Ω,  $Z_L = 50$  Ω, tụ điện  $Z_C = 65$  Ω và biến trở R. Điều chỉnh R thay đổi từ 0 đến  $\infty$  thì thấy công suất toàn mạch đạt cực đại là

- A. 120 W.      B. 115,2 W.      C. 40 W.      D. 105,7 W.

**Câu 10.** Cho đoạn mạch AB mắc nối tiếp gồm tụ điện, cuộn cảm và biến trở R. Điện áp xoay chiều giữa hai đầu đoạn mạch luôn ổn định. Khi  $R = 76$  Ω thì công suất tiêu thụ trên biến trở có giá trị lớn nhất và bằng  $P_0$ . Khi  $R = R_2$  công suất tiêu thụ của mạch AB có giá trị lớn nhất và bằng  $2P_0$ . Giá trị của  $R_2$  bằng

- A.  $45,6$  Ω.      B.  $60,8$  Ω.      C.  $15,2$  Ω.      D.  $12,4$  Ω.

**Câu 11.** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2} \cos 100\pi t$  (V) vào đoạn mạch xoay chiều nối tiếp gồm biến trở R, cuộn dây có cảm kháng  $Z_L = 40$  Ω, điện trở thuần  $r = 10\sqrt{3}$  Ω và tụ điện có dung kháng  $Z_C = 10$  Ω. Điều chỉnh R để công suất trên R lớn nhất. Khi đó điện áp giữa hai đầu đoạn mạch chứa cuộn dây và tụ điện là  $50\sqrt{3}$  V. Tính U.

- A. 150 V.      B. 261 V.      C. 277 V.      D. 100 V.

**Câu 12.** Đặt điện áp 170 V – 50 Hz vào hai đầu đoạn mạch xoay chiều nối tiếp gồm biến trở R, cuộn cảm thuần L, tụ điện C và điện trở  $R_0$ . Điều chỉnh R để công suất tiêu thụ trên R là lớn nhất thì điện áp hiệu dụng trên  $R_0$  bằng 82 V. Tính điện áp hiệu dụng trên R.

- A. 44,5 V.      B. 89,6 V.      C. 86 V.      D. 45 V.

**Câu 13.** Đặt điện áp  $U = 50 \text{ Hz}$  vào hai đầu đoạn mạch xoay chiều nối tiếp gồm biến trở  $R$ , cuộn cảm thuần  $L$ , tụ điện  $C$  và điện trở  $R_0$ . Điều chỉnh  $R$  để công suất tiêu thụ trên  $R$  là lớn nhất thì điện áp hiệu dụng trên  $R_0$  bằng  $70 \text{ V}$ . Tính điện áp hiệu dụng trên  $R$ .

- A.  $220 \text{ V}$ .      B.  $150 \text{ V}$ .      C.  $180 \text{ V}$ .      D.  $300 \text{ V}$ .

**Câu 14.** Đặt điện áp  $170 \text{ V} - 50 \text{ Hz}$  vào hai đầu đoạn mạch xoay chiều nối tiếp gồm biến trở  $R$ , cuộn cảm thuần  $L$ , tụ điện  $C$  và điện trở  $R_0$ . Điều chỉnh  $R$  để công suất tiêu thụ trên  $R$  là lớn nhất thì điện áp hiệu dụng trên  $R$  bằng  $100 \text{ V}$ . Tính điện áp hiệu dụng trên đoạn chúa  $LC$ .

- A.  $44,5 \text{ V}$ .      B.  $89,6 \text{ V}$ .      C.  $70 \text{ V}$ .      D.  $45 \text{ V}$ .

**Câu 15.** Đặt một điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng  $U$  và tần số  $f$  không đổi vào hai đầu đoạn mạch gồm biến trở  $R$  mắc nối tiếp với tụ điện có điện dung  $C$ . Gọi điện áp hiệu dụng giữa hai đầu biến trở, giữa hai đầu tụ điện và hệ số công suất của  $d$  dm khi biến trở có giá trị  $R_1$  lần lượt là  $U_{R1}, U_{C1}, \cos\varphi_1$ . Khi biến trở có giá trị  $R_2$  thì các giá trị tương ứng nói trên lần lượt là  $U_{R2}, U_{C2}, \cos\varphi_2$ . Biết  $U_{R1} = 0,75U_{R2}$  và  $U_{C2} = 0,75U_{C1}$ . Giá trị của  $\cos\varphi_1$  là:

- A.  $0,6$ .      B.  $0,71$ .      C.  $0,49$ .      D.  $0,87$ .

**Câu 16.** Đặt một điện áp  $u = U\sqrt{2}\cos\omega t$  ( $U, \omega$  không đổi) vào đoạn mạch AB nối tiếp. Giữa hai điểm AM là một biến trở  $R$ , giữa MN là cuộn dây có  $r$  và giữa NB là tụ điện  $C$ . Khi  $R = 75 \Omega$  thì đồng thời có biến trở  $R$  tiêu thụ công suất cực đại và thêm bất kì tụ điện  $C'$  nào vào đoạn NB dù nối tiếp hay song song với tụ điện  $C$  vẫn thấy  $U_{NB}$  giảm. Biết các giá trị  $r, Z_L, Z_C, Z$  (tổng trở) đều nguyên. Giá trị của  $r$  và  $Z_C$  là

- A.  $21 \Omega ; 120 \Omega$ .      B.  $128 \Omega ; 120 \Omega$ .      C.  $128 \Omega ; 200 \Omega$ .      D.  $21 \Omega ; 200 \Omega$ .

**Câu 17.** Đặt điện áp  $u = 120\sqrt{2}\cos 100\pi t$  ( $V$ ) vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm biến trở  $R$ , tụ điện có điện dung  $C = 0,1/\pi \text{ mF}$  và cuộn cảm thuần  $L = 0,5/\pi \text{ H}$ . Khi thay đổi giá trị của biến trở thì ứng với hai giá trị  $R_1$  và  $R_2$  thì mạch tiêu thụ cùng công suất  $P$  và độ lệch pha của điện áp hai đầu đoạn mạch so với dòng điện trong mạch tương ứng là  $\varphi_1, \varphi_2$  với  $\varphi_1 = 2\varphi_2$ . Giá trị của công suất  $P$  bằng:

- A.  $120 \text{ W}$ .      B.  $240 \text{ W}$ .      C.  $60\sqrt{3} \text{ W}$ .      D.  $72\sqrt{3} \text{ W}$ .

**Câu 18.** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U\sqrt{2}\cos\omega t$  ( $V$ ) ( $U$  không đổi,  $\omega$  thay đổi) vào hai đầu một đoạn mạch nối tiếp gồm biến trở  $R$  và cuộn cảm thuần  $L$ . Có định  $\omega$  thay đổi  $R$  để tổng điện áp hiệu ( $U_R + U_L$ ) đạt cực địa thì giá trị cực đại đó là  $150\sqrt{2} \text{ V}$ . Mắc thêm tụ  $C$  nối tiếp với mạch rồi mới đặt điện áp  $u$ , cố định  $R = R_0$  và thay đổi  $\omega$  thì nhận thấy  $U_{C\max}$  khi  $\omega = \omega_0$  và  $U_{L\max}$  khi  $\omega = 2\omega_0$ . Tính  $U_{L\max}$ .

- A.  $100\sqrt{2} \text{ V}$ .      B.  $200 \text{ V}$ .      C.  $100\sqrt{3} \text{ V}$ .      D.  $100 \text{ V}$ .

**Câu 19.** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U_0 \cos \omega t$  (V) ( $U_0, \omega$ : không đổi) vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp theo đúng thứ tự gồm cuộn dây thuận cảm L, biến trở R và tụ điện C. Khi  $R = 60 \Omega$  thì công suất tiêu thụ trong mạch cực đại, đồng thời nếu thay C bằng bát kí tụ điện nào thì điện áp hiệu dụng trên C đều giảm. Cảm kháng của cuộn cảm là

- A.  $20 \Omega$ .      B.  $60 \Omega$ .      C.  $30 \Omega$ .      D.  $50 \Omega$ .

**Câu 20.** Một mạch điện xoay chiều AB nối tiếp theo đúng thức tự gồm biến trở R, cuộn cảm có điện trở  $r = 15 \Omega$  và tụ điện. Điều chỉnh  $R = R_0$  thì công suất tiêu thụ trên toàn mạch cực đại, tăng tiếp  $16 \Omega$  thì công suất tiêu thụ trên biến trở đạt cực đại và tăng tiếp  $52 \Omega$  thì hệ số công suất của AB là k. Tính k.

- A. 847.      B. 0,849.      C. 0,825.      D. 0,827.

## HƯỚNG DẪN GIẢI

### Câu 1.

$$\begin{cases} P_{\max} \Leftrightarrow R = |Z_L - Z_C| \Leftrightarrow |Z_L - Z_C| = 150 \\ U_R = IR = U \sqrt{\frac{R}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} \notin R \Leftrightarrow Z_C = Z_L \Leftrightarrow \frac{Z_C}{4} = Z_L \Rightarrow Z_C = 4Z_L \\ \Rightarrow \begin{cases} Z_L = 50(\Omega) \Rightarrow f = \frac{Z_L}{2\pi L} = 25(Hz) \\ Z_C = 200(\Omega) \Rightarrow C = \frac{1}{2\pi f Z_C} = \frac{0,1}{\pi} \cdot 10^{-3}(F) \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn A, B.} \end{cases}$$

### Câu 2.

\* Khi  $R = R_0 : P_{\max} \Leftrightarrow R_0 = |Z_L - Z_C| \Rightarrow Z_L - Z_C = 100(\Omega)$  (1)

\* Từ  $\tan(\varphi_{RL} + \varphi_{RC}) = \frac{\tan \varphi_{RL} + \tan \varphi_{RC}}{1 - \tan \varphi_{RL} \tan \varphi_{RC}} = \frac{\frac{Z_L}{R} - \frac{Z_C}{R}}{1 + \frac{Z_L}{R} \frac{Z_C}{R}} = \frac{100}{R + \underbrace{\frac{Z_L Z_C}{R}}_{\geq 2\sqrt{Z_L Z_C}}} \leq \frac{100}{2\sqrt{Z_L Z_C}}$

$$\tan(\varphi_{RL} + \varphi_{RC}) = \max = \frac{Z_L - Z_C}{2\sqrt{Z_L Z_C}} \Leftrightarrow R = \sqrt{Z_L Z_C} \Rightarrow Z_L Z_C = 100^2 \cdot 6 \quad (2)$$

Từ (1) và (2):  $\begin{cases} Z_L = 300\Omega \Rightarrow L = \frac{300}{100\pi} \\ Z_C = 200\Omega \Rightarrow C = \frac{1}{200 \cdot 100\pi} \end{cases} \Rightarrow f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 40,8(Hz)$

$\Rightarrow$  Chọn C.

### Câu 3.

\* Khi  $R = R_1 + R_2$  thì  $U_{LC} = 60V$  và  $P = 64W$  nên:

$$\begin{cases} U^2 = U_R^2 + U_{LC}^2 \\ P = I^2 R = \frac{U_R^2}{R} \end{cases} \Rightarrow P = \frac{U^2 - U_{LC}^2}{R} \Leftrightarrow 45 = \frac{100^2 - 80^2}{R} \Rightarrow R = R_1 + R_2 = 80(\Omega)$$

\* Từ  $P = I^2 R = \frac{U^2 R}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} \Rightarrow R^2 - \frac{U^2}{P} R + (Z_L - Z_C)^2 = 0 \Rightarrow R_1 + R_2 = \frac{U^2}{P}$

$$\Rightarrow P = \frac{U^2}{R_1 + R_2} = 125(W) \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

#### Câu 4.

Từ  $\begin{cases} RR_2 = (Z_L - Z_C)^2 = R_0^2 \\ R_1 + R_2 = \frac{U^2}{P} \end{cases}$  và  $P_{\max} = \frac{U^2}{2R_0}$  suy ra:

$$P_{\max} = \frac{P(R_1 + R_2)}{2\sqrt{RR_2}} = \frac{120(16+64)}{2\sqrt{16.64}} = 150(W) \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

#### Câu 5.

\* Khi  $\omega = 100\pi$  (rad/s), thay đổi R:  $Z_C = \frac{1}{\omega C} = 20$  ( $\Omega$ ).

Từ  $|\varphi_1 + \varphi_2| = \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow |\tan \varphi_1 \tan \varphi_2| = 1 \Leftrightarrow RR_2 = (Z_L - Z_C)^2$

Vì nếu f tăng thì I tăng nên  $Z_C > Z_L$ . Nên suy ra:  $Z_C - Z_L = \sqrt{RR_2} \Rightarrow 20 - Z_L = \sqrt{9.16}$

$$\Rightarrow Z_L = 8(\Omega) \Rightarrow L = \frac{Z_L}{\omega} = \frac{0,08}{\pi}(H)$$

\* Khi R = 20  $\Omega$ , thay đổi  $\omega$ , ta dựa vào:

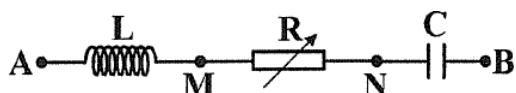
#### Định lý BHD3:

Khi  $\omega$  thay đổi  $\begin{cases} U_{RL\max} \Leftrightarrow Z_L = Y \\ U_{RC\max} \Leftrightarrow Z_C = Y \end{cases}$  với  $Y = R\sqrt{p + \sqrt{p^2 + p}}$  và  $p = \frac{L}{2CR^2}$

Thay số:  $\begin{cases} p = \frac{0,08/\pi}{2(0,5/\pi).10^{-3}.20^2} = 0,2 \\ Y = 20\sqrt{0,2 + \sqrt{0,2^2 + 0,2}} = 16,612(\Omega) \end{cases}$

$$U_{RL\max} \Leftrightarrow Z_L = Y \Leftrightarrow \omega = \frac{Y}{L} = 207,65\pi (\text{rad/s}) \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

#### Câu 6.



\* Vì  $U_{MB}$  không phụ thuộc R nên  $Z_L = 2Z_C$ .

$$* \text{Tù} \tan \alpha = \tan(\varphi_{AN} - \varphi_{AB}) = \frac{\tan \varphi_{AN} + \tan \varphi_{AB}}{1 - \tan \varphi_{AN} \cdot \tan \varphi_{AB}} = \frac{\frac{Z_L}{R} - \frac{Z_L - Z_C}{R}}{1 + \frac{Z_L}{R} \frac{Z_L - Z_C}{R}}$$

$$\tan \alpha = \frac{Z_C}{\underbrace{R + \frac{Z_C^2}{R}}_{\geq 2Z_C}} \leq \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} \tan \alpha_{\max} = \frac{1}{2} \\ R = Z_C \end{cases}$$

$$\text{Lúc này: } \cos \varphi_{AN} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + Z_L^2}} = \frac{1}{\sqrt{5}} = 0,45 \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

### Câu 7.

$$U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2} = \sqrt{60^2 + (120 - 60)^2} = 60\sqrt{2} (V)$$

$$R_1 = Z_C = \frac{Z_L}{2} \Rightarrow R_2 = 3R_1 = 3Z_C = 1,5Z_L \Rightarrow \begin{cases} U'_L = \frac{2}{3}U'_{R2} \\ U'_C = \frac{U'_{R2}}{3} \end{cases}$$

$$U^2 = U'^2_R + (U'_L - U'_C)^2 \Rightarrow 60^2 \cdot 2 = U'^2_R + \left( \frac{2}{3}U'_{R2} - \frac{U'_{R2}}{3} \right)^2 \Rightarrow U'_{R2} = 36\sqrt{5} (V)$$

$\Rightarrow$  Chọn C.

### Câu 8.

Tù  $\omega^2 LC < 1 \Rightarrow Z_L < Z_C$ . Khi đó điện áp luôn trễ pha hơn dòng điện.

\* Khi  $R = R_0 = Z_C - Z_L$  thì  $P_{\max} \Rightarrow$  Dòng điện sớm pha so với điện áp là  $\pi/4$  và

$$U_0 = I_0 \sqrt{R_0^2 + (Z_L - Z_C)^2} = 4R_0$$

$$\Rightarrow u = 4R_0 \cos(\omega t + \pi/3 - \pi/4) (V) = 4R_0 \cos(\omega t + \pi/12) (V)$$

\* Khi  $R = R_1$  thì điện áp trễ pha hơn dòng điện là:  $\pi/2 - \pi/12 = 5\pi/12 \Rightarrow \varphi_1 = -5\pi/12$ .

$$I_{01} = \frac{U_0}{\sqrt{R_1^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{4R_0}{\sqrt{R_1^2 + R_0^2}} = \sqrt{2} \Rightarrow R_1 = R_0 \sqrt{7}$$

\* Vì khi  $R = R_2$  thì công suất tiêu thụ là P nên  $\varphi_1 + \varphi_2 = -\pi/2$  và  $R_1 R_2 = R_0^2$ .

Tù  $\varphi_1 + \varphi_2 = -\pi/2$  suy ra,  $\varphi_2 = -\pi/12$ .

Từ  $R_1 R_2 = R_0^2$  suy ra  $R_2 = \frac{R_0}{\sqrt{7}} \Rightarrow I_{02} = \frac{U_0}{\sqrt{R_2^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{4R_0}{\sqrt{\frac{R_0^2}{7} + R_0^2}} = \sqrt{14}(A)$

$$i_2 = \sqrt{14} \cos(\omega t + \pi/12 + \pi/12) = \sqrt{14} \cos(\omega t + \pi/6)(A) \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

### Câu 9.

Nếu  $r < |Z_L - Z_C|$  thì  $P_{\max} = \frac{U^2}{2|Z_L - Z_C|}$  khi  $R+r = |Z_L - Z_C|$ .

Nếu  $r > |Z_L - Z_C|$  thì  $P_{\max} = \frac{U^2 r}{r^2 + (Z_L - Z_C)^2}$  khi  $R=0$ .

Vì  $r > |Z_L - Z_C|$  thì  $P_{\max} = \frac{U^2 r}{r^2 + (Z_L - Z_C)^2} = 115,2(W)$

$$P_{\max} \Leftrightarrow R = R_{\text{con lai}} = \sqrt{r^2 + (Z_L - Z_C)^2} \Rightarrow r^2 + (Z_L - Z_C)^2 = 76^2$$

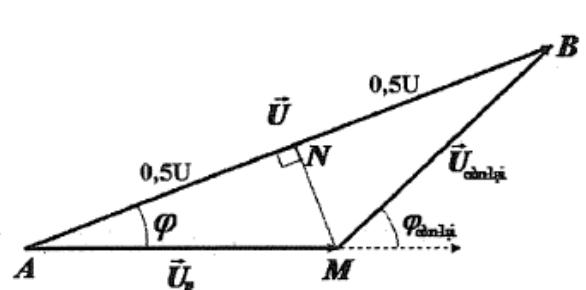
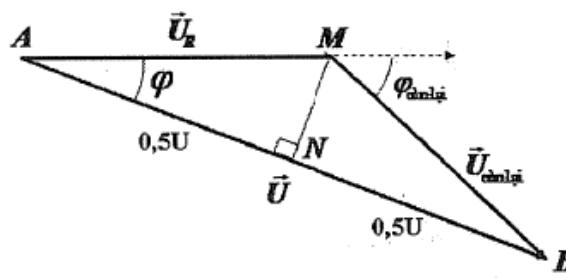
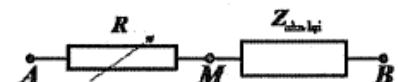
$$P_{\max} \Leftrightarrow R_2 + r = |Z_L - Z_C| \text{ nên } r^2 + (R_2 + r)^2 = 76^2 \quad (1), \quad \frac{P_{\max}}{P_{\max}} = \frac{R_2 + r}{R_2 + r} \Rightarrow \frac{R_2 + r}{76 + r} = \frac{1}{2} \quad (2).$$

Từ (1) và (2) giải ra:  $r = 45,6 \Omega$  và  $R_2 = 15,2 \Omega \Rightarrow \text{Chọn C.}$

### Câu 11.

Khi  $P_{\max}$  thì  $R = Z_{\text{con lai}}$ , nếu vẽ giản đồ véc tơ ta sẽ dựa vào tam giác cân trên giản đồ. Tam giác  $AMB$  cân tại  $M$  nên:

$$\cos \varphi = \cos \frac{\varphi_{\text{con lai}}}{2} = \frac{0,5U}{U_R} = \frac{R}{Z} = \frac{U_R}{U}$$



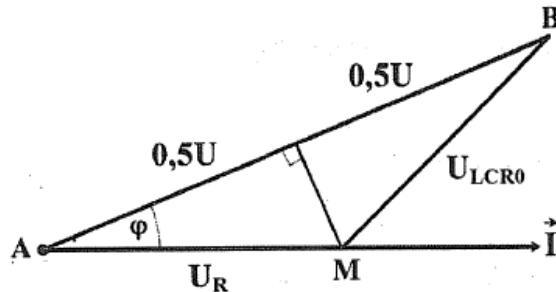
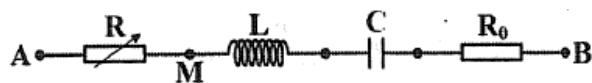
$$\tan \varphi_{rLC} = \frac{Z_L - Z_C}{r} = \sqrt{3} \Rightarrow \varphi_{rLC} = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \varphi = \frac{\varphi_{rLC}}{2} = \frac{\pi}{6}$$

$$\cos \varphi = \frac{0,5U}{U_R} \Rightarrow U = 2U_R \cos \varphi = 2.50\sqrt{3} \cos \frac{\pi}{6} = 150(V) \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

### Câu 12.

$$P = I^2 R = \frac{U^2}{(R + R_0)^2 + (Z_L - Z_C)^2} R = \frac{U^2}{R + \frac{(Z_L - Z_C)^2 + R_0^2}{R} + 2R_0} = \max$$

$$\Leftrightarrow R = \sqrt{(Z_L - Z_C)^2 + R_0^2} \Rightarrow U_R = U_{LCR0}$$

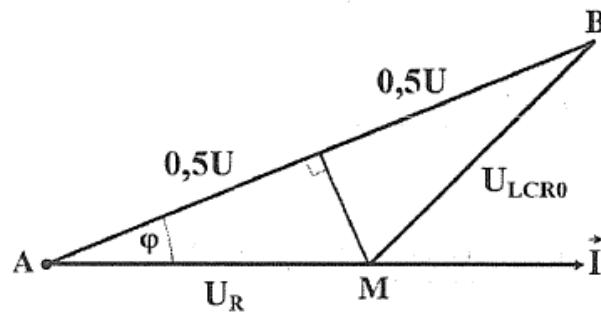
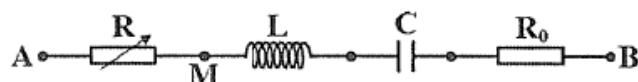


Dựa vào kết quả này ta vẽ giản đồ véc tơ và từ giản đồ tính được:  $\cos \varphi = \frac{0,5U}{U_R}$

Mặt khác:  $\cos \varphi = \frac{R + R_0}{Z} = \frac{U_R + U_{R0}}{U}$  nên suy ra:

$$\frac{0,5U}{U_R} = \frac{U_R + U_{R0}}{U} \Rightarrow \frac{0,5 \cdot 170}{U_R} = \frac{U_R + 82}{170} \Rightarrow U_R = 86(V) \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

### Câu 13.



$$P_{\max} \Leftrightarrow R = Z_{LC} \Rightarrow U_R = U_{LC}$$

Dựa vào kết quả này ta vẽ giản đồ véc tơ và từ giản đồ tính được:  $\cos\varphi = \frac{0,5U}{U_R}$

Mặt khác:  $\cos\varphi = \frac{R + R_0}{Z} = \frac{U_R + U_{R0}}{U}$  nên suy ra:

$$\frac{0,5U}{U_R} = \frac{U_R + U_{R0}}{U} \Rightarrow \frac{0,5U}{0,6U} = \frac{0,6U + 70}{U} \Rightarrow U = 300(V) \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

#### Câu 14.

Công suất trên R cực đại thì  $\cos\varphi = \frac{R + R_0}{Z} = \frac{U_R + U_{R0}}{U}$ , hay

$$\Rightarrow \frac{0,5 \cdot 170}{100} = \frac{100 + U_{R0}}{170} \Rightarrow U_{R0} = 44,5(V) \Rightarrow U_{LC} = \sqrt{U_R^2 - U_{R0}^2} \approx 89,6(V)$$

$\Rightarrow$  Chọn B.

#### Câu 15.

$$\begin{cases} U^2 = U_{R1}^2 + U_{C1}^2 \\ U^2 = U_{R2}^2 + U_{C2}^2 = \frac{1}{0,75^2} U_{R1}^2 + 0,75^2 U_{C1}^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} U_{R1}^2 = \frac{9}{25} U^2 \\ U_{C1}^2 = \frac{16}{25} U^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \cos\varphi_1 = \frac{U_{R1}}{U} = \sqrt{\frac{9}{25}} = 0,6 \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

#### Câu 16.

Khi  $R = 75 \Omega$  thì  $P_{R\max}$  và dù mắc nối tiếp hay mắc song song với tụ điện C vẫn thấy  $U_{NB}$  giảm, chứng tỏ lúc này  $U_{C\max}$ . Ta có:

$$\begin{cases} P_{Rn} \Leftrightarrow R = \sqrt{r^2 + (Z_L - Z_C)^2} \\ U_{C\max} \Leftrightarrow Z_C = \frac{(R+r)^2 + Z_L^2}{Z_L} \end{cases}$$

Thử 4 phương án thì chỉ  $Z_C = 200 \Omega$ ,  $r = 21 \Omega$  mới thỏa mãn.

#### Câu 17.

Tính:  $Z_L = \omega L = 50(\Omega) < Z_C = \frac{1}{\omega C} = 100(\Omega) \Rightarrow \varphi < 0$

Vì  $P(R_1) = P(R_2) \Rightarrow \varphi_1 + \varphi_2 = -\pi/2$  mà  $\varphi_1 = 2\varphi_2$  nên  $\varphi_2 = -\pi/6$  và  $\varphi_1 = -\pi/3$ .

$$\Rightarrow \tan \varphi_1 = \frac{Z_L - Z_C}{R} \Rightarrow \tan \frac{-\pi}{3} = \frac{50 - 100}{R} \Rightarrow R = 50/\sqrt{3}(\Omega)$$

$$\Rightarrow P = P_1 = \frac{U^2}{R} \cos^2 \varphi_1 = \frac{120^2}{50/\sqrt{3}} \cos^2 \frac{\pi}{3} = 72\sqrt{3}(W) \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

### Câu 18.

\*Cô định  $\omega$  thay đổi  $R$ :  $(U_R + U_L)^2 = U_R^2 + U_L^2 + \underbrace{2U_R U_L}_{\leq U_R^2 + U_L^2} \leq 2(U_R^2 + U_L^2) = 2U^2$

$$\Rightarrow U_R + U_L \leq U\sqrt{2} \Rightarrow (U_R + U_L)_{\max} = U\sqrt{2} \Leftrightarrow 150\sqrt{2} = U\sqrt{2} \Rightarrow U = 150(V)$$

\*Cô định  $R = R_0$  thay đổi  $\omega$ :

$$U_{C\max} = U_{L\max} = U_{C,L\max} = \frac{U}{\sqrt{1 - \left(\frac{\omega_C}{\omega_L}\right)^2}} = \frac{150}{\sqrt{1 - (0,5)^2}} = 100\sqrt{3}(V) \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

### Câu 19.

Lúc này, cực đại kép:  $\begin{cases} P_{\max} \Leftrightarrow R = |Z_L - Z_C| \\ U_{C\max} \Leftrightarrow Z_C = \frac{Z_L^2 + R^2}{Z_L} > Z_L \end{cases}$

$$\Rightarrow R = Z_C - Z_L = \frac{Z_L^2 + R^2}{Z_L} - Z_L \Rightarrow Z_L = R = 60(\Omega) \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

### Câu 20.

$$\begin{aligned} P_{\max} &\Leftrightarrow R = |Z_L - Z_C| - r \\ P_{\max} &\Leftrightarrow R = Z_{\text{con lai}} = \sqrt{r^2 + (Z_L - Z_C)^2} \end{aligned} \xrightarrow[r=15(\Omega)]{R_2=R=16(\Omega)}$$

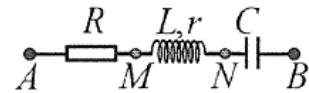
$$\sqrt{15^2 + (Z_L - Z_C)^2} - |Z_L - Z_C| + 15 = 16 \Rightarrow |Z_L - Z_C| = 112(\Omega) \Rightarrow R_2 = 113(\Omega)$$

Khi  $R = R_2 + 52 = 165\Omega$  thì

$$k = \cos \varphi = \frac{R + r}{\sqrt{(R + r)^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{165}{\sqrt{165^2 + 112^2}} = \frac{45}{53} \approx 0,849 \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

## 2. L hoặc C hoặc $\omega$ thay đổi liên quan đến cộng hưởng.

Vấn đề 1: Giá trị các đại lượng tại vị trí cộng hưởng



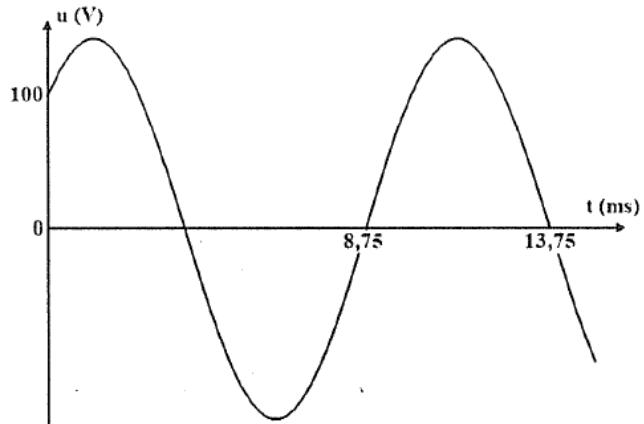
Kết quả 1: Điều kiện cộng hưởng:

$$\begin{cases} Z_L = Z_C \Leftrightarrow \omega L = \frac{1}{\omega C} \\ \sum Z_L = \sum Z_C \Leftrightarrow \sum \omega L = \sum \frac{1}{\omega C} \end{cases} \Rightarrow I = \frac{U}{\sqrt{(R+r)^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \max = \frac{U}{R+r}$$

$$\begin{cases} U_{R\max} = I_{\max} R \\ P_{r\max} = I_{\max}^2 r \\ P_{R\max} = I_{\max}^2 R \\ P_{\max} = I_{\max}^2 (R+r) \end{cases} \quad \begin{cases} U_L = IZ_L \\ U_C = IZ_C \\ U_R = IZ_R \\ U_{RC} = IZ_{RC} \\ U_{LC} = IZ_{LC} \end{cases}$$

**Ví dụ 1:** Cho mạch điện nối tiếp gồm cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm  $L$  thay đổi được, tụ điện có điện dung  $1/(6\pi)$  (mF) và điện trở  $40 \Omega$ . Đồ thị phụ thuộc thời gian của điện áp hai đầu mạch có dạng như hình vẽ. Xác định  $L$  để  $U_{RC}$  đạt giá trị cực đại. Tìm giá trị cực đại đó.

- A.  $L = 0,15/\pi$  (H).
- B.  $L = 0,8/\pi$  (H).
- C.  $U_{Rc\max} = 125$  (V).
- D.  $U_{Rc\max} = 135$  (V).



### Hướng dẫn

Từ đồ thị ta tính được:  $\frac{T}{2} = (13,75 - 8,75) \Rightarrow T = 10(\text{ms})$

Vì  $8,75(\text{ms}) = 0,875T = \frac{T}{8} + \frac{T}{4} + \frac{T}{2}$  nên thời gian đi từ  $u = 100$  V đến  $u = U_0$  là  $T/8$   
 $\Rightarrow 100 V = U_0 / \sqrt{2} \Rightarrow U_0 = 100\sqrt{2} V \Rightarrow u = 100\sqrt{2} \cos(200\pi t - \pi/4) V$

\*Tính  $Z_C = \frac{1}{\omega C} = 30(\Omega)$

$$U_{RC} = IZ_{RC} = \frac{U\sqrt{R^2 + Z_c^2}}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_c)^2}} \xrightarrow[U_{RCmax}]{\Leftrightarrow Z_L - Z_c = 0} \begin{cases} U_{RCmax} = \frac{U\sqrt{R^2 + Z_c^2}}{R} = 125(V) \\ Z_L = Z_c = 30\Omega \Rightarrow L = \frac{Z_L}{\omega} = \frac{0,15}{\pi}(H) \end{cases}$$

$\Rightarrow$  Chọn A, C.

**Chú ý :**

$$\text{Khi } R \text{ thay đổi thì } P_{max1} = \frac{U^2}{2R} \text{ khi } R = |Z_L - Z_c|$$

$$\text{Khi } L, C \text{ và } \omega \text{ thay đổi thì } P_{max2} = \frac{U^2}{R} \text{ khi } Z_L = Z_c.$$

**Ví dụ 2:** Cho đoạn mạch điện không phân nhánh gồm một cuộn cảm có độ tự cảm L, một tụ điện C thay đổi được và một biến trở R. Biết điện áp xoay chiều giữa A và B có giá trị hiệu dụng và tần số luôn không đổi. Ban đầu  $C = C_1$ , cho R thay đổi khi  $R = R_1$  thì công suất tiêu thụ của mạch AB lớn nhất là  $(P_1)_{max} = 92W$ . Sau đó cố định  $R = R_2$ , cho C thay đổi, khi  $C = C_2$  thì công suất tiêu thụ của mạch AB lớn nhất là  $(P_2)_{max}$ . Giá trị của  $(P_2)_{max}$  bằng

- A. 276 W.      B. 46 W.      C. 184 W.      D. 92 W.

**Hướng dẫn**

$$\text{Khi } R \text{ thay đổi thì } P_{max1} = \frac{U^2}{2R}$$

$$\text{Khi } L, C \text{ và } \omega \text{ thay đổi thì } P_{max2} = \frac{U^2}{R} \Rightarrow P_{max2} = 2P_{max1} = 184(W) \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Ví dụ 3:** Đặt điện áp  $u = 100\sqrt{2}\cos\omega t(V)$ , có  $\omega$  thay đổi được vào hai đầu đoạn mạch AB nối tiếp theo thứ tự gồm: điện trở  $R = 200\Omega$ , cuộn cảm thuận có độ tự cảm L thay đổi được và tụ điện có điện dung  $10^{-4}/\pi(F)$ . Cố định  $L = 25/(36\pi)H$ , thay đổi  $\omega = \omega_0$  thì  $I = 0,5A$ . Cố định  $\omega = \omega_0$ , thay đổi L thì giá trị cực đại của  $U_{RLmax}$  **gần nhất** với giá trị nào sau đây?

- A. 200 V.      B. 100 V.      C. 150 V.      D. 123 V.

**Hướng dẫn**

\*Cố định  $R = 200\Omega$ , thay đổi  $\omega$ :

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{100}{\sqrt{200^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} = 0,5 \Rightarrow \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} \Rightarrow \omega_0 = 120\pi(rad/s)$$

\*Cô định  $\omega = 120\pi$  rad/s, thay đổi L thì  $U_{RL\max} = \frac{U}{\tan\varphi_0}$  với  $\tan 2\varphi_0 = \frac{2R}{Z_C}$

Thay  $\begin{cases} R=200\Omega \\ Z_C = \frac{1}{120\pi.C} = \frac{250}{3}\Omega \end{cases} \Rightarrow \tan 2\varphi_0 = \frac{2.200}{250/3} = 4,8 \Rightarrow \varphi_0 = 0,5\arctan 4,8$

$$\Rightarrow U_{RL\max} = \frac{100}{\tan 0,5\arctan 4,8} = 123(V) \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Ví dụ 4:** Đặt điện áp  $u = 100\sqrt{2}\cos\omega t(V)$ , có  $\omega$  thay đổi được vào hai đầu đoạn mạch AB nối tiếp theo thứ tự gồm: cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L = 1/(6\pi)$  H, tụ điện có điện dung C thay đổi được và điện trở  $R = 10\sqrt{3}\Omega$ . Có định  $C = 5/(12\pi)$  mF, thay đổi  $\omega$  đến giá trị  $\omega_0$  thì  $U_{LC\min}$ . Có định  $\omega = \omega_0$ , thay đổi C để  $U_{RC\max}$  thì lúc này, so với u, dòng điện sớm hay trễ bao nhiêu?

- A. trễ pha  $\pi/6$ .      B. trễ pha  $\pi/3$ .      C. sớm pha  $\pi/6$ .      D. sớm pha  $\pi/3$ .

### Hướng dẫn

\*Cô định  $C = 5/(12\pi)$  mF, thay đổi  $\omega$ :

$$U_{LC} = IZ_{LC} = \frac{U \left| \omega L - \frac{1}{\omega C} \right|}{\sqrt{R^2 + \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}} = \min = 0 \Leftrightarrow \omega L = \frac{1}{\omega C}$$

$$\Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 120\pi \text{ (rad/s)} \Rightarrow Z_L = \omega_0 L = 20(\Omega)$$

\*Cô định  $\omega = \omega_0$ , thay đổi C thì  $U_{RC\max} = \frac{U}{\tan\varphi_0} \Leftrightarrow \tan(-2\varphi) = \tan 2\varphi_0 = \frac{2R}{Z_L}$

$$\Rightarrow \tan(-2\varphi) = \frac{2.10\sqrt{3}}{20} \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{6} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Ví dụ 5:** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U\sqrt{2}\cos 2\pi f t(V)$  ( $f$  thay đổi được) vào đoạn mạch AB nối tiếp theo thứ tự gồm đoạn AM chứa cuộn cảm thuần L, đoạn MN chứa điện trở thuần R và đoạn NB chứa tụ điện C. Biết  $R^2 C = 1,5L$  và  $R = 64\Omega$ . Khi  $f = f_1$  thì mạch tiêu thụ công suất  $P_1 = 100$  W và hệ số công suất của mạch AB lúc này bằng 1. Khi  $f = f_2$  thì  $U_{MB}$  đạt cực đại và mạch AB tiêu thụ công suất  $P_2$ . Giá trị  $P_2$  là

- A. 88 W.      B. 89 W.      C. 90 W.      D. 94 W.

### Hướng dẫn

\*Khi  $f = f_1$  thì mạch cộng hưởng nên:  $P_1 = \frac{U^2}{R} \Rightarrow U = \sqrt{P_1 R} = \sqrt{100.64} = 80(V)$

\*Khi  $f$  thay đổi ta tính:  $p = 0,5 + \sqrt{0,25 + 0,5 \frac{R^2 C}{L}} = 0,5 + \sqrt{0,25 + 0,5.1,5} = 1,5$

Khi  $U_{RCmax}$  ta chuẩn hóa số liệu:  $\begin{cases} Z_L = 1 \\ Z_C = p = 1,5 \\ R = p\sqrt{2p-2} = 1,5 \end{cases}$

Để tính  $P$  ta trở về số liệu chính xác:  $\begin{cases} Z_C = R = 64(\Omega) \\ Z_L = \frac{R}{1,5} = \frac{128}{3}(\Omega) \end{cases}$

$$\Rightarrow P = I^2 R = \frac{U^2 R}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \frac{80^2 \cdot 64}{64^2 + \left(\frac{128}{3} - 64\right)^2} = 90(W) \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Chú ý:** Khi đặt điện áp  $u = U\sqrt{2} \cos 2\pi f t(V)$  ( $f$  thay đổi được và  $U$  tỉ lệ thuận với  $f$ ) vào đoạn mạch nối tiếp  $RLC$  thì có thể vị trí cộng hưởng và vị trí để  $I_{max}$  hoặc  $P_{max}$  không trùng nhau!

**Ví dụ 6:** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U\sqrt{2} \cos 2\pi f t(V)$  ( $f$  thay đổi được và  $U$  tỉ lệ thuận với  $f$ ) vào đầu đoạn mạch  $AB$  nối tiếp theo thứ tự gồm cuộn cảm thuần  $L$ , điện trở thuần  $R$  và tụ điện  $C$ . Khi  $f = f_0$  thì đoạn mạch  $AB$  tiêu thụ công suất cực đại và hệ số công suất đoạn mạch gồm  $RC$  là 0,447. Hệ số công suất đoạn mạch gồm  $RL$  gần giá trị nào sau đây?

- A. 0,3.      B. 0,4.      C. 0,5.      D. 0,6.

### Hướng dẫn

**Cách 1 :**

$$\text{Công suất mạch tiêu thụ: } P = I^2 R = \frac{U^2 R}{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

$$\xrightarrow{U=k\omega} P = \frac{k^2 \omega^2 R}{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} = \frac{k^2 R / L^2}{\frac{1}{L^2 C^2} \frac{1}{\omega^4} - \left(\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}\right) \frac{1}{L^2} \frac{1}{\omega^2} + 1} = \max \Leftrightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\omega^2} = \frac{\left(\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}\right) \frac{1}{L^2}}{\frac{1}{L^2 C^2}} \Leftrightarrow \frac{1}{\omega^2 C^2} = \frac{L}{C} - \frac{R^2}{2} \Leftrightarrow Z_C^2 = Z_L Z_C - \frac{R^2}{2}$$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow \frac{Z_L - Z_C}{R} \frac{-Z_C}{R} = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \tan \varphi \tan \varphi_{RC} = -\frac{1}{2} \xrightarrow{\tan \varphi = \tan \varphi_{RL} + \tan \varphi_{RC}} \\ -\frac{1}{2 \tan \varphi_{RC}} = \tan \varphi_{RL} + \tan \varphi_{RC} \Rightarrow \tan \varphi_{RL} = -\tan \varphi_{RC} - \frac{1}{2 \tan \varphi_{RC}} \\ \Rightarrow \tan \varphi_{RL} = \tan(\arccos 0,447) + \frac{1}{2 \tan(\arccos 0,447)} \approx 2,251 \\ \Rightarrow \tan \varphi_{RL} = \cos(\arctan 2,251) \approx 0,4 \Rightarrow \text{Chọn B.} \end{aligned}$$

**Cách 2 :**

Điều kiện để  $P_{\max}$  khi U tỉ lệ thuận với f tương tự như điều kiện  $U_{L_{\max}}$  khi U không đổi nên chuẩn hóa:  $Z_C = 1; Z_C = n; R = \sqrt{2n-2}$

$$\left\{ \begin{array}{l} \cos \varphi_{RC} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + Z_C^2}} = \frac{\sqrt{2n-2}}{\sqrt{2n-1}} \xrightarrow{\cos \varphi_{RC} = 0,447} n = 1,125 \\ \cos \varphi_{RC} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + Z_L^2}} = \frac{\sqrt{2n-2}}{\sqrt{n^2 + 2n-2}} = \frac{\sqrt{2 \cdot 1,125 - 2}}{\sqrt{1,125^2 + 2 \cdot 1,125 - 2}} \approx 0,4 \end{array} \right.$$

$\Rightarrow$  Chọn B.

**Ví dụ 7:** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U\sqrt{2} \cos 100\pi t (V)$  (U không đổi) vào đoạn mạch AB nối tiếp theo thứ tự gồm cuộn cảm thuần có độ tự cảm L thay đổi được, điện trở thuần R và tụ điện có điện dung C. Điều chỉnh L để u và i lệch pha nhau  $60^\circ$  thì mạch tiêu thụ công suất 50 W. Điều chỉnh L để u và i cùng pha thì mạch tiêu thụ công suất

- A. 200 W.      B. 50 W.      C. 100 W.      D. 120 W.

### Hướng dẫn

Từ công thức:  $P = \frac{U^2}{R} \cos^2 \varphi = P_{\text{cong huong}} \cos^2 \varphi \Rightarrow 50 = P_{\text{cong huong}} \cos^2 60^\circ$

$\Rightarrow$  Chọn A.

**Chú ý:** Điện dung tương đương của bộ tụ ghép song song và ghép nối tiếp lần lượt là:

$$\left\{ \begin{array}{l} C_b = C_1 + C_2 + \dots + C_n \\ \frac{1}{C_b} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n} \end{array} \right.$$

**Ví dụ 8:** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U\sqrt{2} \cos \omega t (V)$  (U và  $\omega$  không đổi) vào đoạn mạch AB nối tiếp theo thứ tự gồm đoạn AM chứa điện trở thuần R nối tiếp cuộn cảm thuần có cảm kháng  $Z_L = 2R$  và đoạn MB chứa tụ điện có điện dung C thay đổi được. Điều chỉnh C = C<sub>0</sub> thì mạch tiêu thụ công suất

cực đại; sau đó mắc thêm tụ  $C_1$  vào vào mạch MB thì công suất tiêu thụ giảm một nửa; sau đó tiếp tục mắc thêm tụ  $C_2$  thì công suất tăng lên 2 lần. Giá trị  $C_2$  bằng

- A.  $C_0/3$  hoặc  $3C_0$ .      B.  $C_0/3$  hoặc  $2C_0$ .      C.  $C_0/2$  hoặc  $2C_0$ .      D.  $C_0/2$  hoặc  $3C_0$ .

### Hướng dẫn

\*Khi  $C = C_0$  mạch cộng hưởng:  $\begin{cases} P_{\max} = \frac{U^2}{R} \\ Z_{C0} = Z_L = 2R \end{cases}$

\*Khi mắc thêm tụ  $C_1$  thì  $P = I^2 R = \frac{U^2 R}{R^2 + (Z_L - Z_{Cb})^2} \frac{U^2 R}{R^2 + (2R - Z_{Cb})^2}$

$$\xrightarrow{P=0,5P_{\max}} \begin{cases} Z_{Cb} = 3R = 1,5Z_{C0} \Rightarrow C_b = \frac{2}{3}C_0 \\ Z_{Cb} = R = 0,5Z_{C0} \Rightarrow C_b = 2C_0 \end{cases}$$

♣ Nếu  $C_b = \frac{2}{3}C_0$  thì  $C_b = C_1$  nối tiếp  $C_0$  và  $C_1 = 2C_0$ . Lúc này, muốn mạch trở lại cộng hưởng thì phải mắc thêm tụ  $C_2$  song song với bộ tụ ( $C_1$  nt  $C_0$ ) và  $C_2 = C_0/3$ .

♣ Nếu  $C_b = 2C_0$  thì  $C_b = C_1$  song song  $C_0$  và  $C_1 = C_0$ . Lúc này, muốn mạch trở lại cộng hưởng thì phải mắc thêm tụ  $C_2$  nối tiếp với bộ tụ ( $C_1$  song song  $C_0$ ) và  $C_2 = 2C_0$ .

$\Rightarrow$  Chọn B.

**Kết quả 2: Khi cho biết cảm kháng dung kháng khi  $\omega = \omega_1$  và khi  $\omega = \omega_2$  mạch cộng hưởng thì**  
 $\omega_1 = \omega_2 \sqrt{\frac{Z_{L1}}{Z_{C1}}}.$

### Chứng minh

$$\begin{cases} Z_{L1} = \omega_1 L \\ Z_{C1} = \frac{1}{\omega_1 C} \Rightarrow \omega_1^2 LC = \frac{Z_{L1}}{Z_{C1}} \\ \text{Céng h-ëng} \Leftrightarrow \omega_2 L = \frac{1}{\omega_2 C} \Rightarrow LC = \frac{1}{\omega_2^2} \end{cases} \Rightarrow \frac{\omega_1}{\omega_2} = \sqrt{\frac{Z_{L1}}{Z_{C1}}}$$

**Ví dụ 1:** Đoạn mạch RLC không phân nhánh mắc vào mạng điện tần số  $\omega_1$  thì cảm kháng 20 ( $\Omega$ ) và dung kháng là 60 ( $\Omega$ ). Nếu mắc vào mạng điện tần số  $\omega_2 = 60$  (rad/s) thì cường độ dòng điện cùng pha với điện áp ở hai đầu đoạn mạch. Giá trị  $\omega_1$  là

- A.  $20\sqrt{6}$  (rad/s).      B. 50 (rad/s).      C. 60 (rad/s).      D.  $20\sqrt{3}$  (rad/s).

### Hướng dẫn

$$\begin{cases} Z_{L1} = \omega_1 L \\ Z_{C1} = \frac{1}{\omega_1 C} \Rightarrow \omega_1^2 LC = \frac{Z_{L1}}{Z_{C1}}. \text{ Vì } u \text{ và } i \text{ cùng pha nên } \omega_2 L = \frac{1}{\omega_2 C} \Rightarrow LC = \frac{1}{\omega_2^2} \end{cases}$$

$$\omega_1 = \omega_2 \sqrt{\frac{Z_{L1}}{Z_{C1}}} = 60 \sqrt{\frac{20}{60}} = 20\sqrt{3} (\text{rad/s}) \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Ví dụ 2:** Đặt điện áp  $u = 100\sqrt{2} \cos 2\pi f t (V)$  (tần số  $f$  thay đổi được) vào hai đầu đoạn mạch nối tiếp gồm điện trở thuần  $R$ , cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L$  và tụ điện có điện dung  $C$ . Khi tần số là  $f_1$  thì mạch tiêu thụ công suất  $250 \text{ W}$  cảm kháng và dung kháng của đoạn mạch có giá trị lần lượt là  $60 \Omega$  và  $80 \Omega$ . Khi tần số là  $f_2 = 25\sqrt{3} \text{ Hz}$  thì hệ số công suất của đoạn mạch bằng 1. Tìm  $f_1$  và  $R$ .

- A.  $f_1 = 50 \text{ Hz}$ .      B.  $R = 50 \Omega$ .      C.  $R = 20 \Omega$ .      D.  $f_1 = 25 \text{ Hz}$ .

### Hướng dẫn

\*Khi  $f = f_1$  mạch cộng hưởng nên:  $LC = \frac{1}{\omega_1^2}$

\*Khi  $f = f_1$  thì  $\begin{cases} Z_{L1} = \omega_1 L \\ Z_{C1} = \frac{1}{\omega_1 C} \Rightarrow \frac{Z_{L1}}{Z_{C1}} = \omega_1^2 LC \Rightarrow \frac{Z_{L1}}{Z_{C1}} = \omega_1^2 \frac{1}{\omega_1^2} \end{cases}$

$$\Rightarrow f_1 = f_2 \sqrt{\frac{Z_{L1}}{Z_{C1}}} = 25\sqrt{3} \sqrt{\frac{80}{60}} = 50 (\text{Hz})$$

Lúc này:  $P = I^2 R = \frac{U^2 R}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} \Rightarrow 250 = \frac{100^2 R}{R^2 + (60 - 80)^2} \Rightarrow R = 20 (\Omega)$

$\Rightarrow$  Chọn A.

**Ví dụ 3:** Cho đoạn mạch RLC nối tiếp, đặt vào hai đầu đoạn mạch điện áp  $u = U_0 \cos(2\pi f t) (V)$  với  $f$  thay đổi được. khi  $f = 75 \text{ Hz}$  thì thấy cường độ dòng điện hiệu dụng trong mạch cực đại và cảm kháng  $Z_L = 100 \Omega$ . Khi tần số có giá trị  $f'$  thì thấy dung kháng  $Z_C = 75 \Omega$ . Tần số  $f'$  là

- A.  $50\sqrt{2} \text{ Hz}$ .      B.  $75\sqrt{2} \text{ Hz}$ .      C.  $75 \text{ Hz}$ .      D.  $100 \text{ Hz}$ .

### Hướng dẫn

Khi  $f = 75 \text{ Hz}$  thì mạch cộng hưởng:  $Z_L = 100 = Z_C = \frac{1}{150\pi C}$

$$\text{Khi } f = f' \text{ thì dung kháng: } 75 = Z_C = \frac{1}{2\pi f' C} \Rightarrow \frac{100}{75} = \frac{f'}{75} \Rightarrow f' = 100 \text{ (Hz)}$$

$\Rightarrow$  Chọn D.

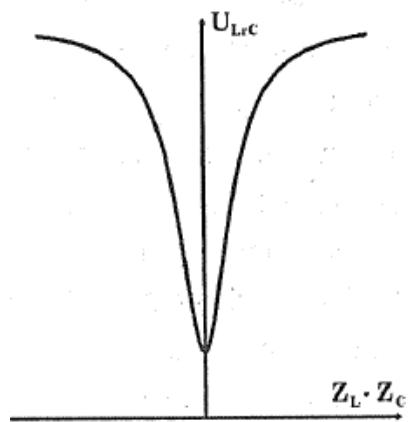
Kết quả: Điện áp hiệu dụng trên đạn LrC cực tiểu  $U_{LrC\min} = U \frac{r}{r+R}$  khi  $Z_L = Z_C$

Chứng minh:

$$U_{LrC} = IZ_{LrC} = U \frac{\sqrt{r^2 + (Z_L - Z_C)^2}}{\sqrt{(r+R)^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \min$$

$$\Leftrightarrow Z_L - Z_C = 0 \text{ và } U_{LrC} = U \frac{r}{r+R}$$

Đồ thị phụ thuộc  $U_{LrC}$  theo  $(Z_L - Z_C)$  có dạng như hình bên.

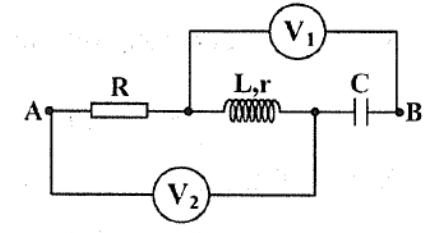


$$\begin{cases} Z_L - Z_C = 0 \Rightarrow U_{LrC\min} = U \frac{r}{r+R} \\ Z_L - Z_C = \infty \Rightarrow U_{LrC\max} = U \end{cases}$$

**Ví dụ 1:** Đặt một điện áp  $u = U\sqrt{2}\cos 100\pi t$  (V) (t đo bằng giây) vào hai đầu đoạn mạch nối tiếp gồm điện trở  $20 \Omega$ , cuộn dây có điện trở thuần  $10 \Omega$ , chỉ số tự cảm  $L$  thay đổi và một tụ điện  $C$ . Các vôn kế có điện trở rất lớn. Khi  $L$  thay đổi đến giá trị  $L = L_1 = 0,5/\pi H$  thì số chỉ vôn kế  $V_1$  cực tiểu và bằng  $40 V$ .

Khi  $L = L_2$  số chỉ vôn kế  $V_2$  là cực đại và giá trị cực đại đó bằng

- A.  $260 V$ .      B.  $256 V$ .      C.  $40\sqrt{2} V$ .      D.  $40 V$ .



### Hướng dẫn

\*Số chỉ vôn kế  $V_1$

$$U_{LrC} = IZ_{LrC} = U \frac{\sqrt{r^2 + (Z_L - Z_C)^2}}{\sqrt{(r+R)^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \min = U \frac{\sqrt{r^2 + 0^2}}{\sqrt{(r+R)^2 + 0^2}} \Leftrightarrow Z_L - Z_C = 0$$

$$\Rightarrow 40 = \frac{U\sqrt{10^2 + 0^2}}{\sqrt{(10+20)^2 + 0^2}} \Rightarrow U = 120 \text{ (V)} \text{ và } Z_C = Z_{L1} = \omega L_1 = 50 \Omega .$$

\*Số chỉ vôn kế  $V_2$

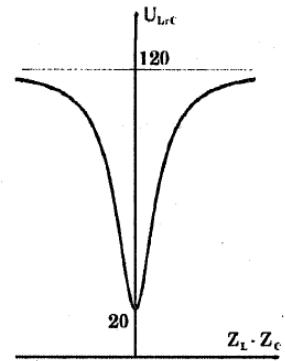
$$U_{R\max} = \frac{U}{\tan \varphi_0} \Leftrightarrow \tan 2\varphi_0 = \frac{2(R+r)}{Z_c}$$

Thay số:  $\tan 2\varphi_0 = \frac{2(20+10)}{50} \Rightarrow \varphi_0 = 0,5 \arctan 1,2$

$$\Rightarrow U_{RL\max} = \frac{120}{\tan(0,5 \arctan 1,2)} = 256(V) \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Ví dụ 2:** Đặt một điện áp  $u = 120\sqrt{2} \cos 2\pi ft(V)$ , (t đo bằng giây) vào hai đầu đoạn mạch nối tiếp gồm điện trở  $80 \Omega$ , cuộn dây có điện trở thuần  $16 \Omega$  có độ tự cảm  $0,2/\Omega H$  và một tụ điện có điện dung  $C = 1/\pi mF$ . Khi chỉ thay đổi  $f$  thì thấy điện áp hiệu dụng hai đầu đoạn mạch gồm cuộn dây nối tiếp với tụ điện  $C$

- A. đạt giá trị cực tiểu là 20 V.
- B. đạt giá trị cực đại là 20 V.
- C tăng khi  $f$  tăng.
- D. luôn luôn không đổi và bằng 120 V.



### Hướng dẫn

$$U_{Lrc} = IZ_{Lrc} = U \frac{\sqrt{r^2 + (Z_L - Z_C)^2}}{\sqrt{(r+R)^2 + (Z_L - Z_C)^2}} \Rightarrow U_{Lrc\min} = U \frac{r}{r+R} = 20(V) \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Ví dụ 3:** Trong giờ thực hành, một học sinh mắc đoạn mạch AB gồm điện trở thuần  $40 \Omega$ , tụ điện có điện dung  $C$  thay đổi được và cuộn dây có độ tự cảm  $L$  nối tiếp nhau theo đúng thứ tự trên. Các vôn kế có điện trở rất lớn. Đặt vào hai đầu đoạn mạch AB một điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng 200 V và tần số 50 Hz. Khi  $C$  thay đổi đến giá trị  $C = C_1 = 1/(4,8\pi)mF$  thì số chỉ vôn kế  $V_1$  cực tiêu và bằng 75 V. Khi  $C = C_2$  số chỉ vôn kế  $V_2$  là cực đại và giá trị cực đại đó bằng

- A. 260 V.
- B. 256 V.
- C. 250 V.
- D. 140 V.

### Hướng dẫn

\* Số chỉ vôn kế  $V_1$

$$U_{Lrc} = IZ_{Lrc} = U \frac{\sqrt{r^2 + (Z_L - Z_C)^2}}{\sqrt{(r+R)^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \min = U \frac{\sqrt{r^2 + 0^2}}{\sqrt{(r+R)^2 + 0^2}} \Leftrightarrow Z_L - Z_C = 0$$

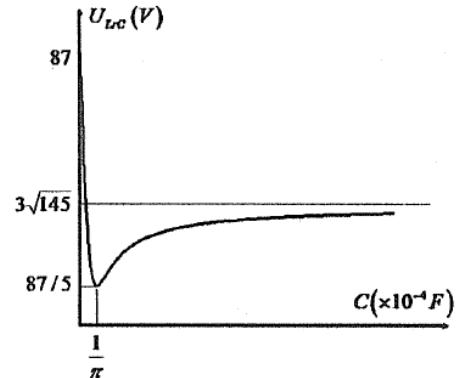
$$\Rightarrow 75 = \frac{200\sqrt{r^2 + 0^2}}{\sqrt{(r+40)^2 + 0^2}} \Rightarrow r = 24(\Omega) \text{ và } Z_L = Z_{C1} = 1/(\omega C_1) = 48\Omega.$$

\*Số chỉ vôn kế V<sub>2</sub>

$$U_{C_{max}} = U \frac{\sqrt{(R+r)^2 + Z_L^2}}{(R+r)} \Rightarrow U_{V2_{max}} = 200 \frac{\sqrt{(40+24)^2 + 48^2}}{(40+24)} = 250(V) \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Ví dụ 4:** Cho mạch điện RLC không phân nhánh, cuộn dây có điện trở r. Đặt vào hai đầu mạch một điện áp xoay chiều có tần số 50 Hz. Cho C thay đổi người ta thu được đồ thị liên hệ giữa điện áp hai đầu phần mạch chứa cuộn dây và tụ điện như hình vẽ. Điện trở thuần của cuộn dây bao nhiêu?

- A. 50 Ω.
- B. 180 Ω.
- C. 90 Ω.
- D. 56 Ω.



### Hướng dẫn

$$C=0 \Rightarrow Z_C=\infty \Rightarrow U_{rLC}=U=87(V)$$

$$U_{rLC} = IZ_{rLC} = U \frac{\sqrt{r^2 + (Z_L - Z_C)^2}}{\sqrt{(R+r)^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \min \Leftrightarrow Z_L = Z_C = \frac{1}{2\pi fC} = 100(\Omega)$$

$$U_{rLC_{min}} = U \cdot \frac{r}{R+r} \Rightarrow \frac{87}{5} = 87 \cdot \frac{r}{R+r} \Rightarrow R+r = 5r$$

$$C=\infty \Rightarrow Z_C=0 \Rightarrow U_{rLC} = U \sqrt{\frac{r^2 + Z_L^2}{(R+r)^2 + Z_L^2}} \Rightarrow 3\sqrt{145} = 87 \sqrt{\frac{r^2 + 100^2}{25r^2 + 100^2}} \Rightarrow r = 50(\Omega)$$

⇒ Chọn A.

### Vấn đề 2: Phương pháp chuẩn hóa số liệu.

Phương pháp chuẩn hóa số liệu, trước đây đã được nhiều tác giả sử dụng dưới nhiều tên gọi khác nhau nhưng nó mới ở mức độ sơ khai, đến năm 2014 thầy **Nguyễn Đình Yên** mới nghiên cứu nó một cách hệ thống tương đối hoàn chỉnh.

Trong tài liệu này, phương pháp chuẩn hóa số liệu được mô tả và phát triển thêm một tầm cao mới. Có thể nói vắn tắt về phương pháp này như sau:

*Khi các đại lượng cùng loại phụ thuộc nhau theo một tỉ lệ nào đó, thì có thể chọn một trong số các đại lượng đó bằng 1.*

**Bước 1:** Xác định công thức liên hệ.

**Bước 2:** Lập bảng chuẩn hóa.

**Bước 3:** Thiết lập các phương trình liên hệ và tìm nghiệm.

**Ví dụ 1:** Mắc vào đoạn mạch RLC không phân nhánh một nguồn điện xoay chiều có tần số thay đổi được. Ở tần số  $f_1 = 60$  Hz, hệ số công suất bằng 1. Ở tần số  $f_2 = 120$  Hz, hệ số công suất là  $0,5\sqrt{2}$ . Ở tần số  $f_3 = 90$  Hz, hệ số công suất của mạch bằng

- A. 0,874.      B. 0,486.      C. 0,625.      D. 0,781.

### Hướng dẫn

**Cách 1:**

$$* f = f_1 = 60 \text{ (Hz)} \Rightarrow \cos \varphi_1 = 1 \Rightarrow Z_L = Z_C = 1$$

$$* f = f_2 = 120 \text{ (Hz)} = 2f_1 \Rightarrow \begin{cases} Z_L = 2a \\ Z_C = 0,5a \end{cases} \text{ mà } \cos \varphi_1 = 0,5\sqrt{2} \text{ hay}$$

$$\Rightarrow \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = 0,5\sqrt{2} \Rightarrow \frac{R}{\sqrt{R^2 + (2a - 0,5a)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow R = 1,5a$$

$$* f = f_3 = 90 \text{ (Hz)} = 1,5f_1 \Rightarrow \begin{cases} Z''_L = 1,5a \\ Z''_C = \frac{2a}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \cos \varphi_3 \Rightarrow \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z''_L - Z''_C)^2}} = \frac{1,5a}{\sqrt{(1,5a)^2 + \left(1,5a - \frac{2a}{3}\right)^2}} \approx 0,874 \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Nhận xét:** Bài toán sẽ đơn giản hơn nếu ta chọn luôn  $a = 1$  (chuan hóa số liệu!)

**Cách 2: Phương pháp chuẩn hóa số liệu.**

Vì trường hợp 1, hệ số công suất bằng 1 nên lúc này:  $Z_L = Z_C$  nên chọn bằng 1.

Bảng chuẩn hóa số liệu.

$$(\text{Áp dụng công thức: } \cos \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}})$$

Lần	Tần số	Cảm kháng	Dung kháng	Hệ số công suất
1	$f_1 = 60$ Hz	1	1	$\cos\varphi_1 = 1$
2	$f_2 = 120$ Hz	2	0,5	$\cos\varphi_2 = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (2-0,5)^2}}$
3	$f_3 = 90$ Hz	1,5	2/3	$\cos\varphi_3 = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (1,5-2/3)^2}}$

Theo bài ra:  $\cos\varphi_2 = 0,5\sqrt{2}$  nên  $\frac{R}{\sqrt{R^2 + (2-0,5)^2}} = 0,5\sqrt{2} \Rightarrow R = 1,5$

$$\Rightarrow \cos\varphi_3 = \frac{1,5}{\sqrt{1,5^2 + (1,5-2/3)^2}} \approx 0,874 \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Bình luận:** Phương pháp chuẩn hóa số liệu giúp chúng ta đơn giản hóa bước tính đến mức cực tiểu. Phương pháp này phù hợp với hình thức thi trắc nghiệm.

**Ví dụ 2:** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2} \cos 2\pi ft$  (trong đó U không đổi, f thay đổi được) vào hai đầu đoạn mạch gồm R và C mắc nối tiếp. Khi tần số là  $f_1$  hoặc  $f_2 = 3f_1$  thì cường độ hiệu dụng qua mạch tương ứng là  $I_1$  và  $I_2$  với  $I_2 = \sqrt{2}I_1$ . Khi tần số là  $f_3 = f_1/\sqrt{2}$  cường độ hiệu dụng trong mạch bằng

- A.  $0,5I_1$ .      B.  $0,6I_1$ .      C.  $0,8I_1$ .      D.  $0,87I_1$ .

### Hướng dẫn

Bảng chuẩn hóa số liệu.

	Tần số	Dung kháng	Hệ số công suất
Trường hợp 1	$f_1$	1	$I_1 = \frac{U}{\sqrt{R^2 + 1^2}}$
Trường hợp 2	$f_2$	1/3	$I_2 = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (1/3)^2}}$
Trường hợp 3	$f_3$	$\sqrt{2}$	$I_3 = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (\sqrt{2})^2}}$

(Áp dụng công thức:  $I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + Z_C^2}}$  )

$$\text{Theo bài ra: } I_2 = \sqrt{2}I_1 \Rightarrow \frac{R}{\sqrt{R^2 + (1/3)^2}} = \frac{\sqrt{2}R}{\sqrt{R^2 + 1^2}} \Rightarrow R = \frac{\sqrt{7}}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{I_3}{I_1} = \frac{\sqrt{R^2 + 1}}{\sqrt{R^2 + (\sqrt{2})^2}} = \frac{\sqrt{\left(\frac{\sqrt{7}}{3}\right)^2 + 1}}{\sqrt{\left(\frac{\sqrt{7}}{3}\right)^2 + (\sqrt{2})^2}} = 0,8 \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Ví dụ 3:** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2}\cos 2\pi ft$  (trong đó  $U$  tỉ lệ với  $f$  và  $f$  thay đổi được) vào hai đầu đoạn mạch gồm  $R$  và  $C$  mắc nối tiếp. Khi tần số là  $f_1$  hoặc  $f_2 = 2f_1$  thì cường độ hiệu dụng qua mạch tương ứng là  $I_1$  và  $I_2$  với  $I_2 = 4I_1$ . Khi tần số là  $f_3 = f_1 / \sqrt{2}$  cường độ hiệu dụng trong mạch bằng

- A.  $0,5I_1$ .      B.  $0,6I_1$ .      C.  $0,8I_1$ .      D.  $0,579I_1$ .

### Hướng dẫn

Bảng chuẩn hóa số liệu.

Tần số	Điện áp hiệu dụng	Dung kháng	Cường độ I
$f_1$	1	1	$I_1 = \frac{1}{\sqrt{R^2 + 1^2}}$
$f_2 = 3f_1$	3	1/3	$I_2 = \frac{3}{\sqrt{R^2 + (1/3)^2}}$
$f_3 = f_1 / \sqrt{2}$	$1/\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	$I_3 = \frac{1/\sqrt{2}}{\sqrt{R^2 + (\sqrt{2})^2}}$

$$(\text{Áp dụng công thức: } I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + Z_C^2}})$$

$$\text{Theo bài ra: } I_2 = 4I_1 \Rightarrow \frac{3}{\sqrt{R^2 + (1/3)^2}} = 4 \frac{1}{\sqrt{R^2 + 1^2}} \Rightarrow R = \sqrt{\frac{65}{63}}$$

$$\Rightarrow \frac{I_3}{I_1} = \frac{\sqrt{R^2 + 1}}{\sqrt{2}\sqrt{R^2 + (\sqrt{2})^2}} = \frac{\sqrt{\frac{65}{63} + 1^2}}{\sqrt{2}\sqrt{\frac{65}{63} + (\sqrt{2})^2}} \approx 0,579 \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Ví dụ 4:** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2} \cos 2\pi f t$  (U không đổi và f thay đổi được) vào hai đầu đoạn mạch RL nối tiếp. Lần lượt cho  $f = f_1 = 20 \text{ Hz}$ ,  $f = f_2 = 40 \text{ Hz}$  và  $f = f_3 = 60 \text{ Hz}$  thì công suất mạch tiêu thụ lần lượt là 40 W, 32 W và P. Tính P.

- A. 48 W.      B. 24 W.      C. 36 W.      D. 64 W.

### Hướng dẫn

$$\text{Công suất mạch tiêu thụ: } P = I^2 R = \frac{U^2 R}{R^2 + Z_L^2}$$

Bảng chuẩn hóa số liệu

$f$	U	R	$Z_L$	P
$f_1$	1	1	x	$P_1 = \frac{1^2 \cdot 1}{1^2 + x^2}$
$f_2$	1	1	2x	$P_2 = \frac{1^2 \cdot 1}{1^2 + 4x^2}$
$f_3$	1	1	3x	$P_3 = \frac{1^2 \cdot 1}{1^2 + 9x^2}$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{P_2}{P_1} = \frac{1+x^2}{1+4x^2} = \frac{32}{40} \Rightarrow x = \frac{1}{\sqrt{11}} \\ \frac{P_3}{P_1} = \frac{1+x^2}{1+9x^2} = \frac{1+\frac{1}{11}}{1+9 \cdot \frac{1}{11}} = 0,6 \Rightarrow P_3 = 0,6 P_1 = 24 \text{ (W)} \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Ví dụ 5:** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2} \cos 2\pi f t$  (U tỉ lệ với f và f thay đổi được) vào hai đầu đoạn mạch RL nối tiếp. Lần lượt cho  $f = f_1 = 20 \text{ Hz}$ ,  $f = f_2 = 40 \text{ Hz}$  và  $f = f_3 = 60 \text{ Hz}$  thì công suất mạch tiêu thụ lần lượt là 40 W, 50 W và P. Tính P.

- A. 23 W.      B. 24 W.      C. 36 W.      D. 64 W.

### Hướng dẫn

$$\text{Công suất mạch tiêu thụ: } P = I^2 R = \frac{U^2 R}{R^2 + Z_L^2}$$

Bảng chuẩn hóa số liệu

$f$	U	R	$Z_L$	P
$f_1$	1	1	x	$P_1 = \frac{1^2 \cdot 1}{1^2 + x^2}$
$f_2$	2	1	2x	$P_2 = \frac{1^2 \cdot 1}{1^2 + 4x^2}$
$f_3$	3	1	3x	$P_3 = \frac{1^2 \cdot 1}{1^2 + 9x^2}$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{P_2}{P_1} = \frac{4(1+x^2)}{1+4x^2} = \frac{50}{40} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{11}}{2} \\ \frac{P_3}{P_1} = \frac{9(1+x^2)}{1+9x^2} = \frac{9\left(1+\frac{1}{11}\right)}{1+9 \cdot \frac{1}{11}} = \frac{60}{103} \Rightarrow P_3 = \frac{60}{103} P_1 \approx 23(W) \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn A}$$

**Ví dụ 6:** (ĐH – 2014) Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2} \cos 2\pi f t$  (f thay đổi được, U tỉ lệ thuận với f) vào hai đầu đoạn mạch AB gồm đoạn mạch AM mắc nối tiếp với đoạn mạch MB. Đoạn mạch AM gồm điện trở thuần R mắc nối tiếp với tụ điện có điện dung C, đoạn mạch MB chỉ có cuộn cảm thuần có độ tự cảm L. Biết  $2L > R^2C$ . Khi  $f = 60$  Hz hoặc  $f = 90$  Hz thì cường độ dòng điện hiệu dụng trong mạch có cùng giá trị. Khi  $f = 30$  Hz hoặc  $f = 120$  Hz thì điện áp hiệu dụng hai đầu tụ điện có cùng giá trị. Khi  $f = f_1$  thì điện áp ở hai đầu đoạn mạch MB lệch pha một góc  $135^\circ$  so với điện áp ở hai đầu đoạn mạch AM. Giá trị của  $f_1$  bằng.

- A. 60 Hz.      B. 80 Hz.      C. 50 Hz.      D. 120 Hz.

### Hướng dẫn

Bảng chuẩn hóa số liệu

f (Hz)	U	Z <sub>L</sub>	Z <sub>C</sub>	I hoặc U <sub>C</sub> hoặc tanφ
60	1	1	A	$I_1 = \frac{1}{\sqrt{R^2 + (1-a)^2}}$
90	1,5	1,5	2a/3	$I_1 = \frac{1,5}{\sqrt{R^2 + (1,5 - 2a/3)^2}}$
30	0,5	0,5	2a	$U_{C3} = \frac{0,5 \cdot 2a}{\sqrt{R^2 + (0,5 - 2a)^2}}$
120	2	2	0,5a	$U_{C3} = \frac{2 \cdot 0,5a}{\sqrt{R^2 + (2 - 0,5a)^2}}$
f <sub>1</sub>			60a/f <sub>1</sub>	$\tan \varphi_{RC} = \frac{-Z_C}{R} = \frac{-60a/f_1}{R}$

(Áp dụng:  $I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$ ;  $U_C = IZ_C = \frac{UZ_C}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$ )

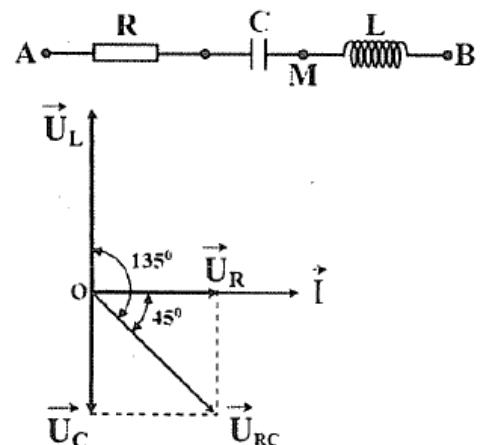
Vì  $U_{C3} = U_{C4}$  nên  $\frac{0,5 \cdot 2a}{\sqrt{R^2 + (0,5 - 2a)^2}} = \frac{2 \cdot 0,5a}{\sqrt{R^2 + (2 - 0,5a)^2}} \Rightarrow a = 1$

Từ  $I_1 = I_2$  suy ra:

$$\frac{1}{\sqrt{R^2 + (1-1)^2}} = \frac{1,5}{\sqrt{R^2 + (1,5 - 2 \cdot 1/3)^2}} \Rightarrow R = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

\*Khi  $f = f_1$  thì  $u_L$  sớm pha hơn  $u_{RC}$  là  $135^\circ$  mà  $u_L$  sớm pha hơn i là  $90^\circ$  nên  $u_{RC}$  trễ pha hơn i là  $45^\circ$ , tức là  $\varphi_{RC} = -45^\circ$  hay  $\tan \varphi_{RC} = -1 \Rightarrow \frac{-60 \cdot 1/f_1}{\sqrt{5}/3} = -1$

$$\Rightarrow f_1 = 36\sqrt{5} \approx 80 \text{ (Hz)} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$



**Ví dụ 7:** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2} \cos 2\pi ft$  (f thay đổi được, U không đổi) vào hai đầu đoạn mạch AB nối tiếp theo thứ tự gồm điện trở thuần R, tụ điện C và cuộn cảm thuần L. Khi  $f = 50$  Hz thì  $U_C = U$ . Khi  $f = 125$  Hz thì  $U_L = U$ . Để điện áp  $u_{RC}$  lệch pha 1 góc  $135^\circ$  so với điện áp  $u_L$  thì tần số

- A. 62,5 Hz.      B. 31,25 Hz.      C. 75 Hz.      D. 150 Hz.

*Hướng dẫn*

$$\text{Từ } U_C = U \Leftrightarrow Z_C = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} \Leftrightarrow R^2 = 2Z_L Z_C - Z_L^2 = 2\frac{L}{C} - Z_L^2 \quad (1)$$

$$\text{Từ } U_L = U \Leftrightarrow Z_L = \sqrt{R^2 + (Z_C - Z_L)^2} \Leftrightarrow R^2 = 2Z_L Z_C - Z_C^2 = 2\frac{L}{C} - Z_C^2 \quad (2)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} Z_L = Z_C \\ Z_L = Z_C \end{cases} \xrightarrow{f'=2,5f} \text{Chuẩn hóa: } \begin{cases} Z_L = Z_C = 1 \\ Z_L = Z_C = 2,5 \end{cases} \Rightarrow R = \sqrt{2Z_L Z_C - Z_L^2} = 2$$

Bảng chuẩn hóa số liệu

f (Hz)	Z <sub>L</sub>	Z <sub>C</sub>	tanφ
50	1	2,5	
125	2,5	1	
f <sub>1</sub>		125/f <sub>1</sub>	$\tan\varphi_{RC} = \frac{-Z_C}{R} = \frac{-125/f_1}{R}$

\*Khi f = f<sub>1</sub> thì u<sub>L</sub> sớm pha hơn u<sub>RC</sub> là 135° mà u<sub>L</sub> sớm pha hơn i là 90° nên u<sub>RC</sub> trễ pha hơn i là 45°, tức là φ<sub>RC</sub> = -45° hay tan φ<sub>RC</sub> = -1 ⇒  $\frac{-125/f_1}{2} = -1 \Rightarrow f_1 = 62,5(\text{Hz})$

⇒ Chọn A.

**Ví dụ 8:** Đặt điện áp  $u = U_0 \cos 2\pi f t$  (trong đó U<sub>0</sub> không đổi và f thay đổi được) vào hai đầu đoạn mạch RLC mắc nối tiếp. Khi tần số là  $f = f_1$ ,  $f = f_1 + 150 \text{ Hz}$ ,  $f = f_1 + 50 \text{ Hz}$  thì hệ số công suất trong mạch tương ứng là 1; 0,6 và 15/17. Tần số để mạch xảy ra cộng hưởng **gần giá trị nào nhất** sau đây?

- A. 180 Hz.      B. 150 Hz.      C. 120 Hz.      D. 100 Hz.

### Hướng dẫn

Vì trường hợp 1, hệ số công suất bằng 1 (mạch cộng hưởng) nên lúc này:  $Z_L = Z_C$  nên chọn chúng đều bằng 1.

**Bảng chuẩn hóa số liệu**

Lần	R	f	Z <sub>L</sub>	Z <sub>C</sub>	Hs công suất
1	1	f <sub>1</sub>	1	1	cosφ <sub>1</sub> = 1
2	1	f <sub>2</sub> = xf <sub>1</sub>	x	1/x	cosφ <sub>2</sub> = $\frac{1}{\sqrt{1^2 + (x - 1/x)^2}}$
3	1	f <sub>3</sub> = yf <sub>1</sub>	y	1/y	cosφ <sub>3</sub> = $\frac{1}{\sqrt{1^2 + (y - 1/y)^2}}$

$$(\text{Áp dụng công thức: } \cos\varphi = \frac{R}{Z} = \frac{R}{\sqrt{R + (Z_L - Z_C)^2}})$$

Theo bài ra: cosφ<sub>2</sub> = 0,6 và cosφ<sub>3</sub> = 15/17 nên:

$$\begin{cases} \frac{1}{\sqrt{1^2 + (x - 1/x)^2}} = 0,6 \Rightarrow x = \frac{2 + \sqrt{13}}{3} \\ \frac{1}{\sqrt{1^2 + (y - 1/y)^2}} = \frac{15}{17} \Rightarrow y = \frac{4 + \sqrt{241}}{15} \end{cases} \Rightarrow \frac{y}{x} = 0,6966 = \frac{f_1 + 50}{f_1 + 150}$$

$$\Rightarrow f_1 = 179,6 \text{ (Hz)} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Ví dụ 9:** Đặt điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng và tần số không thay đổi vào hai đầu đoạn mạch AB nối tiếp gồm đoạn AM chứa cuộn cảm thuần có độ tự cảm L thay đổi được và đoạn MB chứa điện trở R nối tiếp với tụ điện có dung kháng Z<sub>C</sub> = 3R. Lần lượt cho L = L<sub>1</sub> và L = L<sub>2</sub> = 5L<sub>1</sub> thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu đoạn mạch MB lần lượt là U<sub>1</sub> và U<sub>2</sub> = 5U<sub>1</sub> / √97. Hệ số công suất của mạch AB khi L = L<sub>1</sub> là

- A. 0,36.      B. 0,51.      C. 0,52.      D. 0,54.

### Hướng dẫn

Từ U<sub>2</sub> = 5U<sub>1</sub> / √97 suy ra: √97I<sub>2</sub> = 5I<sub>1</sub> ⇔ √97Z<sub>1</sub> = 5Z<sub>2</sub>.

Chuẩn hóa số liệu: R = 1, Z<sub>C</sub> = 3, Z<sub>L1</sub> = x, Z<sub>L2</sub> = 5x ta được:

$$\sqrt{97}\sqrt{1^2 + (x - 3)^2} = 5\sqrt{1^2 + (5x - 3)^2} \Rightarrow 528x^2 - 168x - 720 = 0 \Rightarrow x = 1,3376$$

$$\Rightarrow \cos\varphi_1 = \frac{R}{\sqrt{R + (Z_{L1} - Z_C)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1^2 + (1,3376 - 3)^2}} = 0,515 \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Ví dụ 10:** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2} \cos \omega t$  (V) vào hai đầu đoạn mạch nối tiếp AB, gồm hai đoạn mạch AM và MB. Đoạn AM chứa điện trở R và tụ điện C, đoạn MB chứa cuộn dây có độ tự cảm L, có điện trở thuận r ( $r = 2R$ ). Biết  $u_{AM}$  luôn vuông pha với  $u_{MB}$ . Điều chỉnh  $\omega = \omega_1$  và  $\omega = \omega_2 = 3\omega_1$  thì hệ số công suất của mạch như nhau. Tính hệ số công suất đó.

- A. 0,94.      B. 0,90.      C. 0,88.      D. 0,82.

### Hướng dẫn

Vì  $u_{AM}$  luôn vuông pha với  $u_{MB}$  nên:  $\tan \varphi_{AM} \cdot \tan \varphi_{MB} = -1$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{R} \frac{\omega C}{r} = -1 \Rightarrow \frac{L}{C} = Rr = 2R^2 = Z_{L1}Z_{C1} = Z_{L2}Z_{C2}$$

Chuẩn hóa số liệu:  $\begin{cases} R=1 \\ r=2 \\ Z_{L1}=a \Rightarrow Z_{L2}=3a \\ Z_{C1}=\frac{2}{a} \Rightarrow Z_{C2}=\frac{2}{3a} \end{cases}$

Từ  $\cos \varphi = \frac{R+r}{\sqrt{(R+r)^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$  suy ra:

$$\cos^2 \varphi_1 = \cos^2 \varphi_2 = \frac{3^2}{3^2 + \left(a - \frac{2}{a}\right)^2} = \frac{3^2}{3^2 + \left(3a - \frac{2}{3a}\right)^2} \Rightarrow a = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \cos \varphi_1 = \cos \varphi_2 \approx 0,88 \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Vấn đề 3: Hai giá trị của ( $L, C, \omega$ ) có cùng  $Z$  ( $I, P, U_R$ )**

**Kết quả 1: Khi L thay đổi hai giá trị  $L_1$  và  $L_2$  có cùng  $Z$  ( $I, P, U_R, P, \cos \varphi$ ) thì**

$$\begin{cases} Z_C = \frac{Z_{L1} + Z_{L2}}{2} \\ \varphi_1 = -\varphi_2 \begin{cases} \begin{cases} \varphi_1 = +\alpha > 0 & \text{khi } Z_{L1} > Z_{L2} \\ \varphi_1 = -\alpha < 0 & \end{cases} \\ \begin{cases} \varphi_1 = -\alpha < 0 & \text{khi } Z_{L1} < Z_{L2} \\ \varphi_1 = +\alpha > 0 & \end{cases} \end{cases} \end{cases}$$

(Hai dòng điện cùng giá trị hiệu dụng nhưng lệch pha nhau  $2\alpha$ )

**Chứng minh:**

$$* \text{Tù } Z_1 = Z_2 \Rightarrow \sqrt{R^2 + (Z_{L1} - Z_C)^2} = \sqrt{R^2 + (Z_{L2} - Z_C)^2}$$

$$\Rightarrow (Z_{L1} - Z_C) = -(Z_{L2} - Z_C) \Rightarrow Z_C = \frac{Z_{L1} + Z_{L2}}{2}$$

$$* \text{Tù } Z_1 = Z_2 \Rightarrow \frac{R}{Z_1} = \frac{R}{Z_2} \Rightarrow \cos\varphi_1 = \cos\varphi_2 \Rightarrow \varphi_1 = -\varphi_2$$

**Ví dụ 1:** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U_0 \cos 100\pi t(V)$  (U<sub>0</sub> không đổi) vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm điện trở thuần  $R = 100\sqrt{2}\Omega$ , tụ điện có điện dung  $C = 100/\pi(\mu F)$  và cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm L thay đổi. Nếu  $L = L_1$  hoặc  $L = L_2 = 3L_1$  thì cường độ hiệu dụng qua mạch như nhau. Khi  $L = xL_1$  thì điện áp hiệu dụng trên đoạn RL cực đại. Tính x.

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 1,5.

### Hướng dẫn

$$* \text{Tù } P_1 = P_2 \Rightarrow Z_1 = Z_2 \Rightarrow \sqrt{R^2 + (Z_{L1} - Z_C)^2} = \sqrt{R^2 + (Z_{L2} - Z_C)^2}$$

$$\Rightarrow Z_{L1} + Z_{L2} = 2Z_C \Rightarrow Z_{L1} + 3Z_{L1} = 2 \cdot 100 \Rightarrow Z_{L1} = 50(\Omega)$$

$$* \text{Khi L thay đổi để } U_{RL\max} \text{ thì } Z_L = \frac{Z_C + \sqrt{Z_C^2 + 4R^2}}{2}$$

$$\xrightarrow[Z_L = xZ_{L1}]{} 50x = \frac{100 + \sqrt{100^2 + 4(100\sqrt{2})^2}}{2} \Rightarrow x = 4 \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Ví dụ 2:** Đặt điện áp  $u = 200\sqrt{2} \cos 100\pi t(V)$  vào hai đầu đoạn mạch AB mắc nối tiếp theo thứ tự gồm cuộn cảm thuần có độ tự cảm L thay đổi, điện trở thuần R và tụ điện có điện dung C. Khi  $L = L_1 = 4/\pi(H)$  và khi  $L = L_2 = 2/\pi(H)$  thì mạch điện có cùng công suất  $P = 200 W$ . Khi L thay đổi thì điện áp hiệu dụng trên đoạn RL đạt giá trị lớn nhất là

A. 550 V.

B. 150 V.

C. 600 V.

D. 660,6 V.

### Hướng dẫn

$$* \text{Tù } P_1 = P_2 \Rightarrow Z_1 = Z_2 \Rightarrow Z_C = \frac{Z_{L1} + Z_{L2}}{2} = 300(\Omega)$$

$$* \text{Tù } P_1 = \frac{U^2 R}{R^2 + (Z_{L1} - Z_C)^2} \Rightarrow 200 = \frac{200^2 R}{R^2 + (400 - 300)^2} \Rightarrow R = 100(\Omega)$$

\*Khi L thay đổi: 
$$\begin{cases} U_{RL\max} = \frac{U}{\tan \varphi_0} \\ \tan 2\varphi_0 = \frac{2R}{Z_C} \end{cases}$$

$$\Rightarrow U_{RL\max} = \frac{U}{\tan\left(0,5\arctan\frac{2R}{Z_C}\right)} = \frac{U}{\tan\left(0,5\arctan\frac{2.100}{300}\right)} = 660,6(V) \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Ví dụ 3:** Cho mạch điện xoay chiều tần số 50 Hz nối tiếp gồm cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm L thay đổi được, tụ điện có điện dung C và điện trở R. Có hai giá trị khác nhau của L là  $\sqrt{3}/\pi(H)$  và  $3\sqrt{3}/\pi(H)$  thì dòng điện có cùng giá trị hiệu dụng nhưng giá trị tức thời có pha ban đầu hơn kém nhau  $2\pi/3$ . Tìm L để  $U_{L\max}$ .

- A. 1,2 (H).      B.  $1,2/\pi$  (H).      C.  $2/\pi$  (H).      D.  $1/\pi$  (H).

### Hướng dẫn

$$Z_{L1} = \omega L_1 = 100\sqrt{3}(\Omega) < Z_{L2} = \omega L_2 = 300\sqrt{3}(\Omega) \Rightarrow \begin{cases} \varphi_1 = -\alpha \\ \varphi_2 = +\alpha \end{cases}$$

$$I_1 = I_2 \Rightarrow Z_1 = Z_2 \Rightarrow Z_C = \frac{Z_{L1} + Z_{L2}}{2} = 200\sqrt{3}(\Omega)$$

Theo bài ra:  $2\alpha = 2\pi/2 \Rightarrow \alpha = \pi/3 \Rightarrow \tan \varphi_2 = \frac{Z_{L2} - Z_C}{R} = \tan \alpha$

$$\Rightarrow \frac{300\sqrt{3} - 200\sqrt{3}}{R} = \tan \frac{\pi}{3} \Rightarrow R = 100(\Omega)$$

\*Khi L thay đổi  $U_{L\max}$  khi  $Z_L = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C} = \frac{100^2 + (200\sqrt{3})^2}{200\sqrt{3}} = \frac{650}{\sqrt{3}}(\Omega)$

$$\Rightarrow L = \frac{Z_L}{\omega} \approx 1,2 \text{ H} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Ví dụ 4:** Cho mạch RLC mắc nối tiếp, cuộn dây thuần cảm công suất độ tự cảm L thay đổi được. Điện áp hai đầu mạch có  $u = 200\sqrt{3}\cos(100\pi t + \pi/3)$  V. Khi  $L = L_1 = 1/\pi(H)$  hoặc  $L = L_2 = 3/\pi(H)$  thì dòng điện hiệu dụng đều bằng  $\sqrt{3}$  A. Điều chỉnh L để điện áp hiệu dụng trên đoạn RL cực tiểu. Tìm giá trị cực tiểu đó.

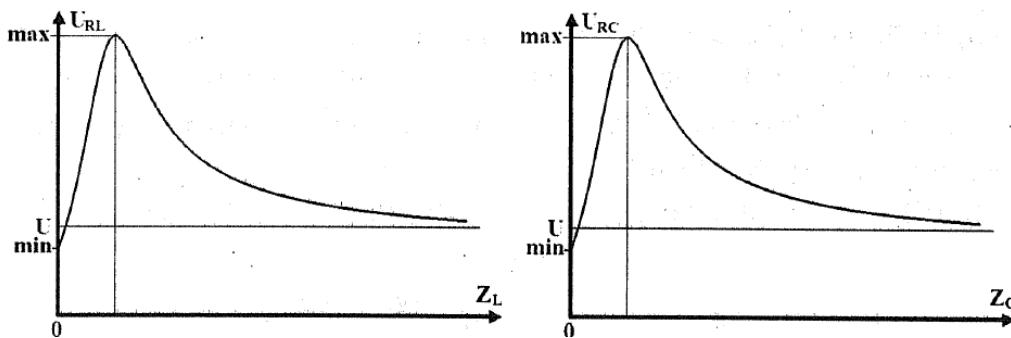
- A. 150 V.      B. 200 V.      C.  $20\sqrt{30}$  V.      D.  $20\sqrt{15}$  V.

## Hướng dẫn

Tổng trở bằng nhau:  $\sqrt{R^2 + (Z_{L1} - Z_C)^2} = \sqrt{R^2 + (Z_{L2} - Z_C)^2} = \frac{U}{I} = 100\sqrt{2}$

$$\Rightarrow \begin{cases} Z_C = \frac{Z_{L1} + Z_{L2}}{2} = 200(\Omega) \\ \sqrt{R^2 + (100 - 200)^2} = 100\sqrt{2} \Rightarrow R = 100(\Omega) \end{cases}$$

Điện áp hiệu dụng:  $U_{RL} = IZ_{RL} = U \sqrt{\frac{R^2 + Z_L^2}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$ , dạng đồ thị của nó như sau:



Từ đó suy ra  $U_{RL,\min}$  khi  $Z_L = 0$  và  $U_{RL,\min} = U \sqrt{\frac{R^2 + 0^2}{R^2 + (0 - Z_C)^2}} = 20\sqrt{30}(\text{V}) \Rightarrow \text{Chọn C.}$

**Kết quả 2: Khi C thay đổi hai giá trị  $C_1$  và  $C_2$  có cùng  $Z$  ( $I$ ,  $U_L$ ,  $U_R$ ,  $P$ ,  $\cos\phi$ ) thì**

$$\left\{ \begin{array}{l} Z_L = \frac{Z_{C1} + Z_{C2}}{2} \\ \varphi_1 = -\varphi_2 \left[ \begin{array}{ll} \varphi_1 = +\alpha > 0 & \text{khi } Z_{C1} < Z_{C2} \\ \varphi_1 = -\alpha < 0 & \text{khi } Z_{C1} > Z_{C2} \end{array} \right. \end{array} \right.$$

(Hai dòng điện cùng giá trị hiệu dụng nhưng lệch pha nhau  $2\alpha$ )

**Chứng minh:**

$$* \text{Từ } Z_1 = Z_2 \Rightarrow \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_{C1})^2} = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_{C2})^2}$$

$$\Rightarrow (Z_L - Z_{C1}) = -(Z_L - Z_{C2}) \Rightarrow Z_C = \frac{Z_{C1} + Z_{C2}}{2}$$

$$Z_1 = Z_2 \Rightarrow \frac{R}{Z_1} = \frac{R}{Z_2} \Rightarrow \cos\varphi_1 = \cos\varphi_2 \Rightarrow \varphi_1 = -\varphi_2$$

**Ví dụ 1:** Đặt điện áp  $u = 150\sqrt{2} \cos 2\pi f t$  (V) (f thay đổi) vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp theo thứ tự gồm cuộn cảm thuần L, điện trở thuần R = 200 Ω và tụ điện có điện dung C thay đổi. Có định f = 50 Hz thay đổi C đến giá trị  $10^4 / (4\pi) F$  hoặc  $10^4 / (2\pi) F$  thì công suất tiêu thụ trên đoạn mạch đều có giá trị bằng nhau. Có định  $10^4 / \pi F$  thay đổi f đến giá trị  $f_1$  thì  $U_{C_{max}}$ . Tìm  $f_1$ .

- A. 150 Hz.      B. 200 Hz.      C. 50/3 Hz.      D. 50 Hz.

### Hướng dẫn

\*Có định f = 50 Hz thay đổi C

$$Z_{C1} = \frac{1}{\omega C_1} = 400\Omega; Z_{C2} = \frac{1}{\omega C_2} = 200\Omega \xrightarrow{\text{că cิng } P \Rightarrow Z_1 = Z_2} Z_L = \frac{Z_{C1} + Z_{C2}}{2}$$

$$\Rightarrow 100\pi L = 300 \Rightarrow L = \frac{3}{\pi} (H)$$

$$* \text{Có định } C = 10^{-4} / \pi F \text{ thay đổi f. Ta tính: } Z_r = \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}} = \sqrt{\frac{3}{10^{-4}} - \frac{200^2}{2}} = 100(\Omega)$$

$$U_{C_{max}} \Leftrightarrow Z_L = Z_r \Rightarrow f_1 = \frac{Z_r}{2\pi L} = \frac{100}{2\pi \cdot 3 / \pi} = \frac{50}{3} (\text{Hz}) \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Ví dụ 2:** Mạch nối tiếp theo đúng thứ tự LRC cuộn dây thuần cảm, tụ điện có điện dung C thay đổi, mắc vào mạng xoay chiều 200 V – 50 Hz. Có hai giá trị  $C_1 = 25 / \pi (\mu F)$  và  $C_2 = 50 / \pi (\mu F)$  thì nhiệt lượng mạch tỏa ra trong 10 s đều là 2000 J. Khi C thay đổi điện áp hiệu dụng trên đoạn RC có giá trị lớn nhất là bao nhiêu?

- A. 200 V.      B. 660,6 V.      C. 300 V.      D. 100 V.

### Hướng dẫn

\*Hai giá trị của C

$$Z_{C1} = \frac{1}{\omega C_1} = 400\Omega; Z_{C2} = \frac{1}{\omega C_2} = 200\Omega \xrightarrow{\text{că cิng } P \Rightarrow Z_1 = Z_2} Z_L = \frac{Z_{C1} + Z_{C2}}{2} = 300(\Omega)$$

$$Q = I^2 R t = \frac{U^2 R t}{R^2 + (Z_L - Z_{C1})^2} \Rightarrow 2000 = \frac{200^2 R 10}{R^2 + 100^2} \Rightarrow R = 100(\Omega)$$

$$* \text{Khi C thay đổi: } \begin{cases} U_{RC_{max}} = \frac{U}{\tan \varphi_0} \\ \tan 2\varphi_0 = \frac{2R}{Z_L} \end{cases} \Rightarrow U_{RC_{max}} = \frac{U}{\tan \left( 0,5 \arctan \frac{2R}{Z_L} \right)}$$

$$U_{RC\max} = \frac{2000}{\tan\left(0,5\arctan\frac{2.100}{300}\right)} = 660,6(V) \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Ví dụ 3:** Đặt điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng không đổi, tần số 50 Hz vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm điện trở thuần R, cuộn cảm thuần có độ tự cảm L và tụ điện có điện dung C thay đổi được. Điều chỉnh điện dung C đến giá trị  $10^{-4}/(\pi) F$  hoặc  $10^{-4}/(3\pi) F$  thì công suất tiêu thụ trên đoạn mạch đều có giá trị bằng nhau nhưng pha ban đầu của dòng điện hơn kém nhau  $2\pi/3$ . Giá trị của R bằng

- A.  $100\sqrt{3} \Omega$ .      B.  $100/\sqrt{3} \Omega$ .      C.  $100 \Omega$ .      D.  $500 \Omega$ .

### Hướng dẫn

$$Z_{C1} = \frac{1}{\omega C_1} = 100(\Omega) < Z_{C2} = \frac{1}{\omega C_2} = 300(\Omega) \Rightarrow \begin{cases} \varphi_1 = +\alpha \\ \varphi_2 = -\alpha \end{cases}$$

$$P_1 = P_2 \Rightarrow Z_1 = Z_2 \Rightarrow Z_L = \frac{Z_{C1} + Z_{C2}}{2} = 200(\Omega)$$

Theo bào ra:  $2\alpha = 2\pi/3 \Rightarrow \alpha = \pi/3 \Rightarrow \tan \varphi_1 = \frac{Z_L - Z_{C1}}{R} = \tan \alpha$

$$\Rightarrow \frac{200 - 100}{R} = \tan \frac{\pi}{3} \Rightarrow R = \frac{100}{\sqrt{3}}(\Omega) \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Ví dụ 4:** Cho đoạn mạch điện xoay chiều RLC nối tiếp gồm  $R = 100\sqrt{3} \Omega$ , cuộn cảm thuần và tụ điện có dung kháng  $Z_C$  thay đổi. Khi  $Z_C = Z_{C1} = 100 \Omega$  hoặc khi  $Z_C = Z_{C2} = 300 \Omega$  thì công suất tiêu thụ của đoạn mạch như nhau. Nếu cường độ dòng điện qua mạch khi  $Z_C = Z_{C1}$  là  $i_1 = 2\sqrt{2} \cos(110\pi t + \pi/12)(A)$  thì khi  $Z_C = Z_{C2}$  dòng điện qua mạch có biểu thức

- A.  $i_2 = 2\sqrt{2} \cos(110\pi t + 5\pi/12)(A)$ .      B.  $i_2 = 2\cos(110\pi t - \pi/4)(A)$ .  
 C.  $i_2 = 2\cos(110\pi t + 5\pi/12)(A)$ .      D.  $i_2 = 2\sqrt{2} \cos(110\pi t - \pi/4)(A)$

### Hướng dẫn

$$P_1 = P_2 \Rightarrow Z_1 = Z_2 \Rightarrow Z_L = \frac{Z_{C1} + Z_{C2}}{2} = 200(\Omega)$$

$$\begin{cases} \tan \varphi_1 = \frac{Z_L - Z_{C1}}{R} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \varphi_1 = \frac{\pi}{6} \Rightarrow i_1 \text{ sớm hơn } i_2 \text{ là } \frac{\pi}{6} \\ \tan \varphi_2 = \frac{Z_L - Z_{C2}}{R} = -\frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \varphi_2 = -\frac{\pi}{6} \Rightarrow i_2 \text{ sớm hơn } i_1 \text{ là } \frac{\pi}{6} \end{cases}$$

$\Rightarrow i_2$  sớm pha hơn  $i_1$  là  $\frac{\pi}{3}$

$$i_2 = 2\sqrt{2} \cos\left(110\pi t + \frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{3}\right) = 2\sqrt{2} \cos\left(110\pi t + \frac{5\pi}{12}\right) (A) \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Ví dụ 5:** Cho mạch điện xoay chiều RLC nối tiếp gồm  $R = 11,7\sqrt{3} \Omega$ , cuộn cảm thuận và tụ điện có điện dung C thay đổi. Khi  $C = C_1 = 1/(7488\pi) F$  hoặc  $C = C_2 = 1/(4680\pi) F$  thì công suất tiêu thụ của đoạn mạch có giá trị lớn nhất. Lúc này, dòng điện qua mạch có biểu thức

A.  $i_3 = 3\sqrt{2} \cos 120\pi t (A)$ .

B.  $i_3 = 6 \cos(120\pi t + \pi/6) (A)$ .

C.  $i_3 = 6 \cos(120\pi t + \pi/4) (A)$ .

D.  $i_3 = 3\sqrt{2} \cos(120\pi t + \pi/12) (A)$ .

### Hướng dẫn

$$\begin{cases} Z_{C1} = \frac{1}{\omega C_1} = 62,4\Omega \\ Z_{C2} = \frac{1}{\omega C_2} = 39\Omega \end{cases} \xrightarrow{\text{cấp cung } P \Rightarrow Z_1 = Z_2} Z_L = \frac{Z_{C1} + Z_{C2}}{2} = 50,7(\Omega)$$

$$\begin{cases} \tan \varphi_1 = \frac{Z_L - Z_{C1}}{R} = -\frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \varphi_1 = -\frac{\pi}{6} \Rightarrow i_1 \text{ sớm hon u } l \mu \frac{\pi}{6} \\ Z_1 = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_{C1})^2} = 23,4\Omega \end{cases}$$

$$u = 23,4 \cdot 3\sqrt{3} \cos\left(120\pi t + \frac{5\pi}{12} - \frac{\pi}{6}\right) = 70,2\sqrt{3} \cos\left(120\pi t + \frac{\pi}{4}\right) (V)$$

\*Khi  $C = C_3$  thì mạch cộng hưởng nên  $i_3 = \frac{u}{R} = 6 \cos\left(120\pi t + \frac{\pi}{4}\right) (A) \Rightarrow \text{Chọn C.}$

**Ví dụ 6:** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2} \cos \omega t (V)$  ( $\omega$  thay đổi) vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm điện trở thuận  $R = 100 \Omega$ , cuộn cảm thuận có độ tự cảm L và tụ điện có điện dung C thay đổi được. Có định  $\omega = 100\pi \text{ rad/s}$  thay đổi  $C = C_1 = 0,1/\pi (mF)$  hoặc  $C = C_2 = 0,1/(3\pi) (mF)$  thì cường độ hiệu dụng qua mạch giá trị bằng nhau; khi  $C = C_0$  thì điện áp hiệu dụng trên tụ cực đại. Có định  $C = C_0$  thay đổi  $\omega$  đến giá trị  $\omega_0$  thì  $U_{RLmax}$ . Tính  $\omega_0$ .

A.  $117\pi \text{ rad/s.}$

B.  $120\pi \text{ rad/s.}$

C.  $150\pi \text{ rad/s.}$

D.  $80\pi \text{ rad/s.}$

### Hướng dẫn

\*Có định  $\omega = 100\pi \text{ rad/s}$  thay đổi C.

$$\text{Từ } I_1 = I_2 \Rightarrow \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_{C1})^2} = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_{C2})^2} \Rightarrow Z_L = \frac{Z_{C1} + Z_{C2}}{2} = 200(\Omega)$$

$$\Rightarrow L = \frac{Z_L}{100\pi} = \frac{2}{\pi}(H)$$

\*Cố định C = C<sub>0</sub> thay đổi ω ta tính: Y =  $\sqrt{\frac{L}{2C} + \sqrt{\left(\frac{L}{2C}\right)^2 + \left(\frac{L}{2C}\right)R^2}}$

$$Y = \sqrt{2,5 \cdot 10^4 + \sqrt{(2,5 \cdot 10^4)^2 + (2,5 \cdot 10^4) \cdot 100^2}} = 233,62(\Omega)$$

**Theo định lý BHD 3:** U<sub>R,max</sub> ⇔ Z<sub>L</sub> = Y ⇒ ω =  $\frac{Y}{L} \approx 117\pi (\text{rad/s})$

⇒ Chọn A.

**Kết quả 3: Khi ω thay đổi hai giá trị ω<sub>1</sub> và ω<sub>2</sub> có cùng Z (I, U<sub>L</sub>, U<sub>R</sub>, P, cosφ) thì**

$$\begin{cases} \omega_1 \omega_2 = \frac{1}{LC} = \omega_{\text{cong\_huong}}^2 \\ \varphi_1 = -\varphi_2 \begin{cases} \begin{cases} \varphi_1 = +\alpha > 0 & \text{khi } \omega_1 > \omega_2 \\ \varphi_1 = -\alpha < 0 & \end{cases} \\ \begin{cases} \varphi_1 = -\alpha < 0 & \text{khi } \omega_1 < \omega_2 \\ \varphi_1 = +\alpha > 0 & \end{cases} \end{cases} \end{cases}$$

(Hai dòng điện cùng giá trị hiệu dụng nhưng lệch pha nhau 2α)

**Chứng minh:**

$$\begin{aligned} Z_1 = Z_2 &\Rightarrow \sqrt{R^2 + \left(\omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C}\right)^2} = \sqrt{R^2 + \left(\omega_2 L - \frac{1}{\omega_2 C}\right)^2} \\ &\Rightarrow \left(\omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C}\right) = \left(\omega_2 L - \frac{1}{\omega_2 C}\right) \Rightarrow \omega_1 \omega_2 = \frac{1}{LC} \end{aligned}$$

$$Z_1 = Z_2 \Rightarrow \frac{R}{Z_1} = \frac{R}{Z_2} \Rightarrow \cos \varphi_1 = \cos \varphi_2 \Rightarrow \varphi_1 = -\varphi_2$$

**Ví dụ 1:** Mạch xoay chiều nối tiếp gồm cuộn dây thuận cảm L, điện trở R = 150√3 Ω và tụ điện C. Đặt vào hai đầu đoạn mạch hiệu điện thế u = U<sub>0</sub> cos 2π ft (V) với f thay đổi được. Khi f = f<sub>1</sub> = 25 Hz hay f = f<sub>2</sub> = 100 Hz thì dòng điện trong mạch có giá trị hiệu dụng như nhau nhưng lệch pha nhau 2π/3. Tìm f để U<sub>R,max</sub>.

- A. 117π rad/s.      B. 120π rad/s.      C. 150π rad/s.      D. 125π rad/s.

## Hướng dẫn

\*Hai giá trị  $f_1$  và  $f_2$  có cùng  $I$  và hai dòng lệch pha nhau  $2\alpha = 2\pi / 3 \left( \varphi_1 = -\frac{\pi}{3}; \varphi_2 = \frac{\pi}{3} \right)$

$$I_1 = I_2 \Rightarrow Z_1 = Z_2 \Rightarrow \omega_1 \omega_2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow \omega_2 L = \frac{1}{\omega_1 C}$$

$$\Rightarrow \tan \varphi_1 = \frac{\omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C}}{R} = \frac{\omega_1 L - \omega_2 L}{R} \Rightarrow L = \frac{R \tan \varphi_1}{\omega_1 - \omega_2} = \frac{150\sqrt{3} \tan \frac{-\pi}{3}}{50\pi - 200\pi} = \frac{1}{\pi} (H)$$

$$\Rightarrow C = \frac{1}{\omega_1 \omega_2 L} = \frac{1}{50\pi \cdot 100\pi \cdot 1/\pi} = \frac{2}{\pi} \cdot 10^{-4} (F)$$

\*Khi  $f$  thay đổi để tìm điều kiện  $U_{RLmax}$  ta tính:  $Y = \sqrt{\frac{L}{2C} + \sqrt{\left(\frac{L}{2C}\right)^2 + \left(\frac{L}{2C}\right) R^2}}$

$$Y = \sqrt{\frac{1}{4 \cdot 10^{-4}} + \sqrt{\left(\frac{1}{4 \cdot 10^{-4}}\right)^2 + \frac{1}{4 \cdot 10^{-4}} (150\sqrt{3})^2}} = 125,414$$

**Theo định lý BHD 3:**  $U_{RLmax} \Leftrightarrow Z_L = Y \Rightarrow \omega = \frac{Y}{L} \approx 125\pi (rad/s) \Rightarrow$  Chọn D.

**Ví dụ 2:** Mạch điện mắc nối tiếp RLC. Đặt vào hai đầu đoạn mạch điện áp xoay chiều có tần số  $f$  thay đổi. Khi  $f = f_1$  thì pha ban đầu của dòng điện  $-30^\circ$ , khi  $f = f_2$  thì pha ban đầu của dòng điện  $15^\circ$ . Nếu  $I_1 = I_2$  thì hệ số công suất của mạch khi  $f = f_1$  là

- A. 0,924.      B. 0,867.      C. 0,768.      D. 0,800.

## Hướng dẫn

Dựa vào kết quả **độc** sau đây: "Cùng một điện áp  $u = U_0 \cos(\omega t + \varphi_u)$  mà

$$i_1 = I_0 \cos(\omega t + \varphi_{i1}) \text{ và } i_2 = I_0 \cos(\omega t + \varphi_{i2}) \text{ thì } \begin{cases} \varphi_u = \frac{\varphi_{i1} + \varphi_{i2}}{2} \\ |\varphi_1| = |\varphi_2| = \left| \frac{\varphi_{i1} - \varphi_{i2}}{2} \right| \end{cases} "$$

$$\text{Áp dụng cho bài toán: } |\varphi_1| = |\varphi_2| = \left| \frac{-30^\circ - 15^\circ}{2} \right| = 22,5^\circ$$

$$\Rightarrow \cos \varphi_1 = \cos \varphi_2 \approx 0,924 \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Kết quả 4:** Khi  $\omega$  thay đổi hai giá trị  $\omega_1$  và  $\omega_2$  ( $\omega_2 = k^2 \omega_1$ ) có cùng  $Z$  ( $I$ ,  $U_R$ ,  $P$ ,  $\cos \varphi$ ) và cho thêm  $L/C = n^2 R^2$  thì ngoài  $\varphi_1 = -\varphi_2$  còn có thêm:

**Cách 1 :**

$$\begin{cases} \frac{1}{LC} = \omega_1 \omega_2 \\ \frac{L}{C} = n^2 R^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} L = nR \sqrt{\frac{1}{\omega_1 \omega_2}} \\ C = \frac{1}{nR \sqrt{\omega_1 \omega_2}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} Z_{Cl} = \frac{1}{\omega_1 C} = nR \sqrt{\frac{\omega_2}{\omega_1}} \\ Z_{L1} = \omega_1 L = nR \sqrt{\frac{\omega_1}{\omega_2}} \end{cases}$$

$$\Rightarrow Z_1 = Z_2 = \sqrt{R^2 + (Z_{L1} - Z_{Cl})^2} = R \sqrt{1 + n^2 \left( \sqrt{\frac{\omega_1}{\omega_2}} - \sqrt{\frac{\omega_2}{\omega_1}} \right)^2}$$

$$\Rightarrow \cos \varphi_1 = \cos \varphi_2 = \frac{R}{Z_1} = \frac{1}{\sqrt{1 + n^2 \left( \sqrt{\frac{\omega_1}{\omega_2}} - \sqrt{\frac{\omega_2}{\omega_1}} \right)^2}}$$

$$\Rightarrow \tan \varphi_1 = -\tan \varphi_2 = \frac{Z_{L1} - Z_{Cl}}{R} = n \left( \sqrt{\frac{\omega_1}{\omega_2}} - \sqrt{\frac{\omega_2}{\omega_1}} \right)$$

Từ  $\frac{L}{C} = n^2 R^2 \Rightarrow R^2 = \frac{1}{n^2} \frac{L}{C} = \frac{1}{n^2} Z_{L1} Z_{Cl} = \frac{1}{n^2} Z_{L2} Z_{C2} \Rightarrow$  Chuẩn hóa  $R = 1$ ,  
 $Z_{L1} = x, Z_{Cl} = n^2 / x, Z_{L2} = k^2 x, Z_{C2} = n^2 / (k^2 x)$ .

$$\text{Từ } \cos \varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} \xrightarrow{\cos \varphi_1 = \cos \varphi_2}$$

$$\frac{1}{\sqrt{1^2 + \left( x - \frac{n^2}{x} \right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1^2 + \left( k^2 x - \frac{n^2}{k^2 x} \right)^2}} \Rightarrow x - \frac{n^2}{x} = -k^2 x + \frac{n^2}{k^2 x} \Rightarrow x = \frac{n}{k}$$

$$\cos \varphi_2 = \cos \varphi_1 = \frac{1}{\sqrt{1^2 + \left( \frac{n}{k} - nk \right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1^2 + \left( n \sqrt{\frac{\omega_1}{\omega_2}} - n \sqrt{\frac{\omega_2}{\omega_1}} \right)^2}}$$

**Ví dụ 1:** Cho mạch điện xoay chiều RLC mắc nối tiếp, cuộn dây thuận cảm. Biết  $L = CR^2$ . Đặt vào hai đầu đoạn mạch điện áp xoay chiều ổn định, mạch có cùng hệ số công suất với hai giá trị của tần số góc  $50\pi$  rad/s và  $200\pi$  rad/s. Hệ số công suất của đoạn mạch bằng

- A.  $2/\sqrt{13}$ .      B.  $1/2$ .      C.  $1/\sqrt{2}$ .      D.  $3/\sqrt{12}$ .

**Hướng dẫn**

**Cách 1:**

Áp dụng kết quả: "Nếu  $\omega_1$  và  $\omega_2$  có cùng Z (I, U<sub>R</sub>, P, cosφ) và thêm  $L/C = n^2 R^2$  thì

$$\tan \varphi_1 = -\tan \varphi_2 = n \left( \frac{\omega_1}{\omega_2} - \frac{\omega_2}{\omega_1} \right)$$

$$\Rightarrow \tan \varphi_1 = -\tan \varphi_2 = 1 \left( \sqrt{\frac{50\pi}{200\pi}} - \sqrt{\frac{200\pi}{50\pi}} \right) = -1,5$$

$$\Rightarrow \cos \varphi_1 = \cos \varphi_2 = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \varphi_1}} = -\frac{2}{\sqrt{3}}$$

**Cách 2 :**

$$\cos \varphi_1 = \cos \varphi_2 \Leftrightarrow \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left( \omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C} \right)^2}} = \sqrt{R^2 + \left( \omega_2 L - \frac{1}{\omega_2 C} \right)^2} \Rightarrow \frac{1}{LC} = \omega_1 \omega_2$$

$$\text{Kết hợp với } \frac{L}{C} = R^2 \text{ suy ra: } Z_{C1} = R \sqrt{\frac{\omega_2}{\omega_1}}; Z_{L1} = R \sqrt{\frac{\omega_2}{\omega_1}}$$

$$\cos \varphi_1 = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left( R \sqrt{\frac{\omega_1}{\omega_2}} - R \sqrt{\frac{\omega_2}{\omega_1}} \right)^2}} = \frac{2}{\sqrt{13}} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Cách 3:**

$$\text{Từ } L = R^2 C \Rightarrow R^2 = \frac{L}{C} = Z_{L1} Z_{C1} = Z_{L2} Z_{C2} \Rightarrow \text{Chuẩn hóa } R = 1,$$

$$Z_{L1} = x, Z_{C1} = 1/x, Z_{L2} = 4x, Z_{C2} = 1/(4x).$$

$$\text{Từ } \cos \varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} \xrightarrow{\cos \varphi_1 = \cos \varphi_2}$$

$$\frac{1}{\sqrt{1^2 + \left( x - \frac{1}{x} \right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1^2 + (4x - 4)^2}} \Rightarrow x - \frac{1}{x} = -4x + \frac{n^2}{4x} \Rightarrow x = 0,5$$

$$\cos \varphi_2 = \cos \varphi_1 = \frac{1}{\sqrt{1^2 + \left( \frac{1}{2} - 2 \right)^2}} = \frac{2}{\sqrt{13}} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Ví dụ 2:** Cho mạch điện xoay chiều RLC mắc nối tiếp, cuộn dây thuận cảm. Biết  $L = CR^2$ . Đặt vào hai đầu đoạn mạch điện áp xoay chiều ổn định, mạch có cùng hệ số công suất  $0,35 \approx 3/\sqrt{37}$  với hai giá trị của tần số góc  $\omega_1 = 100\pi \text{ rad/s}$  và  $\omega_2$ . Giá trị  $\omega_2$  có thể là

A.  $50\pi$  rad/s.

B.  $100\pi/3$  rad/s.

C.  $100\pi/7$  rad/s.

D.  $100\pi/9$  rad/s.

### Hướng dẫn

**Cách 1:**

Áp dụng kết quả: “Nếu  $\omega_1$  và  $\omega_2$  có cùng Z (I,  $U_R$ , P,  $\cos\varphi$ ) và cho thêm  $L/C = n^2 R^2$  thì  $\tan\varphi_1 = -\tan\varphi_2 = n \left( \sqrt{\frac{\omega_1}{\omega_2}} - \sqrt{\frac{\omega_2}{\omega_1}} \right)$ ”. Đặt  $\omega_2 = x\omega_1$ .

$$\Rightarrow \frac{1}{\cos^2 \varphi_1} - 1 = \tan^2 \varphi_1 = 1^2 \left( \sqrt{\frac{1}{x}} - \sqrt{x} \right)^2 \Rightarrow \frac{73}{9} - 1 = x + \frac{1}{x} - 2 \Rightarrow \begin{cases} x=9 \\ x=\frac{1}{9} \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Cách 2:**

Áp dụng kết quả: “Nếu  $\omega_1$  và  $\omega_2$  có cùng Z (I,  $U_R$ , P,  $\cos\varphi$ ) và cho thêm  $L/C = kR^2$  thì  $\cos\varphi_1 = -\cos\varphi_2 = \frac{1}{\sqrt{1+k\left(\sqrt{\frac{\omega_1}{\omega_2}} - \sqrt{\frac{\omega_2}{\omega_1}}\right)^2}}$ ”. Đặt  $\omega_2 = x\omega_1$ .

$$\frac{3}{\sqrt{73}} = \frac{1}{\sqrt{1+1\left(\sqrt{\frac{1}{x}} - \sqrt{x}\right)^2}} \Rightarrow \begin{cases} x=9 \\ x=\frac{1}{9} \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Cách 3:**

$$\cos\varphi_1 = \cos\varphi_2 \Leftrightarrow \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C}\right)^2}} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\omega_2 L - \frac{1}{\omega_2 C}\right)^2}} \Rightarrow LC = \frac{1}{\omega_1 \omega_2}$$

Thay  $L = CR^2$  thì được:  $\frac{1}{\omega_1 C} = R \sqrt{\frac{\omega_2}{\omega_1}}$ . Thay  $C = L/R^2$  thì được  $\omega_1 L = R \sqrt{\frac{\omega_1}{\omega_2}}$

$$\Rightarrow \cos\varphi_1 = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(R \sqrt{\frac{\omega_1}{\omega_2}} - R \sqrt{\frac{\omega_2}{\omega_1}}\right)^2}} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(R \sqrt{\frac{100\pi}{\omega_2}} - R \sqrt{\frac{\omega_2}{100\pi}}\right)^2}} = \frac{3}{\sqrt{73}}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \omega_2 = 900\pi \\ \omega_2 = \frac{100\pi}{9} \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

$$\frac{R}{\sqrt{R^2 + \left( R \sqrt{\frac{\omega_1}{\omega_2}} - R \sqrt{\frac{\omega_2}{\omega_1}} \right)^2}}$$

**Ví dụ 3:** Cho mạch điện xoay chiều RLC mắc nối tiếp, cuộn dây thuận cảm. Biết  $L = CR^2$ . Đặt vào hai đầu đoạn mạch điện áp xoay chiều ổn định, mạch tiêu thụ cùng công suất  $P_0$  với hai giá trị của tần số  $f_1$  và  $f_2$ . Khi tần số  $f_3$  thì điện áp hiệu dụng trên tụ cực đại và lúc này mạch tiêu thụ công suất  $P$ . Nếu  $f_1 + f_2 = 5f_3 / \sqrt{2}$  thì tỉ số  $P/P_0$  gần nhất giá trị nào sau đây?

- A. 0,82.      B. 1,2.      C. 0,66.      D. 2,2.

### Hướng dẫn

\*Khi  $\omega$  thay đổi hai giá trị  $\omega_1$  và  $\omega_2$  mà có cùng  $I$ ,  $U_R$ ,  $P$ ,  $\cos\varphi$  thì  $Z_2 = Z_1$  hay:

$$\sqrt{R^2 + \left( \omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C} \right)^2} = \sqrt{R^2 + \left( \omega_2 L - \frac{1}{\omega_2 C} \right)^2} \Rightarrow \omega_1 \omega_2 = \frac{1}{LC}$$

Kết hợp với điều kiện:  $\frac{L}{C} = R^2$  thì ta được:  $\begin{cases} L = R \sqrt{\frac{1}{\omega_1 \omega_2}} \\ \frac{1}{C} = R \sqrt{\omega_1 \omega_2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Z_{C1} = \frac{1}{\omega_1 C} = R \sqrt{\frac{\omega_2}{\omega_1}} \\ Z_{L1} = \omega_1 L = R \sqrt{\frac{\omega_1}{\omega_2}} \end{cases}$

$$\Rightarrow Z_2 = Z_1 = \sqrt{R^2 + (Z_{L1} - Z_{C1})^2} = R \sqrt{1 + \left( \sqrt{\frac{\omega_1}{\omega_2}} - \sqrt{\frac{\omega_2}{\omega_1}} \right)^2} = R \sqrt{\frac{\omega_1 + \omega_2 - 1}{\omega_2}}$$

$$\Rightarrow P_2 = P_1 = P_0 = \left( \frac{U}{Z_1} \right)^2 R = \frac{U^2}{R} \frac{1}{\frac{\omega_2 + \omega_1 - 1}{\omega_1}} = \frac{P_{\max}}{\frac{\omega_2 + \omega_1 - 1}{\omega_1}}$$

\*Khi  $\omega$  thay đổi để  $U_{C_{\max}}$  thì chuẩn hóa:  $Z_L = 1$ ,  $Z_C = n$ ,  $R = \sqrt{2n-2}$

$$\Rightarrow \cos^2 \varphi = \frac{R^2}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \frac{2}{n+1} \text{ vì } n = \frac{1}{1 - \frac{R^2 C}{2L}} = 2 \text{ nên } \cos^2 \varphi = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow P = P_{\max} \cos^2 \varphi = \frac{2}{3} P_{\max}$$

Mặt khác:

$$2 = n = \frac{\omega_L}{\omega_C} = \frac{\omega_R^2}{\omega_C^2} = \frac{\omega_1 \omega_2}{\omega_3^2} = 12,5 \cdot \frac{\omega_1 \omega_2}{(\omega_1 + \omega_2)^2} = 12,5 \cdot \frac{1}{\frac{\omega_1}{\omega_2} + \frac{\omega_2}{\omega_1} + 2} \Rightarrow \frac{\omega_1}{\omega_2} + \frac{\omega_2}{\omega_1} = 4,25$$

$$\Rightarrow P_2 = P_1 = P_0 = \frac{P_{\max}}{4,25 - 1} = \frac{P_{\max}}{3,25} \Rightarrow \frac{P}{P_0} = \frac{2/3}{1/3,25} \approx 2,167 \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Chú ý:** Điều kiện  $\frac{L}{C} = n^2 R^2$  có thể trả hình dưới dạng điều kiện vuông pha.

**Ví dụ 4:** Đặt điện áp  $u = 125\sqrt{2} \cos \omega t$  (V),  $\omega$  thay đổi được vào đoạn mạch nối tiếp AMB. Đoạn mạch AM gồm điện trở  $R$  nối tiếp tụ điện, đoạn mạch MB chứa cuộn dây có điện trở  $r$ . Biết điện áp trên đoạn AM luôn vuông pha với điện áp trên đoạn MB và  $r = R$ . Với hai giá trị  $\omega = 100\pi$  rad/s và  $\omega = 56,25\pi$  rad/s thì mạch AB có cùng hệ số công suất và giá trị đó bằng

- A. 0,96.      B. 0,85.      C. 0,91.      D. 0,82.

### Hướng dẫn

**Cách 1:**

$$\vec{U}_{AM} \perp \vec{U}_{MB} \Rightarrow \tan \varphi_{AM} \tan \varphi_{MB} = -1 \Rightarrow \frac{-Z_C}{R} \frac{Z_L}{r} = -1 \Rightarrow \frac{L}{C} = R^2 = R^2 = r^2$$

$$R^2 = r^2 = \frac{L}{C} = Z_{L1} Z_{C1} = Z_{L2} Z_{C2} \Rightarrow \text{Chuẩn hóa } R = r = 1, Z_{L1} = x, Z_{C1} = 1/x,$$

$$Z_{L2} = 0,5625x, Z_{C1} = 1/(0,5625x).$$

$$\text{Từ } \cos \varphi = \frac{R+r}{\sqrt{(R+r)^2 + (Z_L - Z_C)^2}} \xrightarrow{\cos \varphi_1 = \cos \varphi_2}$$

$$\frac{2}{\sqrt{2^2 + \left(x - \frac{1}{x}\right)^2}} = \frac{2}{\sqrt{2^2 + \left(0,5625x - \frac{1}{0,5625}\right)^2}} \Rightarrow x - \frac{1}{x} = -0,5625x + \frac{1}{0,5625x}$$

$$\Rightarrow x = \frac{4}{3} \Rightarrow \cos \varphi_2 = \cos \varphi_1 = \frac{2}{\sqrt{2^2 + \left(\frac{4}{3} - \frac{3}{4}\right)^2}} = 0,96 \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Cách 2:**

$$\vec{U}_{AM} \perp \vec{U}_{MB} \Rightarrow \tan \varphi_{AM} \tan \varphi_{MB} = -1 \Rightarrow \frac{-Z_C}{R} \frac{Z_L}{r} = -1 \Rightarrow \begin{cases} L = CR^2 \\ C = \frac{L}{R^2} \end{cases}$$

$$\cos\varphi_1 = \cos\varphi_2 \Leftrightarrow LC = \frac{1}{\omega_1\omega_2} \xrightarrow[L=CR^2]{C=\frac{L}{R^2}} \begin{cases} \frac{1}{\omega_1 C} = R\sqrt{\frac{\omega_2}{\omega_1}} \\ \omega_1 L = R\sqrt{\frac{\omega_1}{\omega_2}} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \cos\varphi_1 = \frac{(R+r)}{\sqrt{(R+r)^2 + \left(R\sqrt{\frac{\omega_1}{\omega_2}} - R\sqrt{\frac{\omega_2}{\omega_1}}\right)^2}} = \frac{2}{\sqrt{4 + \left(\sqrt{\frac{\omega_1}{\omega_2}} - \sqrt{\frac{\omega_2}{\omega_1}}\right)^2}} = 0,96 \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Ví dụ 5:** Cho mạch điện xoay chiều RLC mắc nối tiếp, cuộn dây thuận cảm. Các giá trị điện trở R, độ tự cảm L và điện dung C thỏa điều kiện  $L = kCR^2$ . Đặt vào hai đầu đoạn mạch điện áp xoay chiều ổn định, có tần số của dòng điện thay đổi được. Khi tần số góc của dòng điện là  $\omega_1$  hoặc  $\omega_2 = n\omega_1$  thì mạch điện có cùng hệ số công suất. Hệ số công suất đó bằng

A.  $\frac{1}{\sqrt{1+k\left(\frac{1}{\sqrt{n}}-\sqrt{n}\right)^2}}$ .

B.  $\frac{1}{\sqrt{1-k\left(\frac{1}{\sqrt{n}}-\sqrt{n}\right)^2}}$ .

C.  $\frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{k}\left(\frac{1}{\sqrt{n}}-\sqrt{n}\right)^2}}$ .

D.  $\frac{1}{\sqrt{1-\frac{1}{k}\left(\frac{1}{\sqrt{n}}-\sqrt{n}\right)^2}}$ .

### Hướng dẫn

Viết lại  $L = kCR^2$  thành  $R^2 = \frac{1}{kC} = \frac{1}{k}\omega_1 L \cdot \frac{1}{\omega_1 C} = \frac{1}{k}Z_{L1}Z_{C1}$  (1)

Vì  $\cos\varphi_1 = \cos\varphi_2$  nên  $Z_1 = Z_2$  hay  $\sqrt{R^2 + \left(\omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C}\right)^2} = \sqrt{R^2 + \left(\omega_2 L - \frac{1}{\omega_2 C}\right)^2}$

$$\Rightarrow \left(\omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C}\right) = -\left(\omega_2 L - \frac{1}{\omega_2 C}\right) \Rightarrow \omega_1\omega_2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow n\omega_1 L = \frac{1}{\omega_1 C} \Rightarrow Z_{C1} = nZ_{L1} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra:  $Z_{L1} = R\sqrt{k/n}$  và  $Z_{C1} = R\sqrt{nk}$ .

$$\Rightarrow \cos\varphi_1 = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_{L1} - Z_{C1})^2}} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (R\sqrt{k/n} - R\sqrt{nk})^2}} = \frac{1}{\sqrt{1+k\left(\frac{1}{\sqrt{n}}-\sqrt{n}\right)^2}}$$

$\Rightarrow$  Chọn A.

**Kết quả 5: Khi ω thay đổi hai giá trị ω<sub>1</sub> và ω<sub>2</sub> (giả sử ω<sub>1</sub>>ω<sub>2</sub>) có cùng Z=nR (I=I<sub>max</sub>/n, U<sub>R</sub>=U/n, P=P<sub>max</sub>/n, cosφ = 1/n) thì**

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega_1 \omega_2 = \frac{1}{LC} = \omega_{cong\_huong}^2 \cap \varphi_1 = -\varphi_2 \\ R = \frac{L(\omega_1 - \omega_2)}{\sqrt{n^2 - 1}} = \frac{(\omega_1 - \omega_2)}{\omega_1 \omega_2 C \sqrt{n^2 - 1}} \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \varphi_1 = +\alpha > 0 \text{ khi } \omega_1 > \omega_2 \\ \varphi_1 = -\alpha < 0 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \varphi_1 = -\alpha < 0 \text{ khi } \omega_1 < \omega_2 \\ \varphi_1 = +\alpha > 0 \end{array} \right.$$

(Hai dòng điện cùng giá trị hiệu dụng nhưng lệch pha nhau 2α)

**Chứng minh:**

Từ  $I_1 = I_2 = I_{max} / n \Leftrightarrow Z_1 = Z_2 = nR$  hay

$$\sqrt{R + \left( \omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C} \right)^2} = \sqrt{R + \left( \omega_2 L - \frac{1}{\omega_2 C} \right)^2} = nR$$

Vì  $\omega_1 > \omega_2$  thì chỉ có thể xảy ra trường hợp:

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C} = R\sqrt{n^2 - 1} \\ \omega_2 L - \frac{1}{\omega_2 C} = -R\sqrt{n^2 - 1} \end{array} \right.$$

Từ hệ này có thể đi theo hai hướng:

\*Nếu cho biết L mà không biết C thì khử C:

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega_1 L - \frac{1}{C} = \omega_1 R\sqrt{n^2 - 1} \\ \omega_2 L - \frac{1}{C} = -\omega_2 R\sqrt{n^2 - 1} \end{array} \right. \Rightarrow L(\omega_1^2 - \omega_2^2) = R\sqrt{n^2 - 1}(\omega_1 + \omega_2) \Rightarrow R = \frac{L(\omega_1 - \omega_2)}{\sqrt{n^2 - 1}}$$

\*Nếu cho biết C mà không biết L thì khử L:

$$\left\{ \begin{array}{l} L - \frac{1}{\omega_1^2 C} = \frac{R\sqrt{n^2 - 1}}{\omega_1} \\ L - \frac{1}{\omega_2^2 C} = -\frac{R\sqrt{n^2 - 1}}{\omega_2} \end{array} \right. \Rightarrow \frac{1}{\omega_2^2 C} - \frac{1}{\omega_1^2 C} = R\sqrt{n^2 - 1} \left( \frac{1}{\omega_1} + \frac{1}{\omega_2} \right) \Rightarrow R = \frac{(\omega_1 - \omega_2)}{\omega_1 \omega_2 C \sqrt{n^2 - 1}}$$

**Ví dụ 1:** Đặt điện áp xoay chiều có tần số ω thay đổi được vào hai đầu đoạn mạch RLC nối tiếp. Khi ω thay đổi thì cường độ hiệu dụng trong mạch đạt giá trị cực đại là I<sub>max</sub> và hai giá trị ω<sub>1</sub> và ω<sub>2</sub> thì

cường độ hiệu dụng trong mạch đạt giá trị đều bằng  $I_{\max} / \sqrt{2}$ . Cho  $(\omega_1 - \omega_2) / (C\omega_1\omega_2) = 60 \Omega$ , tính R.

- A.  $R = 30 \Omega$ .      B.  $R = 60 \Omega$ .      C.  $R = 120 \Omega$ .      D.  $R = 100 \Omega$ .

### Hướng dẫn

Thay giá trị vào công thức  $R = \frac{(\omega_1 - \omega_2)}{\omega_1\omega_2 C \sqrt{n^2 - 1}} = \frac{60}{\sqrt{5-1}} = 30 (\Omega)$  ⇒ Chọn A.

**Ví dụ 2:** Đặt điện áp  $u = U_0 \cos \omega t (V)$  ( $U_0$  không đổi,  $\omega$  thay đổi được) vào hai đầu đoạn mạch gồm điện trở thuần  $R = 160 \Omega$ , cuộn cảm thuần có độ tự cảm L và tụ điện mắc nối tiếp. Khi  $\omega = \omega_0$  thì cường độ dòng điện hiệu dụng qua đoạn mạch đạt giá trị cực đại  $I_m$ . Khi  $\omega = \omega_1$  hoặc  $\omega = \omega_2$  thì cường độ dòng điện cực đại qua đoạn mạch bằng nhau và bằng  $I_m$ . Biết  $\omega_1 - \omega_2 = 200\pi$  rad/s. Giá trị của L bằng

- A.  $1,6/\pi H$ .      B.  $1,2/\pi H$ .      C.  $0,8/\pi H$ .      D.  $0,6/\pi H$ .

### Hướng dẫn

Ý của bài toán, khi  $\omega = \omega_1$  hoặc  $\omega = \omega_2$  thì  $I_1 = I_2 = I_{\max} / \sqrt{2}$ .

Sau khi nghiên cứu kĩ phương pháp nói trên, thay giá trị vào công thức:

$$R = \frac{L(\omega_1 - \omega_2)}{\sqrt{n^2 - 1}} \Rightarrow 160 = \frac{L \cdot 200\pi}{\sqrt{2-1}} \Rightarrow L = \frac{0,8}{\pi} (H) \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Ví dụ 3:** Có bao linh kiện: điện trở thuần  $R = 16 \Omega$ , cuộn cảm thuần có độ tự cảm L và tụ điện có điện dung  $C = 2/\pi \mu F$ . Mắc RLC nối tiếp rồi mắc vào nguồn điện xoay chiều ổn định có tần số góc  $\omega$  thay đổi được. Khi  $\omega = \omega_1$  hoặc  $\omega = \omega_2 = \omega_1 - 200\pi$  rad/s thì cường độ hiệu dụng qua mạch bằng nhau và bằng  $I_{\max} / \sqrt{2}$  (với  $I_{\max}$  là giá trị cường độ hiệu dụng cực đại). Khi mắc LC thành mạch kín và kích thích cho mạch dao động tự do thì tần số dao động của mạch là

- A. 50 Hz.      B. 625 Hz.      C. 1250 Hz.      D. 2500 Hz.

### Hướng dẫn

Thay giá trị vào công thức  $R = \frac{L(\omega_1 - \omega_2)}{\sqrt{n^2 - 1}}$  ta được:  $160 = \frac{L \cdot 200\pi}{\sqrt{2-1}} \Rightarrow L = \frac{0,08}{\pi} (H)$

Tần số dao động riêng của mạch:  $f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\frac{0,08}{\pi} \cdot \frac{2}{\pi} \cdot 10^{-6}}} = 1250 (Hz)$

⇒ Chọn C.

### Vấn đề 4: Hai trường hợp vuông pha nhau

**Kết quả 1:** Nếu  $R$  và  $U$  không đổi, các đại lượng khác thay đổi mà trong hai trường hợp dòng điện vuông pha đồng thời  $I_2 = nI_1$  thì  $\begin{cases} \cos^2 \varphi_2 + \cos^2 \varphi_1 = 1 \\ \cos \varphi_2 = n \cos \varphi_1 \end{cases}$

**Chứng minh:**

Vì dòng điện trong hai trường hợp vuông pha nhau nên:  $\cos^2 \varphi_2 = \sin^2 \varphi_1$   
 $\Rightarrow \cos^2 \varphi_2 + \cos^2 \varphi_1 = 1.$

Từ  $\begin{cases} \cos \varphi_1 = \frac{U_{R1}}{U} = \frac{I_1 R}{U} \\ \cos \varphi_2 = \frac{U_{R2}}{U} = \frac{I_2 R}{U} \end{cases} \xrightarrow{I_2 = n I_1} \cos \varphi_2 = n \cos \varphi_1$

**Ví dụ 1:** Đặt điện áp xoay chiều vào hai đầu mạch RLC nối tiếp, cuộn dây thuần cảm. Khi nối tắt tụ C thì điện áp hiệu dụng hai đầu R tăng  $\sqrt{3}$  lần và dòng điện trong hai trường hợp vuông pha nhau. Hệ số công suất của mạch sau khi nối tắt C là

- A.  $1/\sqrt{5}$ .      B.  $2/\sqrt{5}$ .      C.  $\sqrt{3}/2$ .      D.  $3/\sqrt{10}$ .

### Hướng dẫn

Vì dòng điện trong hai trường hợp vuông pha nhau nên:  $\cos^2 \varphi_2 = \sin^2 \varphi_1$   
 $\Leftrightarrow \cos^2 \varphi_2 = 1 - \cos^2 \varphi_1 \quad (1)$ .

Từ  $\begin{cases} \cos \varphi_1 = \frac{U_{R1}}{U} \\ \cos \varphi_2 = \frac{U_{R2}}{U} \end{cases} \xrightarrow{U_{R2} = U_{R1}\sqrt{3}} \cos \varphi_1 = \frac{\cos \varphi_2}{\sqrt{3}} \quad (2)$

Thay (2) vào (1):  $\cos^2 \varphi_2 = 1 - \frac{\cos^2 \varphi_2}{3} \Rightarrow \cos^2 \varphi_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \cos \varphi_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow$  Chọn C.

**Ví dụ 2:** Đặt điện áp  $u = U_0 \cos \omega t$  vào hai đầu mạch gồm cuộn dây không thuần cảm nối tiếp với tụ điện, vôn kế nhiệt mặt vào hai đầu cuộn dây. Nếu nối tắt tụ điện thì chỉ số vôn kế tăng 3 lần và cường độ dòng điện tức thời trong hai trường hợp vuông góc nhau. Hệ số công suất của mạch lúc đầu là:

- A.  $1/\sqrt{10}$ .      B.  $2/\sqrt{5}$ .      C.  $\sqrt{3}/2$ .      D.  $3/\sqrt{10}$ .

### Hướng dẫn

Vì dòng điện trong hai trường hợp vuông pha nhau nên:  $\cos^2 \varphi_2 = \sin^2 \varphi_1$

$$\Leftrightarrow \cos^2 \varphi_2 = 1 - \cos^2 \varphi_1 \quad (1).$$

Từ  $\begin{cases} \cos \varphi_1 = \frac{U_{R1}}{U} \\ \cos \varphi_2 = \frac{U_{R2}}{U} \end{cases} \xrightarrow{\begin{array}{l} U_{R2}=3U_{R1} \\ U_{R2}=3U_{R1} \end{array}} \cos \varphi_2 = 3 \cos \varphi_1 \quad (2)$

Thay (2) vào (1):  $9 \cos^2 \varphi_2 = 1 - \cos^2 \varphi_1 \Rightarrow \cos \varphi_1 = \frac{1}{\sqrt{10}} \Rightarrow$  Chọn A.

**Ví dụ 3:** Đặt điện áp  $u = U_0 \cos \omega t (V)$  vào hai đầu đoạn mạch AB gồm hai đoạn mạch AM và MB mắc nối tiếp. Đoạn AM chứa điện trở mắc nối tiếp với cuộn cảm thuần, đoạn MB chứa điện trở mắc nối tiếp với tụ điện, lúc này cường độ dòng điện hiệu dụng qua đoạn mạch AB là  $I_1$ . Nếu nối tắt tụ điện thì cường độ dòng điện hiệu dụng qua đoạn mạch AB là  $I_2 = 2I_1$ . Biết hai dòng điện trong hai trường hợp lệch pha nhau  $\pi/2$ . Hệ số công suất của đoạn mạch AB khi chưa nối tắt tụ điện gần nhất giá trị nào sau đây?

- A. 0,6.      B. 0,87.      C. 0,45.      D. 0,50.

### Hướng dẫn

Vì dòng điện trong hai trường hợp vuông pha nhau nên:  $\cos^2 \varphi_2 = \sin^2 \varphi_1$

$$\Leftrightarrow \cos^2 \varphi_2 = 1 - \cos^2 \varphi_1 \quad (1).$$

Từ  $\begin{cases} \cos \varphi_1 = \frac{R + R_1}{Z_1} = \frac{R + R_1}{U} \cdot I_1 \\ \cos \varphi_2 = \frac{R + R_2}{Z_2} = \frac{R + R_2}{U} \cdot I_2 \end{cases} \xrightarrow{I_2=2I_1} \cos \varphi_2 = 2 \cos \varphi_1 \quad (2)$

Thay (2) vào (1):  $\cos^2 \varphi_2 + 4 \cos^2 \varphi_1 = 1 \Rightarrow \cos \varphi \approx 0,45 \Rightarrow$  Chọn C.

**Ví dụ 4:** Mạch điện xoay chiều mắc nối tiếp gồm biến trở R, cuộn dây thuần cảm L và tụ điện C. Điện áp hiệu dụng hai đầu đoạn mạch là  $U = 100 V$ . Điều chỉnh  $R = R_1 = 50 \Omega$  thì công suất tiêu thụ của mạch là  $P_1 = 60 W$  đồng thời điện áp và dòng điện lệch pha nhau là  $\varphi_1$ . Điều chỉnh  $R = R_2 = 25 \Omega$  thì công suất tiêu thụ là  $P_2$  và góc lệch pha của điện áp và dòng điện là  $\varphi_2$ . Nếu  $\cos^2 \varphi_1 + \cos^2 \varphi_2 = 0,75$  thì  $P_2$  bằng bao nhiêu?

- A. 90 W.      B. 160 W.      C. 180 W.      D. 120 W.

### Hướng dẫn

Từ công thức:  $P = \frac{U^2}{R} \cos^2 \varphi$

$$\Rightarrow \cos^2 \varphi = \frac{PR}{U^2} \xrightarrow{\cos^2 \varphi_1 + \cos^2 \varphi_2 = 0,75} = \frac{P_1 R_1}{U^2} + \frac{P_2 R_2}{U^2} = 0,75 \Rightarrow P_2 = 180(W) \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Ví dụ 5:** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U_0 \cos \omega t(V)$  vào hai đầu đoạn mạch RLC, trong đó cuộn dây thuận cảm có độ tự cảm  $L$  thay đổi. Khi  $L = L_1$  hay  $L = L_2$  với  $L_1 > L_2$  thì công suất tiêu thụ của mạch điện ứng với  $P_1, P_2$  với  $P_1 = 3P_2$ ; độ lệch pha giữa điện áp hai đầu mạch điện với cường độ dòng điện trong mạch tương ứng  $\varphi_1, \varphi_2$  với  $|\varphi_1| + |\varphi_2| = \pi/2$ . Độ lớn của  $|\varphi_1|$  và  $|\varphi_2|$  là:

- A.  $\pi/3$  và  $\pi/6$ .      B.  $\pi/6$  và  $\pi/3$ .      C.  $5\pi/12$  và  $\pi/12$ .      D.  $\pi/12$  và  $5\pi/12$ .

### Hướng dẫn

Áp dụng công thức:  $P = \frac{U^2}{R} \cos^2 \varphi \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \left( \frac{\cos \varphi_2}{\cos \varphi_1} \right)^2 = \left( \frac{\pm \sin \varphi_1}{\cos \varphi_1} \right)^2 = \tan^2 \varphi_1$

Thay số vào:  $|\tan \varphi_1| = \sqrt{3} \Rightarrow |\varphi_1| = \frac{\pi}{3} \Rightarrow |\varphi_2| = \frac{\pi}{6} \Rightarrow \text{Chọn A.}$

**Ví dụ 6:** Đặt điện áp  $u = 100\sqrt{2} \cos 100\pi t(V)$  vào hai đầu đoạn mạch nối tiếp AB theo thứ tự gồm biến trở R, cuộn cảm thuận L và tụ điện C. Khi  $R = R_1 = 30 \Omega$  thì công suất mạch tiêu thụ là  $P_1 = 60 W$  và độ lệch pha của u và i là  $\varphi_1$ . Khi  $R = R_2 = 20 \Omega$  thì công suất mạch tiêu thụ là  $P_2$  và độ lệch pha của u và i là  $\varphi_2$ . Nếu  $\cos^2 \varphi_1 + \cos^2 \varphi_2 = 0,7$  thì  $P_2$  bằng

- A. 120 W.      B. 60 W.      C. 180 W.      D. 240 W.

### Hướng dẫn

Từ công thức:  $P = \frac{U^2}{R} \cos^2 \varphi$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos^2 \varphi_1 = \frac{P_1 R_1}{U^2} = \frac{60 \cdot 30}{100^2} = 0,3 \xrightarrow{\cos^2 \varphi_1 + \cos^2 \varphi_2 = 0,7} \cos^2 \varphi_2 = 0,4 \\ \frac{P_1}{P_2} = \frac{\frac{U^2}{R_1} \cos^2 \varphi_2}{\frac{U^2}{R_2} \cos^2 \varphi_1} = \frac{R_1 \cos^2 \varphi_2}{R_2 \cos^2 \varphi_1} = \frac{30 \cdot 0,4}{20 \cdot 0,3} = 2 \Rightarrow P_2 = 2P_1 = 120(W) \end{cases}$$

$\Rightarrow$  Chọn A.

### Vấn đề 5: Hai trường hợp tần số thay đổi $f_2 = nf_1$ liên quan đến điện áp hiệu dụng

Khi thay đổi tần số mà liên quan đến tính điện áp thì ta áp dụng công thức tính điện áp tổng cho hai trường hợp:

\*Lúc đầu:  $U^2 = U_R^2 + (U_L - U_C)^2 \Rightarrow$  tính được  $U$  và  $Z_L = k_1 R$   $Z_C = k_2 R$

\*Nếu  $f = nf$  thì  $Z_L = nZ_L = nk_1 R$   $Z_C = Z_C / n = k_2 R / n$  hay  $U'_L = nk_1 U'_R$  và  $U'_C = k_2 U'_R / n$ . Thay các biểu thức đó vào phương trình:  $U^2 = U_R^2 + (U'_L - U'_C)^2$  thì chỉ còn ẩn duy nhất là  $U'_R$ .

**Ví dụ 1:** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U\sqrt{2} \cos 2\pi ft (V)$  vào hai đầu đoạn mạch nối tiếp gồm điện trở  $R$ , cuộn cảm thuận  $L$  và tụ điện  $C$  thì điện áp hiệu dụng trên  $R$ , trên  $L$  và trên  $C$  lần lượt là 136 V, 136 V và 34 V. Nếu chỉ tăng tần số của nguồn 2 lần thì điện áp hiệu dụng trên điện trở là

- A. 25 V.      B. 50 V.      C.  $50\sqrt{2}$  V.      D. 80 V.

### Hướng dẫn

$$* U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2} = \sqrt{136^2 + (136 - 34)^2} = 170(V) \begin{cases} U_L = U_R \Rightarrow Z_L = R \\ U_C = \frac{U_R}{4} \Rightarrow Z_C = \frac{R}{4} \end{cases}$$

$$* f' = 2f \Rightarrow \begin{cases} Z'_L = 2Z_L = 2R \Rightarrow U'_L = 2U'_R \\ Z'_C = \frac{Z_C}{2} = \frac{R}{8} \Rightarrow U'_C = \frac{U'_R}{8} \end{cases} \text{ thay vào } U^2 = U'^2_R + (U'_L - U'_C)^2 \text{ được}$$

$$170^2 = U'^2_R + \frac{225U'^2_R}{64} \Rightarrow U'_R = 80(V) \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Ví dụ 2:** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U\sqrt{2} \cos 2\pi ft (V)$  vào hai đầu đoạn mạch nối tiếp gồm điện trở  $R$ , cuộn cảm thuận  $L$  và tụ điện  $C$  thì điện áp hiệu dụng trên  $R$ , trên  $L$  và trên  $C$  lần lượt là 120 V, 180 V và 20 V. Nếu chỉ giảm tần số của nguồn 2 lần thì điện áp hiệu dụng trên tụ **gắn giá trị** nào nhất sau đây?

- A. 25 V.      B. 50 V.      C. 65 V.      D. 40 V.

### Hướng dẫn

$$* U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2} = \sqrt{120^2 + (180 - 20)^2} = 200(V) \begin{cases} U_L = 1,5U_R \Rightarrow Z_L = 1,5R \\ U_C = \frac{U_R}{6} \Rightarrow Z_C = \frac{R}{6} \end{cases}$$

$$* f' = \frac{f}{2} \Rightarrow \begin{cases} Z'_L = \frac{Z_L}{2} = 0,75R \Rightarrow U'_L = 0,75U'_R \\ Z'_C = 2Z_C = \frac{R}{3} \Rightarrow U'_C = \frac{U'_R}{3} \end{cases} \text{ thay vào } U^2 = U'^2_R + (U'_L - U'_C)^2 \text{ được}$$

$$200^2 = U'^2_R + \frac{25}{144} U'^2_R \Rightarrow U'_R = \frac{2400}{13}(V) \Rightarrow U'_C = \frac{800}{13} \approx 61,5(V) \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

## BÀI TẬP VẬN DỤNG

**Câu 1.** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2} \cos 2\pi ft$  (U không đổi và f thay đổi được) vào hai đầu đoạn mạch RC nối tiếp. Lần lượt cho  $f = f_1 = 20$  Hz,  $f = f_2 = 40$  Hz và  $f = f_3 = 60$  Hz thì công suất mạch tiêu thụ lần lượt là 20 W, 32 W và P. Tính P.

- A. 48 W.      B. 44 W.      C. 36 W.      D. 64 W.

**Câu 2.** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2} \cos 2\pi ft$  (U không đổi và f thay đổi được) vào hai đầu đoạn mạch RC nối tiếp. Lần lượt cho  $f = f_1$ ,  $f = f_2 = 2f_1$  và  $f = f_3 = 5f_1$  thì công suất mạch tiêu thụ lần lượt là 88 W, 44 W và P. Tính P.

- A. 9,8 W.      B. 14,7 W.      C. 24 W.      D. 48 W.

**Câu 3.** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2} \cos 2\pi ft$  (U tỉ lệ với f và f thay đổi được) vào hai đầu đoạn mạch RC nối tiếp. Lần lượt cho  $f = f_1 = 20$  Hz,  $f = f_2 = 40$  Hz và  $f = f_3 = 60$  Hz thì công suất mạch tiêu thụ lần lượt là 20 W, 96 W và P. Tính P.

- A. 48 W.      B. 44 W.      C. 36 W.      D. 224 W.

**Câu 4.** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2} \cos 2\pi ft$  (U không đổi và f thay đổi được) vào hai đầu đoạn mạch RLC nối tiếp. Khi  $f = f_1$  hoặc  $f = 4f_1$  thì mạch tiêu thụ cùng công suất bằng 80% công suất cực đại mà mạch có thể tiêu thụ. Khi  $f = 3f_1$  thì hệ số công suất của mạch là

- A. 0,87.      B. 0,94.      C. 0,96.      D. 12/13.

**Câu 5.** Đặt điện áp  $u = 300\sqrt{2} \cos \omega t$  (V), có  $\omega$  thay đổi được vào hai đầu đ m AB nối tiếp theo thứ tự gồm: điện trở  $R = 200 \Omega$ , cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L$  thay đổi được và tụ điện có điện dung  $10^{-4}/\pi$  (F). Cố định  $L = 25/(36\pi)$  H, thay đổi  $\omega = \omega_0$  thì  $I = 0,5$  A. Cố định  $\omega = \omega_0$ , thay đổi  $L$  thì giá trị cực đại của  $U_{L_{max}}$  **gần nhất** với giá trị nào sau đây?

- A. 200 V.      B. 325 V.      C. 150 V.      D. 123 V.

**Câu 6.** Đặt điện áp  $u = 100\sqrt{2} \cos \omega t$  (V), có  $\omega$  thay đổi được vào hai đầu đ m AB nối tiếp theo thứ tự gồm: cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L = 1/(6\pi)$  H, tụ điện có điện dung  $C$  thay đổi được và điện trở  $R = 20\sqrt{3} \Omega$ . Cố định  $C = 5/(12\pi)$  mF, thay đổi  $\omega$  đến giá trị  $\omega_0$  thì  $U_{C_{min}}$ . Cố định  $\omega = \omega_0$ , thay đổi  $C$  để  $U_{C_{max}}$  thì lúc này, so với u, dòng điện sớm hay trễ bao nhiêu?

- A. trễ pha  $\pi/6$ .      B. trễ pha  $\pi/3$ .      C. sớm pha  $\pi/6$ .      D. sớm pha  $\pi/3$ .

**Câu 7.** Cho đoạn mạch điện gồm điện trở thuần  $R$ , cuộn cảm thuần và tụ điện có điện dung  $C$  thay đổi được mắc nối tiếp. Biết  $R = 60 \Omega$ , điện áp xoay chiều giữa hai đầu đoạn mạch luôn ổn định. Cho  $C$  thay đổi, khi  $C = C_1 = 10^{-3}/(2\pi) F$  hoặc  $C = C_2 = 10^{-3}/(14\pi) F$  thì công suất tiêu thụ của đoạn mạch đều như nhau. Biết cường độ dòng điện qua mạch khi  $C = C_1$  là

$i_1 = 3\sqrt{3} \cos(100\pi t + \pi/3)$  (A). Khi  $C = C_3$  thì hệ số công suất của đoạn mạch có giá trị lớn nhất.

Lúc này, cường độ dòng điện qua mạch có biểu thức

A.  $i_3 = 3\sqrt{6} \cos(100\pi t + 7\pi/12)$  (A).

B.  $i_3 = 3\sqrt{6} \cos(100\pi t - 7\pi/12)$  (A).

C.  $i_3 = 6 \cos(100\pi t + 5\pi/12)$  (A).

D.  $i_3 = 3\sqrt{2} \cos(100\pi t + 7\pi/12)$  (A).

**Câu 8.** Cho mạch RLC mắc nối tiếp, cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm  $L$  thay đổi được. Điện áp hai đầu mạch có  $u = 200\sqrt{3} \cos(100\pi t + \pi/3)$  V. Khi  $L = L_1 = 1/\pi$  (H) hoặc  $L = L_2 = 3/\pi$  (H) thì dòng điện hiệu dụng đều bằng  $\sqrt{3}$  A. Điều chỉnh  $L$  để điện áp hiệu dụng trên đoạn RL cực đại. Tìm giá trị cực đại đó.

A. 150 V.

B. 591 V.

C.  $20\sqrt{30}$  V.

D.  $20\sqrt{15}$  V.

**Câu 9.** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2} \cos 2\pi ft$  ( $f$  thay đổi được,  $U$  tỉ lệ thuận với  $f$ ) vào hai đầu đoạn mạch AB gồm đoạn mạch AM mắc nối tiếp với đoạn mạch MB. Đoạn mạch AM gồm điện trở thuần  $R$  mắc nối tiếp với tụ điện có điện dung  $C$ , đoạn mạch MB chỉ có cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L$ . Biết  $2L > R^2C$ . Khi  $f = 60$  Hz hoặc  $f = 90$  Hz thì cường độ dòng điện hiệu dụng trong mạch có cùng giá trị. Khi  $f = 30$  Hz hoặc  $f = 120$  Hz thì điện áp hiệu dụng hai đầu tụ điện có cùng giá trị. Khi  $f = f_1$  thì điện áp ở hai đầu đoạn mạch MB lệch pha một góc  $150^\circ$  so với điện áp ở hai đầu đoạn mạch AM. Giá trị của  $f_1$  **gần nhất giá trị nào sau đây?**

A. 60 Hz.

B. 80 Hz.

C. 50 Hz.

D. 120 Hz.

**Câu 10.** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2} \cos 2\pi ft$  ( $f$  thay đổi được,  $U$  tỉ lệ thuận với  $f$ ) vào hai đầu đoạn mạch AB gồm đoạn mạch AM mắc nối tiếp với đoạn mạch MB. Đoạn mạch AM gồm điện trở thuần  $R$  mắc nối tiếp với tụ điện có điện dung  $C$ , đoạn mạch MB chỉ có cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L$ . Biết  $2L > R^2C$ . Cường độ dòng điện hiệu dụng trong mạch khi  $f = 60$  Hz gấp  $2\sqrt{2}$  lần khi  $f = 90$  Hz. Khi  $f = 30$  Hz hoặc  $f = 120$  Hz thì điện áp hiệu dụng hai đầu tụ điện có cùng giá trị. Khi  $f = f_1$  thì điện áp ở hai đầu đoạn mạch MB lệch pha một góc  $120^\circ$  so với điện áp ở hai đầu đoạn mạch AM. Giá trị của  $f_1$  **gần nhất giá trị nào sau đây?**

A. 600 Hz.

B. 180 Hz.

C. 500 Hz.

D. 120 Hz.

**Câu 11.** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2} \cos 2\pi ft$  (trong đó  $U$  không đổi,  $f$  thay đổi được) vào hai đầu đoạn mạch gồm  $R$  và  $C$  mắc nối tiếp. Khi tần số là  $f_1$  hoặc  $f_2 = 3f_1$  thì hệ số công suất tương ứng của đoạn mạch là  $\cos\varphi_1$  và  $\cos\varphi_2$  với  $\cos\varphi_2 = \sqrt{2} \cos\varphi_1$ . Khi tần số là  $f_3 = f_1 / \sqrt{2}$  hệ số công suất của đoạn mạch bằng

A.  $\sqrt{7}/4$ .

B.  $\sqrt{7}/5$ .

C.  $\sqrt{5}/4$ .

D.  $\sqrt{5}/5$ .

**Câu 12.** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2} \cos 2\pi ft$  (trong đó  $U$  không đổi,  $f$  thay đổi được) vào hai đầu đoạn mạch gồm  $R$  và  $C$  mắc nối tiếp. Khi tần số là  $f_1$  hoặc  $f_2 = 3f_1$  thì cường độ hiệu dụng qua mạch

tương ứng là  $I_1 = \sqrt{191}$  A và  $I_2 = 4\sqrt{191}$  A. Khi tần số là  $f_3 = f_1 / \sqrt{2}$  cường độ hiệu dụng trong mạch bằng

- A. 3 A.      B. 5 A.      C. 4 A.      D. 8 A.

**Câu 13.** Cho mạch điện xoay chiều RLC mắc nối tiếp, cuộn dây thuần cảm. Biết  $L = CR^2$ . Đặt vào hai đầu đoạn mạch điện áp xoay chiều ổn định, mạch tiêu thụ cùng công suất  $P_0$  với hai giá trị của tần số  $f_1$  và  $f_2$ . Khi tần số  $f_3$  thì điện áp hiệu dụng trên tụ cực đại và lúc này mạch tiêu thụ công suất  $P$ . Nếu  $f_1 + f_2 = f_3\sqrt{12}$  thì tỉ số  $P/P_0$  gần nhất với giá trị nào sau đây ?

- A. 0,82.      B. 0,57.      C. 1,15.      D. 2,2.

**Câu 14.** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2}\cos 2\pi ft$  (V) với  $f$  thay đổi được vào đoạn mạch AB nối tiếp theo thứ tự gồm đoạn AM chứa cuộn cảm thuần L, đoạn MN chứa điện trở thuần R và đoạn NB chứa tụ điện C. Biết  $R^2C = 1,5L$  và  $R = 81\Omega$ . Khi  $f = f_1$  thì mạch tiêu thụ công suất  $P_1 = 100$  W và hệ số công suất của mạch lúc này bằng 1. Khi  $f = f_2$  thì  $U_{MB}$  đạt cực đại và mạch AB tiêu thụ công suất  $P_2$ . Giá trị của  $P_2$  là ?

- A. 88W.      B. 89W.      C. 90W.      D. 94W.

**Câu 15.** Mạch điện xoay chiều mắc nối tiếp gồm biến trở R, cuộn dây thuần cảm L, và tụ điện C. Điện áp hiệu dụng hai đầu đoạn mạch là  $U = 100V$ . Điều chỉnh  $R = R_1 = 90\Omega$  thì công suất tiêu thụ của mạch là  $P_1 = 40W$  đồng thời điện áp và dòng điện lệch pha nhau là  $\varphi_1$ . Điều chỉnh  $R = R_2 = 160\Omega$  thì công suất tiêu thụ là  $P_2$  và góc lệch pha giữa điện áp và dòng điện là  $\varphi_2$ . Nếu  $\sqrt{25\cos\varphi_1} + \sqrt{18,75\cos\varphi_2} = \sqrt{60}$  thì  $P_2$  bằng bao nhiêu ?

- A. 90W.      B. 60 W      C. 40W.      D. 120W.

**Câu 16.** Cho đoạn mạch điện AB gồm 2 đoạn mạch AM và MB mắc nối tiếp nhau. Đoạn AM gồm một điện trở thuần  $R_1$  mắc nối tiếp với tụ điện có điện dung C, đoạn mạch MB gồm một điện trở  $R_2$  mắc nối tiếp với một cuộn cảm thuần có độ tự cảm L. Đặt điện áp xoay chiều có tần số thỏa mãn  $4\pi^2.f^2.LC = 1$  và có giá trị hiệu dụng không đổi vào đoạn mạch AB. Khi đó đoạn mạch AB tiêu thụ công suất  $P_1$ . Nếu nối tắt hai đầu cuộn cảm thì điện áp hai đầu đoạn mạch AM và MB có cùng giá trị hiệu dụng nhưng lệch pha nhau  $\pi/3$ , công suất tiêu thụ của đoạn mạch AB trong trường hợp này là 120W. Giá trị của  $P_1$  là ?

- A. 320W.      B. 240W.      C. 200W.      D. 160W.

**Câu 17.** Đặt điện áp  $u = U_0 \cos(\omega t)$  vào hai đầu đoạn mạch RLC nối tiếp, có cuộn dây thuần cảm, tần số góc thay đổi có giá trị  $\omega_1$  và  $4\omega_1$  thì thấy dòng điện trong mạch có cùng giá trị hiệu dụng và pha của nó trong hai trường hợp sai lệch nhau  $90^\circ$ . Tỉ số  $R/Z_L$  trong trường hợp  $\omega = \omega_1$  là ?

- A. 1/3.      B. 2.      C. 3.      D. 1/2.

**Câu 18.** Cho mạch điện xoay chiều RLC nối tiếp, cuộn dây thuần cảm. Các giá trị R, L và C thỏa mãn điều kiện  $L = k^2CR^2$ . Đặt vào hai đầu đoạn mạch điện áp xoay chiều ổn định có tần số của dòng

điện thay đổi được. Khi tần số góc của dòng điện là  $\omega_1$  hoặc  $4\omega_1$  thì mạch điện có cùng hệ số công suất bằng 0,8. Giá trị của k là ?

A. 4.

B. 0,25.

C. 2.

D. 0,5.

**Câu 19.** Cho mạch điện xoay chiều RLC nối tiếp, cuộn dây thuần cảm. Các giá trị R, L và C thỏa mãn điều kiện  $R^2 = L/C$ . Đặt vào hai đầu đoạn mạch điện áp xoay chiều ổn định có tần số của dòng điện thay đổi được. Khi tần số góc của dòng điện là  $\omega_1$  hoặc  $4\omega_1$  thì mạch điện có cùng hệ số công suất. Hệ số công suất bằng ?

A. 0,832.

B. 0,866.

C. 0,732.

D. 0,555.

**Câu 20.** Cho mạch điện xoay chiều RLC nối tiếp, cuộn dây thuần cảm. Các giá trị R, L và C thỏa mãn điều kiện  $3CR^2 = 2L$ . Đặt vào hai đầu đoạn mạch điện áp xoay chiều ổn định có tần số của dòng điện thay đổi được. Khi tần số góc của dòng điện là  $\omega_1$  hoặc  $\omega_2 = 2\omega_1$  thì mạch điện có cùng hệ số công suất. Hệ số công suất bằng ?

A. 0,894.

B. 0,867.

C. 0,7071.

D. 0,500.

**Câu 21.** Cho mạch điện xoay chiều RLC nối tiếp, cuộn dây thuần cảm. Các giá trị R, L và C thỏa mãn điều kiện  $CR^2 = 2L$ . Đặt vào hai đầu đoạn mạch điện áp xoay chiều ổn định có tần số của dòng điện thay đổi được. Khi tần số góc của dòng điện là  $\omega_1 = 50\pi$  (rad/s) hoặc  $\omega_2 = 2\omega_1$  thì mạch điện có cùng hệ số công suất. Hệ số công suất bằng ?

A. 0,832.

B. 0,866.

C. 0,732.

D. 0,756.

**Câu 22.** Đặt điện áp xoay chiều có chu kỳ T thay đổi được vào hai đầu đoạn mạch RLC mắc nối tiếp. Khi T thay đổi thì cường độ dòng điện hiệu dụng trong mạch đạt giá trị lớn nhất là  $I_{max}$  và hai giá trị  $T_1$  và  $T_2$  thì cường độ hiệu dụng trong mạch đạt giá trị đều bằng  $I_{max}/3$ . Biết  $T_2 - T_1 = 0,015s$  và điện dung của tụ điện  $C = 0,1/\pi$  mF. Điện trở thuần của mạch gần nhất giá trị nào sau đây ?

A.  $30 \Omega$ .

B.  $60 \Omega$

C.  $120\Omega$

D.  $100\Omega$

**Câu 23.** Mạch điện RLC nối tiếp (cuộn dây thuần cảm). Đặt vào hai đầu đoạn mạch một điện áp xoay chiều  $u = U\sqrt{2} \cos(\omega t)V$ , trong đó  $\omega$  thay đổi được. Cho  $\omega$  thay đổi từ 0 đến  $\infty$  thì điện áp hiệu dụng trên các phần tử đạt cực đại theo thứ tự là ?

A. R rồi đến L rồi đến C.

B. R rồi đến C rồi đến L.

C. C rồi đến R rồi đến L.

D. L rồi đến R rồi đến C.

**Câu 24.** Đặt điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng và tần số không thay đổi vào hai đầu mạch AB mắc nối tiếp gồm đoạn AM chứa cuộn cảm thuần có độ tự cảm L thay đổi được và đoạn MB chứa mắc nối tiếp với tụ điện C có  $Z_C = 3R$ . Lần lượt cho  $L = L_1$  và  $L = L_2 = 5L_1$  thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu đoạn mạch MB lần lượt là  $U_1$  và  $U_2 = 5U_1 / \sqrt{96}$ . Hệ số công suất của đoạn mạch AB khi  $L = L_2$  là ?

A. 0,36.

B. 0,52.

C. 0,26.

D. 0,54.

**Câu 25.** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2} \cos \omega t$  (V) vào hai đầu đoạn mạch nối tiếp AB, gồm hai đoạn mạch AM và MB. Đoạn AM chứa điện trở R và tụ điện C, đoạn MB chứa cuộn dây có độ tự cảm L, có điện trở thuần r ( $r = 2R$ ). Biết  $u_{AM}$  luôn vuông pha với  $u_{MB}$ . Khi điều chỉnh  $\omega = \omega_1$  và  $\omega = \omega_2 = 0,5\omega_1$  thì hệ số công suất của mạch như nhau. Tính hệ số công suất đó.

- A.  $2\sqrt{2}/3$ .      B.  $3/\sqrt{11}$ .      C.  $3/\sqrt{10}$ .      D.  $\sqrt{6}/3$ .

**Câu 26.** Đặt điện áp  $u = 100\sqrt{2} \cos 100\pi t$  (V) vào hai đầu đoạn mạch nối tiếp AB theo thứ tự gồm biến trở R, cuộn cảm thuần L và tụ điện C. Khi  $R = R_1 = 50 \Omega$  thì công suất mạch tiêu thụ là  $P_1 = 40$  W và độ lệch pha của u và i là  $\varphi_1$ . Khi  $R = R_2 = 25 \Omega$  thì công suất mạch tiêu thụ là  $P_2$  và độ lệch pha của u và i là  $\varphi_2$ . Nếu  $\cos\varphi_1 + \cos\varphi_2 = 1,4$  thì  $P_2$  bằng

- A. 120 W.      B. 60 W.      C. 80 W.      D. 40 W.

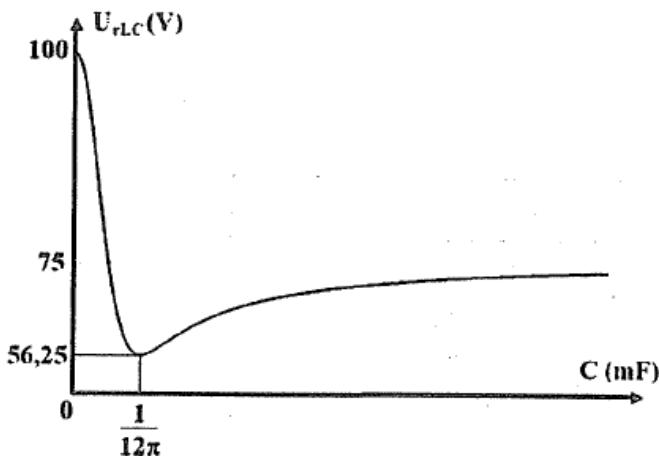
**Câu 27.** Đặt điện áp  $u = 100\sqrt{2} \cos 100\pi t$  (V) vào hai đầu đoạn mạch nối tiếp AB theo thứ tự gồm biến trở R, cuộn cảm thuần L và tụ điện C. Khi  $R = R_1 = 90 \Omega$  thì công suất mạch tiêu thụ là  $P_1 = 60$  W và độ lệch pha của u và i là  $\varphi_1$ . Khi  $R = R_2 = 120 \Omega$  thì công suất mạch tiêu thụ là  $P_2$  và độ lệch pha của u và i là  $\varphi_2$ . Nếu  $\cos\varphi_1 + \cos\varphi_2 = 0,75$  thì  $P_2$  bằng

- A. 120 W.      B. 60 W.      C. 180 W.      D. 240 W.

**Câu 28.** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2} \cos 100\pi t$  (V) (U không đổi) vào hai đầu đoạn mạch nối tiếp AB theo thứ tự gồm cuộn cảm thuần có độ tự cảm L thay đổi được, điện trở thuần R và tụ điện có điện dung C. Điều chỉnh L để u và i lệch pha nhau  $45^\circ$  thì mạch tiêu thụ công suất 50 W. Điều chỉnh L để u và i cùng pha thì mạch tiêu thụ công suất

- A. 200 W.      B.  $50\sqrt{2}$  W.      C. 100 W.      D. 120 W.

**Câu 29.** Cho mạch điện RLC không phân nhánh, cuộn dây có điện trở r. Đặt vào hai đầu mạch một điện áp xoay chiều có tần số 50 Hz. Cho C thay đổi người ta thua được đồ thị liên hệ giữa điện áp hai đầu phần mạch chứa cuộn dây và tụ điện như hình vẽ. Điện trở thuần của cuộn dây bao nhiêu?



- A.  $50 \Omega$ .      B.  $70 \Omega$ .      C.  $90 \Omega$ .      D.  $56 \Omega$ .

**Câu 30.** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U\sqrt{2} \cos \omega t$  (V) (U và  $\omega$  không đổi) vào đoạn mạch AB nối tiếp theo thứ tự gồm đoạn AM chứa điện trở thuần R nối tiếp cuộn cảm thuần có cảm kháng  $Z_L = 6R$  và đoạn MB chứa tụ điện có điện dung C thay đổi được. Điều chỉnh  $C = C_0$  thì mạch tiêu thụ công suất cực đại; sau đó mắc thêm tụ  $C_1$  vào mạch MB thì công suất tiêu thụ giảm 5 lần; sau đó tiếp tục mắc thêm tụ  $C_2$  thì công suất tăng lên 5 lần. Giá trị  $C_2$  bằng

- A.  $C_0/3$  hoặc  $3C_0$ .      B.  $C_0/3$  hoặc  $2C_0$ .      C.  $C_0/4$  hoặc  $3C_0$ .      D.  $C_0/4$  hoặc  $3C_0$ .

## HƯỚNG DẪN GIẢN

### Câu 1.

$$\text{Công suất mạch tiêu thụ: } P = I^2 R = \frac{U^2 R}{R^2 + Z_C^2}$$

Bảng chuẩn hóa số liệu

f	U	R	$Z_C$	P
$f_1$	1	1	x	$P_1 = \frac{1^2 \cdot 1}{1^2 + x^2}$
$2f_2$	1	1	$x/2$	$P_2 = \frac{1^2 \cdot 1}{1^2 + x^2 / 4}$
$3f_3$	1	1	$x/3$	$P_3 = \frac{1^2 \cdot 1}{1^2 + x^2 / 9}$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{P_2}{P_1} = \frac{1+x^2}{1+x^2/4} = \frac{32}{20} \Rightarrow x=1 \\ \frac{P_3}{P_1} = \frac{1+x^2}{1+x^2/9} = \frac{1+1^2}{1+1^2/9} = 1,8 \Rightarrow P_3 = 1,8P_1 = 36(W) \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

### Câu 2.

$$\text{Công suất mạch tiêu thụ: } P = I^2 R = \frac{U^2 R}{R^2 + Z_L^2}$$

Bảng chuẩn hóa số liệu

f	U	R	$Z_L$	P
$f_1$	1	1	x	$P_1 = \frac{1^2 \cdot 1}{1^2 + x^2}$

2f <sub>2</sub>	1	1	2x	$P_2 = \frac{1^2 \cdot 1}{1^2 + 4x^2}$
5f <sub>3</sub>	1	1	5x	$P_3 = \frac{1^2 \cdot 1}{1^2 + 25x^2}$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{P_2}{P_1} = \frac{1+x^2}{1+4x^2} = \frac{44}{88} \Rightarrow x^2 = 0,5 \\ \frac{P_3}{P_1} = \frac{1+x^2}{1+25x^2} = \frac{1+0,5}{1+25 \cdot 0,5^2} = \frac{1}{9} \Rightarrow P_3 = \frac{1}{9} P_1 \approx 9,8(W) \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

### Câu 3.

Công suất mạch tiêu thụ:  $P = I^2 R = \frac{U^2 R}{R^2 + Z_C^2}$

Bảng chuẩn hóa số liệu

f	U	R	Z <sub>C</sub>	P
f <sub>1</sub>	1	1	x	$P_1 = \frac{1^2 \cdot 1}{1^2 + x^2}$
2f <sub>2</sub>	1	1	x/2	$P_2 = \frac{1^2 \cdot 1}{1^2 + x^2 / 4}$
3f <sub>3</sub>	1	1	x/3	$P_3 = \frac{1^2 \cdot 1}{1^2 + x^2 / 9}$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{P_2}{P_1} = \frac{4(1+x^2)}{1+x^2/4} = \frac{96}{20} \Rightarrow x^2 = \frac{2}{7} \\ \frac{P_3}{P_1} = \frac{9(1+x^2)}{1+x^2/9} = \frac{9\left(1+\frac{2}{7}\right)}{1+\frac{2}{7}\frac{1}{9}} = \frac{729}{65} \Rightarrow P_3 = \frac{729}{65} P_1 = 224(W) \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn D}$$

### Câu 4.

Bảng chuẩn hóa số liệu

f	Z <sub>L</sub>	Z <sub>C</sub>	P
f <sub>1</sub>	1	x	$Z_1 = \sqrt{R^2 + (1-x)^2}$

4f <sub>2</sub>	4	x/4	$Z_2 = \sqrt{R^2 + (4 - x/4)^2}$
3f <sub>3</sub>	3	x/3	$\cos\varphi_3 = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (3 - x/3)^2}}$

$$\text{Vì } P_1 = P_2 = 0,8P_{\max} \text{ nên } I_1 = I_2 = \sqrt{0,8}I_{\max} \Leftrightarrow Z_1 = Z_2 = \frac{R}{0,8}$$

$$\sqrt{R^2 + (1-x)^2} = \sqrt{R^2 + \left(4 - \frac{x}{4}\right)^2} = \frac{R}{\sqrt{0,8}} \Rightarrow \begin{cases} x=4 \\ x=6 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \cos\varphi_3 = \frac{6}{\sqrt{6^2 + (3-4/3)^2}} = \frac{8}{\sqrt{73}} \approx 0,96 \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

### Câu 5.

\*Có định R = 200 Ω, thay đổi ω:

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{100}{\sqrt{200^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} = 0,5 \Rightarrow \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} \Rightarrow \omega_0 = 120\pi \text{ (rad/s)}$$

$$\Rightarrow Z_c = \frac{1}{120\pi \cdot C} = \frac{250}{3} \Omega$$

$$* \text{Có định } \omega = 120\pi \text{ rad/s, thay đổi L thì } U_{L\max} = U \frac{\sqrt{R^2 + Z_c^2}}{R}$$

$$\Rightarrow U_{L\max} = 300 \frac{\sqrt{200^2 + (250/3)^2}}{200} = 325(V) \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

### Câu 6.

\*Có định C = 5/(12π) mF, thay đổi ω:

$$U_{LC} = IZ_{LC} = \frac{U \left| \omega L - \frac{1}{\omega C} \right|}{\sqrt{R^2 + \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}} = \min = 0 \Leftrightarrow \omega L = \frac{1}{\omega C}$$

$$\Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 120\pi \text{ (rad/s)} \Rightarrow Z_L = \omega_0 L = 20(\Omega)$$

\*Côđịnh  $\omega = \omega_0$ , thay đổi C thì  $U_{C\max} = \frac{U}{\cos\varphi_R} \Leftrightarrow \tan\varphi_R \tan\varphi = -1$

$$\Rightarrow \frac{Z_L}{R} \tan\varphi = -1 \Rightarrow \frac{20}{20\sqrt{3}} \tan\varphi = -1 \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{3} \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

### Câu 7.

Tính:  $Z_{C1} = 1/\omega C_1 = 20\Omega$ ;  $Z_{C2} = 1/\omega C_2 = 140\Omega$ .

Vì  $P_1 = P_2$  nên  $Z_1 = Z_2$  suy ra:  $Z_L = (Z_{C1} + Z_{C2})/2 = 80\Omega$ .

\*Khi  $C = C_1$  thì  $\begin{cases} \tan\varphi_1 = \frac{Z_L - Z_{C1}}{R} = 1 \Rightarrow \varphi_1 = \frac{\pi}{4} > 0: u \text{ sí m hon } i_1 \text{ lú } \frac{\pi}{4} \\ U_0 = I_{01} \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_{C1})^2} = 180\sqrt{6}(\text{V}) \end{cases}$

$$\Rightarrow u = 180\sqrt{6} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4}\right)(\text{V})$$

\*Khi  $C = C_3$  thì mạch cộng hưởng nên  $i_3 = \frac{U}{R} = 3\sqrt{6} \cos\left(100\pi t + \frac{7\pi}{12}\right)(\text{A})$

$\Rightarrow$  Chọn A.

### Câu 8.

Tổng trở bằng nhau:  $\sqrt{R^2 + (Z_{L1} - Z_C)^2} = \sqrt{R^2 + (Z_{L2} - Z_C)^2} = \frac{U}{I} = 100\sqrt{2}$

$$\Rightarrow \begin{cases} Z_C = \frac{Z_{L1} + Z_{L2}}{2} = 200(\Omega) \\ \sqrt{R^2 + (100 - 200)^2} = 100\sqrt{2} \Rightarrow R = 100(\Omega) \end{cases}$$

Ta có:  $U_{R\max} = \frac{U}{\tan\varphi_0}$  với  $\tan 2\varphi_0 = \frac{2R}{Z_C} \Rightarrow \varphi_0 = 0,5 \arctan \frac{2R}{Z_C}$

$$\Rightarrow U_{R\max} = \frac{U}{\tan\left(0,5 \arctan \frac{2R}{Z_C}\right)} = \frac{100\sqrt{6}}{\tan\left(0,5 \arctan \frac{2.100}{200}\right)} \approx 591(\text{V}) \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

### Câu 9.

Bảng chuẩn hóa số liệu

f (Hz)	U	Z <sub>L</sub>	Z <sub>C</sub>	I hoặc U <sub>C</sub> hoặc tanφ
60	1	1	A	$I_1 = \frac{1}{\sqrt{R^2 + (1-a)^2}}$
90	1,5	1,5	2a/3	$I_1 = \frac{1,5}{\sqrt{R^2 + (1,5 - 2a/3)^2}}$
30	0,5	0,5	2a	$U_{C3} = \frac{0,5 \cdot 2a}{\sqrt{R^2 + (0,5 - 2a)^2}}$
120	2	2	0,5a	$U_{C3} = \frac{2 \cdot 0,5a}{\sqrt{R^2 + (2 - 0,5a)^2}}$
f <sub>1</sub>			60a/f <sub>1</sub>	$\tan \varphi_{RC} = \frac{-Z_C}{R} = \frac{-60a/f_1}{R}$

(Áp dụng:  $I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$ ;  $U_C = IZ_C = \frac{UZ_C}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$ )

Vì  $U_{C3} = U_{C4}$  nên

$$\frac{0,5 \cdot 2a}{\sqrt{R^2 + (0,5 - 2a)^2}} = \frac{2 \cdot 0,5a}{\sqrt{R^2 + (2 - 0,5a)^2}} \Rightarrow a = 1$$

Từ  $I_1 = I_2$  suy ra:

$$\frac{1}{\sqrt{R^2 + (1-1)^2}} = \frac{1,5}{\sqrt{R^2 + (1,5 - 2 \cdot 1/3)^2}} \Rightarrow R = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

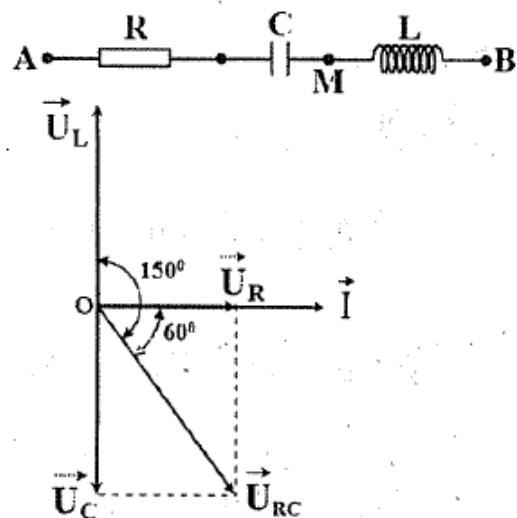
\*Khi  $f = f_1$  thì  $u_L$  sớm pha hơn  $u_{RC}$  là  $150^\circ$  mà  $u_L$  sớm pha hơn i là  $90^\circ$  nên  $u_{RC}$  trễ pha hơn i là  $60^\circ$ , tức là

$$\varphi_{RC} = -60^\circ \text{ hay } \tan \varphi_{RC} = -\sqrt{3} \Rightarrow \frac{-60 \cdot 1/f_1}{\sqrt{5}/3} = -\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow f_1 = 12\sqrt{5} \approx 46,5 \text{ (Hz)} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

### Câu 10.

Bảng chuẩn hóa số liệu



f (Hz)	U	Z <sub>L</sub>	Z <sub>C</sub>	I hoặc U <sub>C</sub> hoặc tanφ
60	1	1	A	$I_1 = \frac{1}{\sqrt{R^2 + (1-a)^2}}$
90	1,5	1,5	2a/3	$I_1 = \frac{1,5}{\sqrt{R^2 + (1,5 - 2a/3)^2}}$
30	0,5	0,5	2a	$U_{C3} = \frac{0,5 \cdot 2a}{\sqrt{R^2 + (0,5 - 2a)^2}}$
120	2	2	0,5a	$U_{C3} = \frac{2 \cdot 0,5a}{\sqrt{R^2 + (2 - 0,5a)^2}}$
f <sub>1</sub>			60a/f <sub>1</sub>	$\tan \varphi_{RC} = \frac{-Z_C}{R} = \frac{-60a/f_1}{R}$

(Áp dụng:  $I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$ ;  $U_C = IZ_C = \frac{UZ_C}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$ )

Vì  $U_{C3} = U_{C4}$  nên  $\frac{0,5 \cdot 2a}{\sqrt{R^2 + (0,5 - 2a)^2}} = \frac{2 \cdot 0,5a}{\sqrt{R^2 + (2 - 0,5a)^2}} \Rightarrow a = 1$

Từ  $I_1 = 2\sqrt{2}$  I<sub>2</sub> suy ra:  $\frac{1}{\sqrt{R^2 + (1-1)^2}} = \frac{2\sqrt{2} \cdot 1,5}{\sqrt{R^2 + (1,5 - 2 \cdot 1/3)^2}} \Rightarrow R = \frac{5}{\sqrt{612}}$

\*Khi f = f<sub>1</sub> thì u<sub>L</sub> sớm pha hơn u<sub>RC</sub> là 120° mà u<sub>L</sub> sớm pha hơn i là 90° nên u<sub>RC</sub> trễ pha hơn i là 30°,

tức là  $\varphi_{RC} = -30^\circ$  hay  $\tan \varphi_{RC} = -1/\sqrt{3} \Rightarrow \frac{-60 \cdot 1/f_1}{5/\sqrt{612}} = -\frac{1}{\sqrt{3}}$

$\Rightarrow f_1 = 514,2$  (Hz)  $\Rightarrow$  Chọn C.

### Câu 11.

Cách 1:

Từ  $\begin{cases} f_2 = 3f_1 \\ f_3 = \frac{f_1}{\sqrt{2}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Z_{C2} = \frac{1}{3}Z_{C1} = \frac{1}{3}a \\ Z_{C3} = \sqrt{2}Z_{C1} = a\sqrt{2} \end{cases}$

Áp dụng công thức:  $\cos \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + Z_C^2}}$  ta có:

$$* \cos\varphi_2 = \sqrt{2} \cos\varphi_1 \Rightarrow \frac{R}{\sqrt{R^2 + Z_{C2}^2}} = \frac{\sqrt{2}R}{\sqrt{R^2 + Z_{C1}^2}} \Rightarrow \frac{R}{\sqrt{R^2 + \frac{a^2}{9}}} = \frac{\sqrt{2}R}{\sqrt{R^2 + a^2}}$$

$$\Rightarrow R = \frac{\sqrt{7}}{3}a$$

$$* \cos\varphi_3 = \frac{R}{\sqrt{R^2 + Z_{C2}^2}} = \frac{\frac{\sqrt{7}}{3}a}{\sqrt{\left(\frac{\sqrt{7}}{3}a\right)^2 + (\sqrt{2}a)^2}} = \frac{\sqrt{7}}{5} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Cách 2:**

Bảng chuẩn hóa số liệu.

	Tần số	Dung kháng
Trường hợp 1	$f_1$	1
Trường hợp 2	$f_2 = 3f_1$	1/3
Trường hợp 3	$f_3 = f_1 / \sqrt{2}$	$\sqrt{2}$

Áp dụng công thức:  $\cos\varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + Z_c^2}}$  ta có hệ:

$$\begin{cases} \cos\varphi_1 = \frac{R}{\sqrt{R^2 + 1^2}} \\ \cos\varphi_2 = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (1/3)^2}} \end{cases} \xrightarrow{\cos\varphi_2 = \sqrt{2}\cos\varphi_1} \frac{R}{\sqrt{R^2 + (1/3)^2}} = \sqrt{2} \frac{R}{\sqrt{R^2 + 1^2}} \Rightarrow R = \frac{\sqrt{7}}{3}$$

$$\Rightarrow \cos\varphi_3 = \frac{\sqrt{7}/3}{\sqrt{\left(\frac{\sqrt{7}}{3}\right)^2 + (\sqrt{2})^2}} = \frac{\sqrt{7}}{5} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Câu 12.**

Bảng chuẩn hóa số liệu.

Tần số	R	U	Z <sub>C</sub>	I

$f_1$	1	1	x	$I_1 = \frac{1}{\sqrt{1^2 + x^2}}$
$f_2 = 3f_1$	1	3	x/3	$I_2 = \frac{3}{\sqrt{1^2 + (x/3)^2}}$
$f_3 = f_1 / \sqrt{2}$	1	$1/\sqrt{2}$	$x\sqrt{2}$	$I_3 = \frac{1/\sqrt{2}}{\sqrt{1^2 + (x\sqrt{2})^2}}$

$$(\text{Áp dụng công thức: } I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + Z_C^2}})$$

$$\text{Theo bài ra: } I_2 = 4I_1 \Rightarrow \frac{3}{\sqrt{R^2 + (1/3)^2}} = 4 \frac{1}{\sqrt{R^2 + 1^2}} \Rightarrow R = \sqrt{\frac{65}{63}}$$

$$\Rightarrow \frac{I_3}{I_1} = \frac{\sqrt{1^2 + x^2}}{\sqrt{2}\sqrt{1^2 + (x\sqrt{2})^2}} = \frac{\sqrt{1 + \frac{65}{63}}}{\sqrt{2}\sqrt{1 + 2 \cdot \frac{65}{63}}} \Rightarrow I_3 = 8(A) \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

### Câu 13.

\*Khi  $\omega$  thay đổi hai giá trị  $\omega_1$  và  $\omega_2$  mà có cùng  $I$ ,  $U_R$ ,  $P$ ,  $\cos\phi$  thì  $Z_2 = Z_1$  hay:

$$\sqrt{R^2 + \left(\omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C}\right)^2} = \sqrt{R^2 + \left(\omega_2 L - \frac{1}{\omega_2 C}\right)^2} \Rightarrow \omega_1 \omega_2 = \frac{1}{LC}$$

$$\text{Kết hợp với điều kiện: } \frac{L}{C} = R^2 \text{ thì ta được: } \begin{cases} L = R\sqrt{\frac{1}{\omega_1 \omega_2}} \\ \frac{1}{C} = R\sqrt{\omega_1 \omega_2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Z_{C1} = \frac{1}{\omega_1 C} = R\sqrt{\frac{\omega_2}{\omega_1}} \\ Z_{L1} = \omega_1 L = R\sqrt{\frac{\omega_1}{\omega_2}} \end{cases}$$

$$\Rightarrow Z_2 = Z_1 = \sqrt{R^2 + (Z_{L1} - Z_{C1})^2} = R\sqrt{1 + \left(\sqrt{\frac{\omega_2}{\omega_1}} - \sqrt{\frac{\omega_1}{\omega_2}}\right)^2}$$

$$\Rightarrow P_2 = P_1 = P_0 = \left(\frac{U}{Z_1}\right)^2 R = \left(\frac{U}{Z_1}\right)^2 \frac{1}{1 + \left(\sqrt{\frac{\omega_2}{\omega_1}} - \sqrt{\frac{\omega_1}{\omega_2}}\right)^2} = \frac{P_{\max}}{\frac{\omega_2}{\omega_1} + \frac{\omega_1}{\omega_2} - 1}$$

\*Khi  $\omega$  thay đổi để  $U_{C\max}$  thì chuẩn hóa:  $Z_L = 1$ ,  $Z_C = n$ ,  $R = \sqrt{2n-2}$

$$\Rightarrow \cos^2 \varphi = \frac{R}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \frac{2}{n+1} \text{ vì } n = \frac{1}{1 - \frac{R^2 C}{2L}} = 2 \text{ nên } \cos^2 \varphi = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow P = P_{\max} \cos^2 \varphi = \frac{2}{3} P_{\max}$$

Mặt khác:

$$2 = n = \frac{\omega_L}{\omega_C} = \frac{\omega_R^2}{\omega_C^2} = \frac{\omega_1 \omega_2}{\omega_3^2} = 12 \cdot \frac{\omega_1 \omega_2}{(\omega_1 + \omega_2)^2} = 12 \cdot \frac{1}{\frac{\omega_2}{\omega_1} + \frac{\omega_1}{\omega_2} + 2} \Rightarrow \frac{\omega_2}{\omega_1} + \frac{\omega_1}{\omega_2} = 4$$

$$\Rightarrow P_2 = P_1 = P_0 = \frac{P_{\max}}{4-1} = P_{\max} \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{P}{P_0} = \frac{2/3}{1/3} = 2 \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

#### Câu 14.

$$* \text{Khi } f = f_1 \text{ thì mạch cộng hưởng nên: } P_1 = \frac{U^2}{R} \Rightarrow U = \sqrt{P_1 R} = \sqrt{100 \cdot 81} = 90(V)$$

$$* \text{Khi } f \text{ thay đổi ta tính: } p = 0,5 + \sqrt{0,25 + 0,5 \frac{R^2 C}{L}} = 0,5 + \sqrt{0,25 + 0,5 \cdot 1,5} = 1,5$$

$$\text{Khi } U_{RC\max} \text{ ta chuẩn hóa số liệu: } \begin{cases} Z_L = 1 \\ Z_C = p = 1,5 \\ R = p\sqrt{2p-2} = 1,5 \end{cases}$$

$$\text{Để tính } P \text{ ta trở về số liệu chính tắc: } \begin{cases} Z_C = R = 81(\Omega) \\ Z_L = \frac{R}{1,5} = 54(\Omega) \end{cases}$$

$$\Rightarrow P = I^2 R = \frac{U^2 R}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \frac{90^2 \cdot 81}{81^2 + (54 - 81)^2} = 90(W) \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

#### Câu 15.

$$\text{Từ công thức: } P = \frac{U^2}{R} \cos^2 \varphi \Rightarrow \cos \varphi = \frac{\sqrt{PR}}{U}$$

$$\xrightarrow{\sqrt{25 \cos \varphi} + \sqrt{18,75 \cos \varphi_2} = \sqrt{60}} \sqrt{25 \frac{\sqrt{P_1 R_1}}{U}} + \sqrt{18,75 \frac{\sqrt{P_2 R_2}}{U}} = \sqrt{60} \Rightarrow P_2 = 40(W)$$

$\Rightarrow$  Chọn C.

### Câu 16.

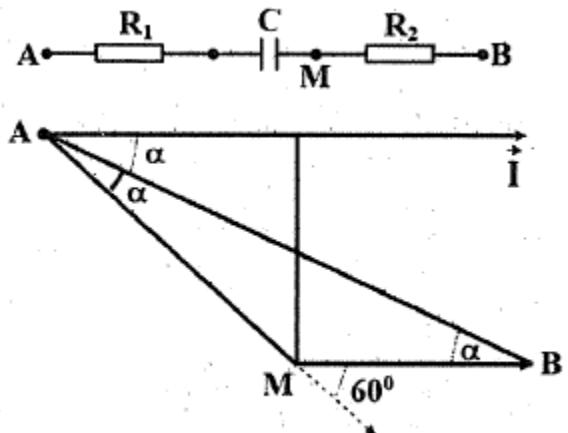
Từ  $4\pi^2 f^2 LC = 1 \Rightarrow$  mạch cộng hưởng  $\Rightarrow \cos\varphi_1 = 1.$

Từ công thức:  $P = \frac{U^2}{R} \cos^2 \varphi$

$$\Rightarrow \frac{P_1}{P_2} = \left( \frac{\cos\varphi_1}{\cos\varphi_2} \right)^2 \Rightarrow P_1 = 120 \left( \frac{1}{\cos\varphi_2} \right)^2$$

Để tìm  $\cos\varphi_2$  ta dùng giản đồ véc tơ. Tam giác AMB cân tại M  $\Rightarrow \alpha = 30^\circ \Rightarrow \varphi_2 = -30^\circ$

$$\Rightarrow P_1 = 120 \left( \frac{1}{\cos(-30^\circ)} \right)^2 = 160(\text{W}) \Rightarrow \text{Chọn D.}$$



### Câu 17.

Vì  $I_1 = I_2$  nên  $Z_1 = Z_2 \Rightarrow \cos\varphi_1 = \cos\varphi_2 \Rightarrow \varphi_2 = -\varphi_1.$  Suy ra, hai dòng lệch pha nhau là  $2\varphi_2.$  Theo bài ra:  $2\varphi_2 = 90^\circ \Rightarrow \varphi_2 = 45^\circ \Rightarrow \varphi_1 = -45^\circ.$

Từ  $Z_1 = Z_2 \Rightarrow Z_{C1} = Z_{L2} = 4Z_{L1}$

Từ  $\tan\varphi_1 = \frac{Z_{L1} - Z_{C1}}{R} \Rightarrow \tan\left(-\frac{\pi}{4}\right) = \frac{Z_{L1} - 4Z_{L1}}{R} \Rightarrow \frac{Z_{L1}}{R} = \frac{1}{3} \Rightarrow \text{Chọn A.}$

### Câu 18.

Áp dụng kết quả đúc: “Khi  $L = kCR^2$  mà  $\omega = \omega_1$  và  $\omega = \omega_2$  có cùng hệ số công suất thì hệ số công suất đó bằng  $\cos\varphi_2 = \cos\varphi_1 = \frac{1}{\sqrt{1+k\left(\sqrt{\frac{\omega_1}{\omega_2}} - \sqrt{\frac{\omega_2}{\omega_1}}\right)^2}}$ ”, ta được

$$0,8 = \frac{1}{\sqrt{1+k\left(\frac{1}{\sqrt{4}} - \sqrt{4}\right)^2}} \Rightarrow k=0,25 \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

### Câu 19.

Cách 1:

Áp dụng kết quả đc: “Khi  $L = kCR^2$  mà  $\omega = \omega_1$  và  $\omega = \omega_2$  có cùng hệ số công suât thì hệ số công suât đó bằng  $\cos\varphi_2 = \cos\varphi_1 = \frac{1}{\sqrt{1+k\left(\sqrt{\frac{\omega_1}{\omega_2}} - \sqrt{\frac{\omega_2}{\omega_1}}\right)^2}}$ ”, ta đc

$$\cos\varphi_2 = \cos\varphi_1 = \frac{1}{\sqrt{1+1\left(\sqrt{\frac{1}{4}} - \sqrt{\frac{4}{1}}\right)^2}} = 0,555 \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Cách 2:**

$$\text{Vì } \cos\varphi_1 = \cos\varphi_2 \text{ nên } Z_1 = Z_2 \text{ hay } \sqrt{R^2 + \left(\omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C}\right)^2} = \sqrt{R^2 + \left(\omega_2 L - \frac{1}{\omega_2 C}\right)^2}$$

$$\Rightarrow \left(\omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C}\right) = -\left(\omega_2 L - \frac{1}{\omega_2 C}\right) \Rightarrow \omega_1 \omega_2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow 4\omega_1 L = \frac{1}{\omega_1 C} \Rightarrow Z_{C1} = 4Z_{L1}$$

$$\text{Mà } R^2 = \frac{L}{C} = \omega_1 L \cdot \frac{1}{\omega_1 C} = Z_{L1} Z_{C1} \text{ nên suy ra: } Z_{L1} = R/2 \text{ và } Z_{C1} = 2R.$$

$$\text{Hệ số công suât: } \cos\varphi_1 = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_{L1} - Z_{C1})^2}} = 0,555 \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Câu 20.**

**Cách 1:**

Áp dụng kết quả đc: “Khi  $L = kCR^2$  mà  $\omega = \omega_1$  và  $\omega = \omega_2$  có cùng hệ số công suât thì hệ số công suât đó bằng  $\cos\varphi_2 = \cos\varphi_1 = \frac{1}{\sqrt{1+k\left(\sqrt{\frac{\omega_1}{\omega_2}} - \sqrt{\frac{\omega_2}{\omega_1}}\right)^2}}$ ”, ta đc

$$\cos\varphi_2 = \cos\varphi_1 = \frac{1}{\sqrt{1+1,5\left(\sqrt{\frac{1}{2}} - \sqrt{\frac{2}{1}}\right)^2}} = 0,756 \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Cách 2:**

$$\text{Vì } \cos\varphi_1 = \cos\varphi_2 \text{ nên } Z_1 = Z_2 \text{ hay } \sqrt{R^2 + \left(\omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C}\right)^2} = \sqrt{R^2 + \left(\omega_2 L - \frac{1}{\omega_2 C}\right)^2}$$

$$\Rightarrow \left(\omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C}\right) = -\left(\omega_2 L - \frac{1}{\omega_2 C}\right) \Rightarrow \omega_1 \omega_2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow 2\omega_1 L = \frac{1}{\omega_1 C} \Rightarrow Z_{C1} = 2Z_{L1}$$

Mà  $R^2 = \frac{2}{3} \frac{L}{C} = \frac{2}{3} \omega_1 L \cdot \frac{1}{\omega_1 C} = \frac{2}{3} Z_{L1} Z_{C1}$  nên suy ra:  $Z_{L1} = \sqrt{3}R/2$  và  $Z_{C1} = \sqrt{3}R$ .

$$\Rightarrow \cos \varphi_1 = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_{L1} - Z_{C1})^2}} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{R\sqrt{3}}{2} - R\sqrt{3}\right)^2}} = 0,756 \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

### Câu 21

**Cách 1:**

Áp dụng kết quả đc: “Khi  $L = kCR^2$  mà  $\omega = \omega_1$  và  $\omega = \omega_2$  có cùng hệ số công suất thì hệ số công suất đó bằng  $\cos \varphi_2 = \cos \varphi_1 = \frac{1}{\sqrt{1 + k\left(\sqrt{\frac{\omega_1}{\omega_2}} - \sqrt{\frac{\omega_2}{\omega_1}}\right)^2}}$ ”, ta đc

$$\cos \varphi_2 = \cos \varphi_1 = \frac{1}{\sqrt{1 + 0,5\left(\sqrt{\frac{1}{2}} - \sqrt{\frac{2}{1}}\right)^2}} = 0,894 \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Cách 2:**

$$\text{Vì } \cos \varphi_1 = \cos \varphi_2 \text{ nên } \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C}\right)^2}} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\omega_2 L - \frac{1}{\omega_2 C}\right)^2}} \Rightarrow \omega_1 \omega_2 = \frac{1}{LC}$$

$$\Rightarrow 2\omega_1 L = \frac{1}{\omega_1 C} \Rightarrow Z_{C1} = 2Z_{L1}$$

Mà  $R^2 = 2\frac{L}{C} = 2\omega_1 L \cdot \frac{1}{\omega_1 C} = 2Z_{L1} Z_{C1}$  nên suy ra:  $Z_{L1} = R/2$  và  $Z_{C1} = R$ .

$$\text{Hệ số công suất } \Rightarrow \cos \varphi_1 = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_{L1} - Z_{C1})^2}} = 0,894 \Rightarrow \text{Chọn A}$$

### Câu 22.

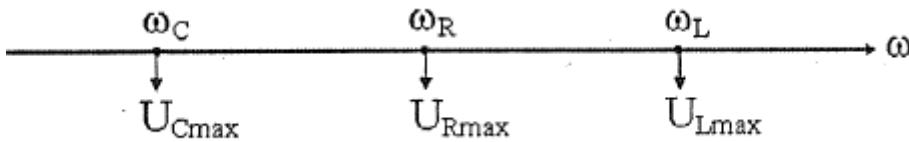
Thay giá trị vào công thức:  $R = \left(\frac{1}{\omega_2} - \frac{1}{\omega_1}\right) \frac{1}{C\sqrt{n^2 - 1}}$

$$R = \frac{(T_2 - T_1)}{2\pi C\sqrt{n^2 - 1}} = \frac{0,015}{2\pi \frac{10^{-4}}{\pi} \sqrt{3^2 - 1}} \approx 26,5(\Omega) \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

### Câu 23.

Khi  $\omega$  thay đổi thì

$$\begin{cases} Z_{C_{\max}} \Leftrightarrow Z_L = Z_r \Leftrightarrow \omega_C L = \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}} < \sqrt{\frac{L}{C}} \Rightarrow \omega_C < \frac{1}{\sqrt{LC}} \\ U_{R_{\max}} (P_{\max}, I_{\max}) \Leftrightarrow Céng h-ëng \Leftrightarrow \omega_R = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow \omega_R^2 = \omega_C \cdot \omega_L \\ U_{L_{\max}} \Leftrightarrow Z_C = Z_r \Leftrightarrow \frac{1}{\omega_L C} = \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}} < \sqrt{\frac{L}{C}} \Rightarrow \omega_L < \frac{1}{\sqrt{LC}} \end{cases}$$



$\Rightarrow$  Chọn C.

#### Câu 24.

Từ  $U_2 = 5U_1 / \sqrt{96}$  suy ra:  $\sqrt{96}I_2 = 5I_1 \Leftrightarrow \sqrt{96}Z_1 = 5Z_2$ .

Chuẩn hóa số liệu:  $R=1$ ,  $Z_C = 3$ ,  $Z_{L1} = x$ ,  $Z_{L2} = 5x$  ta được:

$$\sqrt{96}\sqrt{1^2 + (x-3)^2} = 5\sqrt{1^2 + (5x-3)^2} \Rightarrow 529x^2 - 174x - 710 = 0 \Rightarrow x = 1,3346$$

$$\Rightarrow \cos\varphi_1 = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_{L1} - Z_{C1})^2}} = \frac{1}{\sqrt{1^2 + (5.1,3346 - 3)^2}} = 0,263 \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

#### Câu 25.

Vì  $u_{AM}$  luôn vuông pha với  $u_{BM}$  nên:  $\tan\varphi_{AM} \cdot \tan\varphi_{MB} = -1$

$$\Leftrightarrow \frac{-\frac{1}{\omega C}}{R} \frac{\omega L}{r} = -1 \Rightarrow \frac{L}{C} = R = 2R^2 = Z_{L1}Z_{C1} = Z_{L2}Z_{C2}$$

$$\text{Chuẩn hóa số liệu: } \begin{cases} Z=1; r=2 \\ Z_{L1} = a \Rightarrow Z_{L2} = 0,5a \\ Z_{C1} = 2/a \Rightarrow Z_{C2} = 4/a \end{cases}$$

$$\cos^2\varphi_1 = \cos^2\varphi_2 = \frac{3^2}{3^2 + \left(a - \frac{2}{a}\right)^2} = \frac{3^2}{3^2 + \left(\frac{a}{2} - \frac{4}{a}\right)^2} \Rightarrow a = 2$$

$$\cos\varphi_1 = \cos\varphi_2 = \frac{3}{\sqrt{10}} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

### Câu 26.

Từ công thức:  $P = \frac{U^2}{R} \cos^2 \varphi$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos \varphi_1 = \sqrt{\frac{P_1 R}{U^2}} = \sqrt{\frac{40.90}{100^2}} = 0,6 \xrightarrow{\cos \varphi_1 + \cos \varphi_2 = 1,4} \cos \varphi_2 = 0,8 \\ \frac{P_2}{P_1} = \frac{\frac{U^2}{R_2} \cos^2 \varphi_2}{\frac{U^2}{R_1} \cos^2 \varphi_1} = \frac{R_1 \cos^2 \varphi_2}{R_2 \cos^2 \cos \varphi_1} = \frac{40}{160} \frac{0,8^2}{0,6^2} = \frac{4}{9} \Rightarrow P_2 = \frac{4}{9} P_1 = 40(W) \end{cases}$$

$\Rightarrow$  Chọn D.

### Câu 27.

Từ công thức:  $P = \frac{U^2}{R} \cos^2 \varphi$

$$\cos^2 \varphi_1 = \frac{P_1 R_1}{U^2} = \frac{60.50}{100^2} = 0,3 \xrightarrow{\cos^2 \varphi_1 + \cos^2 \varphi_2 = 0,75} \cos^2 \varphi_2 = 0,45$$

$$\Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{\frac{U^2}{R_2} \cos^2 \varphi_2}{\frac{U^2}{R_1} \cos^2 \varphi_1} = \frac{R_1 \cos^2 \varphi_2}{R_2 \cos^2 \cos \varphi_1} = \frac{50}{25} \frac{0,45}{0,3} = 3 \Rightarrow P_2 = 3P_1 = 180(W)$$

$\Rightarrow$  Chọn C.

### Câu 28.

Từ công thức:  $P = \frac{U^2}{R} \cos^2 \varphi = P_{cong\_huong} \cos^2 \varphi \Rightarrow 50 = P_{cong\_huong} \cos^2 45^\circ$

$\Rightarrow P_{cong\_huong} = 100(W) \Rightarrow$  Chọn A.

### Câu 29.

$$U_{rLC} = I \cdot Z_{rLC} = U \sqrt{\frac{r^2 + (Z_L - Z_C)^2}{(R+r)^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \min \Leftrightarrow Z_L = Z_C = \frac{1}{2\pi fC} = 120(\Omega)$$

$$U_{rLC} = U \cdot \frac{r}{R+r} \Rightarrow 56,25 = 100 \cdot \frac{r}{R+r} \Rightarrow R+r = \frac{16}{9} r$$

$$C=0 \Rightarrow Z_C = \infty \Rightarrow U_{rLC} = U = 100(V)$$

$$C = \infty \Rightarrow Z_C = 0 \Rightarrow U_{RL} = U \sqrt{\frac{r^2 + Z_L^2}{(R+r)^2 + Z_L^2}} \Rightarrow 75 = 100 \sqrt{\frac{r^2 + 120^2}{\frac{16}{9}r^2 + 120^2}} \Rightarrow r = 90(\Omega)$$

$\Rightarrow$  Chọn C.

### Câu 30.

\* Khi  $C = C_0$  mạch cộng hưởng:  $\begin{cases} P_{\max} = \frac{U^2}{R} \\ Z_{C0} = Z_L = 6R \end{cases}$

\* Khi mắc thêm tụ  $C_1$  thì  $P = I^2 R = \frac{U^2 R}{R^2 + (Z_L - Z_{Cb})^2} = \frac{U^2 R}{R^2 + (6R - Z_{Cb})^2}$

$$\xrightarrow{P = \frac{1}{5} P_{\max}} \begin{cases} Z_{Cb} = 8R = \frac{4}{3}Z_{C0} \Rightarrow C_b = \frac{3}{4}C_0 \\ Z_{Cb} = 4R = \frac{2}{3}Z_{C0} \Rightarrow C_b = \frac{3}{2}C_0 \end{cases}$$

♣ Nếu  $C_b = \frac{3}{4}C_0$  thì  $C_b = C_1$  nối tiếp  $C_0$  và  $C = 3C_0$ . Lúc này, muốn mạch trở lại cộng hưởng thì phải mắc thêm tụ  $C_2$  song song với bộ tụ ( $C_1$  *nt*  $C_0$ ) và  $C_2 = C_0 / 4$ .

♣ Nếu  $C_b = \frac{3}{2}C_0$  thì  $C_b = C_1$  song song  $C_0$  và  $C = C_0 / 2$ . Lúc này, muốn mạch trở lại cộng hưởng thì phải mắc thêm tụ  $C_2$  nối tiếp với bộ tụ ( $C_1$  song song  $C_0$ ) và  $C_2 = 3C_0$ .

$\Rightarrow$  Chọn C.

### 3. L, C thay đổi liên quan đến điện áp hiệu dụng.

#### Vấn đề 1: Khi L thay đổi đế $U_{L\max}$

**Cách 1:**  $U_L = IZ_L = \frac{UZ_L}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{UZ_L}{\sqrt{(R^2 + Z_C^2) - 2Z_C Z_L + Z_L^2}}$

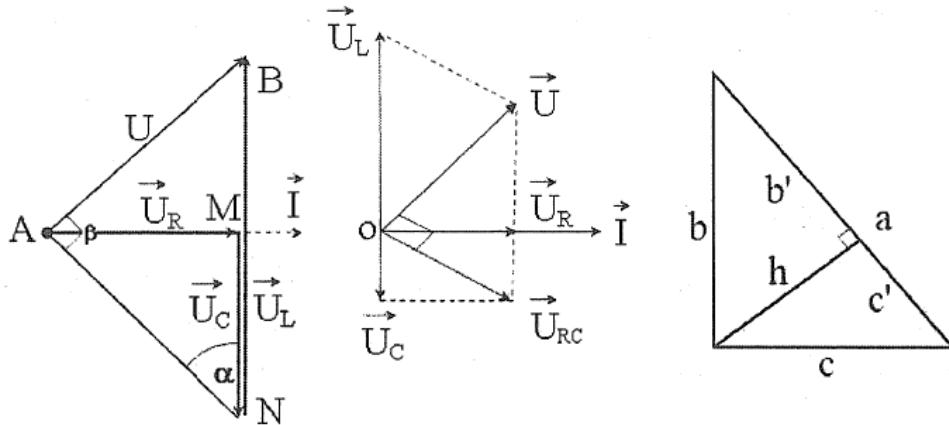
$$U_L = \frac{U}{\sqrt{(R^2 + Z_C^2) \frac{1}{Z_L^2} - 2Z_C \frac{1}{Z_L} + 1}} = \frac{U}{\sqrt{ax^2 + bx + c}} = \max \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow ax^2 + bx + c = \min \Leftrightarrow x = -\frac{b}{2a} \Leftrightarrow \frac{1}{Z_L} = \frac{Z_C}{R^2 + Z_C^2} \Rightarrow Z_L = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C}$$

Thay biểu thức  $Z_L$  vào  $U_L = \frac{UZ_L}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$  tính ra:  $U_{L_{\max}} = \frac{U\sqrt{R^2 + Z_C^2}}{R}$

**Kết quả 1:** Khi L thay đổi  $U_{L_{\max}} = \frac{U\sqrt{R^2 + Z_C^2}}{R} = U\sqrt{1 + \left(\frac{Z_C}{R}\right)^2} \Leftrightarrow Z_L = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C}$

**Cách 2:** Dùng giàn đồ véc tơ



$$\text{Ta có: } \sin \alpha = \frac{AM}{AN} = \frac{Z_{AM}}{Z_{AN}} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + Z_C^2}}$$

Áp dụng định lý hàm số sin cho tam giác ANB:

$$\frac{U_L}{\sin \beta} = \frac{U}{\sin \alpha} \Rightarrow U_L = \frac{U \sin \beta}{\sin \alpha} = \max \Leftrightarrow \beta = 90^\circ \Rightarrow \vec{U} \perp \vec{U}_{RC}$$

$$\text{Khi đó: } \begin{cases} U_{L_{\max}} = \frac{U}{\sin \alpha} = \frac{U\sqrt{R^2 + Z_C^2}}{R} = U\sqrt{1 + \left(\frac{Z_C}{R}\right)^2} = U\sqrt{1 + \tan^2 \varphi_{RC}} = \frac{U}{\cos \varphi_{RC}} \\ \tan \varphi \tan \varphi_{RC} = -1 \Leftrightarrow \frac{Z_L - Z_C}{R} \frac{-Z_C}{R} = -1 \Leftrightarrow Z_L = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C} \end{cases}$$

**Kết quả 2:** Khi L thay đổi  $U_{L_{\max}} = U\sqrt{1 + \tan^2 \varphi_{RC}} = \frac{U}{\cos \varphi_{RC}} \Leftrightarrow \tan \varphi \tan \varphi_{RC} = -1$

**Kết quả 3:** Khi L thay đổi đê  $U_{L_{\max}} \Leftrightarrow \vec{U} \perp \vec{U}_{RC}$

$$\Rightarrow \begin{cases} U_L^2 = U^2 + \underbrace{U_R^2 + U_C^2}_{U_{RC}^2} \Leftrightarrow a^2 = b^2 + c^2 \\ U^2 = U_L(U_L - U_C) \Leftrightarrow b^2 = ab' \quad ; \left(\frac{u}{U\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{u_{RC}}{U_{RC}\sqrt{2}}\right)^2 = 1 \\ \frac{1}{U_R^2} = \frac{1}{U^2} + \frac{1}{U_{RC}^2} \Leftrightarrow \frac{1}{h^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \end{cases}$$

**Cách 3:**

$$\text{Từ công thức: } \tan\varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} \Rightarrow Z_L - Z_C = R\tan\varphi \Rightarrow Z_L = R\tan\varphi + Z_C$$

$$U_L = \frac{UZ_L}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U(R\tan\varphi + Z_C)}{\sqrt{R^2 + R^2\tan^2\varphi}} = \frac{U}{R}(R\sin\varphi + Z_C\cos\varphi)$$

$$U_L = \frac{U}{R}\sqrt{R^2 + Z_C^2} \left( \frac{Z_C}{\sqrt{R^2 + Z_C^2}} \cos\varphi + \frac{R}{\sqrt{R^2 + Z_C^2}} \sin\varphi \right) = \frac{U}{R}\sqrt{R^2 + Z_C^2} \cos(\varphi - \varphi_0) \text{ với } \tan\varphi_0 = \frac{R}{Z_C}.$$

$$\text{Để } U_{L_{\max}} \text{ thì } \varphi = \varphi_0 \text{ khi đó: } U_{L_{\max}} = \frac{U}{R}\sqrt{R^2 + Z_C^2}$$

Với  $L = L_1$  và  $L = L_2$  mà  $U_{L1} = U_{L2}$ , từ đó suy ra:  $\cos(\varphi_1 - \varphi_0) = \cos(\varphi_2 - \varphi_0)$ , hay  $(\varphi_1 - \varphi_0) = -(\varphi_2 - \varphi_0) \Rightarrow \varphi_0 = (\varphi_1 + \varphi_2)/2$  (Đây là một kết quả đặc đáo!).

**Cách 4:** (Cho đến thời điểm này xuất bản chưa có sách nào giải theo cách này!).

$$\text{Tù: } \begin{cases} \tan\varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} \\ \tan\varphi_{RC} = \frac{-Z_C}{R} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Z_L - Z_C = R\tan\varphi \\ Z_C = -R\tan\varphi_{RC} \\ Z_L = R(\tan\varphi - \tan\varphi_{RC}) = R \frac{\sin(\varphi - \varphi_{RC})}{\cos\varphi \cos\varphi_{RC}} \\ Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = R\sqrt{1 + \tan^2\varphi} = \frac{R}{\cos\varphi} \end{cases}$$

$$U_L = IZ_L = \frac{U}{Z}Z_L = \frac{U}{\cos\varphi_{RC}} \sin(\varphi - \varphi_{RC}) = \frac{U}{\cos\varphi_{RC}} \cos\left(\varphi - \varphi_{RC} - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\text{Để } U_{L_{\max}} \text{ thì } \varphi_0 = \pi/2 + \varphi_{RC} \text{ khi đó: } U_{L_{\max}} = \frac{U}{\cos\varphi_{RC}}$$

Với  $L = L_1$  và  $L = L_2$  mà  $U_{L1} = U_{L2}$ , từ đó suy ra:

$$\cos(\varphi_1 - \varphi_{RC} - \pi/2) = \cos(\varphi_2 - \varphi_{RC} - \pi/2), \text{ hay}$$

$$(\varphi_1 - \varphi_{RC} - \pi/2) = -(\varphi_2 - \varphi_{RC} - \pi/2) \Rightarrow (\varphi_1 + \varphi_2) = \pi + 2\varphi_{RC} = 2\varphi_0 \text{ (Đây là một kết quả đặc đáo!).}$$

**Kết quả 4:** Khi L thay đổi:

$$U_L = \frac{U}{\cos\varphi_{RC}} \sin(\varphi - \varphi_{RC}) = \frac{U}{\cos\varphi_{RC}} \cos\left(\varphi - \varphi_{RC} - \frac{\pi}{2}\right) \begin{cases} U_{L_{\max}} \Leftrightarrow \varphi_0 = \frac{\pi}{2} + \varphi_{RC} \\ U_{L1} = U_{L2} \Leftrightarrow \varphi_0 = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} \end{cases}$$

*Chú ý: Khi L thay đổi để  $U_{L_{\max}}$  thì lúc này u sớm pha hơn i là  $\varphi_0 = \pi/2 + \varphi_{RC} > 0$ .*

**Ví dụ 1:** Cho mạch điện nối tiếp gồm cuộn dây thuận cảm có độ tự cảm L thay đổi được, tụ điện có dung kháng  $60 \Omega$  và điện trở thuần  $20 \Omega$ . Điện áp đặt vào hai đầu đoạn mạch

$u = 20\sqrt{5} \cos 100\pi t (V)$ . Khi cảm kháng bằng  $Z_L$  thì điện áp hiệu dụng trên cuộn dây đạt giá trị cực đại  $U_{L_{\max}}$ . Giá trị  $Z_L$  và  $U_{L_{\max}}$  lần lượt là

- A.  $200/3 \Omega$  và  $200 (V)$ .  
 B.  $200/3 \Omega$  và  $100 (V)$ .  
 C.  $200 \Omega$  và  $200 (V)$ .  
 D.  $200 \Omega$  và  $100 (V)$ .

### Hướng dẫn

Trước khi làm bài này, chúng ta phải nhuần nhuyễn phương pháp đã nói trên. Và lúc này không nên lặp lại các bước tuân tự mà nên áp dụng quy trình giải nhanh như sau:

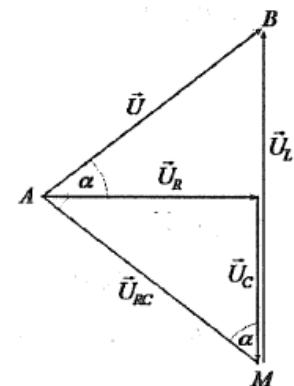
$$U_{L_{\max}} = \frac{U\sqrt{R^2 + Z_C^2}}{R} \Leftrightarrow Z_L = \frac{R^2 + Z_C^2}{R}$$

Thay số vào ta được:  $\begin{cases} U_{L_{\max}} = \frac{10\sqrt{10}\sqrt{20^2 + 60^2}}{20} = 100 (V) \\ Z_L = \frac{20^2 + 60^2}{60} = \frac{200}{3} (\Omega) \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn B.}$

*Chú ý: Với các bài toán chỉ liên quan đến các U ta nên dùng giản đồ véc tơ để tìm nhanh kết quả.*

**Ví dụ 2:** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U\sqrt{2} \cos 100\pi t$  vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm điện trở thuần R, tụ điện có điện dung C và cuộn cảm thuần có độ tự cảm L thay đổi được. Điều chỉnh L để điện áp hiệu dụng ở hai đầu cuộn cảm đạt giá trị cực đại thì lấy giá trị cực đại đó bằng 100 V, điện áp hiệu dụng ở hai đầu tụ điện bằng 36 V và điện áp hiệu dụng trên R là  $U_R$ . Tính U và  $U_R$ .

- A.  $U = 80 V$  và  $U_R = 48 V$ .  
 B.  $U = 136 V$  và  $U_R = 48 V$ .  
 C.  $U = 64 V$  và  $U_R = 48 V$ .  
 D.  $U = 48 V$  và  $U_R = 80 V$ .



### Hướng dẫn

$U_{L_{\max}} \Leftrightarrow \vec{U} \perp \vec{U}_{RC}$ , áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông  $b^2 = a.b'$  và  $h^2 = b'.c'$  ta được:

$$\begin{cases} U^2 = U_L(U_L - U_C) = 100(100 - 36) \Rightarrow U = 80 (V) \\ U_R^2 = U_C(U_{RC} - U_C) = 36(100 - 36) \Rightarrow U_R = 48 (V) \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Ví dụ 3:** Cho mạch điện xoay chiều L, R, C mắc nối tiếp theo thứ tự đó (cuộn cảm thuận có độ tự cảm L thay đổi được). Điều chỉnh L để  $U_{L\max}$  thì  $U_R = 50\sqrt{3}$  V. Lúc này, khi điện áp tức thời ở hai đầu đoạn mạch là  $-150\sqrt{2}$  V thì điện áp tức thời giữa hai đầu đoạn mạch chứa RC là  $-50\sqrt{2}$  V. Tính trị hiệu dụng của điện áp ở hai đầu đoạn mạch AB.

- A.  $100\sqrt{3}$  V.      B. 615 V.      C. 200 V.      D. 300 V.

### Hướng dẫn

Nhớ lại:

\*Khi L thay đổi để  $U_{L\max}$  thì  $\vec{U}_{RC} \perp \vec{U}$  ( $U_{RC}$  và U là hai cạnh của tam giác vuông còn  $U_{L\max}$  là cạnh huyền,  $U_R$  là đường cao thuộc cạnh huyền):

$$\begin{aligned} \left( \frac{U_{RC}}{U_{RC}\sqrt{2}} \right)^2 + \left( \frac{U}{U\sqrt{2}} \right)^2 &= 1; \frac{1}{U_{RC}^2} + \frac{1}{U^2} = \frac{1}{U_R^2} \\ \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \left( \frac{-50\sqrt{2}}{U_{RC}\sqrt{2}} \right)^2 + \left( \frac{-150\sqrt{2}}{U\sqrt{2}} \right)^2 = 1 \\ \frac{1}{U_{RC}^2} + \frac{1}{U^2} = \frac{1}{50^2 \cdot 3} \end{array} \right. &\Rightarrow U = 100\sqrt{3} (V) \end{aligned}$$

$\Rightarrow$  Chọn A.

**Chú ý:** Với các bài toán chỉ liên quan đến các U và các độ lệch pha ta nên dùng giản đồ véc tơ hoặc phương pháp lượng giác để tìm nhanh kết quả.

**Ví dụ 4:** Đặt điện áp  $u = 100\sqrt{2} \cos \omega t$  vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm điện trở thuần R, tụ điện và cuộn cảm thuận có độ tự cảm L thay đổi được. Biết hệ số công suất đoạn RC là 0,8. Khi L thay đổi thì  $U_{L\max}$  bằng

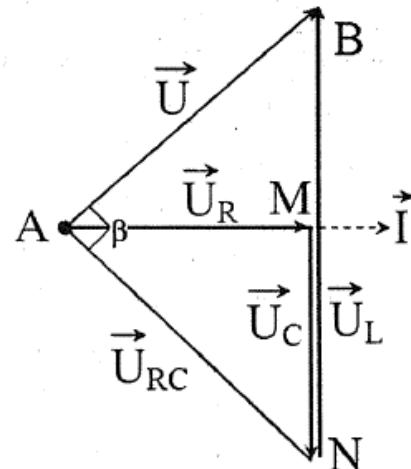
- A. 100 (V).      B. 150 (V).      C. 125 (V).      D. 200 (V).

### Hướng dẫn

$$\begin{aligned} \text{Từ } \begin{cases} \tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} \\ \tan \varphi_{RC} = \frac{-Z_C}{R} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Z_L - Z_C = R \tan \varphi \\ Z_C = -R \tan \varphi_{RC} \\ Z_L = R(\tan \varphi - \tan \varphi_{RC}) = R \frac{\sin(\varphi - \varphi_{RC})}{\cos \varphi \cos \varphi_{RC}} \\ Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = R \sqrt{1 + \tan^2 \varphi} = \frac{R}{\cos \varphi} \end{cases} \end{aligned}$$

$$U_L = IZ_L = \frac{U}{Z} Z_L = \frac{U}{\cos \varphi_{RC}} \sin(\varphi - \varphi_{RC}) \Rightarrow U_{L\max} = \frac{U}{\cos \varphi_{RC}} = \frac{100}{0,8} = 125 (V)$$

$\Rightarrow$  Chọn C.



**Ví dụ 5:** Đặt điện áp  $u=100\sqrt{2}\cos\omega t$  vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm điện trở thuần R, tụ điện C và cuộn cảm thuần có độ tự cảm L thay đổi được. Điện áp  $U_{RC}$  lệch pha với dòng điện là  $\pi/12$ . Điều chỉnh L để  $U_{RC}$  lớn hơn i là  $\pi/6$  thì  $U_L$  bằng

- A. 100 (V).      B. 150 (V).      C. 300 (V).      D. 73,2 (V)

### Hướng dẫn

$$\text{Áp dụng công thức: } U_L = \frac{U}{\cos\varphi_{RC}} \sin(\varphi - \varphi_{RC})$$

$$U_L = \frac{100}{\cos\frac{\pi}{12}} \sin\left(\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{12}\right) = 73,2(V) \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

$$\text{Chú ý: } \tan\varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} = \frac{Z_L}{R} + \frac{-Z_C}{R} = \tan\varphi_R + \tan\varphi_{RC}$$

**Ví dụ 6:** Đặt điện áp  $u=U\sqrt{2}\cos100\pi t$  vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp theo đúng thứ tự gồm tụ điện C, điện trở thuần R và cuộn cảm thuần có độ tự cảm L thay đổi được. Điều chỉnh L để  $U_{L_{\max}}$  thì hệ số công suất của mạch là 0,5. Hệ số công suất của đoạn RL lúc này là

- A. 0,7.      B. 0,6.      C. 0,5.      D. 0,4.

### Hướng dẫn

#### Cách 1:

$$\text{Khi } U_{L_{\max}} \text{ thì } \varphi > 0 \text{ và } \vec{U} \perp \vec{U}_{RC} \Leftrightarrow \tan\varphi \tan\varphi_{RC} = -1 \xrightarrow{\tan\varphi = \tan\varphi_R + \tan\varphi_{RC}}$$

$$\tan\varphi_R = \tan\varphi + \frac{1}{\tan\varphi} = \tan(\arccos 0,5) + \frac{1}{\arccos 0,5}$$

$$\Rightarrow \varphi_R = \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{3}} + \sqrt{3}\right) \Rightarrow \cos\varphi_R = 0,4 \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

#### Cách 2:

$$\text{Khi } U_{L_{\max}} \text{ thì } \begin{cases} \vec{U} \perp \vec{U}_{RC} \Leftrightarrow \tan\varphi \tan\varphi_{RC} = -1 \Rightarrow \frac{R}{Z_C} = \tan\varphi \\ Z_L = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C} \Leftrightarrow \tan\varphi_R = \frac{Z_L}{R} = \frac{R}{Z_C} + \frac{Z_C}{R} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \tan\varphi_R = \tan\varphi + \frac{1}{\tan\varphi} = \frac{1}{\sqrt{3}} + \sqrt{3} \Rightarrow \varphi_R = \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{3}} + \sqrt{3}\right) \Rightarrow \cos\varphi_R = 0,4$$

$\Rightarrow$  Chọn D.

**Ví dụ 7:** Cho mạch điện xoay chiều RLC có cuộn cảm thuần có độ tự cảm L có thể thay đổi được. Dùng ba vôn kế xoay chiều có điện trở rất lớn để đo điện áp hiệu dụng trên mỗi phần tử. Điều chỉnh

giá trị của L thì thấy điện áp hiệu dụng cực đại trên cuộn cảm lớn gấp 2 lần điện áp hiệu dụng cực đại trên điện trở. Hỏi điện áp hiệu dụng cực đại trên cuộn cảm gấp bao nhiêu lần điện áp hiệu dụng cực đại trên tụ?

- A. 3 lần.      B. 4 lần.      C. 3 lần.      D.  $2/\sqrt{3}$  lần.

### Hướng dẫn

Khi L thay đổi thì

$$U_{R_{\max}} \text{ và } U_{C_{\max}} \Leftrightarrow \text{cộng hưởng} \Leftrightarrow I_{\max} = \frac{U}{R} \Rightarrow \begin{cases} U_{R_{\max}} = U \\ U_{C_{\max}} = I_{\max} Z_C = \frac{U}{R} Z_C \end{cases}$$

$$U_{L_{\max}} = \frac{U\sqrt{R^2 + Z_C^2}}{R}$$

Theo bài ra:  $U_{L_{\max}} = 2U_{R_{\max}}$  hay  $\frac{U\sqrt{R^2 + Z_C^2}}{R} = 2U \Rightarrow Z_C = R\sqrt{3}$

$$\frac{U_{L_{\max}}}{U_{C_{\max}}} = \frac{\sqrt{R^2 + Z_C^2}}{Z_C} = \frac{\sqrt{R^2 + R^2 \cdot 3}}{R\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Ví dụ 8:** Đặt điện áp  $u = U_0 \cos \omega t (V)$  ( $U_0$  và  $\omega$  không đổi) vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm điện trở  $R$ , tụ điện có điện dung  $C$ , cuộn cảm thuận có độ tự cảm  $L$  thay đổi được. Khi  $L = L_1$  điện áp hiệu dụng ở hai đầu cuộn cảm có giá trị cực đại  $U_{L_{\max}}$  và điện áp ở hai đầu đoạn mạch sớm pha hơn dòng điện trong mạch là  $0,235\alpha$  ( $0 < \alpha < \pi/2$ ). Khi  $L = L_2$  điện áp hiệu dụng ở hai đầu cuộn cảm có giá trị  $0,5U_{L_{\max}}$  và điện áp ở hai đầu đoạn mạch sớm pha so với cường độ dòng điện  $\alpha$ . Giá trị của  $\alpha$  gần giá trị nào nhất sau đây:

- A. 0,24 rad.      B. 1,49 rad.      C. 1,35 rad.      D. 2,32 rad.

### Hướng dẫn

#### Cách 1:

Từ công thức:  $U_L = \frac{U}{\cos \varphi_{RC}} \sin(\varphi - \varphi_{RC})$

$$U_{L_{\max}} \Leftrightarrow \varphi_0 = \frac{\pi}{2} + \varphi_{RC} \Rightarrow \varphi_{RC} = \varphi_0 - \frac{\pi}{2} \Rightarrow U_L = U_{L_{\max}} \sin\left(\varphi - \varphi_0 + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\Rightarrow 0,5U_{L_{\max}} = U_{L_{\max}} \sin\left(\alpha - 0,235\alpha + \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow \alpha = 1,37 \text{ (rad)} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

#### Cách 2:

Từ công thức:  $\tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} \Rightarrow Z_L - Z_C = R \tan \varphi \Rightarrow Z_L = R \tan \varphi + Z_C$

$$U_L = \frac{UZ_L}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U(R\tan\varphi + Z_C)}{\sqrt{R^2 + R^2\tan^2\varphi}} = \frac{U}{R}(R\tan\varphi + Z_C \cos\varphi)$$

$$U_L = \frac{U}{R}\sqrt{R^2 + Z_C^2} \cos(\varphi - \varphi_0) = U_{L_{\max}} \cos(\varphi - \varphi_0) \text{ với } \tan\varphi_0 = \frac{R}{Z_C}.$$

Theo bài ra:  $U_L = 0,5U_{L_{\max}}$ ,  $\varphi_0 = 0,235\alpha$  và  $\varphi = \alpha$  nên:  
 $\cos(\alpha - 0,235\alpha) = 0,5 \Rightarrow \varphi = 1,37 \text{ rad} \Rightarrow$  Chọn C.

**Ví dụ 9:** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U_0 \cos 100\pi t$  (V) vào hai đầu đoạn mạch nối tiếp gồm, điện trở  $R = 120 \Omega$ , tụ điện có điện dung  $C = 1/(9\pi)$  mF và cuộn cảm thuận có độ tự cảm L thay đổi được. Điều chỉnh  $L = L_1$  thì  $U_{L_{\max}}$ . Giá trị nào của L sau đây thì  $U_L = 0,99U_{L_{\max}}$  (V)?

- A.  $3,1/\pi$  H.      B.  $0,21/\pi$  H.      C.  $0,31/\pi$  H.      D.  $1/\pi$  H.

### Hướng dẫn

Áp dụng công thức:  $U_L = U_{L_{\max}} \cos(\varphi - \varphi_0)$  với  $\tan\varphi_0 = \frac{R}{Z_C}$  (thay số vào tính ra  $\varphi_0 = 0,927 \text{ rad}$ ). Do đó,  $\cos(\varphi - 0,927) = 0,99 \Rightarrow \varphi = 1,068 \text{ rad}$  hoặc  $\varphi = 0,785 \text{ rad}$

$$\text{Từ công thức: } \tan\varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} \Rightarrow Z_L = R\tan\varphi + Z_C \Rightarrow L = \frac{R\tan\varphi + Z_C}{\omega}$$

Thay số vào tính được:  $L = 3,1/\pi$  H hoặc  $L = 2,1/\pi$  H  $\Rightarrow$  Chọn A.

**Ví dụ 10:** Đặt điện áp  $u = U_0 \cos \omega t$  (V) ( $U_0$  và  $\omega$  không đổi) vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm điện trở R, tụ điện có điện dung C, cuộn cảm thuận có độ tự cảm L thay đổi được. Khi  $L = L_1$  thì  $U_{L_{\max}}$  và lúc này  $U_R = 0,5U_{L_{\max}}$ . Khi  $L = L_2$  thì  $U_{C_{\max}}$ . Tính tỉ số  $U_{L_{\max}} / U_{C_{\max}}$  là

- A. 0,41.      B.  $\sqrt{2}$ .      C.  $\sqrt{3}$ .      D. 2.

### Hướng dẫn

\*Khi  $L = L_1$  thì  $U_{L_{\max}}$  và lúc này  $U_R = 0,5U_{L_{\max}}$ :

$$\begin{cases} U_{L_{\max}} = U \frac{\sqrt{R^2 + Z_C^2}}{R} \Leftrightarrow Z_L = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C} \Rightarrow \begin{cases} Z_C = R \\ U_{L_{\max}} = U\sqrt{2} \end{cases} \\ U_{L_{\max}} = 2U_R \end{cases}$$

\*Khi  $L = L_2$  thì  $U_{C_{\max}} \Leftrightarrow$  Mạch cộng hưởng  $\Rightarrow U_{C_{\max}} = I_{\max}Z_C = \frac{U}{R}Z_C = U$

$\Rightarrow U_{L_{\max}} / U_{C_{\max}} = \sqrt{2} \Rightarrow$  Chọn B.

**Ví dụ 11:** Đặt điện áp  $u = 150\sqrt{2} \cos 100\pi t (V)$  vào đoạn mạch AB nối tiếp theo thứ tự gồm cuộn cảm thuần có độ tự cảm L thay đổi được, điện trở thuần R và tđc có điện dung C. Điều chỉnh L để  $U_L = U_{L\max}/2$  (biết  $U_{L\max} = 400$  V) khi đó  $U_{RC}$  gần nhất giá trị nào sau đây?

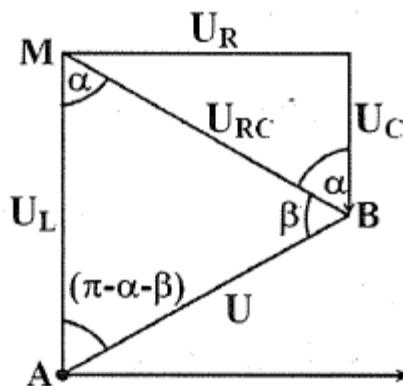
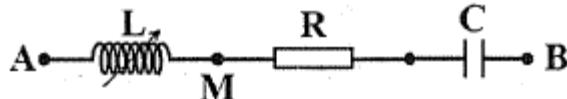
A. 240 V.

B. 220 V.

C. 250 V.

D. 315,5 V.

*Hướng dẫn*



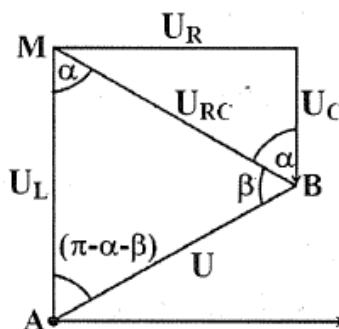
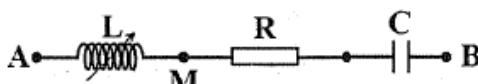
$$\text{Áp dụng định lý hàm số sin cho tam giác AMB: } \frac{U}{\sin \alpha} = \frac{U_{RC}}{\sin(\alpha + \beta)} = \frac{U_L}{\sin \beta} = \frac{U_{L\max}}{\sin \frac{\pi}{2}}$$

$$\text{Thay số vào: } \frac{150}{\sin \alpha} = \frac{U_{RC}}{\sin(\alpha + \beta)} = \frac{200}{\sin \beta} = \frac{400}{1}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \beta = \frac{\pi}{6} \\ \alpha = \arcsin 0,375 \\ U_{RC} = 400 \sin(\alpha + \beta) = 400 \sin\left(\arcsin 0,375 + \frac{\pi}{6}\right) \approx 315,3(V) \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

*Chú ý: Khi dùng giản đồ véc tơ đến tìm  $U_{L\max}$  khi L thay đổi hoặc  $U_{C\max}$  khi C thay đổi ta đã dùng định lý hàm số sin:  $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ . Nếu bài toán yêu cầu tìm điều kiện để  $(b + c) = \max$  thì ta áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau:*

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = \frac{b+c}{\sin B + \sin C} = \frac{b+c}{2 \sin \frac{B+C}{2} \cos \frac{B-C}{2}}$$



$$\frac{U}{\sin \alpha} = \frac{U_{RC}}{\sin(\alpha + \beta)} = \frac{U_L}{\sin \beta} = \frac{U_{RC} + U_L}{\sin(\alpha + \beta) + \sin \beta} = \frac{U_{RC} + U_L}{2 \sin \frac{\alpha + 2\beta}{2} \cos \frac{\alpha}{2}}$$

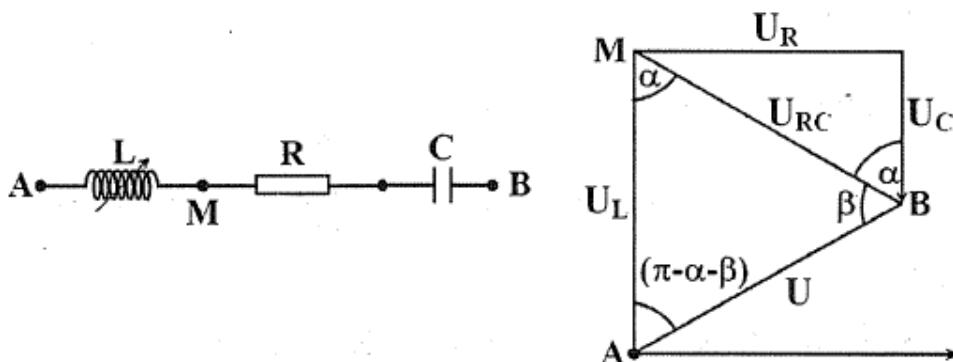
$$U_{RC} + U_L = \frac{U}{\sin \frac{\alpha}{2}} \sin \frac{\alpha + 2\beta}{2} \Rightarrow (U_{RC} + U_L)_{\max} = \frac{U}{\sin \frac{\alpha}{2}} \Leftrightarrow \alpha + 2\beta = \pi$$

**Ví dụ 12:** Đặt điện áp:  $u = 120\sqrt{2} \cos 100\pi t$  (V) vào đoạn mạch AB nối tiếp gồm hai đoạn mạch AM và MB. Đoạn mạch AM là một cuộn cảm thuần có độ tự cảm L thay đổi được. Đoạn MB gồm điện trở thuần  $R = 40\sqrt{3}$  Ω mắc nối tiếp với tụ điện có điện dung  $C = 0,25/\pi$  (mF). Điều chỉnh C để tổng điện áp hiệu dụng  $(U_{AM} + U_{MB})$  đạt giá trị cực đại. Tìm giá trị cực đại của tổng số này.

- A. 240 V.      B.  $120\sqrt{3}$  V.      C. 120 V.      D.  $120\sqrt{2}$  V.

### Hướng dẫn

Tính:  $Z_C = \frac{1}{\omega C} = 40$  (Ω)  $\Rightarrow \alpha = \arctan \frac{U_R}{U_C} = \arctan \frac{R}{Z_C} = \frac{\pi}{3}$



$$\frac{U}{\sin \alpha} = \frac{U_{RC}}{\sin(\alpha + \beta)} = \frac{U_L}{\sin \beta} = \frac{U_{RC} + U_L}{\sin(\alpha + \beta) + \sin \beta} = \frac{U_{RC} + U_L}{2 \sin \frac{\alpha + 2\beta}{2} \cos \frac{\alpha}{2}}$$

$$U_{RC} + U_L = \frac{U}{\sin \frac{\alpha}{2}} \sin \frac{\alpha + 2\beta}{2} \Rightarrow (U_{RC} + U_L)_{\max} = \frac{U}{\sin \frac{\alpha}{2}} \Leftrightarrow \alpha + 2\beta = \pi$$

$$(U_{RC} + U_L)_{\max} = \frac{120}{\sin \frac{\alpha}{2}} = 240$$
 (V)  $\Rightarrow$  Chọn A.

**Ví dụ 13:** Đặt điện áp  $u = 90\sqrt{10} \cos \omega t$  (V) ( $\omega$  không đổi) vào hai đầu mạch điện AB nối tiếp theo đúng thứ tự gồm R, C và cuộn cảm thuần có độ tự cảm L thay đổi được. Khi  $Z_L = Z_{L1}$  hoặc  $Z_L = Z_{L2}$  thì  $U_{L1} = U_{L2} = 270$  V. Biết  $3Z_{L2} - Z_{L1} = 150$  Ω và tổng trở của đoạn mạch RC trong hai trường hợp là  $100\sqrt{2}$  Ω. Giá trị  $U_{L\max}$  gần giá trị nào nhất sau đây?

A. 150 V.

B. 180 V.

C. 300 V.

D. 175 V.

### Hướng dẫn

Điện áp hiệu dụng trên cuộn cảm:

$$\begin{aligned} U_L = IZ_L &= \frac{UZ_L}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} \Rightarrow \left(1 - \frac{U^2}{U_L^2}\right) Z_L^2 - 2Z_C \cdot Z_L + (R^2 + Z_C^2) = 0 \\ &\Rightarrow \left(1 - \frac{U^2}{U_L^2}\right) Z_L^2 - 2Z_C \cdot Z_L + Z_{RC}^2 = 0 \Rightarrow \left(1 - \left(\frac{90\sqrt{5}}{270}\right)^2\right) Z_L^2 - 2Z_C \cdot Z_L + (100\sqrt{2})^2 = 0 \end{aligned}$$

Theo định lý Viet:  $\begin{cases} Z_{L1} + Z_{L2} = -\frac{b}{a} = 4,5Z_C \\ Z_{L1}Z_{L2} = \frac{c}{a} = 45000 \end{cases} \xrightarrow{3Z_{L2} - Z_{L1} = 150} \begin{cases} Z_{L2} = 150(\Omega) \\ Z_{L1} = 300(\Omega) \\ Z_C = 100(\Omega) \end{cases}$

Thay vào  $Z_{RC}^2 = R^2 + Z_C^2 \Rightarrow (100\sqrt{2})^2 = R^2 + 100^2 \Rightarrow R = 100(\Omega)$

Giá trị  $U_{L_{max}} = U \frac{\sqrt{R^2 + Z_C^2}}{R} = 90\sqrt{5} \frac{\sqrt{100^2 + 100^2}}{100} = 90\sqrt{10} \approx 284,6(V)$

$\Rightarrow$  Chọn C.

**Ví dụ 14:** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U\sqrt{2} \cos 100\pi t(V)$  vào hai đầu đoạn mạch nối tiếp gồm điện trở thuần R, tụ điện C và cuộn cảm thuần có độ tự cảm L thay đổi được. Khi  $L = L_1 = 1/\pi(H)$  thì u sớm pha hơn i là  $\pi/4$ . Khi  $L = L_2 = 2/\pi(H)$  thì  $U_{L_{max}} = 200V$ . Tính U.

A. 184,776 V.

B. 76,537 V.

C. 200 V.

D. 150 V.

### Hướng dẫn

Khi  $L = L_1 = 1/\pi(H)$ :  $\tan \varphi = \frac{Z_{L1} - Z_C}{R} \Leftrightarrow \tan \frac{\pi}{4} = \frac{Z_{L1} - Z_C}{R} \Rightarrow Z_{L1} = Z_C + R$

Khi  $L = L_2 = 2/\pi(H)$ :

$$\begin{cases} Z_{L2} = 2Z_{L1} = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C} \Leftrightarrow 2(Z_C + R) = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C} \Rightarrow Z_C = (\sqrt{2} - 1)R \\ U_{L_{max}} = U \frac{\sqrt{R^2 + Z_C^2}}{R} \Leftrightarrow 200 = U \frac{\sqrt{R^2 + (\sqrt{2} - 1)^2 R^2}}{R} \Rightarrow U \approx 184,776(V) \end{cases}$$

**Ví dụ 15:** Đặt điện áp ổn định vào hai đầu đoạn mạch AM nối tiếp gồm: điện trở thuần R, tụ điện C và cuộn cảm thuần có độ tự cảm L thay đổi được. Khi  $L = L_0$  thì  $U_{L_{max}}$ . Khi  $L = L_1$  hoặc  $L = L_2$  thì

$U_{L_1} = U_{L_2} = kU_{L_{\max}}$ . Tổng hệ số công suất của mạch AB khi  $L = L_1$  và  $L = L_2$  là  $k\sqrt{2}$ . Hệ số công suất của mạch AB khi  $L = L_0$  bằng

- A. 0,8.      B. 0,6.      C. 0,71.      D. 0,96.

### Hướng dẫn

Thay  $U_{L_1} = U_{L_2} = kU_{L_{\max}}$  công thức “độc”:  $U_L = U_{L_{\max}} \cos(\varphi - \varphi_0)$ , ta được:

$$k = \cos(\varphi_1 - \varphi_0) = \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \xrightarrow{\text{Gọi } I_1 > I_2}$$

$$\begin{cases} \varphi_1 - \varphi_0 = \arccos k \\ \varphi_2 - \varphi_0 = -\arccos k \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2} = \arccos k \\ \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} = 2\varphi_0 \end{cases}$$

$$\text{Từ } \cos \varphi_1 + \cos \varphi_2 = k\sqrt{2} \Rightarrow 2 \cos \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2} \cos \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} = k\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow 2 \cos(\arccos k) \cos \varphi_0 = k\sqrt{2} \Rightarrow \cos \varphi_0 = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Ví dụ 16:** Một mạch điện xoay chiều AB gồm điện trở thuần R, cuộn cảm thuần độ tự cảm L thay đổi được, tụ điện có điện dung  $C = 10^{-4}/\pi$  F mắc nối tiếp theo đúng thứ tự. Đặt vào hai đầu mạch điện một điện áp xoay chiều  $u = U_0 \cos(100\pi t)$  (V). Khi  $L = L_1 = 3/\pi$  H hoặc  $L = L_2 = 1,5/\pi$  H thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu cuộn cảm thuần có cùng một giá trị. Tỉ số hệ số công suất của mạch khi  $L = L_1$  và khi  $L = L_2$  là

- A. 2.      B. 0,5.      C.  $2/\sqrt{5}$ .      D. 2/3.

### Hướng dẫn

$$U_L = \frac{UZ_L}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{URZ_L}{R\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U}{R} Z_L \cos \varphi \Rightarrow \cos \varphi = \frac{U_L R}{Z_L U}$$

$$\Rightarrow \frac{\cos \varphi_1}{\cos \varphi_2} = \frac{\frac{U_{L_1} R}{Z_{L_1} U}}{\frac{U_{L_2} R}{Z_{L_2} U}} = \frac{Z_{L_2}}{Z_{L_1}} = 0,5 \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Ví dụ 17:** Đặt điện áp  $u = U_0 \cos \omega t$  (V) ( $U_0$  vào  $\omega$  không đổi) vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm điện trở R, tụ điện có điện dung C, cuộn cảm thuần có độ tự cảm L thay đổi được. Khi  $L = L_1$  điện áp hiệu dụng ở hai đầu cuộn cảm có giá trị cực đại  $U_{L_{\max}}$  và điện áp ở hai đầu đoạn mạch sớm pha hơn dòng điện trong mạch là  $\varphi_0$  ( $0 < \varphi_0 < \pi/2$ ). Khi  $L = L_2$  điện áp hiệu dụng ở hai đầu cuộn

cảm có giá trị  $0,5U_{L_{\max}}$  và điện áp ở hai đầu đoạn mạch trễ pha so với cường độ dòng điện là  $2,25\varphi_0$ . Giá trị  $\varphi_0$  gần giá trị nào nhất sau đây:

- A. 0,24 rad.      B. 0,49 rad.      C. 0,35 rad.      D. 0,32 rad.

### Hướng dẫn

$$\text{Từ công thức: } \tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} \Rightarrow Z_L - Z_C = R \tan \varphi \Rightarrow Z_L = R \tan \varphi + Z_C$$

$$U_L = \frac{U Z_L}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U(R \tan \varphi + Z_C)}{\sqrt{R^2 + R^2 \tan^2 \varphi}} = \frac{U}{R}(R \sin \varphi + Z_C \cos \varphi)$$

$$U_L = \frac{U}{R} \sqrt{R^2 + Z_C^2} \cos(\varphi - \varphi_0) = U_{L_{\max}} \cos(\varphi - \varphi_0) \text{ với } \tan \varphi_0 = \frac{R}{Z_C}.$$

Theo bài ra:  $U_L = 0,5U_{L_{\max}}$  và  $\varphi = -2,25\varphi_0$  nên  $\cos(-2,25\varphi_0 - \varphi_0) = 0,5$

$\Rightarrow \varphi_0 = 0,32(\text{rad}) \Rightarrow$  Chọn D.

**Ví dụ 18:** Đặt điện áp  $u = U_0 \cos \omega t (V)$  ( $U_0$  và  $\omega$  không đổi) vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm điện trở  $R$ , tụ điện có điện dung  $C$ , cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L$  thay đổi được. Khi  $L = L_1$  điện áp hiệu dụng ở hai đầu cuộn cảm có giá trị cực đại  $U_{L_{\max}}$  và điện áp ở hai đầu đoạn mạch sớm pha hơn dòng điện trong mạch là  $n\alpha (0 < \alpha < \pi/2 \text{ và } 0 < n < 1)$ . Khi  $L = L_2$  điện áp d.h ở hai đầu cuộn cảm có giá trị  $mU_{L_{\max}}$  ( $0 < m < 1$ ) và điện áp ở hai đầu đoạn mạch sớm pha so với cường độ dòng điện là  $\alpha$ . Tìm  $\alpha$  theo  $m$  và  $n$ .

- A.  $\alpha = \frac{\arcsin m}{1+n}$ .      B.  $\alpha = \frac{\arcsin m}{1-n}$ .      C.  $\alpha = \frac{\arccos m}{1+n}$ .      D.  $\alpha = \frac{\arccos m}{1-n}$ .

### Hướng dẫn

$$\text{Từ công thức: } \tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} \Rightarrow Z_L - Z_C = R \tan \varphi \Rightarrow Z_L = R \tan \varphi + Z_C$$

$$U_L = \frac{U Z_L}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U(R \tan \varphi + Z_C)}{\sqrt{R^2 + R^2 \tan^2 \varphi}} = \frac{U}{R}(R \sin \varphi + Z_C \cos \varphi)$$

$$U_L = \frac{U}{R} \sqrt{R^2 + Z_C^2} \cos(\varphi - \varphi_0) = U_{L_{\max}} \cos(\varphi - \varphi_0) \text{ với } \tan \varphi_0 = \frac{R}{Z_C}.$$

Thay  $U_L = mU_{L_{\max}}, \varphi_0 = n\alpha$  và  $\varphi = \alpha$  vào:  $U_L = U_{L_{\max}} \cos(\varphi - \varphi_0)$  ta được:

$$\cos(\alpha - n\alpha) = m \Rightarrow (1-n)\alpha = \arccos m \Rightarrow \alpha = \frac{\arccos m}{1-n} \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

$$U_L = \frac{UZ_L}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U(R\tan\varphi + Z_C)}{\sqrt{R^2 + R^2\tan^2\varphi}} = \frac{U}{R}(R\tan\varphi + Z_C \cos\varphi)$$

$$U_L = \frac{U}{R}\sqrt{R^2 + Z_C^2} \cos(\varphi - \varphi_0) = U_{L_{\max}} \cos(\varphi - \varphi_0) \text{ với } \tan\varphi_0 = \frac{R}{Z_C}.$$

Theo bài ra:  $U_L = 0,5U_{L_{\max}}$  và  $\varphi = -2,25\varphi_0$  nên  $\cos(-2,25\varphi_0 - \varphi_0) = 0,5$

$\Rightarrow \varphi_0 = 0,32 \text{ rad} \Rightarrow \text{Chọn D.}$

**Ví dụ 19:** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U_0 \cos 100\pi t \text{ (V)}$  vào hai đầu đoạn mạch nối tiếp gồm, điện trở  $R = 120 \Omega$ , tụ điện có điện dung  $C = 1/(9\pi) \text{ mF}$  và cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L$  thay đổi được. Điều chỉnh  $L = L_1$  thì  $U_{L_{\max}}$ . Giá trị của  $L$  sau đây thì  $U_L = 0,99U_{L_{\max}} \text{ (V)}$ ?

- A.  $3,1/\pi \text{ H}$ .      B.  $0,21/\pi \text{ H}$ .      C.  $0,31/\pi \text{ H}$ .      D.  $1/\pi \text{ H}$ .

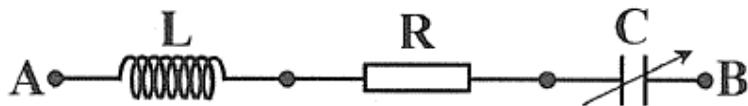
### Hướng dẫn

Áp dụng công thức:  $U_L = U_{L_{\max}} \cos(\varphi - \varphi_0)$  với  $\tan\varphi_0 = \frac{R}{Z_C}$  (thay số vào tính ra  $\varphi_0 = 0,927 \text{ rad}$ ). Do đó,  $\cos(\varphi - 0,927) = 0,99 \Rightarrow \varphi = 1,068 \text{ rad}$  hoặc  $\varphi = 0,785 \text{ rad}$

$$\text{Từ công thức: } \tan\varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} \Rightarrow Z_L = R\tan\varphi + Z_C \Rightarrow L = \frac{R\tan\varphi + Z_C}{\omega}$$

Thay số vào tính được:  $L = 3,1/\pi \text{ H}$  hoặc  $L = 2,1/\pi \text{ H} \Rightarrow \text{Chọn A.}$

### Vấn đề 2: Khi C thay đổi để $U_{C_{\max}}$



**Cách 1:**

$$U_C = IZ_C = \frac{UZ_C}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{UZ_C}{\sqrt{(R^2 + Z_L^2) - 2Z_C Z_L + Z_C^2}}$$

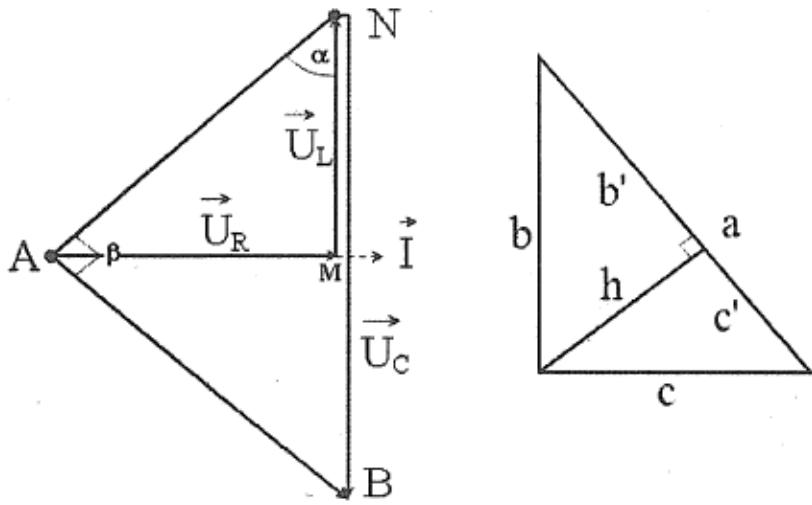
$$U_C = \frac{U}{\sqrt{(R^2 + Z_L^2) \frac{1}{Z_C^2} - 2Z_L \frac{1}{Z_C} + 1}} = \frac{U}{\sqrt{ax^2 + bx + c}} = \max \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow ax^2 + bx + c \Leftrightarrow x = -\frac{b}{2a} \Leftrightarrow \frac{1}{Z_C} = \frac{Z_L}{R^2 + Z_L^2} \Rightarrow Z_C = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L}$$

Thay biểu thức  $Z_C$  vào  $U_C = \frac{UZ_C}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$  tính ra:  $U_{C_{\max}} = \frac{U\sqrt{R^2 + Z_L^2}}{R}$

**Kết quả 1:** Khi C thay đổi  $U_{C_{\max}} = \frac{U\sqrt{R^2 + Z_L^2}}{R} = U\sqrt{1 + \left(\frac{Z_L}{R}\right)^2} \Leftrightarrow Z_C = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L}$

**Cách 2:** Dùng giản đồ véc tơ.



$$\text{Ta có: } \sin \alpha = \frac{AM}{AN} = \frac{Z_{AM}}{Z_{AN}} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + Z_C^2}}$$

Áp dụng định lý hàm số sin cho tam giác ANB:

$$\frac{U_C}{\sin \beta} = \frac{U}{\sin \alpha} \Rightarrow U_L = \frac{U \sin \beta}{\sin \alpha} = \max \Leftrightarrow \beta = 90^\circ \Rightarrow \vec{U} \perp \vec{U}_R$$

$$\text{Khi đó: } \begin{cases} U_{C_{\max}} = \frac{U}{\sin \alpha} = \frac{U\sqrt{R^2 + Z_L^2}}{R} = U\sqrt{1 + \left(\frac{Z_L}{R}\right)^2} = U\sqrt{1 + \tan^2 \varphi_R} = \frac{U}{\cos \varphi_R} \\ \tan \varphi \tan \varphi_R = -1 \Leftrightarrow \frac{Z_L - Z_C}{R} \cdot \frac{Z_L}{R} = -1 \Leftrightarrow Z_C = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L} \end{cases}$$

**Kết quả 2:** Khi C thay đổi  $U_{C_{\max}} = U\sqrt{1 + \tan^2 \varphi_R} = \frac{U}{\cos \varphi_R} \Leftrightarrow \tan \varphi \tan \varphi_R = -1$

**Kết quả 3:** Khi C thay đổi để  $U_{C_{\max}} \Leftrightarrow \vec{U} \perp \vec{U}_R$

$$\Rightarrow \begin{cases} U_C^2 = U^2 + \underbrace{U_R^2 + U_L^2}_{U_{RL}^2} \Leftrightarrow a^2 = b^2 + c^2 \\ U_R^2 = U_L(U_C - U_L) \Leftrightarrow h^2 = b'c' \quad ; \left(\frac{u}{U\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{u_{RL}}{U_{RL}\sqrt{2}}\right)^2 = 1 \\ U^2 = U_C(U_C - U_L) \Leftrightarrow b^2 = ab' \\ \frac{1}{U_R^2} = \frac{1}{U^2} + \frac{1}{U_{RL}^2} \Leftrightarrow \frac{1}{h^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \end{cases}$$

**Chú ý:** Để dễ nhớ thì nên “suy nghĩ” về tính đối xứng L với C:

$$\begin{cases} Khi L thay đổi \Rightarrow U_{L_{\max}} = \frac{U\sqrt{R^2 + Z_C^2}}{R} \Leftrightarrow Z_L = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C} \Leftrightarrow \vec{U} \perp \vec{U}_{RC} \\ Khi C thay đổi \Rightarrow U_{C_{\max}} = \frac{U\sqrt{R^2 + Z_L^2}}{R} \Leftrightarrow Z_C = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L} \Leftrightarrow \vec{U} \perp \vec{U}_{RL} \end{cases}$$

**Cách 3:**

$$\text{Từ công thức: } \tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} \Rightarrow Z_L - Z_C = R \tan \varphi \Rightarrow Z_C = Z_L - R \tan \varphi$$

$$U_C = \frac{U Z_C}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U(Z_L - R \tan \varphi)}{\sqrt{R^2 + R^2 \tan^2 \varphi}} = \frac{U}{R} (-R \sin \varphi + Z_L \cos \varphi)$$

$$U_C = \frac{U}{R} \sqrt{R^2 + Z_L^2} \left( \frac{Z_L}{\sqrt{R^2 + Z_L^2}} \cos \varphi - \frac{R}{\sqrt{R^2 + Z_L^2}} \sin \varphi \right) = \frac{U}{R} \sqrt{R^2 + Z_L^2} \cos(\varphi + \varphi_0)$$

$$\text{Với } \tan \varphi_0 = \frac{R}{Z_L}.$$

$$\text{Để } U_{C_{\max}} \text{ thì } \varphi = -\varphi_0 \text{ khi đó: } U_{C_{\max}} = \frac{U}{R} \sqrt{R^2 + Z_L^2}$$

Với  $C = C_1$  và  $C = C_2$  mà  $U_{C1} = U_{C2}$ , từ đó suy ra:  $\cos(\varphi_1 + \varphi_0) = \cos(\varphi_2 + \varphi_0)$ , hay

$$(\varphi_1 + \varphi_0) = -(\varphi_2 + \varphi_0) \Rightarrow \boxed{\varphi_0 = -(\varphi_1 + \varphi_2)/2} \text{ (Đây là một kết quả đặc đáo!).}$$

**Cách 4:** (Cho đến thời điểm này xuất bản chưa có sách nào giải theo cách này!).

$$\text{Từ: } \begin{cases} \tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} \\ \tan \varphi_{RC} = \frac{Z_L}{R} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Z_L - Z_C = R \tan \varphi \\ Z_L = R \tan \varphi_{RL} \\ Z_C = Z_L - R \tan \varphi = R(\tan \varphi_{RL} - \tan \varphi) = R \frac{\sin(-\varphi + \varphi_{RL})}{\cos \varphi \cos \varphi_{RL}} \\ Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = R \sqrt{1 + \tan^2 \varphi} = \frac{R}{\cos \varphi} \end{cases}$$

$$U_C = IZ_C = \frac{UZ_C}{Z} = \frac{U}{\cos \varphi_{RL}} \sin(-\varphi + \varphi_{RL}) = \frac{U}{\cos \varphi_{RL}} \cos\left(-\varphi + \varphi_{RL} + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\text{Để } U_{C_{\max}} \text{ thì } \varphi_0 = \varphi_{RL} - \pi/2 \text{ khi đó: } U_{C_{\max}} = \frac{U}{\cos \varphi_{RL}}$$

Với  $C = C_1$  và  $C = C_2$  mà  $U_{C1} = U_{C2}$ , từ đó suy ra:

$$\cos(-\varphi_1 + \varphi_{RL} + \pi/2) = \cos(-\varphi_2 + \varphi_{RL} + \pi/2), \text{ hay } (-\varphi_1 + \varphi_{RL} + \pi/2) = -(-\varphi_2 + \varphi_{RL} + \pi/2) \Rightarrow$$

$$\boxed{\varphi_0 = \varphi_{RL} - \pi/2 = (\varphi_1 + \varphi_2)/2} \quad (\text{Đây là một kết quả độc đáo!}).$$

*Chú ý: Khi C thay đổi để  $U_{C_{\max}}$  thì lúc này i sớm pha hơn u là  $-\varphi_0 = -\varphi_{RL} + \pi/2$ .*

**Ví dụ 1:** Cho mạch điện nối tiếp gồm điện trở  $20 \Omega$  cuộn dây có độ tự cảm  $1,4/\pi$  (H) và điện trở thuần  $30 \Omega$  và tụ xoay có điện dung thay đổi  $C$ . Điện áp giữa hai đầu đoạn mạch:

$u = 100\sqrt{2} \cos 100\pi t (V)$ . Tìm  $C$  để điện áp hiệu dụng giữa hai đầu tụ điện đạt giá trị cực đại. Tìm giá trị cực đại đó.

### Hướng dẫn

$$\begin{cases} U_{C_{\max}} = \frac{U\sqrt{R^2 + Z_L^2}}{R} = \frac{100\sqrt{20^2 + 140^2}}{20} \approx 297 (V) \\ Z_C = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L} = \frac{20^2 + 140^2}{140^2} = \frac{1000}{7} (\Omega) \Rightarrow C = \frac{1}{\omega Z_C} = \frac{1}{100\pi \cdot \frac{1000}{7}} \approx 2,23 \cdot 10^{-5} (F) \end{cases}$$

*Chú ý: Nếu mạch có nhiều điện trở thuần thì khi áp dụng công thức trên cần thay  $R = \sum R$*

**Ví dụ 2:** Cho mạch điện nối tiếp gồm điện trở  $30\sqrt{2} \Omega$  cuộn dây có độ tự cảm  $0,3\sqrt{2}/\pi$  (H) và

điện trở thuần  $30\sqrt{2} \Omega$  và tụ xoay có điện dung thay đổi  $C$ . Điện áp giữa hai đầu đoạn mạch:

$u = 240\sqrt{2} \cos 100\pi t (V)$ . Khi  $C = C_m$  thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu tụ điện đạt giá trị cực đại  $U_m$ . Giá trị của  $C_m$  và  $U_m$  lần lượt là

- |                              |                              |
|------------------------------|------------------------------|
| A. 16 ( $\mu F$ ) và 158 (V) | B. 15 ( $\mu F$ ) và 158 (V) |
| C. 16 ( $\mu F$ ) và 120 (V) | D. 12 ( $\mu F$ ) và 120 (V) |

### Hướng dẫn

$$Z_L = \omega L = 30\sqrt{2}(\Omega)$$

$$\begin{cases} U_{C_{max}} = \frac{U\sqrt{(R+r)^2 + Z_L^2}}{R+r} = \frac{100\sqrt{(60\sqrt{2})^2 + (30\sqrt{2})^2}}{60\sqrt{2}} \approx 158(V) \\ Z_C = \frac{(R+r)^2 + Z_L^2}{Z_L} = \frac{(60\sqrt{2})^2 + (30\sqrt{2})^2}{30\sqrt{2}} = 150\sqrt{2}(\Omega) \end{cases}$$

$$\Rightarrow C = \frac{1}{\omega Z_C} = 15 \cdot 10^{-6}(F) \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

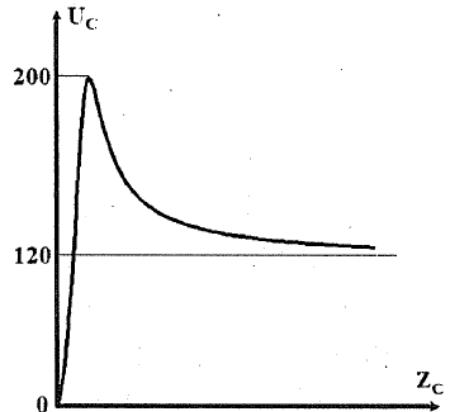
**Ví dụ 3:** Mạch điện gồm điện trở thuần  $R = 150 \Omega$ , cuộn cảm thuần cản  $L = 2/\pi H$  và tụ điện có điện dung  $C$  biến đổi mắc nối tiếp vào hai đầu A, B có điện áp  $u = 120\sqrt{2} \cos 100\pi t(V)$ . Khi C thay đổi từ 0 đến rất lớn thì điện áp hiệu dụng giữa hai bản tụ

A. tăng từ 120 V đến 200 V rồi giảm về 0.

B. tăng từ 0 đến 200 V rồi giảm về 0.

C. tăng từ 120 V đến 220 V rồi giảm về 0.

D giảm từ 120 V đến 0 rồi tăng đến 120 V.



### Hướng dẫn

$$\begin{cases} U_{C_{max}} = \frac{U\sqrt{R^2 + Z_L^2}}{R} = \frac{120\sqrt{150^2 + 200^2}}{150} = 200(V) \\ Z_C = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L} = \frac{150^2 + 200^2}{200} = 312,5(\Omega) \end{cases}$$

Dựa vào đồ thị  $U_C = IZ_C = \frac{UZ_C}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{120Z_C}{\sqrt{150^2 + (200 - Z_C)^2}}$  theo  $Z_C$  ta thấy:

$$\begin{cases} C=0 \Rightarrow Z_C = \infty \Rightarrow Z_C = U = 120(V) \\ C=\infty \Rightarrow Z_C = 0 \Rightarrow Z_C = 0 \\ C=C_m \Rightarrow Z_C = 312,5(\Omega) \Rightarrow U_{C_{max}} = 200(V) \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Ví dụ 4:** Cho mạch điện xoay chiều R, L, C mắc nối tiếp theo thứ tự đó (cuộn cảm thuần). Điện dung C có thể thay đổi được. Điều chỉnh C để điện áp ở hai đầu C là lớn nhất. Khi đó điện áp hiệu dụng ở hai đầu điện trở R là 150 V. Khi điện áp tức thời hai đầu đoạn mạch là  $100\sqrt{3}$  V thì điện áp

tức thời giữa hai đầu đoạn mạch chứa RL là -300 V. Tính trị hiệu dụng của điện áp ở hai đầu đoạn mạch AB.

- A.  $100\sqrt{3}$  V.      B. 615 V.      C. 200 V.      D. 300.

### Hướng dẫn

Nhớ lại:

Khi C thay đổi để  $U_{C_{\max}}$  thì  $\vec{U}_{RL} \perp \vec{U}$  ( $U_{RL}$  và  $U$  là hai cạnh của tam giác vuông còn  $U_{C_{\max}}$  là cạnh huyền,  $U_R$  là đường cao thuộc cạnh huyền):

$$\left(\frac{U_R}{U_{RL}\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{U}{U\sqrt{2}}\right)^2 = 1; \frac{1}{U_{RL}^2} + \frac{1}{U^2} = \frac{1}{U_R^2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \left(\frac{-300}{U_{RL}\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{100\sqrt{3}}{U\sqrt{2}}\right)^2 = 1 \\ \frac{1}{U_{RL}^2} + \frac{1}{U^2} = \frac{1}{150^2} \end{cases} \Rightarrow U = 100\sqrt{3} (V)$$

$\Rightarrow$  Chọn A.

Chú ý:

1) Khi thay đổi L thì  $U_{L_{\max}} = U \frac{\sqrt{R^2 + Z_C^2}}{R} = \frac{U}{\cos \varphi_{RC}}$  với  $\begin{cases} Z_L = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C} \\ \varphi = \frac{\pi}{2} + \varphi_{RC} \end{cases}$

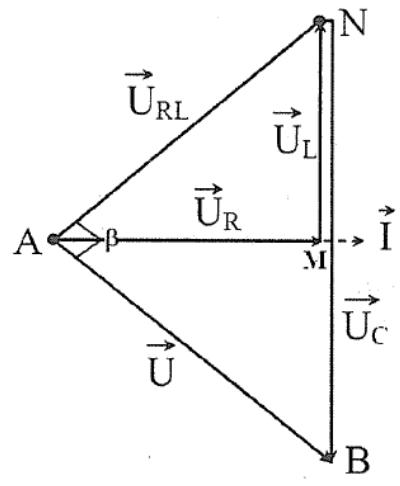
Lúc này, dòng điện trễ pha hơn điện áp là  $(\pi/2 + \varphi_{RC})$ .

2) Khi thay đổi C thì  $U_{C_{\max}} = U \frac{\sqrt{R^2 + Z_L^2}}{R} = \frac{U}{\cos \varphi_{RL}}$  với  $\begin{cases} Z_C = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L} \\ \varphi = \varphi_{RL} - \frac{\pi}{2} \end{cases}$

Lúc này, dòng điện trễ pha hơn điện áp là  $(\pi/2 - \varphi_{RL})$ .

**Ví dụ 5:** Đặt điện áp  $u = 150\sqrt{2} \cos \omega t$  vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm tụ điện có điện dung C thay đổi được, điện trở thuần R và cuộn cảm thuần. Biết hệ số công suất đoạn RL là 0,6. Khi C thay đổi thì  $U_{C_{\max}}$  bằng

- A. 100 (V).      B. 150 (V).      C. 300 (V).      D. 250 (V).



### Hướng dẫn

Áp dụng công thức:  $U_{C_{\max}} = \frac{U}{\cos \varphi_{RL}} = \frac{150}{0,6} = 250(V) \Rightarrow$  Chọn D.

**Ví dụ 6:** Đặt điện áp  $u = 200\sqrt{2} \cos \omega t$  vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm tụ điện có điện dung C thay đổi được, điện trở thuần R, và cuộn cảm thuần. Điện áp  $u_{RL}$  lệch pha với dòng điện là  $\pi/4$ . Điều chỉnh C để u sớm hơn i là  $\pi/6$  thì  $U_L$  bằng

- A. 100 (V).      B. 150 (V).      C. 300 (V).      D. 73,2 (V).

### Hướng dẫn

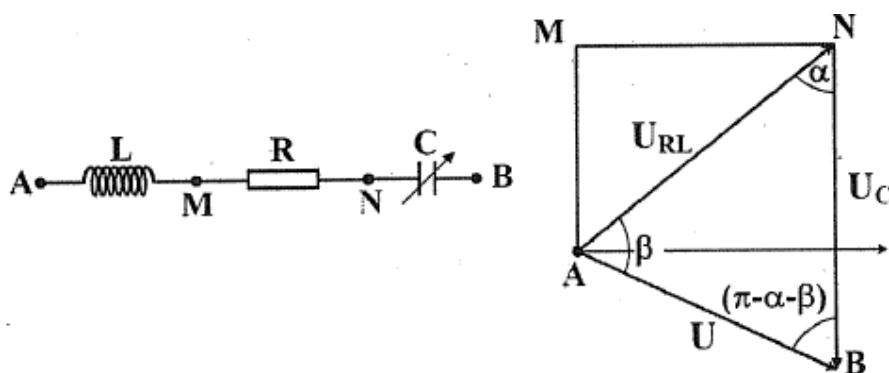
Áp dụng công thức:  $U_C = \frac{U}{\cos \varphi_{RL}} \sin(-\varphi + \varphi_{RL})$

$$U_C = \frac{200}{\cos \frac{\pi}{4}} \sin\left(-\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{4}\right) = 73,2(V) \Rightarrow$$
 Chọn D

**Ví dụ 7:** Đặt điện áp:  $u = 120\sqrt{2} \cos(100\pi + \pi/6)(V)$  vào đoạn mạch AB nối tiếp theo thứ tự gồm cuộn cảm thuần, điện trở thuần R và tụ điện có điện dung C thay đổi được. Điều chỉnh C để  $U_C = U_{C_{\max}} / 2$  (biết  $U_{C_{\max}} = 200 V$ ) khi đó  $U_{RL}$  gần nhất giá trị nào sau đây?

- A. 240 V.      B. 220 V.      C. 250 V.      D. 180 V.

### Hướng dẫn



Áp dụng định lý hàm số sin cho tam giác ANB:  $\frac{U}{\sin \alpha} = \frac{U_{RL}}{\sin(\alpha + \beta)} = \frac{U_C}{\sin \beta} = \frac{U_{C_{\max}}}{\sin \frac{\pi}{2}}$

Thay số vào:  $\frac{120}{\sin \alpha} = \frac{U_{RL}}{\sin(\alpha + \beta)} = \frac{100}{\sin \beta} = \frac{200}{1}$

$$\Rightarrow \begin{cases} \beta = \frac{\pi}{6} \\ \alpha = \arcsin 0,6 \\ U_{RL} = 200 \sin(\alpha + \beta) = 200 \sin\left(\arcsin 0,6 + \frac{\pi}{6}\right) \approx 183,92(V) \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

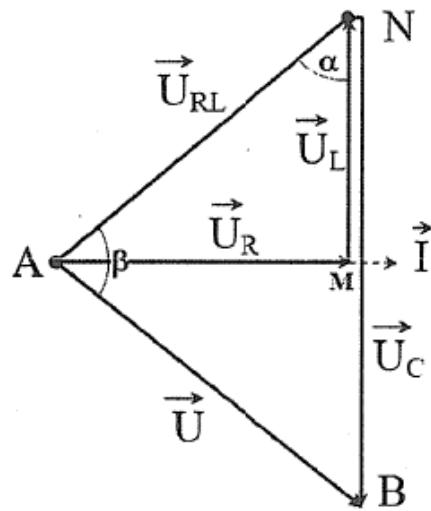
**Ví dụ 8:** Mạch điện xoay chiều nối tiếp RLC (cuộn dây thuận cảm, C biến thiên). Khi  $C = C_1$  thì  $u_{RL}$  nhanh pha hơn  $u_{AB}$  một góc  $80^\circ$  và  $U_C = 30$  V. Khi  $C = C_2$  khi  $u_{RL}$  nhanh pha hơn  $u_{AB}$  một góc  $120^\circ$ . Hỏi điện áp hiệu dụng trên tụ lúc này bằng bao nhiêu?

- A. 45 V.      B. 26,38 V.      C. 86,37 V.      D. 70 V.

### Hướng dẫn

Áp dụng định lý hàm số sin:  $\frac{U_C}{\sin \beta} = \frac{U}{\sin \alpha}$  không đổi  $\Rightarrow \frac{U'_C}{\sin \beta'} = \frac{U'_C}{\sin \beta'}$

$$\Rightarrow U'_C = \frac{U_C}{\sin \beta} \sin \beta' = \frac{30}{\sin 80^\circ} \sin 120^\circ \approx 26,38(V) \Rightarrow \text{Chọn B.}$$



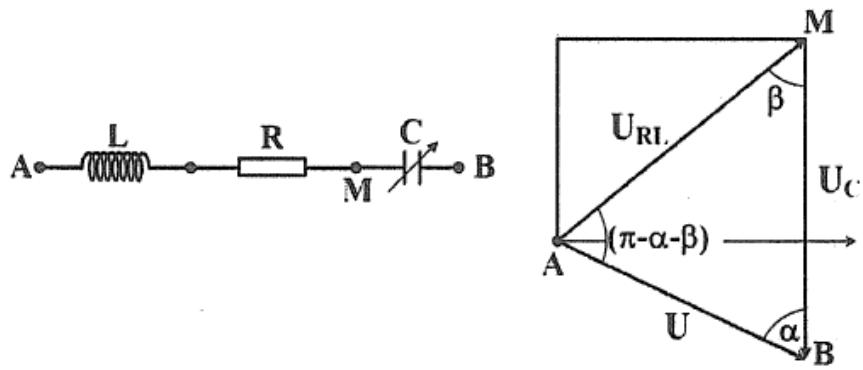
**Ví dụ 9:** Đặt điện áp:  $u = U\sqrt{2} \cos \omega t$  (V) vào đoạn mạch AB nối tiếp gồm: đoạn AM chỉ có cuộn cảm RL, MB chỉ tụ điện có điện dung C thay đổi được. Khi  $C = C_1$  thì  $u_C$  trễ hơn  $u$  là  $\alpha_1$  ( $\alpha_1 > 0$ ) và  $U_{RL} = 40$  V và công suất mạch tiêu thụ là 20 W. Tính cảm kháng cuộn dây.

- A.  $20\sqrt{3}$  Ω.      B. 50 Ω.      C. 20 Ω.      D. 40 Ω.

### Hướng dẫn

**Cách 1:**

Ta nhận thấy:  $\frac{U_{C2}}{U_{C1}} = \frac{I_2 Z_{C2}}{I_1 Z_{C1}} = \frac{I_2 Z_{RL}}{I_1 Z_{RL}} \cdot \frac{C_1}{C_2} = 1 \Rightarrow U_{C2} = U_{C1} = a$



Áp dụng định lý hàm số sin cho  $\Delta ANB$ :

$$\frac{U}{\sin \beta} = \frac{U_{RL}}{\sin \alpha_1} = \frac{U_C}{\sin(\alpha_1 + \beta)} = \frac{U_{C2}}{\sin(\alpha_2 + \beta)} = \frac{U_{RL2}}{\sin \alpha_2}$$

$$\frac{U}{\sin \beta} = \frac{20}{\sin\left(\alpha_2 - \frac{\pi}{3}\right)} = \frac{a}{\sin\left(\alpha_2 - \frac{\pi}{3} + \beta\right)} = \frac{a}{\sin(\alpha_2 + \beta)} = \frac{40}{\sin \alpha_2} \Rightarrow \begin{cases} \alpha_2 = \frac{\pi}{2} \\ U = 20(V) \\ \beta = \frac{\pi}{6} \end{cases}$$

Khi  $\alpha_2 = \pi/2$  thì u, i cùng pha (B nằm trên trục I):  $\begin{cases} U_{L2} = U_{RL2} \cos \beta = 20\sqrt{3}(V) \\ P_2 = UI_2 \Leftrightarrow 20 = 20I_2 \Rightarrow I_2 = 1(A) \end{cases}$

$$\Rightarrow Z_L = \frac{U_{L2}}{I_2} = 20\sqrt{3}(\Omega) \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Cách 2:**

Lấy trục I làm chuẩn khi C thay đổi, phương của các véc tơ AM và véc tơ MB không thay đổi (chỉ thay đổi về độ lớn) còn véc tơ U thì có chiều dài không đổi (đầu mút quay trên đường tròn tâm A).

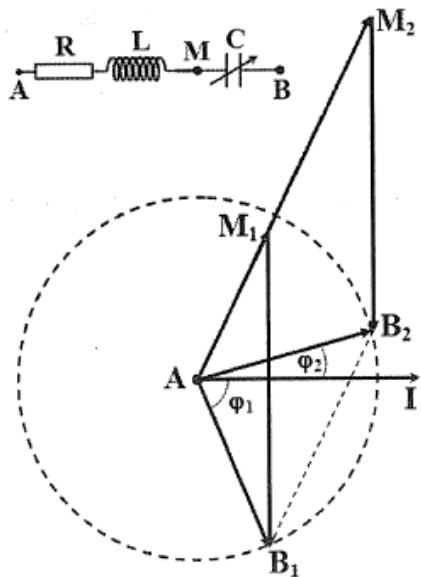
Vì  $AM_2 = 2AM_1$  nên  $I_2 = 2I_1$ . Mặt khác,  $C_2 = 2C_1$  nên  $Z_{C2} = Z_{C1}/2$ . Suy ra, điện áp hiệu dụng trên tụ không thay đổi  $\Rightarrow B_1M_1$  và  $B_2M_2$  bằng nhau và song song với nhau  $\Rightarrow \mathbf{M}_1\mathbf{B}_1\mathbf{B}_2\mathbf{M}_2$  là hình bình hành  $\Rightarrow \mathbf{B}_1\mathbf{B}_2 = \mathbf{M}_1\mathbf{M}_2 = AM_2 - AM_1 = 40 - 20 = 20$ .

$$\text{Tam giác } \mathbf{AB}_2\mathbf{B}_2 \text{ vuông cân tại A} \text{ nên } (\mathbf{B}_1\mathbf{B}_2)^2 = U^2 + U^2 - 2UU \cos(\varphi_1 + \varphi_2)$$

$$\Rightarrow 20^2 = 2U^2 - 2U^2 \cos \frac{\pi}{3} \Rightarrow U = 20(V) \Rightarrow \text{Tam giác } \mathbf{AB}_1\mathbf{B}_2 \text{ là tam giác đều}$$

$$\Rightarrow \varphi_2 = 0 \Rightarrow P_2 = UI_2 \Leftrightarrow 20 = 20I_2 \Rightarrow I_2 = 1(A) \Rightarrow Z_L = \frac{U_{L2}}{I_2} = 20\sqrt{3}(\Omega)$$

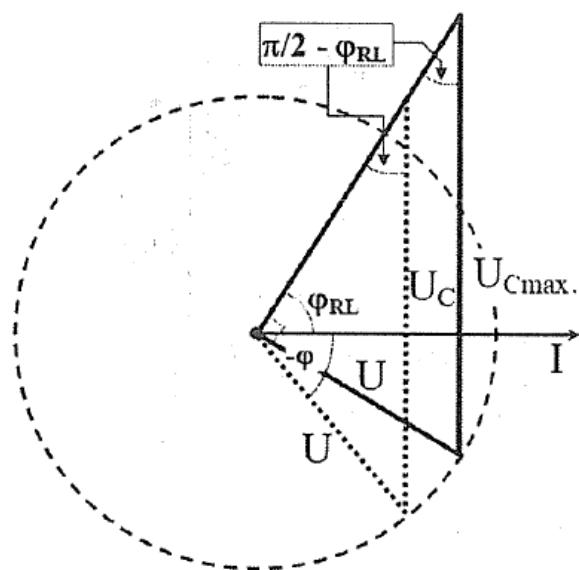
⇒ Chọn D.



**Ví dụ 10:** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2} \cos \omega t$  vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm cuộn dây và tụ điện có điện dung C thay đổi được. Khi  $C = C_1$  điện áp hiệu dụng trên tụ đạt giá trị cực đại. Khi  $C = C_2$  điện áp hiệu dụng trên tụ nhỏ hơn giá trị cực đại là  $51,764$  V, đồng thời điện áp hai đầu đoạn mạch và điện áp hai đầu cuộn dây lệch pha so với dòng điện lần lượt là  $-\pi/4$  và  $5\pi/12$ . Giá trị  $U$  **gần giá trị nào nhất** sau đây?

- A. 50 V.      B. 100 V.      C. 150 V.      D. 200 V.

*Hướng dẫn*



$$\text{Áp dụng định lý hàm số sin: } \frac{U}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \varphi_{RL}\right)} = \frac{U_C}{\sin(\varphi_{RL} - \varphi)} = \frac{U_{C\max}}{\sin\frac{\pi}{2}}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} U_{C_{\max}} = \frac{U}{\cos \varphi_R} \\ U_C = \frac{U}{\cos \varphi_R} \sin(\varphi_R - \varphi) \end{cases} \Rightarrow \Delta U = U_{C_{\max}} - U_C = U \cdot \frac{1 - \sin(\varphi_R - \varphi)}{\cos \varphi_R}$$

Thay  $\varphi = -\pi/4$ ,  $\varphi_R = 5\pi/12$  và  $\Delta U = 51,764$  V, ta được:

$$51,764 = U \cdot \frac{1 - \sin\left(\frac{5\pi}{12} + \frac{\pi}{4}\right)}{\cos \frac{5\pi}{12}} \Rightarrow U = 100(V) \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Ví dụ 11:** Đặt điện áp:  $u = U\sqrt{2} \cos \omega t(V)$  vào đoạn mạch AB nối tiếp gồm cuộn cảm và tụ điện có điện dung C thay đổi được. Khi  $C = C_0$  thì  $U_{C_{\max}}, U_R = U_1$  đồng thời u trễ hơn i là  $\alpha$  ( $\alpha > 0$ ). Khi  $C = C_1$  thì  $U_C = 470$  V sớm hơn i là  $\alpha$ . Khi  $C = C_2$  thì  $U_C = 470$  V,  $U_R = U_1 - 140$  V. Giá trị U gần giá trị nào nhất sau đây?

- A. 70 V.      B. 140 V.      C. 210 V.      D. 280 V.

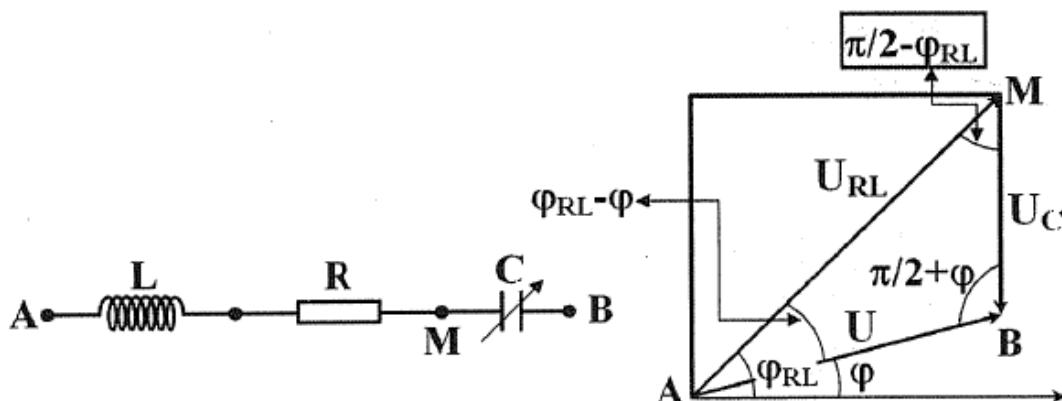
### Hướng dẫn

#### Cách 1:

Áp dụng định lý hàm số sin cho tam giác ANB:

$$\frac{U}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \varphi_R\right)} = \frac{U_R}{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right)} = \frac{U_C}{\sin(\varphi_R - \varphi)}$$

\*Khi  $C = C_0$ :  $\frac{U}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \varphi_R\right)} = \frac{U_1}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)} = \frac{U_{C_{\max}}}{\sin(\varphi_R + \alpha)}$   $\Rightarrow \begin{cases} \varphi_R = \frac{\pi}{2} - \alpha \\ \frac{U}{\sin \alpha} = \frac{U_1}{\cos \alpha} \end{cases}$  (1)



$$* \text{Khi } C = C_1 : \frac{U}{\sin \alpha} = \frac{470}{\sin \left( \frac{\pi}{2} - 2\alpha \right)} = \frac{470}{\cos 2\alpha} \quad (2)$$

$$* \text{Khi } C = C_2 : \frac{U}{\sin \alpha} = \frac{470}{\sin \left( \frac{\pi}{2} - \alpha - \varphi_2 \right)} = \frac{470}{\cos(\alpha + \varphi_2)} = \frac{U_1 - 140}{\sin \left( \frac{\pi}{2} + \varphi_2 \right)} \quad (3)$$

Từ (2) và (3) suy ra:  $(\alpha + \varphi_2) = -2\alpha \Rightarrow \varphi_2 = -3\alpha$  thay vào (1), (2) và (3):

$$\frac{U}{\sin \alpha} = \frac{470}{\cos 2\alpha} = \frac{U_1 - 140}{\cos \alpha} = \frac{140}{\cos 3\alpha} = \frac{140}{\cos \alpha - \cos 3\alpha} \Rightarrow \begin{cases} \cos \alpha = 0,966 \\ U \approx 140,3(V) \end{cases}$$

$\Rightarrow$  Chọn B.

Cách 2:

\* Ban đầu  $C = C_1$  điện áp trên điện trở có giá trị hiệu dụng đạt cực đại và i sớm hơn u một góc  $\alpha$ . Véc tơ  $AB_1$  biểu diễn điện áp giữa hai đầu mạch nằm dưới trục I góc  $\alpha$ ; Véc tơ  $AM_1$  biểu diễn điện áp hai đầu cuộn cảm; Véc tơ  $AM_1$  vuông góc với  $AB_1$ , lúc này Véc tơ  $M_1B_1$  biểu diễn điện áp tụ điện.

\* Khi  $C = C_2$  điện áp trên tụ điện có giá trị hiệu dụng 473,2 V và i trễ pha hơn u một góc  $\alpha$ . Véc tơ  $AB_2$  là điện áp hai đầu đoạn mạch, nằm trên trục I một góc  $\alpha$ . Lúc này,  $M_1$  trùng với  $M_2$ .

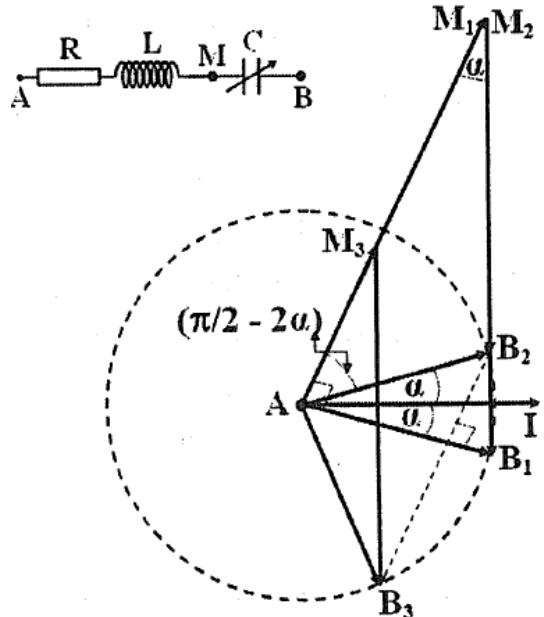
\* Khi  $C = C_3$  điện áp trên tụ có giá trị hiệu dụng 470 V, điện áp hiệu dụng ở hai đầu cuộn dây giảm 140 V so với khi  $C = C_2$ . Véc tơ  $AB_3$  biểu diễn điện áp giữa hai đầu đoạn mạch. Véc tơ  $AM_3$  biểu diễn điện áp trên cuộn cảm. Véc tơ  $M_3B_3$  biểu diễn điện áp trên tụ.

Tứ giác  $M_3B_3B_2M_2$  là hình bình hành nên  $B_3B_2 = M_3M_2 = 140$  V.

Áp dụng định lý hàm số sin cho tam giác  $AM_2B_2$ :

$$\frac{U}{\sin \alpha} = \frac{470}{\sin \left( \frac{\pi}{2} - 2\alpha \right)} \Rightarrow U = \frac{470 \sin \alpha}{\cos 2\alpha} \quad (1)$$

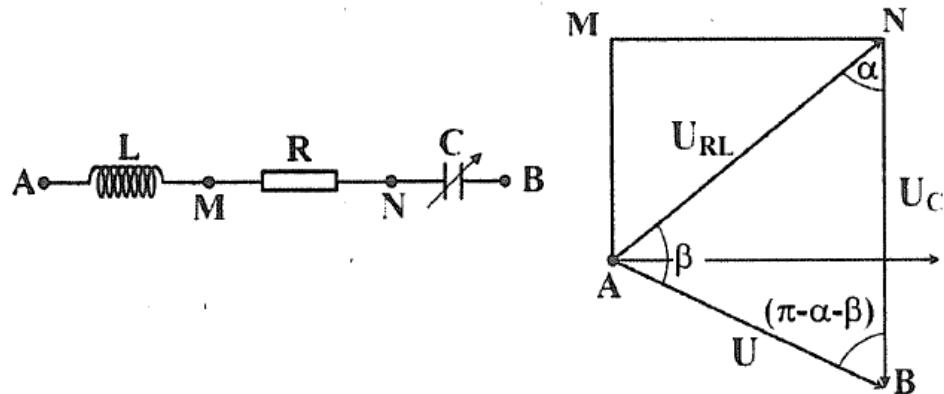
$$\text{Tam giác } AB_2B_3 \text{ cân tại A nên: } \frac{B_2B_3}{2} = AB_2 \sin 2\alpha \Leftrightarrow U = \frac{70}{\sin 2\alpha} \quad (2)$$



Từ (1) và (2) suy ra:  $\begin{cases} \cos\alpha = 0,966(\text{rad}) \\ U \approx 140,3(V) \end{cases}$

**Chú ý:** Khi dùng giản đồ véc tơ để tìm  $U_{L_{\max}}$  khi  $L$  thay đổi hoặc  $U_{C_{\max}}$  khi  $C$  thay đổi ta đã dùng định lý hàm số sin:  $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ . Nếu bài toán yêu cầu tìm điều kiện để  $(b + c) = \max$  thì ta áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = \frac{b+c}{\sin B + \sin C} = \frac{b+c}{2 \sin \frac{B+C}{2} \cos \frac{B-C}{2}}$$



$$\frac{U}{\sin\alpha} = \frac{U_R}{\sin(\alpha+\beta)} = \frac{U_C}{\sin\beta} = \frac{U_R + U_C}{\sin(\alpha+\beta) + \sin\beta} = \frac{U_R + U_C}{2 \sin \frac{\alpha+2\beta}{2} \cos \frac{\alpha}{2}}$$

$$U_R + U_C = \frac{U}{\sin \frac{\alpha}{2}} \sin \frac{\alpha+2\beta}{2} \Rightarrow (U_R + U_C)_{\max} = \frac{U}{\sin \frac{\alpha}{2}} \Leftrightarrow \alpha + 2\beta = \pi$$

**Ví dụ 12:** Đoạn mạch AB nối tiếp gồm hai đoạn mạch AM và MB. Đoạn mạch AM là một cuộn dây có điện trở thuần  $R = 40\sqrt{3} \Omega$  có độ tự cảm  $L = 0,4/\pi$  H, đoạn mạch MB là một tụ điện có điện dung C thay đổi được, C có giá trị hữu hạn và khác không. Đặt vào AB một điện áp:

$u_{AB} = 120\sqrt{2} \cos 100\pi t(V)$ . Điều chỉnh C để tổng điện áp hiệu dụng  $(U_{AM} + U_{MB})$  đạt giá trị cực đại. Tìm giá trị cực đại của tổng số này.

- A. 240 V.      B.  $120\sqrt{3}$  V.      C. 120 V.      D.  $120\sqrt{2}$  V.

**Hướng dẫn**

Tính:  $Z_L = \omega L = 40(\Omega) \Rightarrow \alpha = \arctan \frac{U_R}{U_L} = \arctan \frac{R}{Z_L} = \frac{\pi}{3}$

$$\text{Áp dụng: } (U_{RL} + U_C)_{\max} = \frac{U}{\sin \frac{\alpha}{2}} = 240(V) \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Ví dụ 13:** Mạch xoay chiều nối tiếp AB theo đúng thứ tự gồm điện trở R, cuộn cảm thuần L và tụ điện C. Gọi M là điểm nối L và C. Giữ nguyên các thông số khác thay đổi R để công suất toàn mạch đạt cực đại, đồng thời lúc này nếu chỉ thay đổi tần số thì điện áp hiệu dụng trên tụ sẽ giảm. Giữ nguyên R, cố định các thông số khác chỉ thay đổi C sao cho  $(U_{AM} + U_{MB})$  cực đại. Hỏi lúc này hệ số công suất của mạch bằng bao nhiêu?

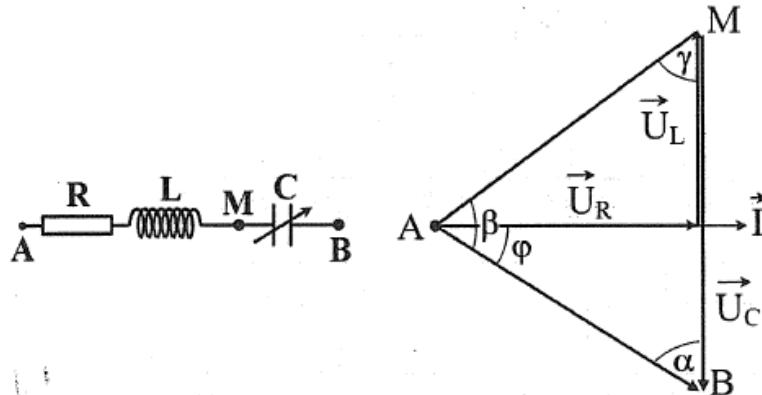
- A. 0,71.      B. 0,85.      C. 0,96.      D. 0,94.

### Hướng dẫn

Lúc  $R = R_0$  có cực đại kép:

$$\begin{cases} P_{\max} \Leftrightarrow R = |Z_L - Z_C| \\ U_{C\max} \Leftrightarrow Z_L = Z_r = \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}} = \sqrt{Z_L Z_C - \frac{R^2}{2}} \Rightarrow Z_C - Z_L = \frac{R^2}{2Z_L} > 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow R = \left| \frac{R^2}{2Z_L} \right| \Rightarrow Z_L = \frac{R}{2}$$



Khi C thay đổi, vẽ giản đồ véc tơ. Sử dụng định lý hàm số sin cho tam giác AMB:

$$\frac{U}{\sin \gamma} = \frac{U_{AM}}{\sin \alpha} = \frac{U_{MB}}{\sin \beta} = \frac{U_{AM} + U_{MB}}{\sin \alpha + \sin \beta} = \frac{U_{AM} + U_{MB}}{2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}} = \frac{U_{AM} + U_{MB}}{2 \cos \frac{\gamma}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}}$$

$$(\text{Vì } \alpha + \beta + \gamma = \pi \text{ nên } \sin \frac{\alpha + \beta}{2} = \cos \frac{\gamma}{2})$$

$$\Rightarrow (U_{AM} + U_{MB}) = \max \Leftrightarrow \alpha = \beta = \frac{\pi - \gamma}{2} \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2} - \alpha = \frac{\gamma}{2} = \frac{\arctan 2}{2}$$

$$(\text{Vì } \tan \gamma = \frac{R}{Z_L} = 2 \Rightarrow \gamma = \arctan 2) \Rightarrow \cos \varphi = \cos \frac{\arctan 2}{2} \approx 0,85 \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Ví dụ 14:** Mạch xoay chiều nối tiếp AB theo đúng thứ tự gồm điện trở R, cuộn cảm thuần L và tụ điện C. Gọi M là điểm nối L và C. Giữ nguyên các thông số khác thay đổi tần số dòng điện để điện áp hiệu dụng trên tụ cực đại thì hệ số công suất mạch là k. Giữ nguyên các thông số khác chỉ thay đổi C sao cho  $(U_{AM} + U_{MB})$  cực đại thì lúc này hệ số công suất mạch bằng  $k' = 0,82$ . Hỏi k **gần giá trị nào nhất** sau đây?

A. 0,7.

B. 0,8.

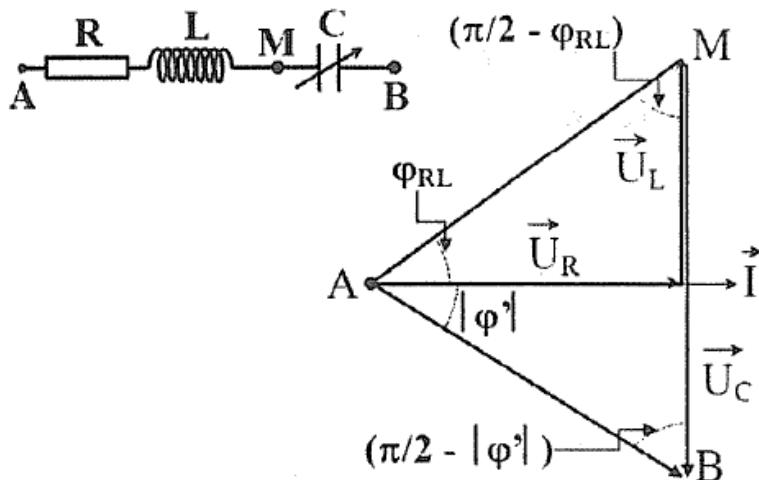
C. 0,9.

D. 0,6.

### Hướng dẫn

\*Khi f thay đổi:  $U_{C_{\max}} \Rightarrow \tan \varphi \tan \varphi_R = -\frac{1}{2} (*)$

\*Khi C thay đổi, vẽ giản đồ véc tơ.



Sử dụng định lý hàm số sin cho tam giác AMB:

$$\begin{aligned} \frac{U}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \varphi_R\right)} &= \frac{U_{AM}}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - |\varphi'|\right)} = \frac{U_{MB}}{\sin(\varphi_R + |\varphi'|)} = \frac{U_{AM} + U_{MB}}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - |\varphi'|\right) + \sin(\varphi_R + |\varphi'|)} \\ &= \frac{U_{AM} + U_{MB}}{2\sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi_R}{2}\right)\cos\frac{\pi - 2|\varphi'| - \varphi_R}{2}} \Rightarrow (U_{AM} + U_{MB}) = \max \Leftrightarrow \varphi_R = \frac{\pi}{2} - 2|\varphi'| (***) \end{aligned}$$

Thay (\*\*) vào (\*) ta được:

$$\tan \varphi \tan\left(\frac{\pi}{2} - 2|\varphi|\right) = -\frac{1}{2} \Rightarrow \tan \varphi = -0,5 \tan 2|\varphi| \Rightarrow \varphi = \arctan(-0,5 \tan(2 \arccos k'))$$

$$\Rightarrow \cos\varphi = \cos(\arctan(-0.5\tan(2\arccos k'))) = 0.592 \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Chú ý:** Có thể phối hợp điều kiện cực trị với giản đồ véc tơ để viết biểu thức u và i.

**Ví dụ 15:** Cho mạch điện AB theo thứ tự gồm điện trở R mắc nối tiếp với cuộn cảm thuần L nối tiếp với tụ điện có điện dung C thay đổi được. Gọi M là điểm nối L với C. Đặt vào 2 đầu đoạn mạch điện áp xoay chiều  $u_{AB} = 100\sqrt{2} \cos(100\pi t + \varphi_u) V$ . Thay đổi C để điện áp hiệu dụng trên đoạn AM cực đại thì biểu thức điện áp trên đó là  $u_{AM} = 200\sqrt{2} \cos(100\pi t - \pi/6) V$ . Xác định  $\varphi_u$ . Thay đổi C để điện áp hiệu dụng trên tụ cực đại viết biểu thức điện áp trên đoạn AM và MB lúc này.

### Hướng dẫn

$$* U_{AM} = IZ_{AM} = U \frac{\sqrt{R^2 + Z_L^2}}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \max$$

$\Leftrightarrow Z_L = Z_C \Leftrightarrow$  Mạch có công hưởng nên vẽ giản đồ véc tơ như hình 1.

Từ giản đồ véc tơ:

$$\cos\varphi_{AM} = \frac{U_R}{U} = \frac{1}{2} \Rightarrow \varphi_{AM} = 60^\circ \Rightarrow u_{AB} \text{ trễ pha}$$

hơn  $u_{AM}$  là  $\pi/3 \Rightarrow \varphi_u = -\pi/2$ , hay  $u_{AM} = 100\sqrt{2} \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{2}\right) (V)$ .

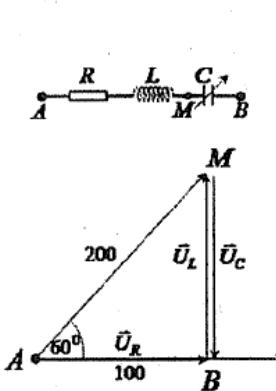
\* Khi  $U_{C_{\max}} \Rightarrow \vec{U} \perp \vec{U}_R$ , vẽ giản đồ véc tơ như hình 2.

$$\Rightarrow \begin{cases} AM = 100 \tan 60^\circ = 100\sqrt{3} (V) \\ u_{AM} \text{ sím pha hon } u_{AM} l\mu \frac{\pi}{2} \end{cases} \Rightarrow u_{AM} = 100\sqrt{6} \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}\right) (V)$$

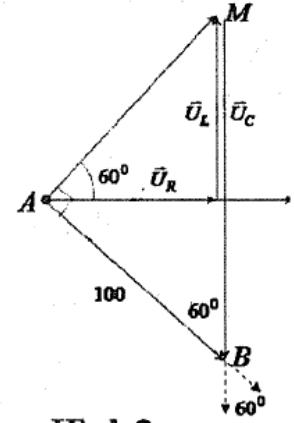
$$\Rightarrow \begin{cases} MB = \frac{100}{\cos 60^\circ} = 200 (V) \\ u_{MB} \text{ trễ pha hon } u_{AB} l\mu \frac{\pi}{3} \end{cases} \Rightarrow u_{AM} = 200\sqrt{2} \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3}\right) (V)$$

**Ví dụ 16:** Đặt điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng U vào đoạn mạch gồm cuộn cảm nối tiếp với tụ điện có điện dung C thay đổi được. Khi điều chỉnh để điện dung của tụ điện có giá trị  $C = C_1$  thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu tụ điện và hai đầu cuộn cảm đều bằng U đồng thời dòng điện trong mạch khi đó có biểu thức  $i_1 = 2\sqrt{6} \cos(100\pi t + \pi/4) A$ . Khi  $C = C_2$  thì điện áp hiệu dụng trên tụ cực đại và dòng điện trong mạch có biểu thức

A.  $i_2 = 3\sqrt{2} \cos(100\pi t + 5\pi/12) A$



Hình 1



Hình 2

B.  $i_2 = 3\sqrt{2} \cos(100\pi t + \pi/3) A$

C.  $i_2 = 2\sqrt{3} \cos(100\pi t + 5\pi/12) A$

D.  $i_2 = 2\sqrt{3} \cos(100\pi t + \pi/3) A$

### Hướng dẫn

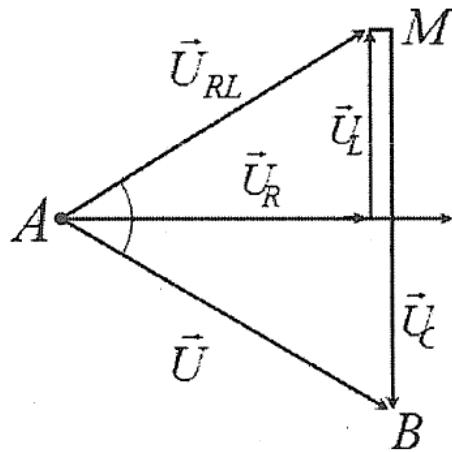
\*Khi  $C = C_1$  vẽ giản đồ véc tơ. Vì tam giác AMB đều nên  $Z_{C1} = 2Z_L$ ,  $Z_L = R/\sqrt{3} \Rightarrow$

$$U_0 = I_{01}Z = I_{01}\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_{C1})^2} = 4R\sqrt{2}(V)$$

\*Khi  $C = C_2$  thì  $U_{C_{max}}$  nên

$$Z_{C2} = \frac{U^2 + Z_L^2}{Z_L} = \frac{4R}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \tan \varphi = \frac{Z_L - Z_{C2}}{R} = -\sqrt{3} \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{3} \\ I_{02} = \frac{U_0}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_{C2})^2}} = 2\sqrt{2}(A) \end{cases}$$



Do đó:  $i_2 = 3\sqrt{2} \cos(100\pi t + 5\pi/12) A$

$\Rightarrow$  Chọn A.

**Ví dụ 17:** Đặt điện áp xoay chiều vào hai đầu đoạn mạch nối tiếp gồm điện trở R, cuộn cảm thuần L và tụ điện có điện dung C thay đổi được. Khi C thay đổi thì điện áp hiệu dụng cực đại trên R, L và C lần lượt là x, y, z. Nếu z/y = 3 thì z/x bằng

- A.  $2\sqrt{2}/3$ .      B.  $0,75\sqrt{2}$ .      C. 0,75.      D.  $2\sqrt{2}$ .

### Hướng dẫn

$$U_{R_{max}} \text{ và } U_{L_{max}} \text{ cộng hưởng} \Leftrightarrow I_{max} = \frac{U}{R} \Rightarrow \begin{cases} x = U_{R_{max}} = U \\ y = U_{L_{max}} = I_{max}Z_L = \frac{U}{R}Z_L \end{cases}$$

$$z = U_{C_{max}} = \frac{U\sqrt{R^2 + Z_L^2}}{R} \xrightarrow{z=3y} \sqrt{R^2 + Z_L^2} = 3Z_L \Rightarrow Z_L = \frac{R}{2\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow z = \frac{U\sqrt{R^2 + Z_L^2}}{R} = 0,75\sqrt{2}U \Rightarrow \frac{z}{x} = 0,75\sqrt{2} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Ví dụ 18:** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U_0 \cos 100\pi t(V)$  vào hai đầu đoạn mạch nối tiếp gồm, điện trở  $R = 100 \Omega$ , cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L = 2/\pi H$ , đ có điện dung C thay đổi được. Điều chỉnh  $C = C_1$  thì  $U_{C_{max}}$ . Giá trị nào của C sau đây thì  $U_C = 0,98U_{C_{max}}(V)$ ?

- A.  $44/\pi \mu F$ .      B.  $4,4/\pi \mu F$ .      C.  $3,6/\pi \mu F$ .      D.  $2/\pi \mu F$ .

## Hướng dẫn

Cách 1:

$$\text{Tính: } Z_L = \omega L = 200(\Omega) \Rightarrow \varphi_R = \arctan \frac{Z_L}{R} = \arctan 2$$

$$\text{Áp dụng công thức: } U_C = U_{C\max} \sin(-\varphi + \varphi_R)$$

$$\Leftrightarrow 0,98 = \sin(-\varphi + \arctan 2) \Rightarrow \begin{cases} \varphi = -0,2633 \\ \varphi = -0,6640 \end{cases}$$

$$\text{Từ công thức: } Z_C = Z_L = R \tan \varphi \Rightarrow C = \frac{1}{\omega(Z_L - R \tan \varphi)}.$$

Thay số vào tính được:  $C = 44/\pi \mu F$  hoặc  $C = 36/\pi \mu F \Rightarrow \text{Chọn A.}$

Cách 2:

Áp dụng công thức:  $U_C = U_{C\max} \cos(\varphi + \varphi_0)$  với  $\tan \varphi_0 = \frac{R}{Z_L}$  (thay số vào tính ra  $\varphi_0 = 0,464$  rad). Do đó  $\cos(\varphi + 0,464) = 0,98 \Rightarrow \varphi = -0,264$  rad hoặc  $\varphi = -0,6640$  rad.

$$\text{Từ công thức: } Z_C = Z_L - R \tan \varphi \Rightarrow C = \frac{1}{\omega(Z_L - R \tan \varphi)}.$$

Thay số vào tính được:  $C = 44/\pi \mu F$  hoặc  $C = 36/\pi \mu F \Rightarrow \text{Chọn A.}$

**Ví dụ 19:** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U\sqrt{2} \cos 100\pi t (V)$  vào hai đầu đoạn mạch nối tiếp gồm, điện trở  $R$ , cuộn cảm thuận  $L$ , tụ điện có điện dung  $C$  thay đổi được. Khi  $C = C_1$  thì  $U_C = 40 V$  và  $u_C$  trễ hơn  $u$  là  $\alpha_1$ . Khi  $C = C_2$  thì  $U_C = 40 V$  và  $u_C$  trễ hơn  $u$  là  $\alpha_2 = \alpha_1 + \pi/3$ . Khi  $C = C_3$  thì  $U_{C\max}$  đồng thời lúc này công suất mạch tiêu thụ bằng 50% công suất cực đại mà mạch có thể đạt được. Tính  $U$ .

## Hướng dẫn

$$*\text{Khi } C = C_1 \text{ thì } \varphi_1 = \alpha_1 - \frac{\pi}{2}$$

$$*\text{Khi } C = C_2 \text{ thì } \varphi_1 = \alpha_1 + \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{2} = \alpha_1 + \frac{\pi}{3}$$

$$*\text{Khi } C = C_3 \text{ thì } P = 0,5P_{\max} \Rightarrow \frac{U^2}{R} \cos^2 \varphi_0 = 0,5 \frac{U^2}{R} \Rightarrow \varphi_0 = -\frac{\pi}{4}$$

$$\text{Áp dụng công thức: } U_C = \frac{U}{\cos \varphi_R} \sin(-\varphi + \varphi_R) = U_{C\max} \cos\left(-\varphi + \varphi_R - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\begin{cases} U_C = U_{C_{\max}} \Leftrightarrow \varphi_0 = \varphi_R - \frac{\pi}{2} \\ U_{C1} = U_{C2} \Leftrightarrow \left( -\varphi_1 + \varphi_R - \frac{\pi}{2} \right) = -\left( -\varphi_2 + \varphi_R - \frac{\pi}{2} \right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \varphi_0 = \varphi_R - \frac{\pi}{2} \\ 2\varphi_0 = \varphi_1 + \varphi_2 \end{cases}$$

\*Thay  $\varphi_0 = -\frac{\pi}{4}$  và  $\varphi_2 = \varphi_1 + \frac{\pi}{3}$  ta được: 
$$\begin{cases} \varphi_R = +\frac{\pi}{4} \\ \varphi_1 = -\frac{5\pi}{12} \end{cases}$$

$$\Rightarrow U_{C1} = \frac{U}{\cos \varphi_R} \sin(-\varphi_1 + \varphi_R) \Rightarrow 40 = \frac{U}{\cos \frac{\pi}{4}} \sin\left(\frac{5\pi}{12} + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\Rightarrow U = \frac{40\sqrt{6}}{3} = 32,66(V) \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Ví dụ 20:** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U_0 \cos \omega t$  vào hai đầu đoạn mạch RLC nối tiếp (cuộn dây thuần cảm). Khi chỉ thay đổi L đến giá trị  $L_1$  còn C và R giữa nguyên thì  $U_{L_{\max}}$ . Nếu giữ nguyên L, R thay đổi C đến giá trị  $C_1$  thì  $U_{C_{\max}} = 80$  V. Biết  $Z_{L1} = 2Z_{C1}$  và  $Z_C = 5Z_L$ . Giá trị  $U_{L_{\max}}$  gần giá trị nào nhất sau đây?

- A. 300 V.      B. 260 V.      C. 380 V.      D. 100 V.

### Hướng dẫn

Khi L thay đổi: 
$$\begin{cases} U_{L_{\max}} = \frac{U\sqrt{R^2 + Z_C^2}}{R} \\ Z_{L1} = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C} \end{cases}$$

Khi C thay đổi: 
$$\begin{cases} U_{C_{\max}} = \frac{U\sqrt{R^2 + Z_L^2}}{R} = 80(V) \\ Z_{C1} = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L} \end{cases}$$

Từ  $Z_{L1} = 2Z_{C1}$  suy ra:  $\frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C} = 2 \cdot \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L} \xrightarrow[Z_C=5Z_L]{} Z_L = R\sqrt{0,6} \Rightarrow Z_C = 5R\sqrt{0,6}$

Xét tỉ số:  $\frac{U_{L_{\max}}}{U_{C_{\max}}} = \frac{\sqrt{R^2 + Z_C^2}}{\sqrt{R^2 + Z_L^2}} = \frac{\sqrt{R^2 + 25.0,6.R^2}}{\sqrt{R^2 + 0,6.R^2}} = \sqrt{10}$

$$\Rightarrow U_{L_{\max}} \approx 252,98(V) \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Ví dụ 21:** Cho đoạn mạch điện xoay chiều RLC mắc nối tiếp, trong đó L là cuộn thuần cảm, C là tụ có điện dung biến đổi được. Đặt vào hai đầu đoạn mạch một điện áp có giá trị hiệu dụng U và tần số f không thay đổi. Điều chỉnh giá trị của điện dung của tụ người ta thấy, ứng với hai giá trị C<sub>1</sub> và C<sub>2</sub> thì cường độ dòng điện trong mạch lệch pha nhau góc π/3, điện áp hiệu dụng trên tụ có cùng giá trị 60 V. Ứng với giá trị điện dung C<sub>3</sub> thì điện áp hiệu dụng trên tụ có độ lớn cực đại, mạch tiêu thụ công suất bằng một nửa công suất cực đại. Tính điện áp hiệu dụng giữa hai đầu đoạn mạch.

- A. 60 V.      B. 80 V.      C.  $60\sqrt{2}$  V.      D.  $20\sqrt{6}$  V.

### Hướng dẫn

Áp dụng công thức “độc”:  $U_C = \frac{U}{R} \sqrt{R^2 + Z_L^2} \cos(\varphi + \varphi_0)$  với  $\tan \varphi_0 = \frac{R}{Z_L}$ .

$$* \text{Để } U_{C_{\max}} \text{ thì } \varphi = -\varphi_0 (C = C_3) \text{ hay } \tan \varphi = -\tan \varphi_0 \Leftrightarrow \frac{Z_L - Z_{C3}}{R} = \frac{R}{Z_L} \quad (1)$$

Theo bài ra, khi C = C<sub>3</sub> thì còn có  $P_3 = P_{\text{cong\_huong}} / 2$  nên  $I_3 = I_{\text{cong\_huong}} \sqrt{2}$  hay:

$$\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_{C3})^2} = R\sqrt{2} \Rightarrow Z_{C3} = Z_L + R. \text{ Thay kết quả này vào (1):}$$

$$\frac{Z_L - (Z_L + R)}{R} = \frac{R}{Z_L} \Rightarrow Z_L = R \Rightarrow \tan \varphi_0 = \frac{R}{Z_L} = 1 \Rightarrow \varphi_0 = \frac{\pi}{4}$$

$$* \text{Với } C = C_1 \text{ và } C = C_2 \text{ mà } U_{C1} = U_{C2} = 60 \text{ V} \text{ thì từ } U_C = \frac{U}{R} \sqrt{R^2 + Z_L^2} \cos(\varphi + \varphi_0)$$

Suy ra:  $\cos(\varphi_1 + \varphi_0) = \cos(\varphi_2 + \varphi_0)$ ,  $\text{hay } (\varphi_1 + \varphi_0) = -(\varphi_2 + \varphi_0) \Rightarrow \varphi_1 + \varphi_2 = -\pi/2$ . Từ kết quả này kết hợp với  $\varphi_1 - \varphi_2 = \pi/3$  suy ra:  $\varphi_1 = -\pi/12$  và  $\varphi_2 = -5\pi/12$ .

\*Thay kết quả trở lại công thức:  $U_{C1} = \frac{U}{R} \sqrt{R^2 + Z_L^2} \cos(\varphi_1 + \varphi_0)$ , ta được:

$$60 = \frac{U}{R} \sqrt{R^2 + R^2} \cos\left(-\frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow U = 20\sqrt{6}(V) \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Ví dụ 22:** Đặt điện áp ổn định vào hai đầu đoạn mạch AB nối tiếp gồm: điện trở thuần R, cuộn cảm thuần L và tụ điện có điện dung C thay đổi được. Khi C = C<sub>0</sub> thì  $U_{C_{\max}}$ . Khi C = C<sub>1</sub> hoặc C = C<sub>2</sub> thì  $U_{C1} = U_{C2} = kU_{C_{\max}}$ . Tổng hệ số công suất của mạch AB khi C = C<sub>1</sub> và C = C<sub>2</sub> là nk. Hệ số công suất của mạch AB khi C = C<sub>0</sub> bằng

- A.  $n/\sqrt{2}$ .      B. n.      C. n/2.      D.  $n\sqrt{2}$ .

## Hướng dẫn

Thay  $U_{C1} = U_{C2} = kU_{Cmax}$  công thức “độc” (xem **Bộ đề 4 trong 1**):  $U_C = U_{Cmax} \cos(\varphi + \varphi_0)$ , ta được:  $k = \cos(\varphi_1 + \varphi_0) = \cos(\varphi_2 + \varphi_0) \xrightarrow{\text{G} \& \text{C}_1 > \text{C}_2}$

$$\begin{cases} \varphi_1 + \varphi_0 = +\arccos k \\ \varphi_2 + \varphi_0 = -\arccos k \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2} = \arccos k \\ \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} = -2\varphi_0 \end{cases}$$

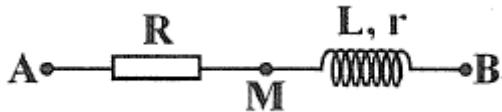
$$\text{Từ } \cos\varphi_1 + \cos\varphi_2 = nk \Rightarrow 2\cos\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2} \cos\frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} = nk$$

$$\Rightarrow 2\cos(\arccos k) \cos\varphi_0 = kn \Rightarrow \cos\varphi_0 = \frac{n}{2} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Ví dụ 23:** Mạch điện xoay chiều AB nối tiếp gồm: đoạn AM chứa điện trở thuần R, đoạn MB chứa cuộn dây có độ tự cảm L thay đổi được, có điện trở  $r = (2\sqrt{3}-3)R/6$  nối tiếp với tụ điện có điện dung C thay đổi được. Biết rằng, L và C thay đổi sao cho mạch AB luôn có tính cảm kháng. Tính độ lệch pha cực đại giữa  $u_{MB}$  và  $u_{AB}$ .

- A.  $\pi/12$ .      B.  $\pi/6$ .      C.  $\pi/4$ .      D.  $\pi/3$

## Hướng dẫn



$$\text{Đặt } \alpha = \varphi_{MB} - \varphi_{AB} \text{ thì } \tan \alpha = \tan(\varphi_{MB} - \varphi_{AB}) = \frac{\tan \varphi_{MB} - \tan \varphi_{AB}}{1 + \tan \varphi_{MB} \tan \varphi_{AB}}$$

$$\tan \alpha = \frac{\frac{Z_L - Z_C}{r} - \frac{Z_L - Z_C}{R+r}}{1 + \frac{Z_L - Z_C}{r} \frac{Z_L - Z_C}{R+r}} = \frac{\frac{R}{(Z_L - Z_C) + (R+r)}}{\underbrace{\frac{(Z_L - Z_C)}{R+r}}_{\geq 2\sqrt{r(R+r)}}} \leq \frac{R}{2\sqrt{r(R+r)}} = \sqrt{3}$$

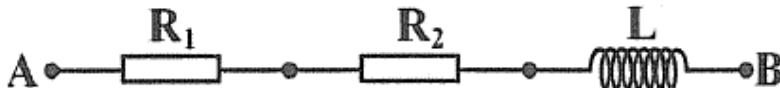
$$\Rightarrow \tan \alpha_{\max} = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha_{\max} = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Ví dụ 24:** Đặt hiệu điện thế xoay chiều  $u = U_0 \cos(100\pi t + \varphi)$  (V) vào hai đầu đoạn mạch nối tiếp theo thứ tự gồm  $R_1, R_2$  ( $R_1 = 2R_2 = 200\sqrt{3}\Omega$ ) và cuộn thuần cảm có độ tự cảm L thay đổi được.

Điều chỉnh L cho đến khi hiệu điện thế tức thời giữa hai đầu đoạn mạch chứa  $R_2$  và L lệch pha cực đại so với hiệu điện thế hai đầu đoạn mạch. Giá trị của độ tự cảm lúc đó là

- A.  $L = 2/\pi$  (H).      B.  $L = 3/\pi$  (H).      C.  $L = 4/\pi$  (H).      D.  $L = 1/\pi$  (H).

### Hướng dẫn



Đặt  $Z_L = xR_2$ .

$$\text{Xét } \tan(\varphi_{R2L} - \varphi) = \frac{\tan\varphi_{R2L} - \tan\varphi}{1 + \tan\varphi_{R2L}\tan\varphi} = \frac{\frac{Z_L}{R_2} - \frac{Z_L}{R_1 + R_2}}{1 + \frac{Z_L}{R_2} \cdot \frac{Z_L}{R_1 + R_2}} = \frac{x - \frac{x}{3}}{1 + x \cdot \frac{x}{3}} = \frac{2}{x + 3} = \max \Leftrightarrow$$

$$x = \sqrt{3}, \text{ hay } Z_L = R_2\sqrt{3} = 300 \Omega \Rightarrow L = Z_L / 100\pi = 3/\pi (H) \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

### Vấn đề 3: Khi L thay đổi để $U_{R_{\max}}$ . Khi C thay đổi để $U_{RC_{\max}}$

Nhu chúng ta đã biết, “vạn bất đắc dĩ” mới phải dùng đến đạo hàm để tìm cực trị! Đối với hai bài toán “Tìm  $U_{R_{\max}}$  khi L thay đổi và tìm  $U_{RC_{\max}}$  khi C thay đổi”, trước tháng 1/2015 trong các tài liệu tham khảo chỉ dùng cách duy nhất là đạo hàm khảo sát hàm số (trong tài liệu này kí hiệu là **Cách 1**).

Ý tưởng của tôi từ năm 2013 là giải bài toán cực trị điện xoay chiều bằng phương pháp lượng giác và đã thành công với các bài toán “Tìm  $U_{L_{\max}}$  khi L thay đổi và tìm  $U_{C_{\max}}$  khi C thay đổi”. Phát triển ý tưởng của tôi đến tháng 12/2014 bạn **Nguyễn Công Linh** đã giải quyết thành công với bài toán “Tìm  $U_{RC_{\max}}$  khi L thay đổi và tìm  $U_{RC_{\max}}$  khi C thay đổi” (trong tài liệu này kí hiệu là **Cách 2**).

Tuy nhiên, trong cách giải của bạn **Nguyễn Công Linh** vẫn còn dính dáng đến đạo hàm và khảo sát hàm số. Trong tài liệu này, tôi sẽ trình bày thêm cách thứ 3 chỉ dùng lượng giác không hề dính dáng đến đạo hàm khảo sát hàm số.

### • KHI L THAY ĐỔI

**Cách 1:**

$$U_R = I \cdot Z_R = U \cdot \sqrt{\frac{R^2 + Z_L^2}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = U \cdot \sqrt{\frac{Z_L^2 + R^2}{Z_L^2 - 2Z_L Z_C + (R^2 + Z_C^2)}} = U \cdot \sqrt{y}$$

$$y' = \frac{-2Z_C(Z_L^2 - 2Z_L Z_C - R^2)}{[Z_C^2 - 2Z_L Z_C + (R^2 + Z_L^2)]} = 0 \Rightarrow Z_L = \frac{Z_C + \sqrt{Z_C^2 + 4R^2}}{2}$$

$$\text{Kết quả 1: } U_{RL\max} = \frac{UR}{\frac{-Z_c + \sqrt{Z_c^2 + 4R^2}}{2}} = \frac{UZ_L}{R} \Leftrightarrow Z_L = \frac{Z_c + \sqrt{Z_c^2 + 4R^2}}{2}$$

Cách 2:

$$\text{Từ } \tan \varphi = \frac{Z_L - Z_c}{R} \Rightarrow \begin{cases} Z_L - Z_c = R \tan \varphi \\ Z_L = Z_c + R \tan \varphi \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow U_R &= I \cdot Z_R = U \cdot \sqrt{\frac{R^2 + Z_L^2}{R^2 + (Z_L - Z_c)^2}} = U \cdot \sqrt{\frac{R^2 + (Z_c + R \tan \varphi)^2}{R^2 + R^2 \tan^2 \varphi}} \\ \Rightarrow U_R &= U \cdot \sqrt{\cos^2 \varphi \left( \frac{Z_c}{R} \cos \varphi + \sin \varphi \right)^2} = U \cdot \sqrt{1 + \left( \frac{Z_c}{R} \right)^2 \cos^2 \varphi + \frac{Z_c}{R} \sin 2\varphi} = U \sqrt{y} \\ \Rightarrow y' &= -2 \left( \frac{Z_c}{R} \right)^2 \cos \varphi \sin \varphi + 2 \frac{Z_c}{R} \cos 2\varphi = 0 \Rightarrow \tan 2\varphi = \frac{2R}{Z_c} = \tan 2\varphi_0 \\ \Rightarrow U_{RL\max} &= U \cdot \sqrt{1 + \left( \frac{2}{\tan 2\varphi} \right)^2 \cos^2 \varphi + \frac{2}{\tan 2\varphi} \sin 2\varphi} = \frac{U}{\tan \varphi} \end{aligned}$$

$$\text{Kết quả 2: } U_{RL\max} = \frac{U}{\tan \varphi_0} \Leftrightarrow \tan 2\varphi = \tan 2\varphi_0 = \frac{2R}{Z_c} \Leftrightarrow Z_L = \frac{R}{\tan \varphi_0}$$

Cách 3:

$$\begin{aligned} \text{Từ kết quả: } U_R &= U \cdot \sqrt{1 + \left( \frac{Z_c}{R} \right)^2 \cos^2 \varphi + \frac{Z_c}{R} \sin 2\varphi} \\ &= U \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{2} \left( \frac{Z_c}{R} \right)^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{Z_c}{R} \right)^2 \cos 2\varphi + \frac{Z_c}{R} \sin 2\varphi} \\ &= U \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{2} \left( \frac{Z_c}{R} \right)^2 + \frac{Z_c}{R} \left( \frac{Z_c}{2R} \cos 2\varphi + \sin 2\varphi \right)}. \text{ Đặt } \tan 2\varphi_0 = \frac{2R}{Z_c} \text{ ta được:} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} U_R &= U \cdot \sqrt{1 + \frac{2}{\tan^2 2\varphi_0} + \frac{2}{\tan 2\varphi_0 \sin 2\varphi_0} \cos(2\varphi - 2\varphi_0)} \\ U_R &= U \cdot \sqrt{\frac{1 + \cos^2 2\varphi_0}{\sin^2 2\varphi_0} + \frac{2 \cos 2\varphi_0}{\sin^2 2\varphi_0} \cos(2\varphi - 2\varphi_0)} \end{aligned}$$

Ta nhận thấy:  $U_{RL\max}$  khi  $2\varphi = 2\varphi_0$

$$\text{và } U_R = U \sqrt{\frac{1 + \cos^2 2\varphi_0}{\sin^2 2\varphi_0} + \frac{2 \cos 2\varphi_0}{\sin^2 2\varphi_0}} = U \sqrt{\frac{(1 + \cos 2\varphi_0)^2}{\sin^2 2\varphi_0}} = \frac{U}{\tan \varphi_0}$$

**Kết luận:**

$$1) U_{RL\max} = \frac{U}{\tan \varphi_0} \Leftrightarrow \tan 2\varphi = \tan 2\varphi_0 = \frac{2R}{Z_C} \Leftrightarrow Z_L = \frac{R}{\tan \varphi_0}$$

$$2) U_{RL1} = U_{RL2} \Leftrightarrow (2\varphi_1 - 2\varphi_0) = -(2\varphi_2 - 2\varphi_0) \Leftrightarrow \varphi_0 = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}$$

### **• KHI C THAY ĐỔI**

**Cách 1:**

$$U_{RC} = I \cdot Z_{RC} = U \cdot \sqrt{\frac{R^2 + Z_C^2}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = U \cdot \sqrt{\frac{Z_C^2 + R^2}{Z_C^2 - 2Z_L Z_C + (R^2 + Z_L^2)}} = U \cdot \sqrt{y}$$

$$y' = \frac{-2Z_L(Z_C^2 - 2Z_L Z_C - R^2)}{[Z_C^2 - 2Z_L Z_C + (R^2 + Z_L^2)]} = 0 \Rightarrow Z_C = \frac{Z_L + \sqrt{Z_L^2 + 4R^2}}{2}$$

$$\text{Kết quả 3: } U_{RC\max} = \frac{UR}{\frac{-Z_L + \sqrt{Z_L^2 + 4R^2}}{2}} = \frac{UZ_C}{R} \Leftrightarrow Z_C = \frac{Z_L + \sqrt{Z_L^2 + 4R^2}}{2}$$

**Cách 2:**

$$\text{Từ } \tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} \Rightarrow \begin{cases} Z_L - Z_C = R \tan \varphi \\ Z_C = Z_L - R \tan \varphi \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow U_{RC} &= I \cdot Z_{RC} = U \cdot \sqrt{\frac{R^2 + Z_C^2}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = U \cdot \sqrt{\frac{R^2 + (Z_L + R \tan \varphi)^2}{R^2 + R^2 \tan^2 \varphi}} \\ &= U \cdot \sqrt{\cos^2 \varphi \left( \frac{Z_L}{R} \cos \varphi - \sin \varphi \right)^2} = U \cdot \sqrt{1 + \left( \frac{Z_L}{R} \right)^2 \cos^2 \varphi - \frac{Z_L}{R} \sin 2\varphi} = U \cdot \sqrt{y} \\ \Rightarrow y' &= -2 \left( \frac{Z_L}{R} \right)^2 \cos \varphi \sin \varphi - 2 \frac{Z_L}{R} \cos 2\varphi = 0 \Rightarrow \tan 2\varphi = -\frac{2R}{Z_L} = -\tan 2\varphi_0 \\ \Rightarrow U_{RC\max} &= U \cdot \sqrt{1 + \left( \frac{2}{-\tan 2\varphi} \right)^2 \cos^2 \varphi + \frac{2}{\tan 2\varphi} \sin 2\varphi} = \frac{U}{\tan \varphi} \end{aligned}$$

$$\text{Kết quả 4: } U_{RC\max} = \frac{U}{\tan\varphi_0} \Leftrightarrow \tan(-2\varphi) = \tan 2\varphi_0 = \frac{2R}{Z_L} \Leftrightarrow Z_C = -\frac{R}{\tan\varphi_0}$$

Cách 3:

$$\begin{aligned} & \text{Từ kết quả: } U_R = U \sqrt{1 + \left(\frac{Z_L}{R}\right)^2 \cos^2 \varphi - \frac{Z_L}{R} \sin 2\varphi} \\ &= U \sqrt{1 + \frac{1}{2} \left(\frac{Z_L}{R}\right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{Z_L}{R}\right)^2 \cos 2\varphi - \frac{Z_L}{R} \sin 2\varphi} \\ &= U \sqrt{1 + \frac{1}{2} \left(\frac{Z_L}{R}\right)^2 + \frac{Z_L}{R} \left( \frac{Z_L}{2R} \cos 2\varphi - \sin 2\varphi \right)}. \text{ Đặt } \tan 2\varphi_0 = \frac{2R}{Z_L} \text{ ta được:} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} U_{RC} &= U \sqrt{1 + \frac{2}{\tan^2 2\varphi_0} + \frac{2}{\tan 2\varphi_0 \sin 2\varphi_0} \cos(2\varphi + 2\varphi_0)} \\ U_{RC} &= U \sqrt{\frac{1 + \cos^2 2\varphi_0}{\sin^2 2\varphi_0} + \frac{2 \cos 2\varphi_0}{\sin^2 2\varphi_0} \cos(2\varphi + 2\varphi_0)} \end{aligned}$$

Ta nhận thấy:  $U_{RC\max}$  khi  $2\varphi = -2\varphi_0$

$$\text{và } U_{RC\max} = U \sqrt{\frac{1 + \cos^2 2\varphi_0}{\sin^2 2\varphi_0} + \frac{2 \cos 2\varphi_0}{\sin^2 2\varphi_0}} = U \sqrt{\frac{(1 + \cos 2\varphi_0)^2}{\sin^2 2\varphi_0}} = \frac{U}{\tan\varphi_0}$$

**Kết luận:**

$$1) U_{RC\max} = \frac{U}{\tan\varphi_0} \Leftrightarrow \tan(-2\varphi) = \tan 2\varphi_0 = \frac{2R}{Z_L} \Leftrightarrow Z_L = \frac{R}{\tan\varphi_0}$$

$$2) U_{RC1} = U_{RC2} \Leftrightarrow (2\varphi_1 + 2\varphi_0) = -(2\varphi_2 + 2\varphi_0) \Leftrightarrow \varphi_0 = -\frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}$$

**Chú ý:** Để dễ nhớ ta viết chung đổi xứng  $L, C$  như sau:

1) Khi  $L$  thay đổi:

$$* U_{RL\max} = \frac{UR}{-Z_C + \sqrt{Z_C^2 + 4R^2}} = \frac{UZ_L}{R} = \frac{U}{\tan\varphi_0} \text{ với } \begin{cases} Z_L = \frac{Z_C + \sqrt{Z_C^2 + 4R^2}}{2} \\ \tan 2\varphi = \tan 2\varphi_0 = \frac{2R}{Z_C} \end{cases}$$

Lúc này, dòng điện trễ pha hơn điện áp là  $\arctan\left(0,5 \tan \frac{2R}{Z_C}\right)$ .

$$* U_{L\max} = U \frac{\sqrt{R^2 + Z_c^2}}{R} = \frac{U}{\cos \varphi_{RC}} \text{ với } \begin{cases} Z_L = \frac{R^2 + Z_c^2}{Z_c} \\ \tan \varphi \tan \varphi_{RC} = -1 \Rightarrow \varphi = \arctan \frac{R}{Z_c} \end{cases}$$

Lúc này, dòng điện trễ pha hơn điện áp là  $\arctan \frac{R}{Z_c}$ .

2) Khi C thay đổi

$$* U_{RC\max} = \frac{UR}{-\frac{Z_L + \sqrt{Z_L^2 + 4R^2}}{2}} = \frac{UZ_c}{R} = \frac{U}{\tan \varphi_0} \text{ với } \begin{cases} Z_c = \frac{Z_L + \sqrt{Z_L^2 + 4R^2}}{2} \\ \tan(-2\varphi) = \tan 2\varphi_0 = \frac{2R}{Z_L} \end{cases}$$

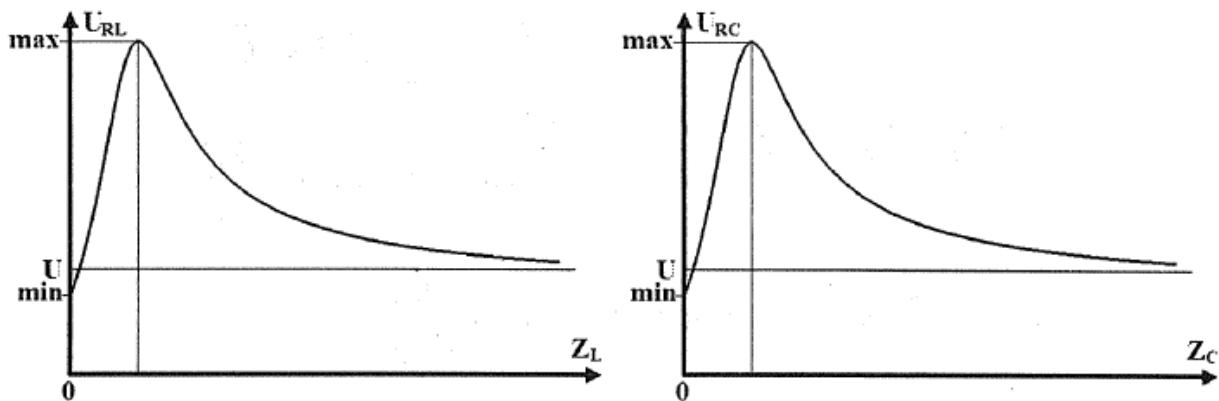
Lúc này, dòng điện sớm pha hơn điện áp là  $\arcsin \left( 0,5 \tan \frac{2R}{Z_L} \right)$ .

$$* U_{C\max} = U \frac{\sqrt{R^2 + Z_L^2}}{R} = \frac{U}{\cos \varphi'_0} \text{ với } \begin{cases} Z_c = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L} \\ \tan(-\varphi) = \tan \varphi'_0 = \frac{R}{Z_L} \end{cases}$$

Lúc này, dòng điện sớm pha hơn điện áp là  $\arctan \frac{R}{Z_L}$ .

3) Dạng đồ thị của

$$\begin{cases} U_{RL} = IZ_{RL} = U \sqrt{\frac{R^2 + Z_L^2}{R^2 + (Z_L - Z_c)^2}} \\ U_{RC} = IZ_{RC} = U \sqrt{\frac{R^2 + Z_c^2}{R^2 + (Z_L - Z_c)^2}} \end{cases}$$



Từ đồ thị suy ra:

$$\left\{ \begin{array}{l} U_{RL\max} = U \frac{Z_L}{R} = \frac{U}{\tan \varphi_0} \Leftrightarrow Z_L = \frac{Z_C + \sqrt{Z_C^2 + 4R^2}}{2} \Leftrightarrow \tan 2\varphi_0 = \frac{2R}{Z_C} \Leftrightarrow \varphi = \varphi_0 \\ U_{RL\min} = U \frac{R}{\sqrt{R^2 + Z_C^2}} = \frac{U}{\sqrt{1 + (Z_C/R)^2}} = \frac{U}{\sqrt{1 + \tan^2 \varphi_{RC}}} = U \cos \varphi_{RC} \Leftrightarrow Z_L = 0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} U_{RC\max} = U \frac{Z_C}{R} = \frac{U}{\tan \varphi_0} \Leftrightarrow Z_C = \frac{Z_L + \sqrt{Z_L^2 + 4R^2}}{2} \Leftrightarrow \tan 2\varphi_0 = \frac{2R}{Z_L} \Leftrightarrow \varphi = -\varphi_0 \\ U_{RC\min} = U \frac{R}{\sqrt{R^2 + Z_L^2}} = \frac{U}{\sqrt{1 + (Z_L/R)^2}} = \frac{U}{\sqrt{1 + \tan^2 \varphi_{RL}}} = U \cos \varphi_{RL} \Leftrightarrow Z_C = 0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} U_{RL\max} = U \frac{Z_L}{R} = \frac{U}{\tan \varphi_0} \Leftrightarrow Z_L = \frac{Z_C + \sqrt{Z_C^2 + 4R^2}}{2} \Leftrightarrow \tan 2\varphi_0 = \frac{2R}{Z_C} \Leftrightarrow \varphi = \varphi_0 \\ U_{RL\min} = U \frac{R}{\sqrt{R^2 + Z_C^2}} = \frac{U}{\sqrt{1 + (Z_C/R)^2}} = \frac{U}{\sqrt{1 + \tan^2 \varphi_{RC}}} = U \cos \varphi_{RC} \Leftrightarrow Z_L = 0 \end{array} \right.$$

**Ví dụ 1:** Đặt điện áp xoay chiều ổn định vào hai đầu đoạn mạch AB nối tiếp gồm cuộn cảm thuần có độ tự cảm L thay đổi, điện trở thuần R = 30 Ω và tụ điện có dung kháng 80 Ω. Thay đổi L để điện áp hiệu dụng trên đoạn mạch chứa RL đạt cực đại. Cảm kháng của cuộn cảm thuần lúc này là

- A. 50 Ω.      B. 180 Ω.      C. 90 Ω.      D. 56 Ω.

### Hướng dẫn

$$U_{RL\max} \Leftrightarrow Z_L = \frac{Z_C + \sqrt{Z_C^2 + 4R^2}}{2} = \frac{80 + \sqrt{80^2 + 4 \cdot 30^2}}{2} = 90(\Omega) \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Ví dụ 2:** Đặt điện áp  $u = 100\sqrt{2} \cos 100\pi t(V)$  vào hai đầu đoạn mạch nối tiếp RLC có  $R = 50\sqrt{3}\Omega$ ,  $C = 10^{-4}/\pi F$ , cuộn cảm thuần có độ tự cảm L thay đổi. Điều chỉnh  $L = L_1$  thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu cuộn cảm cực đại. Khi  $L = L_2$  để điện áp hiệu dụng giữa hai đầu đoạn mạch RL đạt cực đại. Khi  $L = L_3$  để điện áp hiệu dụng hai đầu tụ đạt cực đại. Khi điều chỉnh cho  $L = L_1 + L_2 - L_3$  thì công suất tiêu thụ của mạch **gần giá trị nào nhất** trong số các giá trị sau đây?

- A. 160 W.      B. 200 W.      C. 110 W.      D. 105 W.

### Hướng dẫn

$$\text{Tính: } Z_C = \frac{1}{\omega C} = 100(\Omega).$$

Khi L thay đổi:

$$U_{L\max} \Leftrightarrow Z_{L1} = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C} = 175(\Omega)$$

$$U_{RL\max} \Leftrightarrow Z_{L2} = \frac{Z_C + \sqrt{Z_C^2 + 4R^2}}{2} = 150(\Omega)$$

$$U_{C_{\max}} \Leftrightarrow Z_L = Z_C = 100(\Omega)$$

Khi  $L = L_1 + L_2 - L_3$  thì  $Z_L = \omega(L_1 + L_2 - L_3) = 225\Omega$

$$\Rightarrow P = I^2 R = \frac{U^2 R}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \frac{100^2 \cdot 50\sqrt{3}}{50^2 \cdot 3 + (225 - 100)^2} = 37,45(W) \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Ví dụ 3:** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U\sqrt{2} \cos \omega t(V)$  vào hai đầu đoạn mạch AB nối tiếp theo thứ tự gồm cuộn cảm thuần có độ tự cảm L thay đổi, điện trở thuần  $R = 30 \Omega$  và tụ điện có dung kháng  $80 \Omega$ . Thay đổi L để  $U_{RL}$  đạt cực đại. Lúc này, dòng điện

- A. trễ hơn u là  $\pi/2$ .
- B. sớm hơn u là  $0,32$  rad.
- C. trễ hơn u là  $0,32$  rad.
- D. sớm hơn u là  $\pi/2$ .

### Hướng dẫn

$$U_{RL_{\max}} \Leftrightarrow \tan 2\varphi = \frac{2R}{Z_C} \Rightarrow \varphi = 0,5 \arctan \frac{2R}{Z_C} = 0,5 \arctan \frac{2.30}{80} \approx 0,32(\text{rad}) > 0$$

$\Rightarrow$  Chọn C.

**Ví dụ 4:** Đặt điện áp xoay chiều ổn định  $120 V - 50 Hz$  vào hai đầu đoạn mạch AB nối tiếp gồm cuộn cảm thuần có độ tự cảm L thay đổi, điện trở thuần  $R = 30 \Omega$  và tụ điện có dung kháng  $80 \Omega$ . Thay đổi L để điện áp hiệu dụng trên đoạn mạch chúa RL đạt cực đại. Giá trị cực đại đó là

- A. 224 V.
- B. 360 V.
- C. 960 V.
- D. 57 V.

### Hướng dẫn

**Cách 1:**

$$U_{RL_{\max}} = \frac{UR}{-Z_C + \sqrt{Z_C^2 + 4R^2}} = \frac{120 \cdot 30}{-80 + \sqrt{80^2 + 4 \cdot 30^2}} = 360(V) \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Cách 2:**

$$U_{RL_{\max}} = \frac{U}{\tan \varphi_0} = \frac{U}{\tan \left( 0,5 \arctan \frac{2R}{Z_C} \right)} = \frac{120}{\tan \left( 0,5 \arctan \frac{2.30}{80} \right)} = 360(V)$$

**Ví dụ 5:** Đặt điện áp xoay chiều  $u = 1000\sqrt{2} \cos \omega t(V)$  vào hai đầu đoạn mạch AB nối tiếp theo thứ tự gồm đoạn AM chứa cuộn cảm thuần có độ tự cảm L, đoạn MB chứa điện trở thuần R và đoạn NB chứa tụ điện có điện dung C thay đổi được. Thay đổi L để  $U_{MB_{\max}}$  thì  $u_{AN}$  lệch pha so với i là  $\alpha$  với  $\tan \alpha = 1,5$ . Tìm  $U_{MB_{\max}}$ .

### Hướng dẫn

"Khi C thay đổi:  $U_{RC\max} = \frac{U}{\tan\varphi_0}$  khi  $\tan(-2\varphi) = \tan 2\varphi_0 = \frac{2R}{Z_L}$ "

Theo bài ra:  $\tan\varphi_{AN} = \frac{Z_L}{R} = \tan\alpha = 1,5 \Rightarrow \tan 2\varphi_0 = \frac{4}{3} \Rightarrow \varphi_0 = 0,5\arctan\frac{4}{3}$

$$U_{RC\max} = \frac{150}{\tan\left(0,5\arctan\frac{4}{3}\right)} = 300(V) \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Ví dụ 6:** Đặt điện áp xoay chiều  $u = 200\sqrt{2}\cos\omega t(V)$  vào hai đầu đoạn mạch AB nối tiếp gồm cuộn cảm thuần có độ tự cảm L thay đổi, điện trở thuần R và tụ điện có C. Biết hệ số công suất của đoạn mạch RC là 0,8. Thay đổi L để điện áp hiệu dụng trên đoạn mạch chứa RL đạt cực đại. Giá trị cực đại đó là

- A. 224,8 V.      B. 360 V.      C. 960 V.      D. 288,6 V.

### Hướng dẫn

Từ  $\cos\varphi_{RC} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + Z_C^2}} \Rightarrow 0,8 = \frac{R}{\sqrt{R^2 + Z_C^2}} \Rightarrow \frac{R}{Z_C} = \frac{4}{3}$

$$U_{RL\max} = \frac{U}{\tan\varphi_0} = \frac{U}{\tan\left(0,5\arctan\frac{2R}{Z_C}\right)} = \frac{200}{\tan\left(0,5\arctan\frac{2.4}{3}\right)} = 288,6(V)$$

$\Rightarrow$  Chọn D.

**Ví dụ 7:** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2}\cos 100\pi t(V)$  vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp theo đúng thứ tự gồm cuộn cảm thuần có cảm kháng  $120\Omega$ , điện trở thuần R và tụ điện có điện dung C thay đổi. Khi  $C = C_0$  thì điện áp hiệu dụng trên đoạn mạch chứa RC đạt cực đại và giá trị cực đại đó bằng  $2U$ . Dung kháng của tụ lúc này là

- A.  $160\Omega$ .      B.  $100\Omega$ .      C.  $150\Omega$ .      D.  $200\Omega$ .

### Hướng dẫn

$$U_{RC\max} = \frac{UR}{-Z_L + \sqrt{Z_L^2 + 4R^2}} \Rightarrow 2U = \frac{UR}{-120 + \sqrt{120^2 + 4R^2}} \Rightarrow R = 80(\Omega)$$

$$Z_C = \frac{Z_L + \sqrt{Z_L^2 + 4R^2}}{2} = 160(\Omega) \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Ví dụ 8:** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2}\cos 100\pi t(V)$  vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp theo đúng thứ tự gồm cuộn cảm thuần có độ tự cảm L thay đổi được, điện trở thuần R và tụ điện có điện dung C. Khi  $L = L_1$  thì điện áp hiệu dụng trên đoạn mạch chứa RL đạt giá trị cực đại và giá trị cực đại đó bằng

2U, đồng thời hệ số công suất toàn mạch là  $k_1$ . Khi  $L = L_2$  thì hệ số công suất của mạch là  $k_2$ . Chọn các phương án đúng.

- A.  $k_1 = 2/\sqrt{5}$ .      B.  $k_1 = 1/\sqrt{5}$ .      C.  $k_1 = \sqrt{3}/2$ .      D.  $k_1 = 3/\sqrt{13}$ .

### Hướng dẫn

#### Cách 1

\*Khi  $L = L_1$  thì  $\begin{cases} U_{RL\max} = \frac{UZ_{L1}}{R} \Leftrightarrow 2U = \frac{UZ_{L1}}{R} \Rightarrow Z_{L1} = 2R \\ Z_{L1} = \frac{Z_C + \sqrt{R_C^2 + 4R^2}}{2} \Leftrightarrow 2R = \frac{Z_C + \sqrt{R_C^2 + 4R^2}}{2} \Rightarrow Z_C = 1,5R \end{cases}$

$$\Rightarrow k_1 = \cos\varphi_1 = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_{L1} - Z_C)^2}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

\*Khi  $L = L_2$  thì  $U_{RL\max} \Leftrightarrow Z_{L2} = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C} = \frac{R^2 + (1,5R)^2}{1,5R} = \frac{13}{6}R$

$$\Rightarrow k_2 = \cos\varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{13}{6}R - 1,5R\right)^2}} = \frac{3}{\sqrt{13}} \Rightarrow \text{Chọn A, D.}$$

#### Cách 2:

Dựa vào kết quả:  $\begin{cases} U_{RL\max} = \frac{U}{\tan\varphi_0} \Leftrightarrow \tan 2\varphi_0 = \frac{2R}{Z_C} \\ U_{L\max} \Leftrightarrow \tan\varphi_{RC} \cdot \tan\varphi = -1 \end{cases}$

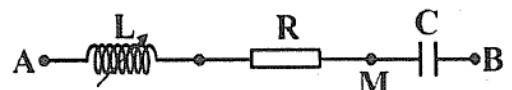
\*Khi  $L = L_1$  thì  $U_{RL\max}$  và  $\begin{cases} U_{RL\max} = \frac{U}{\tan\varphi_0} \Leftrightarrow 2U = \frac{U}{\tan\varphi_0} \Rightarrow \tan\varphi_0 = 0,5 \\ \frac{R}{Z_C} = \frac{\tan 2\varphi_0}{2} = \frac{\tan\varphi_0}{1 - \tan^2\varphi_0} = \frac{0,5}{1 - 0,5^2} = \frac{2}{3} \end{cases}$

\*Khi  $L = L_2$  thì  $U_{L\max}$  và  $\tan\varphi = \frac{R}{Z_C} = \frac{2}{3} \Rightarrow \cos\varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2\varphi}} = \frac{3}{\sqrt{13}}$

**Ví dụ 9:** Đặt điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng và tần số không thay đổi vào hai đầu đoạn mạch AB (hình vẽ).

Cuộn cảm thuận có độ tự cảm  $L$  thay đổi được; điện trở  $R$ , tụ điện có điện dung  $C$ . Lần lượt điều chỉnh  $L$  để  $U_{AM}$  và  $U_L$  cực đại thì  $u_{AB}$  lệch pha so với dòng điện trong mạch tương ứng là  $\varphi_0$  và  $\varphi'_0 = 0,588$  rad (với  $\varphi_0 > 0$ ). Hỏi  $\varphi_0$  gần **giá trị nào nhất** trong số các giá trị sau đây?

- A.  $0,32\pi$ .      B.  $0,25\pi$ .      C.  $0,18\pi$ .      D.  $0,15\pi$ .



### Hướng dẫn

Khi L thay đổi, dựa vào kết quả:  $\begin{cases} U_{RL\max} \Leftrightarrow \tan 2\varphi_0 = \frac{2R}{Z_C} \\ U_{L\max} \Leftrightarrow \tan \varphi_{RC} \tan \varphi'_0 = -1 \end{cases}$

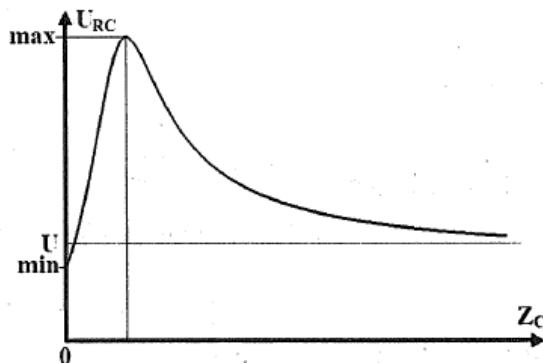
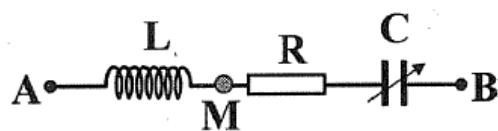
$$\begin{cases} \tan 2\varphi_0 = \frac{2R}{Z_C} \\ \tan \varphi'_0 = \frac{R}{Z_C} \end{cases} \Rightarrow \tan 2\varphi_0 = \tan \varphi'_0 \Rightarrow \tan 2\varphi_0 = 2 \tan 0,588 \Rightarrow \varphi_0 = 0,1476\pi$$

$\Rightarrow$  Chọn D.

**Ví dụ 10:** (ĐH – 2014) Đặt điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng 200 V và tần số không thay đổi vào hai đầu đoạn mạch AB (hình vẽ). Cuộn cảm thuần có độ tự cảm L xác định;  $R = 200 \Omega$ ; tụ điện có điện dung C thay đổi được. Điều chỉnh điện dung C để điện áp hiệu dụng giữa hai đầu đoạn mạch MB đạt giá trị cực tiểu là  $U_1$  và giá trị cực đại là  $U_2 = 400$  V. Giá trị của  $U_1$  là

- A. 173 V.      B. 80 V.      C. 111 V.      D. 200 V.

### Hướng dẫn



Cách 1:

$$U_{RC} = IZ_{RC} = U \sqrt{\frac{R^2 + Z_C^2}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$$

$$\begin{cases} Z_C = \frac{Z_L + \sqrt{Z_L^2 + 4R^2}}{2} \Rightarrow U_2 = U_{RC\max} = \frac{2UR}{-Z_L + \sqrt{Z_L^2 + 4R^2}} \\ Z_C = \infty \Rightarrow U_{RC(\infty)} = U \\ Z_C = 0 \Rightarrow U_{RC(0)} = U \sqrt{\frac{R^2}{R^2 + Z_L^2}} < 0 \Rightarrow U_1 = U \sqrt{\frac{R^2}{R^2 + Z_L^2}} \end{cases}$$

Theo bài ra:  $\begin{cases} 400 = \frac{200 \cdot 200 \cdot 2}{-Z_L + \sqrt{Z_L^2 + 4 \cdot 200^2}} \Rightarrow Z_L = 300(\Omega) \\ U_1 = 200 \sqrt{\frac{200^2}{200^2 + Z_L^2}} = 200 \sqrt{\frac{200^2}{200^2 + 300^2}} \approx 110,9(V) \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn C.}$

**Cách 2:**

Áp dụng kết quả:  $\begin{cases} U_{RC\max} = \frac{U}{\tan \varphi_0} \Leftrightarrow \tan 2\varphi_0 = \frac{2R}{Z_L} = \frac{2}{\tan \varphi_R} \\ U_{RC\min} = \frac{U}{\sqrt{1 + \tan^2 \varphi_R}} \Leftrightarrow Z_C = 0 \end{cases}$

$$\begin{cases} \tan \varphi_0 = \frac{U}{U_{RC\max}} = 0,5 \Rightarrow \tan \varphi_R = \frac{2}{\tan 2\varphi_0} = \frac{1 - \tan^2 \varphi_0}{\tan \varphi_0} = \frac{1 - 0,5^2}{0,5} = \frac{3}{2} \\ U_{RC\min} = \frac{U}{\sqrt{1 + \tan^2 \varphi_R}} = \frac{200}{\sqrt{1 + 9/4}} = 110,94(V) \end{cases}$$

$\Rightarrow$  Chọn C.

**Bình luận:** Điểm mới của bài toán là phối kết hợp giữa  $U_{RC\max}$  với  $U_{RC\min}$  khi C thay đổi. Bài toán sẽ khó hơn nếu ta kết hợp hai biến số biến đổi.

**Ví dụ 11:** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2} \cos \omega t (V)$  ( $U$  không đổi còn tần số thay đổi) vào hai đầu đoạn mạch AB nối tiếp theo thứ tự gồm tụ điện có điện dung  $C = 0,1/\pi mF$ , điện trở thuận R và cuộn cảm thuận có độ tự cảm L thay đổi được. Có định  $\omega = 100\pi$  rad/s, thay đổi L thì  $U_{RL\min} = U/\sqrt{5}$ . Có định  $L = L_0 \neq 0$  thay đổi  $\omega = \omega_0$  để  $U_{L\max}$  thì đúng lúc này  $U_C/U_L = 2/3$ . Tìm  $\omega_0$ .

- A.  $100\pi$  rad/s.      B.  $50\pi$  rad/s.      C.  $200\pi$  rad/s.      D.  $150\pi$  rad/s.

### Hướng dẫn

**Cách 1:**

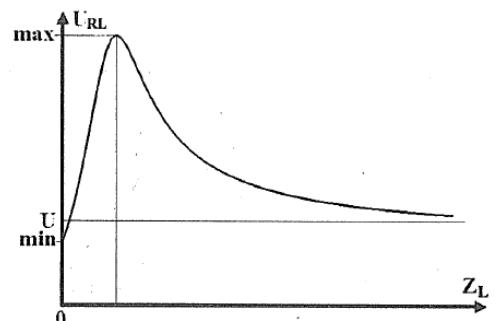
\*Khi L thay đổi:

$$U_{RL\min} = U \frac{R}{\sqrt{R^2 + Z_C^2}} = \frac{U}{\sqrt{1 + (Z_C/R)^2}}$$

$\Leftrightarrow Z_L = 0$ . Theo bài ra:  $U_{RL\min} = U/\sqrt{5}$  nên

$$1 + \left( \frac{Z_C}{R} \right)^2 = 5 \Rightarrow \frac{Z_C}{R} = 2$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{1}{100\pi \cdot 10^{-4}/\pi}}{R} = 2 \Rightarrow R = 50(\Omega)$$



\*Khi  $\omega$  thay đổi để  $U_{L_{\max}}$  ta chuẩn hóa số liệu:  $\begin{cases} Z_L = n \\ Z_C = 1 \\ R = \sqrt{2n-2} \end{cases} \xrightarrow{U_C/U_L=2/3}$

$$\begin{cases} \frac{2}{3} = \frac{Z_C}{Z_L} = \frac{1}{n} \Rightarrow n = 1,5 \\ \frac{Z_C}{R} = \frac{1}{\sqrt{2n-2}} = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot 1,5 - 2}} = 1 \Rightarrow Z_C = \frac{1}{\omega_0 C} = R = 50(\Omega) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{50 \cdot 10^{-4} / \pi} = 200\pi \text{ (rad/s)} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Cách 2:**

Tương tự như cách 1 tìm ra  $R = 50 (\Omega)$

\*Khi  $\omega$  thay đổi để  $U_{L_{\max}} \Leftrightarrow Z_C = Z_r = \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}} = \sqrt{Z_L Z_C - \frac{50^2}{2}}$

$$\xrightarrow{\begin{array}{l} U_C/U_L=2/3 \\ \Rightarrow Z_C/Z_L=2/3 \end{array}} \begin{cases} Z_L = 100(\Omega) \\ Z_C = 50(\Omega) \Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{C Z_C} = \frac{1}{50 \cdot 10^{-4} / \pi} = 200\pi \text{ (rad/s)} \end{cases}$$

**Ví dụ 12:** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2} \cos \omega t (V)$  ( $U$  không đổi còn tần số thay đổi) vào hai đầu đoạn mạch AB nối tiếp theo thứ tự gồm tụ điện có điện dung  $C = 0,1/\pi \text{ mF}$ , điện trở thuần  $R$  và cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L$  thay đổi được. Có định  $\omega = 100\pi \text{ rad/s}$ , thay đổi  $L$  thì  $U_{RL_{\max}} = U\sqrt{3}$ . Có định  $L = L_0 \neq 0$  thay đổi  $\omega = \omega_0$  để  $U_{L_{\max}}$  thì đúng lúc này  $U_C/U_L = 0,4$ . Tìm  $L_0$ .

- A.  $0,624/\pi \text{ H.}$       B.  $0,375/\pi \text{ H.}$       C.  $0,15/\pi \text{ H.}$       D.  $1/\pi \text{ H.}$

### Hướng dẫn

\*Khi  $L$  thay đổi:  $U_{RL_{\max}} = \frac{U}{\tan \varphi_0} \Leftrightarrow \tan 2\varphi_0 = \frac{2R}{Z_C}$ .

Thay số:  $U\sqrt{3} = \frac{U}{\tan \varphi_0} \Rightarrow \varphi_0 = \frac{\pi}{6}$

$$\Rightarrow R = \frac{1}{2} Z_C \tan 2\varphi_0 = \frac{1}{2} \frac{1}{100\pi \cdot 10^{-4} / \pi} \tan \frac{\pi}{3} = 50\sqrt{3} (\Omega)$$

\*Khi  $\omega$  thay đổi để  $U_{L_{\max}} \Leftrightarrow Z_C = Z_r = \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}} = \sqrt{Z_L Z_C - \frac{50^2 \cdot 3}{2}}$

$$\xrightarrow{\begin{array}{l} U_C/U_L=0,4 \\ \Rightarrow Z_C/Z_L=0,4 \end{array}} \begin{cases} Z_L = 125(\Omega) \\ Z_C = 50(\Omega) \end{cases} \Rightarrow \frac{L}{C} = Z_L Z_C = 6250 \Rightarrow L = 6250 \cdot \frac{10^{-4}}{\pi} = \frac{0,625}{\pi} (H)$$

⇒ Chọn A.

**Ví dụ 13:** Đặt điện áp xoay chiều  $u = 100\sqrt{2} \cos 100\pi t (V)$  vào hai đầu đoạn mạch AB gồm hai đoạn AM và MB mắc nối tiếp. Đoạn AM gồm điện trở R nối tiếp với cuộn cảm thuần có độ tự cảm L thay đổi. Đoạn MB chỉ có tụ điện có điện dung C. Điều chỉnh  $L = L_1$  để  $U_{MB} = 50 V, I = 0,5A$  và dòng điện trong mạch trễ pha hơn u là  $60^\circ$ . Điều chỉnh  $L = L_2$  thì  $U_{AM}$  cực đại. Tính  $L_2$ .

- A.  $(1 + \sqrt{2})/\pi H$ .      B.  $(1 + \sqrt{3})/\pi H$ .  
 C.  $(2 + \sqrt{3})/(2\pi) H$ .      D.  $(1 + \sqrt{5})/(2\pi) H$ .

### Hướng dẫn

\*Khi  $L = L_1$  thì:

$$\begin{cases} Z_C = \frac{U_{MB}}{I} = \frac{50}{0,5} = 100 (\Omega) \\ \tan \varphi = \frac{Z_{L1} - Z_C}{R} \Rightarrow \tan \frac{\pi}{3} = \frac{Z_{L1} - 100}{R} \\ Z = \sqrt{R^2 + (Z_{L1} - Z_C)^2} = \frac{U}{I} \Rightarrow \sqrt{R^2 + (Z_{L1} - 100)^2} = 200 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Z_C = 100 (\Omega) \\ R = 100 (\Omega) \end{cases}$$

\*Khi  $L = L_2$  thì:

$$U_{RLmax} \Leftrightarrow Z_L = \frac{Z_C + \sqrt{Z_C^2 + 4R^2}}{2} = 50(1 + \sqrt{5})(\Omega) \Rightarrow L = \frac{Z_L}{\omega} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2\pi} (H)$$

⇒ Chọn D.

**Ví dụ 14:** Đặt điện áp xoay chiều  $u = 100\sqrt{2} \cos 100\pi t (V)$  vào hai đầu đoạn mạch AB nối tiếp gồm cuộn cảm thuần có độ tự cảm L thay đổi, điện trở thuần R và tụ điện có C. Khi  $L = L_1$  thì  $U_{RL} = 40\sqrt{13} V$  và u sớm pha hơn i là  $\varphi$  (với  $\tan \varphi = 0,75$ ). Khi  $L = L_2$  thì u sớm pha hơn i là  $\pi/4$  và  $U_{RL} = x$ . Tính x.

- A. 224,8 V.      B. 360 V.      C. 142,5 V.      D. 288,6 V.

### Hướng dẫn

Từ  $\tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} \Rightarrow \begin{cases} Z_L - Z_C = R \tan \varphi \\ Z_L = Z_C + R \tan \varphi \end{cases}$

$$U_{RL} = IZ_{RL} = U \sqrt{\frac{R^2 + Z_L^2}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = U \sqrt{\frac{R^2 + (Z_C + R \tan \varphi)^2}{R^2 + R^2 \tan^2 \varphi}} = U \sqrt{\frac{1 + \left(\frac{Z_C}{R} + \tan \varphi\right)^2}{1 + \tan^2 \varphi}}$$

$$* \text{Khi } L = L_1 \Rightarrow 40\sqrt{13} = 100 \sqrt{\frac{1 + \left(\frac{Z_c}{R} + 0,75\right)^2}{1 + 0,75^2}} \Rightarrow \frac{Z_c}{R} = 0,75$$

$$* \text{Khi } L = L_2 \Rightarrow U_R = 100 \sqrt{\frac{1 + (0,75+1)^2}{1+1^2}} = 142,5(V) \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Ví dụ 15:** Đặt điện áp xoay chiều  $u = 100\sqrt{2} \cos 100\pi t(V)$  vào hai đầu đoạn mạch AB nối tiếp gồm cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L$  thay đổi, điện trở thuần  $R$  và tụ điện có  $C$ . Khi  $L = L_1$  thì  $u$  sớm pha hơn  $i$  là  $\varphi$  (với  $\tan \varphi = 0,75$ ). Khi  $L = L_2$  thì  $u$  sớm pha hơn  $i$  là  $\pi/4$  và  $U_{RL} = x$ . Tính  $x$ .

- A. 224,8 V.      B. 127,5 V.      C. 142,5 V.      D. 288,6 V.

### Hướng dẫn

$$\text{Từ } \tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} \Rightarrow \begin{cases} Z_L - Z_C = R \tan \varphi \\ Z_L = Z_C + R \tan \varphi \end{cases}$$

$$U_R = IZ_R = U \sqrt{\frac{R^2 + Z_L^2}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = U \sqrt{\frac{R^2 + (Z_C + R \tan \varphi)^2}{R^2 + R^2 \tan^2 \varphi}} = U \sqrt{\frac{1 + \left(\frac{Z_c}{R} + \tan \varphi\right)^2}{1 + \tan^2 \varphi}}$$

$$* \text{Từ } Z_L = Z_C + R \tan \varphi \Rightarrow 1,2 = \frac{Z_{L2}}{Z_{L1}} = \frac{Z_C + R \tan \varphi_2}{Z_C + R \tan \varphi_1} = \frac{Z_C + R}{Z_C + R \cdot 0,75} \Rightarrow \frac{Z_C}{R} = 0,5$$

$$* \text{Khi } L = L_2 \Rightarrow U_R = U \sqrt{\frac{1 + \left(\frac{Z_c}{R} + \tan \varphi_2\right)^2}{1 + \tan^2 \varphi_2}} = 100 \sqrt{\frac{1 + (0,5+1)^2}{1+1^2}} = 25\sqrt{26}(V)$$

$\Rightarrow$  Chọn B.

**Ví dụ 16:** Đặt điện áp xoay chiều  $u = 100\sqrt{2} \cos 100\pi t(V)$  vào hai đầu đoạn mạch AB nối tiếp gồm cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L$  thay đổi, điện trở thuần  $R$  và tụ điện có  $C = 1/(3\pi)$  mF. Khi  $L = L_1$  và  $L = L_2$  thì  $U_{RL}$  có cùng giá trị nhưng độ lệch pha của  $u$  so với  $i$  lần lượt là  $\pi/4$  và  $0,4266$  rad. Tìm  $R$ .

- A. 50  $\Omega$ .      B. 36  $\Omega$ .      C. 40  $\Omega$ .      D. 30  $\Omega$ .

### Hướng dẫn

$$\text{Từ } \tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} \Rightarrow \begin{cases} Z_L - Z_C = R \tan \varphi \\ Z_C = Z_L - R \tan \varphi \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
\Rightarrow U_{RC} &= I \cdot Z_{RC} = U \sqrt{\frac{R^2 + Z_C^2}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = U \cdot \sqrt{\frac{R^2 + (Z_L - R \tan \varphi)^2}{R^2 + R^2 \tan^2 \varphi}} \\
&= U \cdot \sqrt{\cos^2 \varphi + \left( \frac{Z_L}{R} \cos \varphi - \sin \varphi \right)^2} = U \cdot \sqrt{1 + \left( \frac{Z_L}{R} \right)^2 \cos^2 \varphi - \frac{Z_L}{R} \sin 2\varphi} \\
&= U \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{2} \left( \frac{Z_L}{R} \right)^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{Z_L}{R} \right)^2 \cos 2\varphi - \frac{Z_L}{R} \sin 2\varphi} \\
&= U \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{2} \left( \frac{Z_L}{R} \right)^2 + \frac{Z_L}{R} \left( \frac{Z_L}{2R} \cos 2\varphi - \sin 2\varphi \right)}
\end{aligned}$$

Đặt  $\tan 2\varphi_0 = \frac{2R}{Z_L}$  ta được:

$$\begin{aligned}
U_{RC} &= U \sqrt{1 + \frac{2}{\tan^2 2\varphi_0} + \frac{2}{\tan 2\varphi_0 \sin 2\varphi_0} \cos(2\varphi + 2\varphi_0)} \\
U_{RC} &= U \sqrt{\frac{1 + \cos^2 2\varphi_0}{\sin^2 2\varphi_0} + \frac{2 \cos 2\varphi_0}{\sin^2 2\varphi_0} \cos(2\varphi + 2\varphi_0)}
\end{aligned}$$

\*Từ  $U_{RC2} = U_{RC2} \Leftrightarrow \cos(2\varphi_2 + 2\varphi_0) = \cos(2\varphi_1 + 2\varphi_0)$

$$\Leftrightarrow (2\varphi_2 + 2\varphi_0) = -(2\varphi_1 + 2\varphi_0) \Rightarrow 2\varphi_0 = \varphi_2 + \varphi_1 \Rightarrow R = 0,5Z_C \tan 2\varphi_0 \approx 40(\Omega)$$

$\Rightarrow$  Chọn C.

$$\text{Bình luận: Công thức "độc": } \frac{2R}{Z_C} = \tan 2\varphi_0 = \tan(\varphi_1 + \varphi_2)$$

**Ví dụ 17:** Đặt hiệu điện thế xoay chiều  $u = 100\sqrt{2} \cos 100\pi t(V)$  vào hai đầu đoạn mạch nối tiếp theo thứ tự gồm cuộn thuận cảm L thay đổi được, điện trở R và tụ điện C. Khi  $L = L_1$  thì  $I = 0,5 A$ ,  $U_C = 100 V$  đồng thời  $u_C$  trễ pha hơn u là  $60^\circ$ . Khi  $L = L_2$  thì  $U_{RL_{max}}$ . Tìm  $L_2$ .

- A.  $L = 2/\pi (H)$ .      B.  $L = 3/\pi (H)$ .      C.  $L = 4/\pi (H)$ .      D.  $L = 1/\pi (H)$ .

### Hướng dẫn

\*Khi  $L = L_1$  vì  $u_C$  trễ hơn u là  $60^\circ$  mà  $u_C$  luôn trễ hơn i là  $\pi/2$  nên u trễ hơn i là  $\pi/6$ :

$$\begin{cases} \tan \varphi = \frac{Z_{L1} - Z_C}{R} = \tan\left(-\frac{\pi}{6}\right) \\ Z_C = \frac{U_C}{I} = \frac{100}{0,5} \\ Z = \sqrt{R^2 + (Z_{L1} - Z_C)^2} = \frac{U}{I} = \frac{100}{0,5} = 200 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Z_C = 200(\Omega) \\ R = 100\sqrt{3}(\Omega) \end{cases}$$

\*Khi  $L = L_2$  thì  $U_{R_{max}}$  nên

$$Z_{L_2} = \frac{Z_c + \sqrt{Z_c^2 + 4R^2}}{2} = \frac{200 + \sqrt{200^2 + 4 \cdot 100^2 \cdot 3}}{2} = 300(\Omega)$$

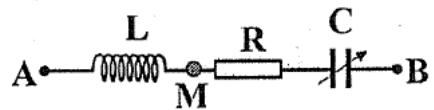
$$\Rightarrow L_2 = \frac{Z_{L_2}}{\omega} = \frac{3}{\pi}(H) \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

### BÀI TẬP VẬN DỤNG

**Câu 1.** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2} \cos 100\pi t$  vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp theo thứ tự gồm tụ điện có điện dung  $C$  thay đổi được, điện trở thuần  $R$  và cuộn cảm thuần  $L$ . Điều chỉnh  $C$  để  $U_{C_{max}}$  thì hệ số công suất của mạch là 0,6. Hệ số công suất của đoạn RC lúc này là

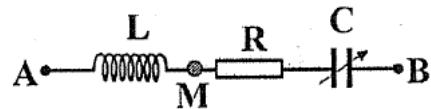
- A. 0,71.      B. 0,62.      C. 0,43.      D. 0,42.

**Câu 2.** Đặt điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng  $60\sqrt{13}$  V và tần số không thay đổi vào hai đầu đoạn mạch AB (hình vẽ). Cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L$  xác định;  $R = 200 \Omega$ ; tđ có điện dung  $C$  thay đổi được. Điều chỉnh điện dung  $C$  để điện áp hiệu dụng giữa hai đầu đoạn mạch MB đạt giá trị cực tiểu là  $U_1$  và giá trị cực đại là  $U_2$ . Nếu  $U_1 = 120$  V thì  $U_2$  là



- A. 173 V.      B. 80 V.      C.  $120\sqrt{13}$       D. 200 V.

**Câu 3.** Đặt điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng 100 V và tần số không thay đổi vào hai đầu đoạn mạch AB (hình vẽ). Cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L$  xác định;  $R = 40 \Omega$ ; tđ có điện dung  $C$  thay đổi được. Điều chỉnh điện dung  $C$  để điện áp hiệu dụng giữa hai đầu đoạn mạch MB đạt giá trị cực tiểu là  $U_1$  và giá trị cực đại là  $U_2$ . Nếu  $U_2 = 200$  V thì  $U_1$  là



- A. 100 V.      B. 80 V.      C. 55,5 V      D. 25,5 V.

**Câu 4.** Đặt điện áp:  $u = 100\sqrt{2} \cos \omega t$  (V) vào đoạn mạch AB nối tiếp theo thứ tự gồm: đoạn AM chỉ có cuộn cảm thuần, đoạn MN chỉ có điện trở thuần  $R$  và đoạn NB chỉ tụ điện có điện dung  $C$  thay đổi được. Điều chỉnh  $C$  để  $u_{AN}$  lệch pha với  $i$  một góc  $\alpha$  (với  $\tan \alpha = 1,5$ ) thì đúng lúc này  $U_{MB}$  đạt giá trị cực đại và giá trị cực đại đó bằng

- A. 200 V.      B. 150 V.      C. 180 V.      D. 80 V.

**Câu 5.** Đặt điện áp:  $u = 100\sqrt{2} \cos \omega t$  (V) vào đoạn mạch AB nối tiếp theo thứ tự gồm: đoạn AM chỉ có cuộn cảm thuần thay đổi được, đoạn MN chỉ có điện trở thuần  $R$  và đoạn NB chỉ tụ điện có điện dung  $C$  thay đổi được. Điều chỉnh  $L$  để hệ số công suất của đoạn mạch AB bằng  $1/\sqrt{5}$  thì đúng lúc này  $U_{AN}$  đạt giá trị cực đại và giá trị cực đại đó bằng

- A. 200 V.      B. 150 V.      C. 180 V.      D. 80 V.

**Câu 6.** Đặt điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng  $U$  và tần số không thay đổi vào hai đầu đoạn mạch AB nối tiếp theo thứ tự gồm: cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L$  xác định; điện trở  $R$  và tụ điện có điện dung  $C$  thay đổi được. Điều chỉnh điện dung  $C$  để điện áp hiệu dụng giữa hai đầu đoạn mạch RC đạt giá trị cực tiểu là  $U_1$  và giá trị cực đại là  $U_2$ . Nếu  $U_2 = 5U/3$  thì  $U_1$  là

- A.  $0,43U$ .      B.  $0,64U$ .      C.  $0,68U$ .      D.  $0,72U$ .

**Câu 7.** Đặt điện áp:  $u = U\sqrt{2} \cos 100\pi t$  (V) vào đoạn mạch AB nối tiếp theo thứ tự gồm cuộn cảm thuần, điện trở thuần  $R$  và tụ điện có điện dung  $C$  thay đổi được. Điều chỉnh  $C$  để  $U_C = 0,5U_{C_{max}}$  thì  $U_R = 0,92U_{C_{max}}$  (với  $U_{C_{max}}$  là điện áp hiệu dụng cực đại trên tụ). Tính  $U$ .

- A.  $U = 0,6U_{C_{max}}$ .      B.  $U = 0,5U_{C_{max}}$ .      C.  $U = 0,7U_{C_{max}}$ .      D.  $U = 0,8U_{C_{max}}$ .

**Câu 8.** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2} \cos \omega t$  vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm cuộn dây có điện trở thuần bằng cảm kháng và tụ điện có điện dung  $C$  thay đổi được. Vôn kế mắc vào hai đầu tụ  $C$ . Điều chỉnh  $C$  để số chỉ vôn kế cực đại, sau đó thay đổi  $C$  để số chỉ vôn kế giảm một lượng bằng  $0,5U$ . Hồi lúc này hệ số công suất của mạch **gần giá trị nào nhất** sau đây?

- A. 0,8.      B. 0,9.      C. 0,5.      D. 0,7.

**Câu 9.** Mạch điện xoay chiều nối tiếp RLC (cuộn dây thuần cảm,  $C$  biến thiên). Khi  $C = C_1$  thì  $u_{RL}$  nhanh pha hơn  $u_{AB}$  một góc  $80^\circ$  và điện áp hiệu dụng trên tụ là  $U_{C1}$ . Khi  $C = C_2$  thì  $u_{RL}$  nhanh pha hơn  $u_{AB}$  một góc  $120^\circ$  và điện áp hiệu dụng trên tụ là  $U_{C2}$ . Khi  $C = C_3$  thì  $u_{RL}$  nhanh hơn  $u_{AB}$  một góc  $\theta$  và ánh hiệu dụng trên tụ là  $(U_{C1} + U_{C2})/2$ . Hồi  $\theta$  bằng bao nhiêu?

- A.  $67,7^\circ$ .      B.  $100^\circ$ .      C.  $78,8^\circ$ .      D.  $97,7^\circ$ .

**Câu 10.** Mạch điện xoay chiều nối tiếp RLC (cuộn dây thuần cảm,  $C$  biến thiên). Khi  $C = C_1$  thì  $u_{RL}$  nhanh pha hơn  $u_{AB}$  một góc  $80^\circ$  và  $U_C = 30$  V. Khi  $C = C_2$  thì  $u_{RL}$  nhanh pha hơn  $u_{AB}$  một góc  $110^\circ$ . Ánh điện áp hiệu dụng trên tụ lúc này bằng bao nhiêu?

- A. 45 V.      B. 26,38 V.      C. 86,37 V.      D. 28,63 V.

**Câu 11.** Mạch điện xoay chiều AB mắc nối tiếp theo thứ tự gồm  $R$ ,  $C$  và cuộn cảm thuần  $L$  thay đổi được. Đặt điện áp  $u = 90\sqrt{10} \cos \omega t$  ( $\omega$  không đổi). Khi  $Z_L = Z_{L1}$  hoặc  $Z_L = Z_{L2}$  thì điện áp hiệu dụng hai đầu cuộn cảm có cùng giá trị hiệu dụng  $U_L = 270$  V. Biết  $3Z_{L2} - Z_{L1} = 150\Omega$  và tổng trở của đoạn mạch RC trong hai trường hợp là  $100\sqrt{2}\Omega$ . Để điện áp hiệu dụng hai đầu cuộn cảm cực đại thì cảm kháng của đoạn mạch AB gần giá trị nào?

- A.  $180\Omega$ .      B.  $150\Omega$ .      C.  $192\Omega$ .      D.  $175\Omega$ .

**Câu 12.** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U_0 \cos \omega t$  (V) vào hai đầu đoạn mạch nối tiếp gồm cuộn dây không thuần cảm và tụ điện có điện dung  $C$  thay đổi. Khi  $C = C_1$  thì điện áp giữa hai đầu tụ trễ pha hơn điện áp  $u$  một góc  $\alpha_1$  ( $\alpha_1 > 0$ ), điện áp hiệu dụng hai đầu cuộn dây là 20 V. Khi  $C = 2C_1$  thì điện áp giữa hai đầu tụ trễ pha hơn điện áp  $u$  một góc  $\alpha_2 = \alpha_1 + \pi/3$ , điện áp hiệu dụng hai đầu cuộn dây là 40 V và công suất tiêu thụ của cuộn dây là  $20\sqrt{3}$  W. Cảm kháng cuộn dây là

- A.  $50\Omega$ .      B.  $30\Omega$ .      C.  $20\Omega$ .      D.  $40\Omega$ .

**Câu 13.** Cho đoạn mạch AB gồm AM chứa điện trở thuần, MN chwuas cuộn cảm thuần L, NB chứa tụ điện C có điện dung thay đổi được. Điện áp  $u_{AB} = U_0 \cos \omega t$ . Điều chỉnh điện dung C để điện áp trên tụ đạt cực đại, khi đó điện áp tức thời cực đại trên R là 12a. Biết khi điện áp hai đầu mạch là 16a thì điện áp tức thời hai đầu tụ là 7a. Chọn hệ thức đúng.

- A.  $4R = 3\omega L$ .      B.  $3R = 4\omega L$ .      C.  $R = 2\omega L$ .      D.  $2R = \omega L$ .

**Câu 14.** Cho mạch điện xoay chiều nối tiếp RLC với C thay đổi. Điều chỉnh C sao cho  $U_{C_{max}}$  khi đó  $U_R = 75V$ . Khi điện áp tức thời toàn mạch là  $75\sqrt{6}V$  thì điện áp tức thời đoạn mạch RL là  $25\sqrt{6}V$ . Tìm điện áp hiệu dụng toàn mạch

- A.  $75\sqrt{6}V$ .      B.  $75\sqrt{3}V$ .      C.  $150V$ .      D.  $150\sqrt{2}V$ .

**Câu 15.** Đặt điện áp ổn định vào hai đầu đoạn mạch AB nối tiếp gồm: điện trở thuần R, tụ điện C và cuộn cảm thuần có độ tự cảm L thay đổi được. Khi  $L = L_0$  thì  $U_{L_{max}}$ . Khi  $L = L_1$  hoặc  $L = L_2$  thì  $U_{L_1} = U_{L_2} = kU_{L_{max}}$ . Tổng hệ số công suất trong mạch AB khi  $L = L_1$  và  $L = L_2$  là 1,92k. Hệ số công suất của mạch AB khi  $L = L_0$  bằng

- A. 0,8.      B. 0,6.      C. 0,71.      D. 0,96.

**Câu 16.** Đặt điện áp ổn định vào hai đầu đoạn mạch AB nối tiếp gồm: điện trở thuần R, tụ điện C và cuộn cảm thuần có độ tự cảm L thay đổi được. Khi  $L = L_0$  thì  $U_{L_{max}}$ . Khi  $L = L_1$  hoặc  $L = L_2$  thì  $U_{L_1} = U_{L_2} = kU_{L_{max}}$ . Tổng hệ số công suất trong mạch AB khi  $L = L_1$  và  $L = L_2$  là nk. Hệ số công suất của mạch AB khi  $L = L_0$  bằng

- A.  $n/\sqrt{2}$ .      B. n.      C.  $n/2$ .      D.  $n\sqrt{2}$ .

**Câu 17.** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U_0 \cos 100\pi t (V)$  vào hai đầu đoạn mạch nối tiếp gồm, điện trở R, tụ điện C và cuộn cảm thuần có độ tự cảm L thay đổi được. Khi  $L = L_0$  thì  $U_{L_{max}}$  và u sớm hơn i là  $30^\circ$ . Khi  $L = L_1$  hoặc  $L = L_2$  thì mạch có cùng hệ số công suất bằng k, đồng thời  $U_{L_1} = 2U_{L_2}$ . Giá trị của k gần nhất giá trị nào sau đây?

- A. 0,866.      B. 0,5.      C. 0,983.      D. 0,42.

**Câu 18.** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U_0 \cos \omega t (V)$  ( $U_0, \omega$ : không đổi) vào hai đầu đoạn mạch R, L, C mắc nối tiếp (cuộn dây thuần cảm) với R thay đổi được. Khi  $R = 20 \Omega$  thì công suất tiêu thụ trong mạch cực đại, đồng thời nếu thay tụ C bằng bất kì tụ nào thì điện áp hiệu dụng trên tụ đều giảm. Dung kháng của tụ lúc này là

- A.  $60 \Omega$ .      B.  $40 \Omega$ .      C.  $30 \Omega$ .      D.  $50 \Omega$ .

**Câu 19.** Đoạn mạch AB nối tiếp gồm hai đoạn mạch AM và MB. Đoạn mạch AM là một cuộn dây có điện trở thuần  $R = 40 \Omega$  và độ tự cảm  $L = 0,4/\pi H$ , đoạn mạch MB là một tụ điện có điện dung C thay đổi được, C có giá trị hữu hạn và khác không. Đặt vào hai đầu đoạn mạch AB một điện áp:  $u_{AB} = U_0 \cos 100\pi t (V)$ . Điều chỉnh C để tổng điện áp hiệu dụng  $(U_{AM} + U_{MB})$  đạt giá trị cực đại. Tìm độ lệch pha giữa điện áp tức thời trên AM và trên AB.

- A.  $\pi/6$ .      B.  $3\pi/16$ .      C.  $3\pi/8$ .      D.  $\pi/4$ .

**Câu 20.** Đoạn mạch AB nối tiếp gồm hai đoạn mạch AM và MB. Đoạn mạch AM là một cuộn dây có điện trở thuần  $R = 51,97 \Omega$  và độ tự cảm  $L = 0,3/\pi H$ , đoạn mạch MB là một tụ điện có điện dung  $C$  thay đổi được,  $C$  có giá trị hữu hạn và khác không vào hai đầu đoạn mạch AB một điện áp:  $u_{AB} = U\sqrt{2} \cos 100\pi t (V)$ . Điều chỉnh  $C$  để tổng điện áp hiệu dụng  $(U_{AM} + U_{MB})$  đạt giá trị cực đại. Tìm  $U_{AM}$ .

- A. 2U.      B. U.      C. 0,5U.      D. 0,25U.

**Câu 21.** Đoạn mạch AB nối tiếp gồm hai đoạn mạch AM và MB. Đoạn mạch AM là một cuộn dây có điện trở thuần  $R = 40\sqrt{3} \Omega$  và độ tự cảm  $L = 0,4/\pi H$ , đoạn mạch MB là một tụ điện có điện dung  $C$  thay đổi được,  $C$  có giá trị hữu hạn và khác không vào hai đầu đoạn mạch AB một điện áp:  $u_{AB} = 120\sqrt{2} \cos 100\pi t (V)$ . Điều chỉnh  $C$  để tổng điện áp hiệu dụng  $(U_{AM} + U_{MB})$  đạt giá trị cực đại. Tìm giá trị cực đại của tổng số này.

- A. 240 V.      B.  $120\sqrt{3}$  V.      C. 120V.      D.  $120\sqrt{3}$  V.

**Câu 22.** Đặt điện áp  $u = 150\sqrt{2} \cos 100\pi t (V)$  vào đoạn AB gồm AM và MB nối tiếp. Đoạn AM gồm tụ  $C$  nối tiếp với điện trở  $R$  và  $u_{AM}$  lệch pha  $\pi/5$  so với  $i$ . Đoạn MB chỉ có cuộn t có  $L$  thay đổi. Điều chỉnh  $L$  sao cho  $(U_{AM} + U_{MB})_{\max}$ . Tính tổng đó.

- A. 240 V.      B. 330 V.      C. 120 V.      D. 300 V.

**Câu 23.** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2} \cos \omega t (V)$  vào đoạn AB gồm cuộn dây và tụ điện mắc nối tiếp. Biết hệ số công suất của cuộn dây là 0,8 và điện dung của tụ thay đổi được. Điều chỉnh  $C$  sao cho  $(U_{\alpha} + U_C)_{\max}$ . Khi đó, tỉ số  $Z_L / Z_C$  bằng

- A. 0,50.      B. 0,8.      C. 0,60.      D. 0,71.

**Câu 24.** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U_0 \cos 100\pi t (V)$  vào hai đầu đoạn mạch nối tiếp gồm, điện trở  $R = 100 \Omega$ , cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L = 2/\pi H$ , tụ điện có điện dung  $C$  thay đổi được. Điều chỉnh  $C = C_1$  thì  $U_{C_{\max}}$ . Giá trị nào của  $C$  sau đây thì  $U_C = 0,98U_{C_{\max}} (V)$ ?

- A.  $44/\pi \mu F$ .      B.  $4,4/\pi \mu F$ .      C.  $3,6/\pi \mu F$ .      D.  $2/\pi \mu F$ .

**Câu 25.** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U_0 \cos 100\pi t (V)$  vào hai đầu đoạn mạch nối tiếp theo đúng thứ tự gồm, cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L$ , điện trở  $R$ , tụ điện có điện dung  $C$  thay đổi được. Ban đầu điều chỉnh  $U_{RC_{\max}}$ , sau đó giảm giá trị này đi 3 lần thì  $U_{C_{\max}}$ . Giá trị nào của  $R/Z_L$  gần nhất giá trị nào sau đây?

- A. 3,6.      B. 2,8.      C. 3,2.      D. 2,4.

**Câu 26.** Đặt hiệu điện thế xoay chiều  $u = U_0 \cos(100\pi t + \varphi) (V)$  vào hai đầu đoạn mạch nối tiếp theo thứ tự gồm  $R_1, R_2 (R_2 = 2R_1 = 100\sqrt{1,5} \Omega)$  và cuộn thuần cảm có độ tự cảm  $L$  thay đổi được.

Điều chỉnh L cho đến khi hiệu điện thế tức thời giữa hai đầu đoạn mạch chúa  $R_2$  và L lệch pha cực đại so với hiệu điện thế hai đầu đoạn mạch. Giá trị của độ tự cảm lúc đó là

- A.  $L = 2/\pi$  (H).      B.  $L = 3/\pi$  (H).      C.  $L = 4/\pi$  (H).      D.  $L = 1,5/\pi$  (H).

**Câu 27.** Đặt điện áp  $u = U_0 \cos \omega t$  ( $U_0$  và  $\omega$  không đổi) vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm điện trở R, tụ điện có điện dung C, cuộn cảm thuần có độ tự cảm L thay đổi được. Khi  $L = L_1$  và  $L = L_2$  điện áp hiệu dụng ở hai đầu cuộn cảm có cùng giá trị; độ lệch pha của điện áp ở hai đầu đoạn mạch so với cường độ dòng điện lần lượt là  $0,53$  rad và  $1,07$  rad. Khi  $L = L_0$  điện áp giữa hai đầu cuộn cảm đạt cực đại; độ lệch pha của hai đầu d dm so với cường độ dòng điện là  $\varphi$ . Giá trị của  $\varphi$  gần giá trị nào nhất sau đây:

- A.  $0,41$  rad.      B.  $1,57$  rad.      C.  $0,83$  rad.      D.  $0,26$  rad.

**Câu 28.** Đặt điện áp  $u = U_0 \cos \omega t$  ( $U_0$  và  $\omega$  không đổi) vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm điện trở R, tụ điện có điện dung C, cuộn cảm thuần có độ tự cảm L thay đổi được. Khi  $L = L_1$  điện áp hiệu dụng ở hai đầu cuộn cảm có giá trị cực đại  $U_{L_{\max}}$  và điện áp ở hai đầu mạch sớm pha hơn dòng điện trong mạch là  $0,235\alpha$  ( $0 < \alpha < \pi/2$ ). Khi  $L = L_2$  điện áp hiệu dụng ở hai đầu cuộn cảm có giá trị  $0,5U_{L_{\max}}$  và điện áp ở hai đầu đoạn mạch sớm pha so với cường độ dòng điện là  $\alpha$ . Giá trị của  $\alpha$  gần giá trị nào nhất sau đây:

- A.  $0,24$  rad.      B.  $1,49$  rad.      C.  $1,35$  rad.      D.  $2,32$  rad.

**Câu 29.** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2} \cos 100\pi t$  vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp theo đúng thứ tự gồm tụ điện C, điện trở thuần R và cuộn cảm thuần có độ tự cảm L thay đổi được. Điều chỉnh L để  $U_{L_{\max}}$  thì hệ số công suất của mạch là  $0,56$ . Hệ số công suất của đoạn RL lúc này là

- A.  $0,75$ .      B.  $0,83$ .      C.  $0,42$ .      D.  $0,40$ .

**Câu 30.** Đặt hiệu điện thế xoay chiều  $u = 100\sqrt{2} \cos 100\pi t$  ( $V$ ) vào hai đầu đoạn mạch nối tiếp theo thứ tự gồm cuộn cảm thuần có độ tự cảm L thay đổi được, điện trở R và tụ điện C. Khi  $L = L_1$  thì  $I = 0,5$  A,  $U_C = 100$  V đồng thời  $u_C$  trễ hơn u là  $30^\circ$ . Khi  $L = L_2$  thì  $U_{RL_{\max}}$ . Tìm  $L_2$ .

- A.  $L = 2/\pi$  (H).      B.  $L = 3/\pi$  (H).      C.  $L = 2,414/\pi$  (H).      D.  $L = 1,414/\pi$  (H).

**Câu 31.** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2} \cos \omega t$  ( $U$  không đổi còn tần số thay đổi) vào hai đầu đoạn mạch AB nối tiếp theo thứ tự gồm tụ điện có điện dung  $C = 0,1/\pi$  mF, điện trở thuần R và cuộn cảm thuần có độ tự cảm L thay đổi được. Cố định  $\omega = 100\pi$  rad/s, thay đổi L thì  $U_{RL_{\min}} = U/\sqrt{5}$ . Cố định  $L = L_0 \neq 0$  thay đổi  $\omega = \omega_0$  để  $U_{L_{\max}}$  thì đúng lúc này  $U_C/U_L = 2/3$ . Tìm  $L_0$ .

- A.  $0,75/\pi$  H.      B.  $0,375/\pi$  H.      C.  $0,15/\pi$  H.      D.  $1/\pi$  H.

**Câu 32.** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2} \cos \omega t$  ( $U$  không đổi còn tần số thay đổi) vào hai đầu đoạn mạch AB nối tiếp theo thứ tự gồm tụ điện có điện dung  $C = 0,1/\pi$  mF, điện trở thuần R và cuộn cảm thuần

có độ tự cảm L thay đổi được. Cố định  $\omega = 100\pi$  rad/s, thay đổi L thì  $U_{R_{\min}} = U/\sqrt{3}$ . Cố định  $L = L_0 \neq 0$  thay đổi  $\omega = \omega_0$  để  $U_{L_{\max}}$  thì đúng lúc này  $U_C/U_L = 0,4$ . Tìm  $\omega_0$ .

- A.  $100\pi$  rad/s.      B.  $50\pi$  rad/s.      C.  $200\pi$  rad/s.      D.  $150\pi$  rad/s.

**Câu 33.** Mạch điện xoay chiều AB nối tiếp gồm: đoạn AM chứa điện trở thuần R, đoạn MB chứa cuộn dây có độ tự cảm L thay đổi được, có điện trở  $r = R/2$  nối tiếp với tụ điện có điện dung C thay đổi được. Biết rằng, L và C thay đổi sao cho mạch AB luôn có tính cảm kháng. Tính độ lệch pha cực đại giữa  $u_{MB}$  và  $u_{AB}$ .

- A.  $\pi/12$ .      B.  $\pi/6$ .      C.  $\pi/4$ .      D.  $\pi/3$ .

**Câu 34.** Đặt hiệu điện thế xoay chiều  $u = U_0 \cos(100\pi t + \varphi)$  (V) vào hai đầu đoạn mạch nối tiếp theo thứ tự gồm  $R_1, R_2$  ( $R_1 = R_2 = 200\sqrt{2}\Omega$ ) và cuộn thuần cảm có độ tự cảm L thay đổi được. Điều chỉnh L cho đến khi hiệu điện thế trước thời giờ hai đầu đoạn mạch chứa  $R_2$  và L lệch pha cực đại so với hiệu điện thế hai đầu đoạn mạch. Giá trị của độ tự cảm lúc đó là

- A.  $L = 2/\pi$  (H).      B.  $L = 3/\pi$  (H).      C.  $L = 4/\pi$  (H).      D.  $L = 1/\pi$  (H).

**Câu 35.** Đặt hiệu điện thế xoay chiều  $u = U_0 \cos(100\pi t + \varphi)$  (V) vào hai đầu đoạn mạch nối tiếp theo thứ tự gồm  $R_1, R_2$  ( $R_1 = 2R_2$ ) và cuộn thuần cảm có độ tự cảm L thay đổi được. Điều chỉnh L cho đến khi hiệu điện thế trước thời giờ hai đầu đoạn mạch chứa  $R_2$  và L lệch pha cực đại so với hiệu điện thế hai đầu đoạn mạch. Xác định góc lệch pha cực đại đó.

- A.  $0,2\pi$ .      B.  $0,1\pi$ .      C.  $0,5\pi$ .      D.  $0,25\pi$ .

**Câu 36.** Cho mạch điện xoay chiều RLC có cuộn thuần cảm có độ tự cảm L có thể thay đổi được. Điều chỉnh giá trị của L thì thấy điện áp hiệu dụng cực đại trên cuộn cảm lớn gấp 3 lần điện áp hiệu dụng cực đại trên điện trở. Hỏi điện áp hiệu dụng cực đại trên cuộn cảm gấp bao nhiêu lần điện áp hiệu dụng cực đại trên tụ?

- A. 3 lần.      B.  $\sqrt{5}/2$  lần.      C. 3 lần.      D.  $2/\sqrt{3}$  lần.

**Câu 37.** Đặt điện áp  $: u = U\sqrt{2} \cos\omega t$  (V) vào đoạn mạch AB nối tiếp gồm cuộn cảm và tụ điện có điện dung C thay đổi được. Khi  $C = C_0$  thì  $U_{C_{\max}}, U_R = U_1$  đồng thời u trễ pha hơn i là  $\alpha$  ( $\alpha > 0$ ). Khi  $C = C_1$  thì  $U_C = 473,2$  V đồng thời u sớm pha hơn i là  $\alpha$ . Khi  $C = C_2$  thì  $U_C = 473,2$  V,  $U_R = U_1 - 100\sqrt{2}$  V. Giá trị U gần giá trị nào nhất sau đây?

- A. 70 V.      B. 140 V.      C. 210 V.      D. 280 V.

## HƯỚNG DẪN GIẢI

**Câu 1.**

Khi  $U_{C_{\max}}$  thì  $\begin{cases} \vec{U} \perp \vec{U}_R \Leftrightarrow \tan \varphi \tan \varphi_{RC} = -1 \\ Z_C = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L} \Leftrightarrow \frac{Z_C}{R} = \frac{R}{Z_L} + \frac{Z_L}{R} \end{cases}$

$$\begin{cases} \tan(-\arccos 0,6) \cdot \frac{Z_L}{R} = -1 \Rightarrow \frac{Z_L}{R} = \frac{1}{\tan(\arccos 0,6)} = 0,75 \\ \tan \varphi_{RC} = -\frac{Z_C}{R} = -\frac{1}{0,75} - 0,75 = -\frac{26}{12} \Rightarrow \cos \varphi_{RC} = 0,43 \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

### Câu 2.

$$U_{RC_{\min}} = \frac{U}{\sqrt{1 + \left(\frac{Z_L}{R}\right)^2}} \xrightarrow[U=60\sqrt{13}]{U_{RC_{\min}}=120} \frac{Z_L}{R} = 1,5 \Rightarrow \tan 2\varphi_0 = \frac{2R}{Z_L} = \frac{4}{3} \Rightarrow \tan \varphi_0 = 0,5$$

$$U_{RC_{\max}} = \frac{U}{\tan \varphi_0} = \frac{60\sqrt{13}}{0,5} = 120\sqrt{13} (V) \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

### Câu 3.

Áp dụng công thức:  $\begin{cases} U_{RC_{\max}} = \frac{U}{\tan \varphi_0} \\ U_{RC_{\min}} = \frac{U}{\sqrt{\left(\tan \varphi_0 + \frac{1}{\tan \varphi_0}\right)^2 - 3}} \text{ với } \tan 2\varphi_0 = \frac{2R}{Z_L} \end{cases}$

Thay số vào:  $\begin{cases} 200 = \frac{100}{\tan \varphi_0} \Rightarrow \tan \varphi_0 = 0,5 \\ U_{RC_{\min}} = \frac{100}{\sqrt{\left(0,5 + \frac{1}{0,5}\right)^2 - 3}} \approx 55,47 (V) \Rightarrow \text{Chọn C.} \end{cases}$

### Câu 4.

Áp dụng kết quả “độc”:

$$U_{RC_{\max}} = \frac{U}{\tan \varphi_0} \Leftrightarrow \tan(-2\varphi) = \tan 2\varphi_0 = \frac{2R}{Z_L} = \frac{2}{\tan \varphi_R}$$

$$\Rightarrow U_{RC_{\max}} = \frac{U}{\tan\left(0,5 \arctan \frac{2}{\tan \varphi_R}\right)} = \frac{100}{\tan\left(0,5 \arctan \frac{2}{1,5}\right)} = 200 (V) \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

### Câu 5.

Áp dụng kết quả “đẹp”:

$$U_{RL\max} = U \frac{Z_L}{R} = U \tan \varphi_{RL} \Leftrightarrow Z_L = \frac{Z_C + \sqrt{Z_C^2 + 4R^2}}{2}$$

$$\Rightarrow U_{RL\max} = U \tan(\arccos \varphi_{RL}) = 100 \tan\left(\arccos \frac{1}{\sqrt{5}}\right) = 200(V) \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

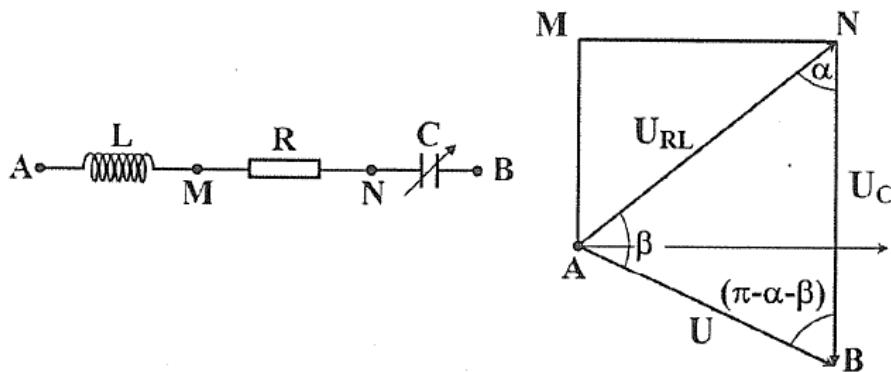
### Câu 6.

$$U_{RC} = IZ_{RC} = U \sqrt{\frac{R^2 + Z_C^2}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$$

$$\begin{cases} Z_C = -\frac{Z_L + \sqrt{Z_L^2 + 4R^2}}{2} \Rightarrow U_2 = U_{RC\max} = \frac{2UR}{-Z_L + \sqrt{Z_L^2 + 4R^2}} = \frac{2U}{-x + \sqrt{x^2 + 4}} \\ Z_C = \infty \Rightarrow U_{RC(\infty)} = U \\ Z_C = 0 \Rightarrow U_{RC(\infty)} = U \sqrt{\frac{R^2}{R^2 + Z_L^2}} = \frac{U}{\sqrt{1+x^2}} < U \Rightarrow U_1 = \frac{U}{\sqrt{1+x^2}} (\text{§ AE } Z_L = xR) \end{cases}$$

$$\text{Theo bài ra: } \begin{cases} \frac{5U}{3} = \frac{2U}{-x + \sqrt{x^2 + 4}} \Rightarrow x = \frac{16}{15} \\ U_1 = \frac{U}{\sqrt{1+\left(\frac{16}{15}\right)^2}} \approx 0,68U \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

### Câu 7.



Áp dụng định lý hàm số sin cho tam giác ANB:  $\frac{U}{\sin \alpha} = \frac{U_{RL}}{\sin(\alpha + \beta)} = \frac{U_C}{\sin \beta} = \frac{U_{C\max}}{\sin \frac{\pi}{2}}$ .

$$\text{Thay số vào: } \frac{U}{\sin \alpha} = \frac{0,92U_{C_{\max}}}{\sin(\alpha + \beta)} = \frac{0,5U_{C_{\max}}}{\sin \beta} = \frac{U_{C_{\max}}}{1}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \beta = \frac{\pi}{6} \\ \alpha + \beta = \arcsin 0,92 \Rightarrow \alpha = \arcsin 0,92 - \frac{\pi}{6} \\ U = U_{C_{\max}} \sin \alpha = U_{C_{\max}} \sin \left( \arcsin 0,92 - \frac{\pi}{6} \right) \approx 0,6U_{C_{\max}} \end{cases}$$

$\Rightarrow$  Chọn A.

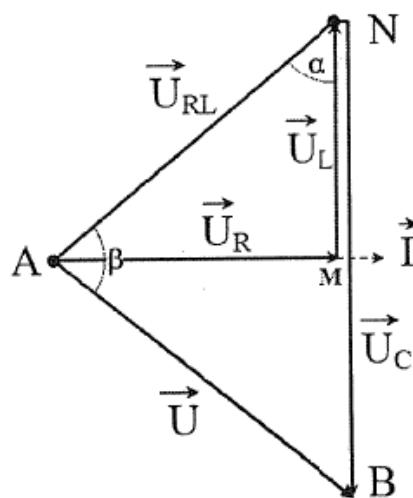
### Câu 8.

$$\text{Áp dụng công thức "độc": } \Delta U = U \cdot \frac{1 - \sin(\varphi_R - \varphi)}{\cos \varphi_R}$$

$$\text{Thay } \varphi_R = -\varphi \text{ và } \Delta U = 0,5U, \text{ ta được: } \frac{U}{\sqrt{2}} = U \cdot \frac{1 - \sin\left(\frac{\pi}{4} - \varphi\right)}{\cos \frac{\pi}{4}}$$

$$\Rightarrow \sin\left(\frac{\pi}{4} - \varphi\right) = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} \varphi = \frac{\pi}{12} \Rightarrow \cos \varphi = 0,966 \\ \varphi = -\frac{7\pi}{12} \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

### Câu 9.

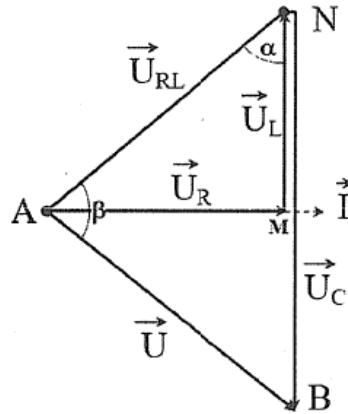


$$\text{Áp dụng định lý hàm số sin: } \frac{U}{\sin \alpha} = \frac{U_C}{\sin \beta} = \text{không đổi} \Rightarrow \frac{U_{C1}}{\sin 80^\circ} = \frac{U_{C2}}{\sin 120^\circ} = \frac{U_{C3}}{\sin \theta}$$

$$\Rightarrow \frac{U_{c3}}{\sin \theta} = \frac{U_{c1} + U_{c2}}{\sin 80^\circ + \sin 120^\circ} \Rightarrow \sin \theta = (\sin 80^\circ + \sin 120^\circ) \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 67,73^\circ$$

$\Rightarrow$  Chọn A.

### Câu 10.



Áp dụng định lý hàm số sin:  $\frac{U_c}{\sin \beta} = \frac{U}{\sin \alpha} = \text{không đổi} \Rightarrow \frac{U_c}{\sin \beta'} = \frac{U'_c}{\sin \beta'}$

$$\Rightarrow U'_c = \frac{U_c}{\sin \beta} \sin \beta' = \frac{30}{\sin 80^\circ} \sin 110^\circ \approx 26,63(V) \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

### Câu 11.

$$\text{Ta nhận thấy: } U_L = IZ_L = \frac{UZ_L}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U}{\sqrt{(R^2 + Z_C^2) \frac{1}{Z_L^2} - 2Z_C \frac{1}{Z_L} + 1}}$$

$$(R^2 + Z_C^2) \frac{1}{Z_L^2} - 2Z_C \frac{1}{Z_L} + \left(1 - \frac{U^2}{U_L^2}\right) = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{Z_{L1}} \cdot \frac{1}{Z_{L2}} = \frac{c}{a} = \frac{1 - \left(\frac{U}{U_L}\right)^2}{R^2 + Z_C^2} = \frac{1 - \left(\frac{90\sqrt{5}}{270}\right)^2}{2.100^2} = \frac{1}{45000} \\ \xrightarrow[3Z_{L2} - Z_{L1} = 150]{} \begin{cases} Z_{L1} = 300\Omega \\ Z_{L2} = 150\Omega \end{cases} \end{array} \right.$$

$$U_{L_{\max}} \Leftrightarrow \frac{1}{Z_{L0}} = -\frac{b}{2a} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{Z_{L1}} + \frac{1}{Z_{L2}} \right) \Rightarrow Z_{L0} = 200\Omega \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

### Câu 12.

Dòng điện trong trường hợp 1 sớm hơn dòng điện trong trường hợp 2 là  $\pi/3$  nên  $\varphi_2 - \varphi_1 = \pi/3$  (1).

Vì  $U_{R2} = 40 V = 2U_{R1}$  nên  $I_2 = 2I_1$  hay  $Z_1 = 2Z_2 \Rightarrow \cos\varphi_2 = 2\cos\varphi_1 \quad (2)$ .

Từ (1) và (2) suy ra:  $\cos(\varphi_1 + \pi/3) = 2\cos\varphi_1 \Rightarrow \tan\varphi_1 = -\sqrt{3} \Rightarrow \varphi_1 = -\pi/3 \Rightarrow \varphi_2 = 0$ . Như vậy, trường hợp 2 mạch cộng hưởng nên  $Z_{C2} = Z_L \Rightarrow Z_{C1} = 2Z_{C2} = 2Z_L$ .

Ta có:  $\tan\varphi_1 = \frac{Z_L - Z_{C1}}{R} \Rightarrow \frac{Z_L - 2Z_L}{R} = -\sqrt{3} \Rightarrow Z_L = R\sqrt{3}$

Ở trường hợp 2:  $\begin{cases} U_{R2} = I_2\sqrt{R^2 + Z_L^2} \\ P_2 = I_2^2 R = 20\sqrt{3} (W) \end{cases} \Rightarrow R = \frac{20}{\sqrt{3}} (\Omega)$

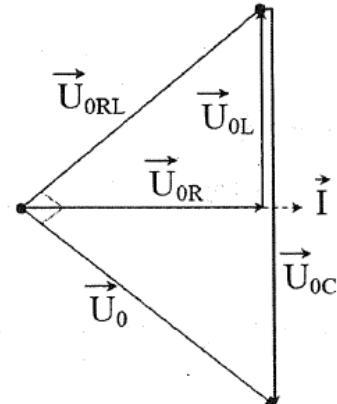
### Câu 13.

Khi  $U_{C_{max}} \Rightarrow \vec{U}_0 \perp \vec{U}_{0RL} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{U_0^2} + \frac{1}{U_{0RL}^2} = \frac{1}{U_{0R}^2} \\ \left(\frac{U}{U_0}\right)^2 + \left(\frac{U_{RL}}{U_{0RL}}\right)^2 = 1 \end{cases} \xrightarrow{\substack{U_{0RL}=12a \\ u_{RL}=u-u_C=9a}}$

$$\begin{cases} \frac{1}{U_0^2} + \frac{1}{U_{0RL}^2} = \frac{1}{(12a)^2} \\ \left(\frac{16a}{U_0}\right)^2 + \left(\frac{9a}{U_{0RL}}\right)^2 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} U_{0RL} = 15a \\ U_0 = 20a \end{cases}$$

Mà  $U_{0RL}^2 = U_{0R}^2 + U_{0L}^2$

$$\Rightarrow (15a)^2 = (12a)^2 + U_{0L}^2 \Rightarrow U_{0L} = 9a$$



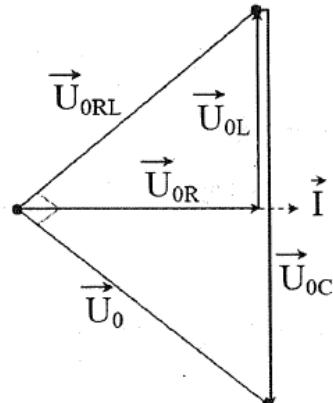
Tù  $U_{0R} = 12a$  và  $U_{0L} = 9a$  suy ra:  $R/Z_L = 12/9$

$$\Rightarrow 4\omega L = 3R \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

### Câu 14.

Khi  $U_{C_{max}} \Leftrightarrow \vec{U}_0 \perp \vec{U}_{0R}$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{U_0^2} + \frac{1}{U_{0RL}^2} = \frac{1}{U_{0R}^2} \\ \left(\frac{U}{U_0}\right)^2 + \left(\frac{U_{RL}}{U_{0RL}}\right)^2 = 1 \end{cases} \xrightarrow{\substack{U_{0R}=75\sqrt{2}V \\ u=75\sqrt{6}V; u_{RL}=25\sqrt{6}V}}$$



$$\begin{cases} \frac{1}{U_0^2} + \frac{1}{U_{0RL}^2} = \frac{1}{(75\sqrt{2})^2} \\ \left(\frac{75\sqrt{6}}{U_0}\right)^2 + \left(\frac{25\sqrt{6}}{U_{0RL}}\right)^2 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} U_{0RL} = 150(V) \\ U_0 = 150(V) \end{cases}$$

$\Rightarrow$  Chọn C.

### Câu 15.

Thay  $U_{L1} = U_{L2} = kU_{L_{\max}}$  công thức “độc”:  $U_L = U_{L_{\max}} \cos(\varphi - \varphi_0)$ , ta được:

$$k = \cos(\varphi_1 - \varphi_0) = \cos(\varphi_2 - \varphi_0) \xrightarrow{\text{Gọi } L_1 > L_2} \\ \begin{cases} \varphi_1 - \varphi_0 = \arccos k \\ \varphi_2 - \varphi_0 = -\arccos k \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2} = \arccos k \\ \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} = 2\varphi_0 \end{cases}$$

$$\text{Từ } \cos \varphi_1 + \cos \varphi_2 = 1,92k \Rightarrow 2 \cos \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2} \cos \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} = 1,92k$$

$$\Rightarrow 2 \cos(\arccos k) \cos \varphi_0 = 1,92k \Rightarrow \cos \varphi_0 = 0,96 \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

### Câu 16.

Thay  $U_{L1} = U_{L2} = kU_{L_{\max}}$  công thức “độc” (xem **Bộ đề 4 trong 1**):  $U_L = U_{L_{\max}} \cos(\varphi - \varphi_0)$ , ta được:

$$k = \cos(\varphi_1 - \varphi_0) = \cos(\varphi_2 - \varphi_0) \xrightarrow{\text{Gọi } L_1 > L_2} \\ \begin{cases} \varphi_1 - \varphi_0 = \arccos k \\ \varphi_2 - \varphi_0 = -\arccos k \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2} = \arccos k \\ \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} = 2\varphi_0 \end{cases}$$

$$\text{Từ } \cos \varphi_1 + \cos \varphi_2 = 1,92k \Rightarrow 2 \cos \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2} \cos \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} = nk$$

$$\Rightarrow 2 \cos(\arccos k) \cos \varphi_0 = nk \Rightarrow \cos \varphi_0 = \frac{n}{2} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

### Câu 17.

Thay  $\varphi = \pi/6$  vào  $U_L = U_{L_{\max}} \cos(\varphi - \varphi_0)$ , ta được:  $U_L = U_{L_{\max}} \cos\left(\varphi - \frac{\pi}{6}\right)$

Theo bài ra:  $U_{L1} = 2U_{L2} \Rightarrow \cos\left(\varphi_1 - \frac{\pi}{6}\right) = 2\cos\left(\varphi_2 - \frac{\pi}{6}\right)$

$$\xrightarrow[\varphi_2 = -\arccos k]{\varphi_1 = \arccos k} \cos\left(\arccos k - \frac{\pi}{6}\right) = 2\cos\left(-\arccos k - \frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow k = 0,866 \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

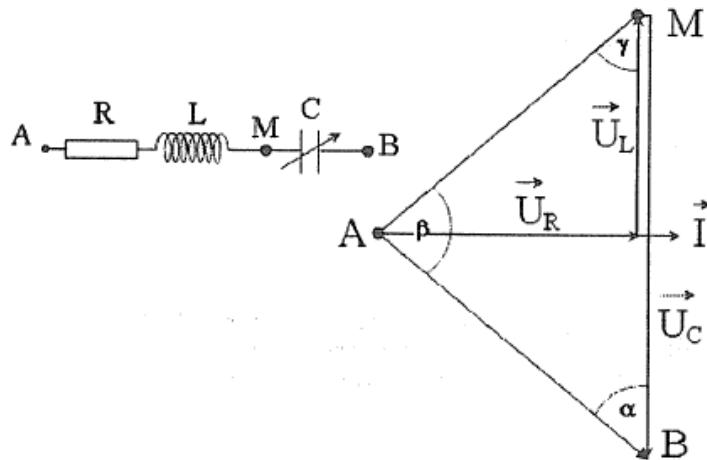
### Câu 18.

Lúc này, cực đại kép:  $\begin{cases} P_{\max} \Leftrightarrow R = |Z_L - Z_C| \\ U_{C\max} \Leftrightarrow Z_C = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L} = Z_L + \frac{R^2}{Z_L} > Z_L \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} R = Z_C - Z_L \\ Z_C = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L} = Z_L + \frac{R^2}{Z_L} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R = Z_L + \frac{R^2}{Z_K} - Z_L \Rightarrow Z_L = R = 20(\Omega) \\ Z_C = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L} = Z_L + \frac{R^2}{Z_L} = 40(\Omega) \end{cases}$$

$\Rightarrow$  Chọn B.

### Câu 19.



Sử dụng định lý hàm số sin cho tam giác AMB:

$$\frac{U}{\sin \gamma} = \frac{U_{AM}}{\sin \alpha} = \frac{U_{MB}}{\sin \beta} = \frac{U_{AM} + U_{MB}}{\sin \alpha + \sin \beta} = \frac{U_{AM} + U_{MB}}{2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}} = \frac{U_{AM} + U_{MB}}{2 \cos \frac{\gamma}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}}$$

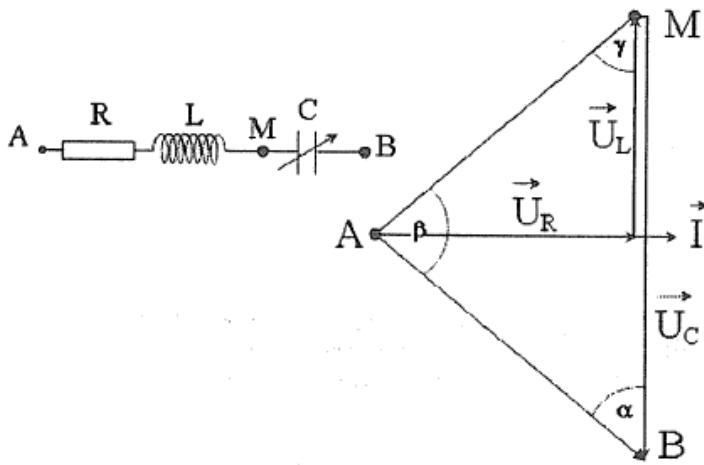
$$(\text{Vì } \alpha + \beta + \gamma = \pi \text{ nên } \sin \frac{\alpha + \beta}{2} = \cos \frac{\gamma}{2})$$

$$\Rightarrow (U_{AM} + U_{MB}) = \max \Leftrightarrow \alpha = \beta = \frac{\pi - \gamma}{2} = \frac{3\pi}{8} \quad (\text{Vì } \tan \gamma = \frac{R}{Z_L} = 1 \Rightarrow \gamma = \frac{\pi}{4})$$

### Câu 20.

Sử dụng định lý hàm số sin cho tam giác AMB:

$$\frac{U}{\sin \gamma} = \frac{U_{AM}}{\sin \alpha} = \frac{U_{MB}}{\sin \beta} = \frac{U_{AM} + U_{MB}}{\sin \alpha + \sin \beta} = \frac{U_{AM} + U_{MB}}{2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}} = \frac{U_{AM} + U_{MB}}{2 \cos \frac{\gamma}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}}$$



$$(\text{Vì } \alpha + \beta + \gamma = \pi \text{ nên } \sin \frac{\alpha + \beta}{2} = \cos \frac{\gamma}{2})$$

$$\Rightarrow (U_{AM} + U_{MB}) = \max \Leftrightarrow \alpha = \beta = \frac{\pi - \gamma}{2} = \frac{\pi}{3} \quad (\text{Vì } \tan \gamma = \frac{R}{Z_L} = \sqrt{3} \Rightarrow \gamma = \frac{\pi}{3})$$

$\Rightarrow$  Tam giác AMB đều  $\Rightarrow U_{AM} = U \Rightarrow$  Chọn B.

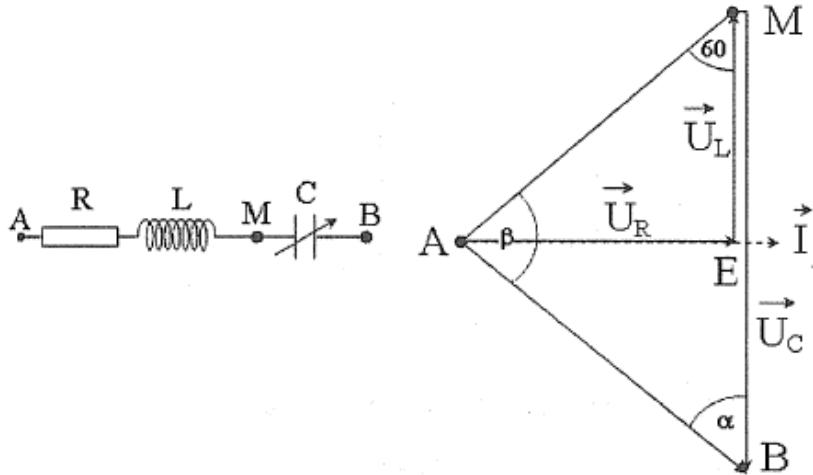
### Câu 21.

$$\text{Xét } \Delta AEM: \tan AEM = \frac{U_R}{U_L} = \frac{R}{Z_L} = \sqrt{3} \Rightarrow AEM = 60^\circ$$

$$\Rightarrow \alpha + \beta = 180^\circ - AEM = 120^\circ$$

$$\text{Áp dụng định lí hàm số sin cho } \Delta AMB: \frac{AB}{\sin 60^\circ} = \frac{AM}{\sin \alpha} = \frac{MB}{\sin \beta} = \frac{AM + MB}{\sin \alpha + \sin \beta}$$

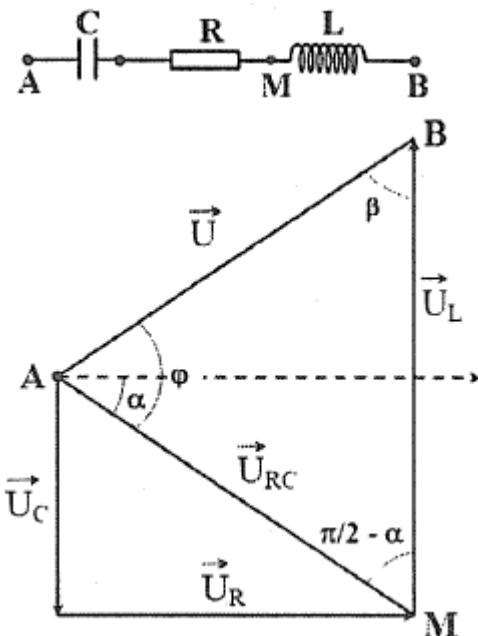
$$= \frac{U_{AM} + U_{MB}}{2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}} \Rightarrow (U_{AM} + U_{MB}) = 2AB \frac{\sin \frac{\alpha + \beta}{2}}{\sin 60^\circ} \cos \frac{\alpha - \beta}{2} = \max \Leftrightarrow \alpha = \beta.$$



Khi đó:  $(U_{AM} + U_{MB})_{\max} = 2U = 240(V) \Rightarrow \text{Chọn B.}$

### Câu 22.

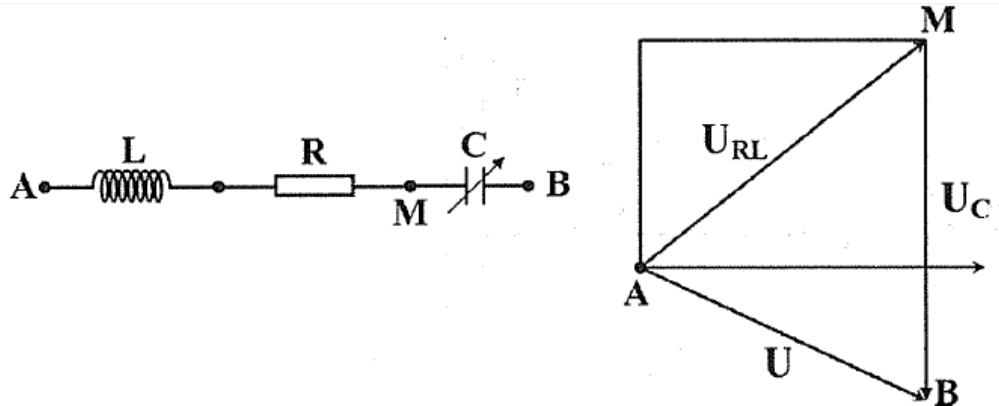
Áp dụng định lí hàm số sin cho  $\Delta AMB$ :  $\frac{AB}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)} = \frac{AM}{\sin\beta} = \frac{MB}{\sin\alpha} = \frac{AM + MB}{\sin\beta + \sin\alpha}$



$$\begin{aligned}
 &= \frac{U_{AM} + U_{MB}}{2\sin\frac{\beta+\alpha}{2}\cos\frac{\beta-\alpha}{2}} = \frac{U_{AM} + U_{MB}}{2\sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2}\right)\cos\frac{\beta-\alpha}{2}} \\
 &\Rightarrow (U_{AM} + U_{MB}) = 2U_{AB} \frac{\sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)} \cos\frac{\beta-\alpha}{2} = \max \Leftrightarrow \beta = \alpha.
 \end{aligned}$$

Khi đó:  $(U_{AM} + U_{MB})_{\max} = 2U_{AB} \frac{\sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)} = 330(V) \Rightarrow$  Chọn B.

Câu 23.



Ta đã biết:  $(U_{cd} + U_C)_{\max}$  khi  $\Delta AMB$  cân tại M, suy ra:

$$Z_C = Z_{RL} = \sqrt{R^2 + Z_L^2} \Rightarrow \cos\varphi_{RL} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + Z_L^2}} = \frac{R}{Z_C} = 0,8.$$

$$\Rightarrow \begin{cases} Z_L = 0,75R \\ Z_C = 1,25R \end{cases} \Rightarrow \frac{Z_L}{Z_C} = \frac{0,75R}{1,25R} = 0,6 \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

Câu 24.

Áp dụng công thức:  $U_C = U_{C\max} \cos(\varphi + \varphi_0)$  với  $\tan\varphi_0 = \frac{R}{Z_L}$  (thay số vào tính ra  $\varphi_0 = 0,464$  rad). Do đó,  $\cos(\varphi + 0,464) = 0,98 \Rightarrow \varphi = -0,264$  rad hoặc  $\varphi = -0,664$  rad

$$\text{Từ công thức: } \tan\varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} \Rightarrow Z_C = Z_L - R\tan\varphi \Rightarrow C = \frac{1}{\omega(Z_L - R\tan\varphi)}$$

Thay số vào tính được:  $C = 44/\pi \mu F$  hoặc  $C = 36/\pi \mu F \Rightarrow$  Chọn A.

Câu 25.

Khi C thay đổi:  $\begin{cases} U_{RC\max} \Leftrightarrow Z_C = \frac{Z_L + \sqrt{Z_L^2 + 4R^2}}{2} \\ U_{C\max} \Leftrightarrow Z_C = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L} \end{cases} \xrightarrow{Z_C=3Z_L}$

$$\frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L} = 3 \cdot \frac{Z_L + \sqrt{Z_L^2 + 4R^2}}{2} \Rightarrow \frac{R}{Z_L} \approx 3,2$$

### Câu 26.

Đặt  $Z_L = xR_2$ .

$$\text{Xét } \tan(\varphi_{R2L} - \varphi) = \frac{\tan\varphi_{R2L} - \tan\varphi}{1 + \tan\varphi_{R2L} \tan\varphi} = \frac{\frac{Z_L}{R} - \frac{Z_L}{R+R_2}}{1 + \frac{Z_L}{R} \cdot \frac{Z_L}{R+R_2}} = \frac{x - \frac{x}{1,5}}{1 + x \cdot \frac{x}{1,5}} = \frac{0,5}{\frac{1,5}{x} + x} = \max$$

$$\Leftrightarrow x = \sqrt{1,5}, \text{ hay } Z_L = R_2\sqrt{1,5} = 150 \Omega \Rightarrow L = Z_L / 100\pi = 1,5/\pi(H) \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

### Câu 27.

Từ công thức:  $\tan\varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} \Rightarrow Z_L - Z_C = R\tan\varphi \Rightarrow Z_L = R\tan\varphi + Z_C$

$$U_L = \frac{UZ_L}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U(R\tan\varphi + Z_C)}{\sqrt{R^2 + R^2\tan^2\varphi}} = \frac{U}{R}(R\sin\varphi + Z_C\cos\varphi)$$

$$U_L = \frac{U}{R}\sqrt{R^2 + Z_C^2} \cos(\alpha - \beta) \text{ với } \tan\beta = \frac{R}{Z_C}.$$

Để  $U_{L_{\max}}$  thì  $\varphi = \beta$ .

Với  $L = L_1$  và  $L = L_2$  thì  $U_{L_1} = U_{L_2}$ , từ đó suy ra:  $\cos(\varphi_1 - \beta) = \cos(\varphi_2 - \beta)$ , hay  $(\varphi_1 - \beta) = -(\varphi_2 - \beta) \Rightarrow \beta = (\varphi_1 + \varphi_2)/2 = 0,8rad \Rightarrow \text{Chọn C.}$

### Câu 28.

Từ công thức:  $\tan\varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} \Rightarrow Z_L - Z_C = R\tan\varphi \Rightarrow Z_L = R\tan\varphi + Z_C$

$$U_L = \frac{UZ_L}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U(R\tan\varphi + Z_C)}{\sqrt{R^2 + R^2\tan^2\varphi}} = \frac{U}{R}(R\sin\varphi + Z_C\cos\varphi)$$

$$U_L = \frac{U}{R}\sqrt{R^2 + Z_C^2} \cos(\alpha - \beta) \text{ với } \tan\beta = \frac{R}{Z_C}.$$

Theo bài ra:  $U_L = 0,5U_{L_{\max}}, \varphi_0 = 0,235\alpha$  và  $\varphi = \alpha$  nên:  $\cos(\alpha - 0,235\alpha) = 0,5$

$$\Rightarrow \alpha = 1,37(rad)$$

### Câu 29.

Khi  $U_{L_{\max}}$  thì  $\varphi > 0$  và  $\vec{U} \perp \vec{U}_{RC} \Leftrightarrow \tan \varphi \tan \varphi_{RC} = -1 \xrightarrow{\tan \varphi = \tan \varphi_R + \tan \varphi_{RC}}$

$$\tan \varphi_R = \tan \varphi + \frac{1}{\tan \varphi} = \tan(\arccos 0,56) + \frac{1}{\tan(\arccos 0,56)} \approx 2,1554$$

$$\Rightarrow \varphi_R = \arctan 2,1554 \Rightarrow \cos \varphi_R = 0,42 \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

### Câu 30.

\* Khi  $L = L_1$  vì  $u_C$  trễ hơn  $u$  là  $30^\circ$  luôn trễ hơn  $i$  là  $\pi/2$  nên  $u$  trễ hơn  $i$  là  $\pi/3$ :

$$\begin{cases} \tan \varphi = \frac{Z_{L_1} - Z_C}{R} = \tan\left(-\frac{\pi}{3}\right) \\ Z_C = \frac{U_C}{I} = \frac{100}{0,5} \\ Z = \sqrt{R^2 + (Z_{L_1} - Z_C)^2} = \frac{U}{I} = \frac{100}{0,5} = 200 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Z_C = 200(\Omega) \\ R = 100(\Omega) \end{cases}$$

\* Khi  $L = L_2$  thì  $U_{R_{L_{\max}}}$  nêu

$$Z_{L_2} = \frac{Z_C + \sqrt{Z_C^2 + 4R^2}}{2} = \frac{200 + \sqrt{200^2 + 4 \cdot 100^2}}{2} = 100(1 + \sqrt{2})(\Omega)$$

$$\Rightarrow L_2 = \frac{Z_{L_2}}{\omega} = \frac{1 + \sqrt{2}}{\pi}(H) \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

### Câu 31.

*Cách 1:*

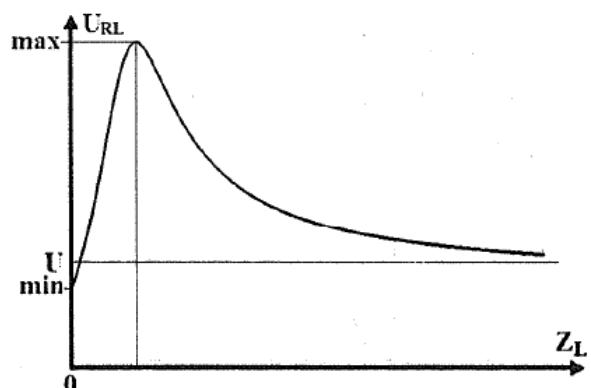
\* Khi  $L$  thay đổi:

$$U_{R_{L_{\min}}} = U \frac{R}{\sqrt{R^2 + Z_C^2}} = \frac{U}{\sqrt{1 + (Z_C / R)^2}}$$

$\Leftrightarrow Z_L = 0$ . Theo bài ra:  $U_{R_{L_{\min}}} = U / \sqrt{5}$  nên

$$1 + \left(\frac{Z_C}{R}\right)^2 = 5 \Rightarrow \frac{Z_C}{R} = 2$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{1}{100\pi \cdot 10^{-4} / \pi}}{R} = 2 \Rightarrow R = 50(\Omega)$$



\*Khi ω thay đổi để  $U_{L_{\max}}$  ta chuẩn hóa số liệu:  $\begin{cases} Z_L = n \\ Z_C = 1 \\ R = \sqrt{2n-2} \end{cases} \xrightarrow{U_C/U_L=2/3}$

$$\frac{2}{3} = \frac{Z_C}{Z_L} = \frac{1}{n} = 1 - \frac{R^2 C}{2L_0} \Rightarrow L_0 = 1,5 R^2 C = 1,5 \cdot 50^2 \cdot \frac{10^{-4}}{\pi} = \frac{0,375}{\pi} (H) \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Cách 2:**

Tương tự như cách 1 tìm ra  $R = 50 (\Omega)$

\*Khi ω thay đổi để  $U_{L_{\max}} \Leftrightarrow Z_C = Z_r = \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}} = \sqrt{Z_L Z_C - \frac{50^2}{2}}$

$$\xrightarrow[\Rightarrow Z_C/Z_L=2/3]{U_C/U_L=2/3} \begin{cases} Z_L = 75(\Omega) \\ Z_C = 50(\Omega) \end{cases} \Rightarrow \frac{L}{C} = Z_L Z_C = 3750 \Rightarrow L = 3750 \cdot \frac{10^{-4}}{\pi} = \frac{0,375}{\pi} (H)$$

$\Rightarrow$  Chọn B.

**Câu 32.**

\*Khi L thay đổi:  $U_{R_{\max}} = \frac{U}{\tan \varphi_0} \Leftrightarrow \tan 2\varphi_0 = \frac{2R}{Z_C}$ .

Thay số:  $U\sqrt{3} = \frac{U}{\tan \varphi_0} \Rightarrow \varphi_0 = \frac{\pi}{6}$

$$\Rightarrow R = \frac{1}{2} Z_C \tan 2\varphi_0 = \frac{1}{2} \frac{1}{100\pi \cdot 10^{-4} / \pi} \tan \frac{\pi}{3} = 50\sqrt{3} (\Omega)$$

\*Khi ω thay đổi để  $U_{L_{\max}} \Leftrightarrow Z_C = Z_L = \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}} = \sqrt{Z_L Z_C - \frac{50^2 \cdot 3}{2}}$

$$\xrightarrow[\Rightarrow Z_C/Z_L=0,4]{U_C/U_L=0,4} \begin{cases} Z_L = 125(\Omega) \\ Z_C = 50(\Omega) \end{cases} \Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{C Z_C} = \frac{1}{50 \cdot 10^{-4} / \pi} = 200\pi (\text{rad/s}) \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

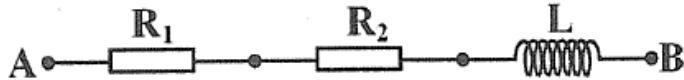
**Câu 33.**

Đặt  $\alpha = \varphi_{MB} - \varphi_{AB}$  thì  $\tan \alpha = \tan(\varphi_{MB} - \varphi_{AB}) = \frac{\tan \varphi_{MB} - \tan \varphi_{AB}}{1 + \tan \varphi_{MB} \tan \varphi_{AB}}$

$$\tan \alpha = \frac{\frac{Z_L - Z_C}{r} - \frac{Z_L - Z_C}{R+r}}{1 + \frac{Z_L - Z_C}{r} \frac{Z_L - Z_C}{R+r}} = \frac{R}{\underbrace{\frac{r(R+r)}{(Z_L - Z_C)} + Z_L - Z_C}_{\geq 2\sqrt{r(R+r)}}} \leq \frac{R}{2\sqrt{r(R+r)}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow \tan \alpha_{\max} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \alpha_{\max} = \frac{\pi}{6} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

Câu 34.

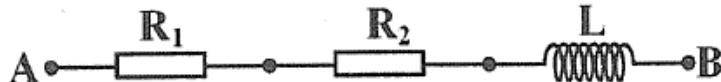


$$\text{Đặt } Z_L = xR_2.$$

$$\text{Xét } \tan(\varphi_{R2L} - \varphi) = \frac{\tan \varphi_{R2L} - \tan \varphi}{1 + \tan \varphi_{R2L} \tan \varphi} = \frac{\frac{Z_L}{R_2} - \frac{Z_L}{R_1 + R_2}}{1 + \frac{Z_L}{R_2} \cdot \frac{Z_L}{R_1 + R_2}} = \frac{x - \frac{x}{2}}{1 + x \cdot \frac{x}{2}} = \frac{\frac{x}{2}}{\frac{x}{2} + x} = \frac{1}{3} = \max \Leftrightarrow$$

$$x = \sqrt{2}, \text{ hay } Z_L = R_2 \sqrt{2} = 400 \Omega \Rightarrow L = Z_L / 100\pi (H) \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

Câu 35.



$$\text{Đặt } Z_L = xR_2.$$

$$\text{Xét } \tan(\varphi_{R2L} - \varphi) = \frac{\tan \varphi_{R2L} - \tan \varphi}{1 + \tan \varphi_{R2L} \tan \varphi} = \frac{\frac{Z_L}{R_2} - \frac{Z_L}{R_1 + R_2}}{1 + \frac{Z_L}{R_2} \cdot \frac{Z_L}{R_1 + R_2}} = \frac{x - \frac{x}{3}}{1 + x \cdot \frac{x}{3}} = \frac{\frac{2x}{3}}{\frac{x}{3} + x} = \frac{2}{3} \leq \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow \tan(\varphi_{R2L} - \varphi) = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow (\varphi_{R2L} - \varphi)_{\max} = \frac{\pi}{6} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

Câu 36.

Khi L thay đổi thì

$$U_{R_{\max}} \text{ và } U_{C_{\max}} \Leftrightarrow \text{cộng hưởng} \Leftrightarrow I_{\max} = \frac{U}{R} \Rightarrow \begin{cases} U_{R_{\max}} = U \\ U_{C_{\max}} = I_{\max} Z_C = \frac{U}{R} Z_C \end{cases}$$

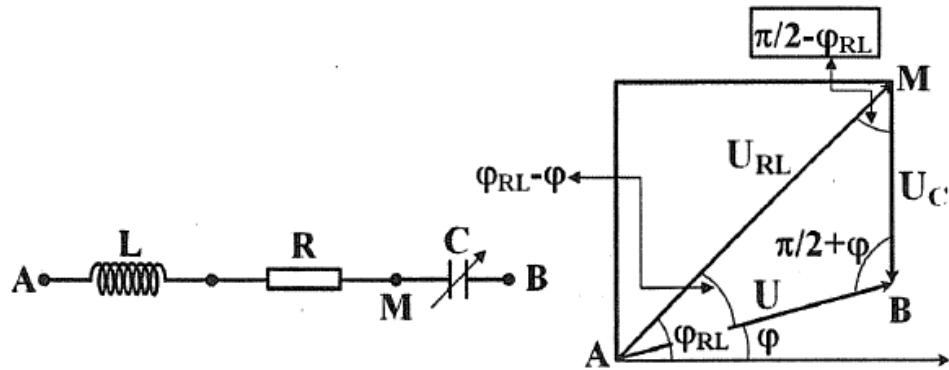
$$U_{L_{\max}} = \frac{U\sqrt{R^2 + Z_C^2}}{R}$$

Theo bài ra:  $U_{L_{\max}} = 3U_{R_{\max}}$  hay  $\frac{U\sqrt{R^2 + Z_C^2}}{R} = 3U \Rightarrow Z_C = 2\sqrt{2}R$

$$\frac{U_{L_{\max}}}{U_{C_{\max}}} = \frac{\sqrt{R^2 + Z_C^2}}{Z_C} = \frac{\sqrt{R^2 + R^2 \cdot 8}}{2\sqrt{2}R} = \frac{\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

### Câu 37.

Cách 1:



Áp dụng định lý hàm số sin cho tam giác ANB:

$$\frac{U}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \varphi_{RL}\right)} = \frac{U_{RL}}{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right)} = \frac{U_C}{\sin(\varphi_{RL} - \varphi)}$$

\*Khi  $C = C_0$ :  $\frac{U}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \varphi_{RL}\right)} = \frac{U_1}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)} = \frac{U_{C_{\max}}}{\underbrace{\sin(\varphi_{RL} + \alpha)}_{\pi/2}} \Rightarrow \begin{cases} \varphi_{RL} = \frac{\pi}{2} - \alpha \\ \frac{U}{\sin \alpha} = \frac{U_1}{\cos \alpha} \end{cases} \quad (1)$

\*Khi  $C = C_1$ :  $\frac{U}{\sin \alpha} = \frac{473,2}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - 2\alpha\right)} = \frac{473,2}{\cos 2\alpha} \quad (2)$

\*Khi  $C = C_2$ :  $\frac{U}{\sin \alpha} = \frac{473,2}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha - \varphi_2\right)} = \frac{473,2}{\cos(\alpha + \varphi_2)} = \frac{U_1 - 100\sqrt{2}}{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \varphi_2\right)} \quad (3)$

Từ (2) và (3) suy ra:  $(\alpha + \varphi_2) = -2\alpha \Rightarrow \varphi_2 = -3\alpha$  thay vào (1), (2) và (3):

$$\frac{U}{\sin \alpha} = \frac{473,2}{\cos 2\alpha} = \frac{U_1}{\cos \alpha} = \frac{U_1 - 100\sqrt{2}}{\cos 3\alpha} = \frac{100\sqrt{2}}{\cos \alpha - \cos 3\alpha} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 0,2618 \text{ (rad)} \\ U \approx 100\sqrt{2} \text{ (V)} \end{cases}$$

$\Rightarrow$  Chọn B.

**Cách 2:**

\* Ban đầu  $C = C_1$  điện áp trên tụ điện có giá trị hiệu dụng đạt cực đại và i sớm hơn u một góc  $\alpha$ . Véc tơ  $AB_1$  biểu diễn điện áp giữa hai đầu mạch nằm dưới trục I một góc  $\alpha$ ; Véc tơ  $AM_1$  biểu diễn đá hai đầu cuộn cảm; Véc tơ  $AM_1$  vuông góc với  $AB_1$ , lúc này Véc tơ  $M_1B_1$  biểu diễn điện áp trên tụ điện.

\* Khi  $C = C_2$  điện áp trên tụ điện có giá trị hiệu dụng là 473,2 V, điện áp hiệu dụng ở hai đầu cuộn dây giảm  $100\sqrt{2}$  V so với khi  $C = C_2$ . Véc tơ  $AB_3$  biểu diễn điện áp giữa hai đầu đoạn mạch. Véc tơ  $AM_3$  biểu diễn điện áp trên cuộn cảm. Véc tơ  $M_3B_3$  biểu diễn điện áp trên tụ.

Tứ giác  $M_3B_3B_2M_2$  là hình bình hành nên  $B_3B_2 = M_3M_1 = 100\sqrt{2}$  V.

Áp dụng định lý hàm số sin cho tam giác  $AM_2B_2$ :

$$\frac{U}{\sin \alpha} = \frac{473,2}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - 2\alpha\right)} \Rightarrow U = \frac{473,2 \sin \alpha}{\cos 2\alpha} \quad (1)$$

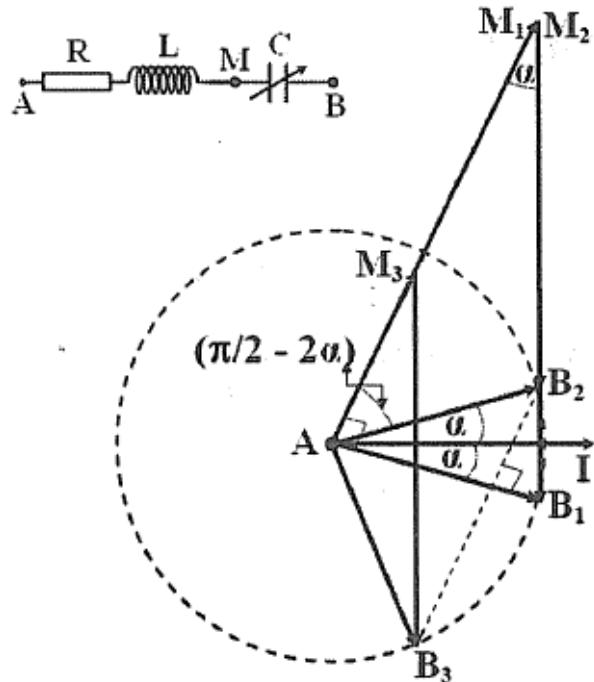
$$\text{Tam giác } AB_2B_3 \text{ cân tại A nên: } \frac{B_2B_3}{2} = AB_2 \sin 2\alpha \Leftrightarrow U = \frac{50\sqrt{2}}{\sin 2\alpha} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra: } \begin{cases} \alpha = 0,2618 \text{ (rad)} \\ U \approx 100\sqrt{2} \text{ (V)} \end{cases}$$

#### 4. Tần số $\omega$ thay đổi liên quan đến điện áp hiệu dụng $U_L$ và $U_C$ .

**Bài toán:** Một đoạn mạch xoay chiều gồm điện trở thuần R, cuộn dây thuần cảm (cảm thuần) có độ tự cảm L và tụ điện có điện dung C mắc nối tiếp. Đặt vào hai đầu đoạn mạch trên một điện áp xoay chiều mà chỉ có tần số góc là  $\omega$  thay đổi được. Tìm  $\omega$  để điện áp hiệu dụng trên tụ cực đại ( $U_C$ ) hoặc trên cuộn cảm cực đại ( $U_L$ ).

**Vấn đề 1. Điều kiện điện áp hiệu dụng trên tụ, trên cuộn cảm cực đại.**



Đặt  $Z_r = \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}}$  – Gọi là trở tố.

**Định lí BHD1:** 1)  $U_C = \max \Leftrightarrow Z_L = Z_\tau$  ("C max  $\Rightarrow L$  tò")

2)  $U_L = \max \Leftrightarrow Z_C = Z_\tau$  ("L max  $\Rightarrow C$  tò")

$$CM1: U_C = I \cdot Z_C = \frac{U \frac{1}{\omega C}}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} = \frac{U}{\sqrt{\underbrace{L^2 C^2 \omega^4}_{a} - \underbrace{2 \left(\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}\right) C^2 \omega^2}_{b} + 1}} = \max$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{b}{2a} \Leftrightarrow \omega^2 = \frac{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}}{L^2} \Rightarrow \omega L = \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}} \Rightarrow [Z_L = Z_\tau] \Rightarrow \boxed{\omega_C = \frac{Z_\tau}{L}}$$

$$CM2: U_L = I \cdot Z_L = \frac{U \omega L}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} = \frac{U}{\sqrt{\underbrace{L^2 C^2 \omega^4}_{a} - \underbrace{2 \left(\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}\right) C^2 \omega^2}_{b} + 1}} = \max$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{b}{2a} \Leftrightarrow \frac{1}{\omega^2} = \frac{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}}{\frac{1}{C^2}} \Rightarrow \frac{1}{\omega C} = Z_\tau \Rightarrow [Z_C = Z_\tau] \Rightarrow \boxed{\omega_L = \frac{1}{Z_\tau C}}$$

Hệ quả:

$$1) \omega_L \omega_C = \frac{1}{LC} = \omega_R^2$$

$$2) n = \frac{\omega_L}{\omega_C} = \frac{L}{C} \frac{1}{Z_\tau^2} = \frac{1}{1 - \frac{R^2 C}{2L}} = \frac{1}{1 - \frac{R^2}{2Z_L Z_C}} > 1$$

$$3) Khi \omega = \omega_L = \frac{1}{Z_\tau C} \text{ suy ra} \begin{cases} Z_C = \frac{1}{\omega_L C} = \frac{1}{\frac{1}{Z_\tau C} C} = Z_\tau \\ Z_L = \omega_L L = \frac{1}{Z_\tau C} L = \frac{L}{C} \frac{1}{Z_\tau} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{Z_L}{Z_C} = \frac{L}{C} \cdot \frac{1}{Z_\tau^2} = \frac{1}{1 - \frac{R^2}{2Z_L Z_C}} = n. \text{ Chuẩn hóa: } \begin{cases} Z_C = 1 \\ Z_L = n \\ R = \sqrt{2n-2} \end{cases}$$

$$4) Khi \omega = \omega_C = \frac{Z_\tau}{L} \text{ suy ra} \begin{cases} Z_L = \omega_C L = \frac{Z_\tau}{L} L = Z_\tau \\ Z_C = \frac{1}{\omega_C L} = \frac{1}{C \frac{Z_\tau}{L}} = \frac{L}{C Z_\tau} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{Z_C}{Z_L} = \frac{L}{C} \cdot \frac{1}{Z_\tau^2} = \frac{1}{1 - \frac{R^2}{2Z_L Z_C}} = n. \text{ Chuẩn hóa: } \text{otic c}$$

**Ví dụ 1:** Một đoạn mạch không phân nhánh gồm: điện trở thuần  $100 \Omega$ , cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm  $15 \text{ mH}$  và tụ điện có điện dung  $1 \mu\text{F}$ . Đặt vào hai đầu mạch một điện áp xoay chiều mà chỉ tần số thay đổi được. Khi điện áp hiệu dụng hai đầu cuộn cảm đạt giá trị cực đại và điện áp hiệu dụng hai đầu tụ đạt giá trị cực đại thì tần số góc có giá trị lần lượt là

- A.  $20000/3 \text{ (rad/s)}$  và  $10000 \text{ (rad/s)}$ .      B.  $20000 \text{ (rad/s)}$  và  $10000 \text{ (rad/s)}$ .  
 C.  $10000/3 \text{ (rad/s)}$  và  $10000 \text{ (rad/s)}$ .      D.  $10000 \text{ (rad/s)}$  và  $20000/3 \text{ (rad/s)}$ .

### Hướng dẫn

$$Z_\tau = \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}} = \sqrt{\frac{15 \cdot 10^{-3}}{10^{-6}} - \frac{100^2}{2}} = 100(\Omega)$$

$$U_{L_{\max}} \Leftrightarrow 'C \text{ tồ}' \Leftrightarrow Z_C = Z_\tau \Rightarrow \frac{1}{\omega C} = 100 \Rightarrow \omega = \frac{1}{100 \cdot 10^{-6}} = 10000 \text{ (rad/s)}$$

$$U_{C_{\max}} \Leftrightarrow 'L \text{ tồ}' \Leftrightarrow Z_L = Z_\tau \Rightarrow \omega L = 100 \Rightarrow \omega = \frac{100}{15 \cdot 10^{-3}} = \frac{20000}{3} \text{ (rad/s)}$$

$\Rightarrow$  Chọn D.

**Bình luận:** Khi giải bằng phương pháp này thì khối lượng tính toán được giảm xuống mức “cực tiểu” và ta sẽ thấy được hiệu quả của nó khi gặp các bài toán có số liệu “không đẹp”.

**Ví dụ 2:** Cho đoạn mạch không phân nhánh gồm điện trở thuần  $80 \Omega$ , cuộn dây có điện trở trong  $20 \Omega$  có độ tự cảm  $0,318 \text{ H}$ , tụ điện có điện dung  $15,9 \mu\text{F}$ . Đặt vào hai đầu mạch điện một dòng điện xoay chiều có tần số  $f$  thay đổi được. Gọi  $f_C$  và  $f_L$  là các giá trị của  $f$  để điện áp hiệu dụng hai đầu tụ C đạt giá trị cực đại và điện áp hiệu dụng hai đầu tụ L đạt giá trị cực đại. Chọn phương án đúng.

- A.  $f_C / f_L = 0,5$ .      B.  $f_C f_L = 5008 \text{ Hz}$ .

C.  $f_C + f_L = 143 \text{ Hz}$

D.  $f_C - f_L = 20,4 \text{ Hz.}$

### Hướng dẫn

$$Z_\tau = \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}} = \sqrt{\frac{0,318}{15,9 \cdot 10^{-6}} - \frac{100^2}{2}} \approx 122,5(\Omega)$$

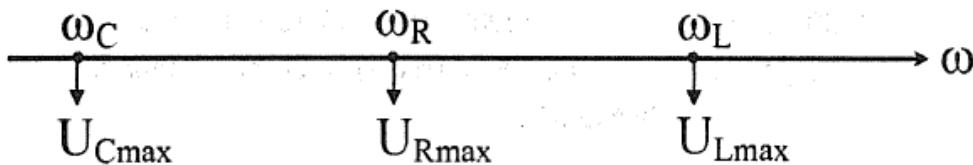
$$U_{C_{\max}} \Leftrightarrow 'L tò' \Leftrightarrow Z_L = Z_\tau \Rightarrow 2\pi f L = 122,5 \Rightarrow f_C = \frac{122,5}{2\pi \cdot 0,318} = 61,3(\text{Hz})$$

$$U_{L_{\max}} \Leftrightarrow 'C tò' \Leftrightarrow Z_C = Z_\tau \Rightarrow \frac{1}{2\pi f C} = 122,5 \Rightarrow f_L = \frac{1}{2\pi \cdot 15,9 \cdot 10^{-6} \cdot 122,5} = 81,7(\text{Hz})$$

$\Rightarrow$  Chọn C.

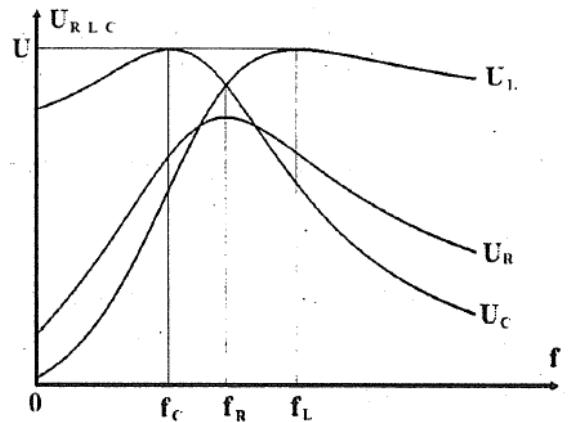
**Chú ý:** Khi  $\omega$  thay đổi thì

$$\begin{cases} U_{C_{\max}} \Leftrightarrow Z_L = Z_\tau \Leftrightarrow \omega_C \cdot L = \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}} < \sqrt{\frac{L}{C}} \Rightarrow \omega_C < \frac{1}{\sqrt{LC}} \\ U_{R_{\max}} (P_{\max}, I_{\max}) \Leftrightarrow Céng h-ěng \Leftrightarrow \omega_R = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow \begin{cases} \omega_R^2 = \omega_C \omega_L \\ \omega_C < \omega_R < \omega_L \end{cases} \\ U_{L_{\max}} \Leftrightarrow Z_C = Z_\tau \Leftrightarrow \frac{1}{\omega_L C} = \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}} < \sqrt{\frac{L}{C}} \Rightarrow \omega_L < \frac{1}{\sqrt{LC}} \end{cases}$$



**Ví dụ 3:** Mạch điện RLC nối tiếp đang xảy ra cộng hưởng. Nếu chỉ giảm tần số một lượng rất nhỏ thì:

- A. Điện áp hiệu dụng tụ không đổi.
- B. điện áp hiệu dụng trên điện trở thuần không đổi
- C. Điện áp hiệu dụng trên tụ tăng.
- D. Điện áp hiệu dụng trên tụ giảm



### Hướng dẫn

\*Khi  $\omega = \omega_C$  thì  $U_{C_{\max}}$ , khi  $\omega = \omega_R$  thì  $U_{R_{\max}}$  (cộng hưởng), khi  $\omega = \omega_L$  thì  $U_{L_{\max}}$

\*Ta nhận thấy, từ vị trí  $\omega = \omega_R$  giảm tần số một lượng nhỏ thì  $\omega$  dịch về phía  $\omega_C$  một lượng nhỏ tức là  $U_C$  sẽ tăng (đồ thị  $U_C$  đi lên)

$\Rightarrow$  Chọn C.

**Chú ý:** Khi tần số thay đổi đê

$$* U_C = \max \Leftrightarrow Z_L = Z_r \Leftrightarrow Z_L = \sqrt{Z_L Z_C - \frac{R^2}{2}} \Rightarrow \frac{(Z_L - Z_C) Z_L}{R^2} = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \boxed{\tan \varphi \cdot \tan \varphi_R = -\frac{1}{2}}$$

$$* U_L = \max \Leftrightarrow Z_C = Z_r \Leftrightarrow Z_C = \sqrt{Z_L Z_C - \frac{R^2}{2}} \Rightarrow \frac{(Z_L - Z_C) Z_C}{R^2} = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \boxed{\tan \varphi \cdot \tan \varphi_{RC} = -\frac{1}{2}}$$

**Ví dụ 4:** Đoạn mạch AB gồm AM nối tiếp với MB. Đoạn AM gồm điện trở thuần R nối tiếp với cuộn cảm thuần có độ tự cảm L, đoạn MB chỉ có tụ điện có điện dung C với  $CR^2 < 2L$ . Đặt vào AB một điện áp  $u_{AB} = U\sqrt{2} \cos \omega t$ , U ổn định và  $\omega$  thay đổi. Khi  $\omega = \omega_C$  thì điện áp hai đầu tụ C cực đại, khi đó điện áp tức thời hai đầu đoạn mạch AM và hai đầu đoạn mạch AB lệch pha so với dòng điện lần lượt là  $\varphi_R$  và  $\varphi$ . Giá trị  $\tan \varphi_R \tan \varphi$  là:

- A. -0,5.      B. 2.      C. 1.      D. -1.

### Hướng dẫn

Khi tần số thay đổi,  $U_C = \max \Leftrightarrow Z_L = Z_r \Leftrightarrow Z_L = \sqrt{Z_L Z_C - \frac{R^2}{2}}$

$$\Rightarrow \frac{(Z_L - Z_C) Z_L}{R^2} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \tan \varphi \cdot \tan \varphi_R = -\frac{1}{2} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Ví dụ 5:** Đoạn mạch AB gồm AM nối tiếp với MB. Đoạn AM gồm điện trở thuần R nối tiếp với tụ điện có điện dung C, đoạn MB chỉ có cuộn cảm thuần có độ tự cảm L với  $CR^2 < 2L$ . Đặt vào AB một điện áp  $u_{AB} = U\sqrt{2} \cos \omega t$ , U không đổi và  $\omega$  thay đổi. Khi  $\omega = \omega_L$  thì điện áp hai đầu cuộn cảm cực đại, khi đó điện áp tức thời hai đầu đoạn mạch AM và AB lệch pha nhau là  $\alpha$ . Giá trị nhỏ nhất của  $\tan \alpha$  là:

- A.  $2\sqrt{2}$ .      B.  $0,5\sqrt{2}$ .      C. 2,5.      D.  $\sqrt{3}$ .

### Hướng dẫn

Khi tần số thay đổi,  $U_L = \max \Leftrightarrow Z_C = Z_r \Leftrightarrow Z_C = \sqrt{Z_L Z_C - \frac{R^2}{2}}$

$$\Rightarrow Z_L = Z_C + \frac{R^2}{2Z_C} > Z_C \text{ (u sờm hơn i nên } \varphi > 0).$$

$\Rightarrow \tan \varphi \cdot \tan \varphi_{RC} = \frac{Z_L - Z_C}{R} \cdot \frac{-Z_C}{R} = \frac{\left( Z_C + \frac{R^2}{2Z_C} \right) - Z_C}{R} \cdot \frac{-Z_C}{R} = -\frac{1}{2}$ . Gọi  $\alpha$  là độ lệch pha của  $u_{RC}$  và  $u$  thì  $\alpha = \varphi - \varphi_{RC} = \varphi + (-\varphi_{RC})$ , trong đó,  $\varphi > 0$  và  $(-\varphi_{RC}) > 0$ .

$$\tan \alpha = \tan(\varphi - \varphi_{RC}) = \frac{\tan \varphi + \tan(-\varphi_{RC})}{1 + \tan \varphi \tan \varphi_{RC}} = 2(\tan \varphi_{RC} + \tan(-\varphi))$$

$$\geq 2 \cdot 2 \sqrt{\tan \varphi \tan(-\varphi_{RC})} = 2\sqrt{2} \Rightarrow \tan \alpha_{\min} = 2\sqrt{2}$$

$\Rightarrow$  Chọn A.

**Ví dụ 6:** Đoạn mạch xoay chiều gồm RLC nối tiếp, cuộn dây thuần cảm với  $CR^2 < 2L$ . Đặt vào hai đầu đoạn mạch một điện áp xoay chiều có biểu thức  $U = U\sqrt{2} \cos \omega t$ , trong đó  $U$  không đổi và  $\omega$  thay đổi được. Điều chỉnh giá trị của  $\omega$  để điện áp hiệu dụng giữa hai bản tụ đạt cực đại. Khi đó  $U_L = 0,1U_R$ . Hệ số công suất của mạch khi đó là

- A. 0,196.      B. 0,234.      C. 0,71.      D. 0,5.

### Hướng dẫn

$$\text{Khi } \omega \text{ thay đổi, } U_{C_{\max}} \Leftrightarrow \tan \varphi \tan \varphi_R = -0,5 \Leftrightarrow \tan \varphi \cdot \frac{U_L}{U_R} = -0,5$$

$$\tan \varphi = -5 \Rightarrow \varphi = \arctan(-5) \Rightarrow \cos \varphi \approx 0,196 \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Ví dụ 7:** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2} \cos 2\pi f t$  (V) (f thay đổi) vào hai đầu đoạn mạch AB mắc nối tiếp theo đúng thứ tự gồm điện trở R, cuộn cảm thuần L có độ tự cảm L và tụ điện có điện dung C, với  $L = R^2 C$ . Khi  $f = f_0$  thì  $U_{C_{\max}}$  và khi  $f = f_0 + 50\sqrt{2}$  Hz thì  $U_{L_{\max}}$ . Tìm  $f_0$ .

### Hướng dẫn

**Cách 1:**

$$*\text{Khi } U_{C_{\max}} \text{ thì "L tồ"} \omega_C L = Z_\tau = \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}}$$

$$*\text{Khi } U_{L_{\max}} \text{ thì "C tồ"} \frac{1}{\omega_L C} = Z_\tau = \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}}$$

$$\Rightarrow \omega_C L \cdot \frac{1}{\omega_L C} = \frac{L}{C} - \frac{R^2}{2} \Rightarrow \frac{f_C}{f_L} = \frac{\omega_C}{\omega_L} = 1 - \frac{1}{2} \frac{R^2 C}{L} \xrightarrow[L=R^2 C / f_C=f_0; f_L=f_0+50\sqrt{2}]{} \frac{f_0}{f_0 + 50\sqrt{2}} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow f_0 = 50\sqrt{2} \text{ (Hz)} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Cách 2:**

$$\text{Từ } \frac{f_C}{f_L} = \frac{\omega_C}{\omega_L} = \frac{\frac{Z_\tau}{L}}{\frac{1}{CZ_\tau}} = \frac{C}{L} Z_\tau^2 = \frac{C}{L} \left( \frac{L}{C} - \frac{R^2}{2} \right) = 1 - \frac{1}{2} \frac{R^2 C}{L}$$

$$\xrightarrow[L=R^2 C / f_C=f_0; f_L=f_0+50\sqrt{2}]{} \frac{f_0}{f_0 + 50\sqrt{2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow f_0 = 50\sqrt{2} \text{ (Hz)} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Bình luận:** Nút thắt của bài toán nằm ở hệ thức:  $\frac{\omega_C}{\omega_L} = 1 - \frac{1}{2} \frac{R^2 C}{L}$ . Nếu xem hệ thức này

thuộc dạng: “biết rồi, khổ lắm, nói mãi” thì các bài toán cùng loại trở nên vô cùng dễ.

**Ví dụ 8:** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2} \cos 2\pi f t$  (V) (f thay đổi) vào hai đầu đoạn mạch AB mắc nối tiếp theo đúng thứ tự gồm điện trở R, cuộn cảm thuần L có độ tự cảm L và tụ điện có điện dung C, với  $L = 5R^2 C / 9$ . Khi  $f = x$  Hz thì  $U_{C_{max}}$ , khi  $f = x^2 - 1200$  Hz thì  $U_{L_{max}}$  và khi  $f = y$  Hz thì  $U_{R_{max}}$ . Chọn các phương án đúng.

- A.  $x = 40$ .      B.  $y = 40\sqrt{10}$ .      C.  $y = 50\sqrt{10}$ .      D.  $x = 50$ .

### Hướng dẫn

Áp dụng hệ thức:

$$\frac{\omega_C}{\omega_L} = 1 - \frac{1}{2} \frac{R^2 C}{L} \xrightarrow[L=5R^2 C / 9; f_C=x; f_L=x^2-1200]{} \frac{x}{x^2 - 1200} = \frac{1}{10} \Rightarrow x = 40 \Rightarrow \begin{cases} f_L = 40 \\ f_C = 400 \end{cases}$$

$$\text{Áp dụng hệ thức: } f_R = \sqrt{f_L f_C} \Rightarrow y = \sqrt{40 \cdot 400} = 40\sqrt{10} \Rightarrow \text{Chọn A, B.}$$

**Ví dụ 9:** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2} \cos 2\pi f t$  (V) (f thay đổi) vào hai đầu đoạn mạch AB mắc nối tiếp theo đúng thứ tự gồm điện trở R, cuộn cảm thuần L có độ tự cảm L và tụ điện có điện dung C. Gọi M và N lần lượt là điểm nối L với R và điểm nối R với C. Biết  $u_{AN}$  luôn luôn vuông pha với  $u_{MB}$  và khi  $f = 50$  Hz thì  $U_{C_{max}}$ . Tìm f để mạch cộng hưởng.

### Hướng dẫn

\* Vì  $u_{AN}$  luôn luôn vuông pha với  $u_{MB}$  nên  $\tan \varphi_{AN} \cdot \tan \varphi_{MB} = -1 \Rightarrow R^2 = \frac{L}{C}$

**Cách 1:**

\*Khi  $U_{C_{\max}}$  thì “L tò”:

$$\omega_C L = Z_\tau = \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}} \xrightarrow{R^2=L/C} \omega_C L = \sqrt{\frac{L}{2C}} \Rightarrow \omega_C = \sqrt{\frac{1}{2LC}} \quad (1)$$

\*Khi  $U_{L_{\max}}$  thì “L tò”:

$$\frac{1}{\omega_L C} = Z_\tau = \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}} \xrightarrow{R^2=L/C} \frac{1}{\omega_L C} = \sqrt{\frac{L}{2C}} \Rightarrow \omega_L = \sqrt{\frac{2}{LC}} \quad (2)$$

Từ (1), (2) suy ra:  $\omega_L = 2\omega_C \Rightarrow f_L = 2f_C$

\*Khi mạch cộng hưởng thì  $f_R = \sqrt{f_L f_C} = f_C \sqrt{2} = 50\sqrt{2}$  (Hz)  $\Rightarrow$  Chọn B.

**Cách 2:**

\*Áp dụng hệ thức:  $\frac{f_C}{f_L} = \frac{\omega_C}{\omega_L} = 1 - \frac{1}{2} \frac{R^2 C}{L} \xrightarrow{L=R^2 C, f_C=50 \text{ Hz}} \frac{50}{f_L} = 0,5 \Rightarrow f_L = 100$  (Hz)

\*Khi mạch cộng hưởng thì  $f_R = \sqrt{f_L f_C} = 50\sqrt{2}$  (Hz)  $\Rightarrow$  Chọn B.

**Ví dụ 10:** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2} \cos 2\pi ft$  (V) (f thay đổi) vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm điện trở R, tụ điện có điện dung C, cuộn cảm thuần có độ tự cảm L (với  $2L > R^2 C$ ). Khi  $f = f_0$  thì  $U_C = U$  và  $6(R + Z_L)(Z_L + Z_C) = 7R(R + Z_C)$  (\*). Khi  $f = f_0 + 75$  Hz thì  $U_L = U$ . Tính  $f_0$ .

- A. 50 Hz.      B. 60 Hz.      C. 75 Hz.      D. 100 Hz.

### Hướng dẫn

**Cách 1:**

\*Khi  $f = f_0$  thì  $U_C = U$  nên  $Z_C^2 = R^2 + (Z_L - Z_C)^2 \Rightarrow \begin{cases} Z_L^2 = 2\frac{L}{C} - R^2 \quad (1) \\ Z_C = \frac{R^2 + Z_L^2}{2Z_L} = \frac{x^2 + 1}{2} Z_L \end{cases}$

(Đã đặt  $R = xZ_L$ ). Thay giá trị  $Z_C$  vào (\*) ta được:

$$6(xZ_L + Z_L) \left( Z_L + \frac{x^2 + 1}{2} Z_L \right) = 7xZ_L \left( xZ_L + \frac{x^2 + 2}{2} Z_L \right)$$

$$\Rightarrow 6(x+1)(x^2 + 3) = 7x(x+1)^2 \Rightarrow x^2 + 7x - 18 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -9 \end{cases}$$

$$\Rightarrow Z_C = \frac{x^2 Z_L^2 + Z_L^2}{2Z_L} = 2,5Z_L \quad (2)$$

$$* \text{Khi } f = f_0 + 75 \text{ Hz thì } U_L = U \text{ nên } Z_L^2 = R^2 + (Z_L - Z_C)^2 \Rightarrow Z_C^2 = 2\frac{L}{C} - R^2 \quad (3).$$

Từ (1) và (3)  $\Rightarrow Z_L = Z_C$  (4). Thay (4) vào (2):

$$Z_C = 2,5Z_C \Leftrightarrow \frac{1}{2\pi f_0} = 2,5 \frac{1}{2\pi(f_0 + 75)} \Rightarrow f_0 = 50 \text{ (Hz)} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Cách 2:**

Dựa vào kết quả đẹp: “Khi  $\omega$  thay đổi đê:

$$* U_L = U, \text{ chuẩn hóa: } Z_C = 1, Z_L = m, R = \sqrt{2m-1}$$

$$* U_C = U, \text{ chuẩn hóa: } Z_L = 1, Z_C = m, R = \sqrt{2m-1}$$

Áp dụng vào bài toán:

$$♣ \text{Khi } f = f_0 \text{ thì } U_C = U \text{ chuẩn hóa: } Z_L = 1, Z_C = m, R = \sqrt{2m-1}$$

$$\text{Thay vào: } 6(R + Z_L)(Z_L + Z_C) = 7R(R + Z_C)$$

$$6(\sqrt{2m-1} + 1)(1 + m) = 7\sqrt{2m-1}(\sqrt{2m-1} + m) \Rightarrow m = 2,5$$

$$♣ \text{Khi } f = f_0 + 75 \text{ Hz thì } U_L = U \text{ chuẩn hóa: } Z_C = 1, Z_L = m, R = \sqrt{2m-1}$$

$$\Rightarrow \frac{Z_L}{Z_C} = \frac{f_0 + 75}{f_0} = m = 2,5 \Rightarrow f_0 = 50 \text{ (Hz)}$$

**Ví dụ 11:** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2}\cos 2\pi ft$  (V) (f thay đổi) vào hai đầu đoạn mạch AB mắc nối tiếp theo đúng thứ tự gồm điện trở R, cuộn cảm thuần L có độ tự cảm L và tụ điện có điện dung C (với  $2L > R^2C$ ). M là điểm nối giữa cuộn cảm và tụ điện. Khi  $f = f_0$  thì  $U_C = U$  và

$6(R + Z_L)(Z_L + Z_C) = 7R(R + Z_C)$  (\*). Khi  $f = f_0 + 75$  Hz thì  $U_L = U$ . Tìm f để  $U_{AM}$  không phụ thuộc R (nếu R thay đổi).

- A. 50 Hz.      B.  $50\sqrt{2}$  Hz.      C. 75 Hz.      D.  $25\sqrt{5}$  Hz.

**Hướng dẫn**

**Cách 1:**

$$* \text{Khi } f = f_0 \text{ thì } U_C = U \text{ nên } Z_C^2 = R^2 + (Z_L - Z_C)^2 \Rightarrow \begin{cases} Z_L^2 = 2 \frac{L}{C} - R^2 & (1) \\ Z_C = \frac{R^2 + Z_L^2}{2Z_L} = \frac{x^2 + 1}{2} Z_L \end{cases}$$

(Đã đặt  $R = xZ_L$ ). Thay giá trị  $Z_C$  vào (\*) ta được:

$$\begin{aligned} 6(xZ_L + Z_L) \left( Z_L + \frac{x^2 + 1}{2} Z_L \right) &= 7xZ_L \left( xZ_L + \frac{x^2 + 2}{2} Z_L \right) \\ \Rightarrow 6(x+1)(x^2 + 3) &= 7x(x+1)^2 \Rightarrow x^2 + 7x - 18 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=-9 \end{cases} \\ \Rightarrow Z_C &= \frac{x^2 Z_L^2 + Z_L^2}{2Z_L} = 2,5Z_L \quad (2) \end{aligned}$$

$$* \text{Khi } f = f_0 + 75 \text{ Hz thì } U_L = U \text{ nên } Z_L^2 = R^2 + (Z_L - Z_C)^2 \Rightarrow Z_C^2 = 2 \frac{L}{C} - R^2 \quad (3).$$

Từ (1) và (3)  $\Rightarrow Z_L = Z_C$  (4). Thay (4) vào (2):

$$Z_C = 2,5Z_C \Leftrightarrow \frac{1}{2\pi f_0} = 2,5 \frac{1}{2\pi(f_0 + 75)} \Rightarrow f_0 = 50 \text{ (Hz)}$$

$$\text{Thay } f_0 = 50 \text{ Hz vào (2), ta được: } \frac{1}{100\pi C} = 2,5 \cdot 100\pi L \Rightarrow \frac{1}{LC} = 2,5 \cdot (100\pi)^2 \quad (5)$$

$$* U_{AM} = U_R = IZ_R = U \sqrt{\frac{R^2 + Z_L^2}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} \notin R \Leftrightarrow Z_C = 2Z_L \Leftrightarrow \frac{1}{LC} = 2(2\pi f)^2 \quad (6)$$

$$\text{Thay (5) vào (6): } 2(2\pi f)^2 = 2,5(100\pi)^2 \Rightarrow f = 25\sqrt{5} \text{ (Hz)} \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Cách 2:**

Dựa vào kết quả đẹp: “Khi  $\omega$  thay đổi đê:

$$* U_L = U, \text{ chuẩn hóa: } Z_C = 1, Z_L = m, R = \sqrt{2m-1}$$

$$* U_C = U, \text{ chuẩn hóa: } Z_L = 1, Z_C = m, R = \sqrt{2m-1}$$

Áp dụng vào bài toán:

$$* \text{Khi } f = f_0 \text{ thì } U_C = U \text{ chuẩn hóa: } Z_L = 1, Z_C = m, R = \sqrt{2m-1}$$

$$\text{Thay vào: } 6(R + Z_L)(Z_L + Z_C) = 7R(R + Z_C)$$

$$6(\sqrt{2m-1}+1)(1+m) = 7\sqrt{2m-1}(\sqrt{2m-1}+m) \Rightarrow m=2,5$$

• Khi  $f = f_0 + 75$  Hz thì  $U_L = U$  chuẩn hóa:  $Z'_C = 1, Z'_L = m, R = \sqrt{2m-1}$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{Z'_L}{Z_L} = \frac{f_0 + 75}{f_0} = m = 2,5 \Rightarrow f_0 = 50 \text{ (Hz)} \\ Z'_L = Z_C \Leftrightarrow 2\pi(f_0 + 75)L = \frac{1}{2\pi f_0 C} \Rightarrow \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \sqrt{(f_0 + 75)f_0} \end{cases}$$

• Từ  $U_{AM} = IZ_R = U \sqrt{\frac{R^2 + Z_L^2}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$   $\notin R \Leftrightarrow Z_C = 2Z_L \Leftrightarrow \frac{1}{2\pi LC} = 2.2\pi fL$

$$\Rightarrow f = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \sqrt{\frac{1}{2}(f_0 + 75)f_0} = \sqrt{\frac{1}{2}(50 + 75)50} = 25\sqrt{5} \text{ (Hz)} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Ví dụ 12:** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2}\cos\omega t$  (V) ( $\omega$  thay đổi) vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm điện trở  $R$ , tụ điện có điện dung  $C$ , cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L$  (với  $2L > R^2C$ ). Khi  $\omega = \omega_1$  thì  $U_C = U$  và hệ số công suất của mạch là  $x$ . Khi  $\omega = \omega_1 + y$  thì  $U_L = U$ . Chọn hệ thức đúng.

A.  $x^2 = 2\frac{\omega_1}{\omega_1 + y} - \left(\frac{\omega_1}{\omega_1 + y}\right)^2$ .

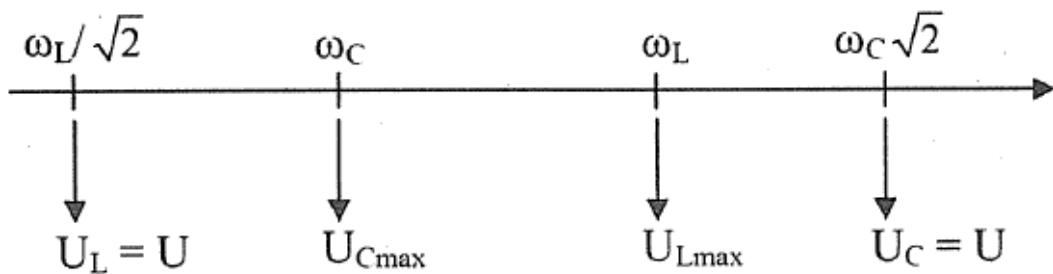
B.  $x^2 = \frac{\omega_1}{\omega_1 + y} - \left(\frac{\omega_1}{\omega_1 + y}\right)^2$ .

C.  $x^2 = 3\frac{\omega_1}{\omega_1 + y} - 2\left(\frac{\omega_1}{\omega_1 + y}\right)^2$ .

D.  $x^2 = \sqrt{2}\frac{\omega_1}{\omega_1 + y} - \left(\frac{\omega_1}{\omega_1 + y}\right)^2$ .

### Hướng dẫn

**Cách 1:**



\*Khi  $\omega = \omega_1$  thì  $U_C = U$  nên  $Z_C^2 = R^2 + (Z_L - Z_C)^2 \Rightarrow Z_L^2 = 2Z_L Z_C - R^2$  (1)

$$\Rightarrow Z_L = \sqrt{2\frac{L}{C} - R^2} = Z_C \sqrt{2} \quad (2)$$

\*Khi  $\omega = \omega_1 + y$  thì  $U_L = U$  nên  $Z_L'^2 = R^2 + (Z'_L - Z'_C)^2 \Rightarrow Z_C'^2 = 2Z'_L Z'_C - R^2$

$$\Rightarrow Z_C = \sqrt{2 \frac{L}{C} - R^2} = Z_L \sqrt{2} \quad (3)$$

Từ (2) và (3)  $\Rightarrow Z_C = Z_L$  và  $Z_L = Z_C$ .

Ta chuẩn hóa số liệu:  $Z_C = Z_L = a$  và  $Z_L = Z_C = 1$ . Thay vào (1):  $R^2 = 2a - a^2$

$$\Rightarrow x^2 = \cos^2 \varphi = \left( \frac{R}{Z} \right)^2 = \frac{R^2}{Z_C^2} = 2a - a^2 \quad (4)$$

Từ  $Z_C = Z_L = a$  và  $Z_L = Z_C = 1$  ta được:

$$\begin{cases} a = Z_L = \omega_1 L \\ 1 = Z_L = (\omega_1 + y)L \end{cases} \Rightarrow a = \frac{\omega_1}{\omega_1 + y} \quad (5)$$

$$\text{Thay (5) vào (4): } x^2 = 2 \frac{\omega_1}{\omega_1 + y} - \left( \frac{\omega_1}{\omega_1 + y} \right)^2.$$

$\Rightarrow$  Chọn A.

**Cách 2:**

$$\text{Đặt } m = \frac{\omega_L / \sqrt{2}}{\omega_C \cdot \sqrt{2}} = \frac{1}{2 - \frac{R^2 C}{L}} = \frac{\omega_1 + y}{\omega_1}$$

Dựa vào kết quả đẹp: “Khi  $\omega$  thay đổi thế:

\*  $U_L = U$ , chuẩn hóa:  $Z_C = 1$ ,  $Z_L = m$ ,  $R = \sqrt{2m-1}$

\*  $U_C = U$ , chuẩn hóa:  $Z_L = 1$ ,  $Z_C = m$ ,  $R = \sqrt{2m-1}$

Áp dụng vào bài toán:

\*  $U_C = U$ , chuẩn hóa:  $Z_L = 1$ ,  $Z_C = m$ ,  $R = \sqrt{2m-1}$

$$\Rightarrow x^2 = \cos^2 \varphi = \frac{R^2}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \frac{2m-1}{2m-1 + (1-m)^2} = \frac{2m-1}{m^2}$$

$$\Rightarrow x^2 = \frac{2 \frac{\omega_1 + y}{\omega_1} - 1}{\left( \frac{\omega_1 + y}{\omega_1} \right)^2} = 2 \frac{\omega_1 + y}{\omega_1} - \left( \frac{\omega_1 + y}{\omega_1} \right)^2 \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Vấn đề 2. Giá trị điện áp hiệu dụng cực đại**  $U_{L_{\max}} = U_{C_{\max}}$

$$\text{Đặt } n = \frac{\omega_L}{\omega_C} = \frac{1}{\frac{CZ_\tau}{L}} = \frac{L/C}{Z_\tau^2} = \frac{\frac{L}{C}}{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}} = \frac{1}{1 - \frac{R^2 C}{2L}}$$

**Định lí BHD2:**  $U_{L,C\max} = U_{L\max} = U_{C\max} = \frac{U}{\sqrt{1-n^2}}$

CM:

\* Khi  $U_{L\max}$  số liệu được chuẩn hóa:  $\begin{cases} Z_C = 1 \\ Z_L = n \\ R = \sqrt{2n-2} \end{cases}$

$$\Rightarrow U_{L\max} = \frac{UZ_L}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = U \frac{n}{\sqrt{2n-2 + (n-1)^2}} = \frac{U}{\sqrt{1-n^2}}$$

\* Khi  $U_{C\max}$  số liệu được chuẩn hóa:  $\begin{cases} Z_L = 1 \\ Z_C = n \\ R = \sqrt{2n-2} \end{cases}$

$$\Rightarrow U_{C\max} = \frac{UZ_C}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = U \frac{n}{\sqrt{2n-2 + (n-1)^2}} = \frac{U}{\sqrt{1-n^2}}$$

Hệ quả:

Tùy  $n = \frac{\omega_L}{\omega_C}$  và  $U_{L,C\max} = \frac{U}{\sqrt{1-n^2}}$  suy ra:  $\left( \frac{U}{U_{L,C\max}} \right)^2 + \left( \frac{\omega_C}{\omega_L} \right)^2 = 1$

Ta có thể viết chung:  $U_{C,L\max} = \frac{U}{\sqrt{1 - \left( \frac{\omega_C}{\omega_L} \right)^2}}$

(Để dễ nhớ nên lưu ý “C” trên “L” dưới).

Nếu cho  $\omega_R$  và  $\omega_C$  thì ta thay  $\omega_L = \frac{\omega_R^2}{\omega_C}$  sẽ được:  $\left( \frac{\omega_C}{\omega_R} \right)^2 + \left( \frac{U}{U_{C,L\max}} \right)^2 = 1$

Nếu cho  $\omega_R$  và  $\omega_C$  thì ta thay  $\omega_C = \frac{\omega_R^2}{\omega_L}$  sẽ được:  $\left( \frac{\omega_R}{\omega_L} \right)^2 + \left( \frac{U}{U_{C,L\max}} \right)^2 = 1$

Cũng nên nhớ thêm:  $\frac{\omega'}{\omega} = \frac{f'}{f} = \frac{T}{T}$  để thích ứng với các loại đề thi.

**Ví dụ 1:** Một đoạn mạch không phân nhánh gồm: điện trở thuần  $100 \Omega$ , cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm  $12,5 \text{ mH}$  và tụ điện có điện dung  $1 \mu\text{F}$ . Đặt vào hai đầu mạch điện một điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng  $200 \text{ V}$  và có tần số thay đổi được. Giá trị cực đại của điện áp hiệu dụng trên tụ là

- A.  $300 \text{ (V)}$ .      B.  $200 \text{ (V)}$ .      C.  $100 \text{ (V)}$ .      D.  $250 \text{ (V)}$ .

### Hướng dẫn

$$n = \frac{\omega_L}{\omega_C} = \frac{1}{1 - \frac{R^2 C}{2L}} = \frac{1}{1 - \frac{100^2 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 12,5 \cdot 10^{-3}}} = \frac{5}{3}$$

$$U_{L,C_{\max}} = \frac{U}{\sqrt{1-n^2}} = \frac{200}{\sqrt{1-9/25}} = 250 \text{ (V)} \Rightarrow \text{Chọn D}$$

### Bình luận:

Khi cần tìm điều kiện của  $\omega$  ta tính  $Z_\tau$

$$\text{Khi tìm giá trị } U_{L_{\max}}, U_{C_{\max}} \text{ ta tính } n \text{ theo công thức } n = \frac{\omega_L}{\omega_C} = \frac{1}{1 - \frac{R^2 C}{2L}}$$

$$\text{ở ví dụ trên vì cho } R, L, C \text{ nên ta tính theo } n = \frac{1}{1 - \frac{R^2 C}{2L}}$$

**Ví dụ 2:** Đặt điện áp  $u = 50\sqrt{2} \cos \omega t \text{ (V)}$  ( $\omega$  thay đổi được) vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L$ , điện trở  $R$  và tụ điện có điện dung  $C$ , với  $CR^2 < 2L$ . Khi  $\omega = 100\pi \text{ rad/s}$  thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu tụ điện đạt cực đại  $U_{C_{\max}}$ . Khi  $\omega = 120\pi \text{ rad/s}$  thì điện áp giữa hai đầu cuộn cảm đạt cực đại. Giá trị của  $U_{C_{\max}}$  **gần giá trị** nào nhất sau đây?

- A.  $85 \text{ V}$ .      B.  $145 \text{ V}$ .      C.  $57 \text{ V}$ .      D.  $173 \text{ V}$ .

### Hướng dẫn

$$n = \frac{\omega_L}{\omega_C} = \frac{120\pi}{100\pi} = 1,2$$

$$U_{L,C_{\max}} = \frac{U}{\sqrt{1-n^2}} = \frac{50}{\sqrt{1-1,2^2}} = 90,45 \text{ (V)} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Bình luận:** Vì cho  $f_L$  và  $f_C$  nên ta đã dùng  $n = \frac{\omega_L}{\omega_C} = \frac{f_L}{f_C}$

**Ví dụ 3:** (ĐH – 2013) Đặt điện áp  $U = 120\sqrt{2} \cos 2\pi f t (V)$  (f thay đổi được) vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm cuộn cảm thuận có độ tự cảm L, điện trở R và tụ điện có điện dung C, với  $CR^2 < 2L$ . Khi  $f = f_1$  thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu tụ điện đạt cực đại. Khi  $f = f_2 = f_1\sqrt{2}$  thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu điện trở đạt cực đại. Khi  $f = f_3$  thì điện áp giữa hai đầu cuộn cảm đạt cực đại  $U_{L_{max}}$ . Giá trị của  $U_{L_{max}}$  gần giá trị nào nhất sau đây:

- A. 85 V.      B. 145 V.      C. 57 V.      D. 173 V.

### Hướng dẫn

$$n = \frac{f_L}{f_C} \xrightarrow{f_L f_C = f_R^2} n = \left( \frac{f_R}{f_C} \right)^2 = \left( \frac{\sqrt{2} f_1}{f_1} \right)^2 = 2$$

$$U_{L,C_{max}} = \frac{U}{\sqrt{1-n^2}} = \frac{120}{\sqrt{1-2^2}} = 80\sqrt{3} = 138,56 (V) \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Bình luận:** Vì cho  $f_L$  và  $f_C$  nên ta đã dùng  $n = \frac{f_L}{f_C}$  và  $f_L f_C = f_R^2$

**Ví dụ 4:** Đoạn mạch nối tiếp AB gồm tụ điện có điện dung  $1/(6\pi)$  mF, cuộn cảm có độ tự cảm  $L = 0,3/\pi$  H có điện trở  $r = 10 \Omega$  và biến trở R. Đặt vào điện áp xoay chiều có tần số f thay đổi. Khi  $f = 50$  Hz, thay đổi R thì điện áp hiệu dụng trên tụ cực đại là  $U_1$ . Khi  $R = 30 \Omega$ , thay đổi f thì điện áp hiệu dụng trên tụ cực đại là  $U_2$ . Tỉ số  $U_1/U_2$  bằng

- A. 1,58.      B. 3,15.      C. 0,79.      D. 6,29.

### Hướng dẫn

\*Khi  $f = 50$  Hz, thay đổi R:

$$U_{C1} = IZ_C = \frac{UZ_C}{\sqrt{(R+r)^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \max = \frac{U \cdot 60}{\sqrt{(0+10)^2 + (30-60)^2}} = 0,6\sqrt{10} U$$

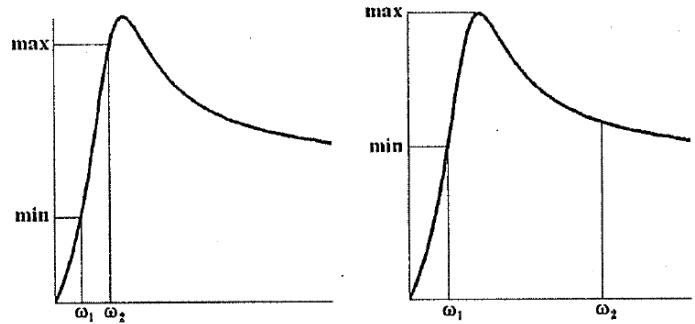
$$\begin{aligned} * \text{Khi } R = 30 \Omega, \text{ thay đổi f: } & \left\{ \begin{array}{l} n = \frac{1}{1 - \frac{(R+r)^2}{2L} C} = \frac{1}{1 - \frac{40^2 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 0,3/\pi}} = 1,8 \\ U_{C2} = U_{L,C_{max}} = \frac{U}{\sqrt{1-n^2}} = \frac{U}{\sqrt{1-1,8^2}} = \frac{9\sqrt{14}}{28} U \end{array} \right. \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \frac{U_{C1}}{U_{C2}} = 1,58 \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Chú ý:** Nếu bài toán chỉ cho  $\omega$  biến thiên từ  $\omega_1$  đến  $\omega_2$  thì để tìm giá trị lớn nhất nhỏ nhất ta so sánh giá trị tại hai đầu giá trị và giá trị tại đỉnh.

**Ví dụ 5:** Đặt điện áp xoay chiều

$u = 100\sqrt{2} \cos \omega t$  V với  $\omega$  thay đổi từ  $100\pi$  rad/s đến  $200\pi$  rad/s vào hai đầu đoạn mạch nối tiếp gồm điện trở  $R = 80\sqrt{2}$   $\Omega$ , cuộn cảm thuần với độ tự cảm  $1/\pi$  H và tụ điện có điện dung  $0,1/\pi$  mF. Điện áp hiệu dụng giữa hai đầu cuộn cảm có giá trị lớn nhất và nhỏ nhất tương ứng là



- A. 107,2 V và 88,4 V.  
B. 100 V và 50 V.  
C. 50 V và  $100/3$  V.  
D.  $50\sqrt{2}$  V và 50 V.

### Hướng dẫn

$$U_L = \frac{U\omega L}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}; Z_{\tau} = \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}} = \sqrt{\frac{1/\pi}{10^{-4}/\pi} - \frac{(80\sqrt{2})^2}{2}} = 60(\Omega)$$

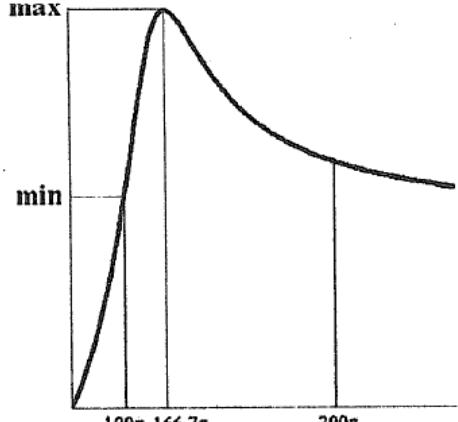
$$U_{L\max} \Leftrightarrow Z_C = Z_{\tau} = 60\Omega$$

$$\Rightarrow \omega = \frac{1}{Z_C C} = \frac{500\pi}{3} \approx 166,7\pi \text{ (rad/s)}$$

$$\omega = 100\pi \Rightarrow U_L = \frac{100 \cdot 100}{\sqrt{(80\sqrt{2})^2 + (100-100)^2}} \approx 88,4 \text{ (V)}$$

$$\omega = 200\pi \Rightarrow U_L = \frac{100 \cdot 200}{\sqrt{(80\sqrt{2})^2 + (200-100)^2}} \approx 106,4 \text{ (V)}$$

$$\omega = \frac{500\pi}{3} \Rightarrow U_L = \frac{100 \cdot 500/3}{\sqrt{(80\sqrt{2})^2 + (500/3-100)^2}} \approx 107,2 \text{ (V)}$$



$\Rightarrow$  Chọn A.

**Chú ý:** Khi  $\omega$  thay đổi

1) Với  $\omega = \omega_C$  (để  $U_{C\max}$ ), sau khi chuẩn hóa số liệu:  $\begin{cases} Z_L = 1 \\ Z_C = n \\ R = \sqrt{2n-2} \end{cases}$

$$\Rightarrow Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \sqrt{n^2 - 1} \Rightarrow Z_C^2 = Z^2 + Z_L^2 \Rightarrow [U_{C\max}^2 = U^2 + U_L^2]$$

2) Với  $\omega = \omega_L$  (để  $U_{L\max}$ ), sau khi chuẩn hóa số liệu:  $\begin{cases} Z_C = 1 \\ Z_L = n \\ R = \sqrt{2n-2} \end{cases}$

$$\Rightarrow Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \sqrt{n^2 - 1} \Rightarrow Z_L^2 = Z^2 + Z_C^2 \Rightarrow U_{L\max}^2 = U^2 + U_C^2$$

**Ví dụ 6:** Đặt điện áp  $U = 150\sqrt{2} \cos \omega t$  (V) ( $\omega$  thay đổi được) vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm cuộn cảm thuận có độ tự cảm  $L$ , điện trở  $R$  và tụ điện có điện dung  $C$ , với  $CR^2 < 2L$ . Khi  $\omega = \omega_C$  thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu tụ điện đạt cực đại và lúc này điện áp hiệu dụng trên cuộn cảm là  $U_L$ . Khi  $\omega = \omega_L$  thì điện áp giữa hai đầu cuộn cảm đạt cực đại là 200 V. Giá trị của  $U_L$  **gần giá trị nào nhất sau đây?**

- A. 130 V.      B. 140 V.      C. 150 V.      D. 100 V.

### Hướng dẫn

**Cách 1:**

Với  $\omega = \omega_C$  (để  $U_{C\max}$ ), sau khi chuẩn hóa số liệu:  $\begin{cases} Z_L = 1 \\ Z_C = n \\ R = \sqrt{2n-2} \end{cases}$

$$\Rightarrow Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \sqrt{n^2 - 1} \Rightarrow Z_C^2 = Z^2 + Z_L^2 \Rightarrow U_{C\max}^2 = U^2 + U_L^2$$

$$\xrightarrow{\frac{U_{C\max} = U_{L\max} = 200}{U = 150}} 200^2 = 150^2 + U_L^2 \Rightarrow U_L = 50\sqrt{7} \text{ (V)} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Cách 2:**

Khi  $\omega = \omega_C$  thì  $U_{C\max}$  và  $U_{C\max}^2 = U^2 + U_L^2$  thay  $U_{C\max} = U_{L\max} = 200$  V và  $U = 150$  V, ta được:  $200^2 = 150^2 + U_L^2 \Rightarrow U_L = 50\sqrt{7} \approx 132$  (V) ⇒ Chọn A.

**Ví dụ 7:** Đoạn mạch xoay chiều AB theo đúng thứ tự gồm: điện trở thuần R, cuộn cảm thuận L và tụ điện C nối tiếp, với  $CR^2 < 2L$ . Đặt vào hai đầu đoạn mạch một điện áp xoay chiều có biểu thức  $U = U\sqrt{2} \cos \omega t$ , trong đó U không đổi và  $\omega$  thay đổi được. Điều chỉnh giá trị của  $\omega$  để điện áp hiệu dụng trên L cực đại. Khi đó  $U_{L\max} = 41U/40$ . Hệ số công suất đoạn mạch AB khi đó là

- A. 0,6.      B. 0,8.      C. 0,49.      D. 3/11.

### Hướng dẫn

**Cách 1:**

Với  $\omega = \omega_L$  (để  $U_{L_{\max}}$ ), sau khi chuẩn hóa số liệu:  $\begin{cases} Z_C = 1 \\ Z_L = n \\ R = \sqrt{2n-2} \end{cases}$

$$\Rightarrow Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \sqrt{n^2 - 1} \xrightarrow{Z_L = \frac{41}{40}Z} n = \frac{41}{40} \sqrt{n^2 - 1} \Rightarrow n = \frac{41}{9}$$

$$\Rightarrow \cos \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{\sqrt{2n-2}}{\sqrt{n^2-1}} = \frac{\sqrt{2 \cdot \frac{41}{9} - 2}}{\sqrt{\left(\frac{41}{9}\right)^2 - 1}} = 0,6$$

**Cách 2:**

Khi  $\omega$  thay đổi,  $U_{L_{\max}} \Leftrightarrow U_L$  là cạnh huyền với  $U$  và  $U_C$  là hai cạnh góc vuông, tức là

$$U_{L_{\max}}^2 = U^2 + U_C^2 \xrightarrow{U_{L_{\max}} = 41U/40} U_L = \frac{9}{40}U \xrightarrow{U^2 = U_R^2 + (U_L - U_C)^2} U_R = 0,6U$$

$$\Rightarrow \cos \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{U_R}{U} = 0,6 \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Ví dụ 8:** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U\sqrt{2} \cos \omega t$ , ( $U$  không đổi còn  $\omega$  thay đổi được) vào mạch nối tiếp RLC với cuộn dây thuận cảm và  $CR^2 < 2L$ . Điều chỉnh giá trị của  $\omega$  để  $U_{C_{\max}}$  khi đó  $U_{C_{\max}} = 90$  V và  $U_R = 30\sqrt{5}$  V. Tính  $U$ .

### Hướng dẫn

**Cách 1:**

Với  $\omega = \omega_C$  (để  $U_{C_{\max}}$ ), sau khi chuẩn hóa số liệu:  $\begin{cases} Z_L = 1 \\ Z_C = n \\ R = \sqrt{2n-2} \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} U_C = IZ_C = U \frac{Z_C}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{Un}{\sqrt{n^2 - 1}} \\ U_R = IZ_R = U \frac{\sqrt{R^2 + Z_L^2}}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = U \frac{\sqrt{2n-1}}{\sqrt{n^2 - 1}} \end{cases} \Rightarrow \frac{U_R}{U_C} = \frac{\sqrt{2n-1}}{n}$$

$$\Rightarrow \frac{30\sqrt{5}}{90} = \frac{\sqrt{2n-1}}{n} \Rightarrow \begin{cases} n = 3 \\ n = 0,6 < 1 \Rightarrow \text{loại} \end{cases}$$

$$U = U_C \frac{\sqrt{n^2 - 1}}{n} = 90 \frac{\sqrt{3^2 - 1}}{3} = 60\sqrt{2}(V) \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Cách 2:**

$$\text{Khi } \omega \text{ thay đổi, } U_{C_{\max}} \Leftrightarrow L \text{ "tùy": } Z_L = Z_C = \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}} = \sqrt{Z_L Z_C - \frac{R^2}{2}}$$

$$\Leftrightarrow Z_L^2 = Z_L Z_C - \frac{R^2}{2} \Leftrightarrow Z_L^2 - 2Z_L Z_C + Z_C^2 + R^2 = 0 \Leftrightarrow Z_L^2 - 2Z_L Z_C + Z_R^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow U_L^2 - 2U_L U_C + U_R^2 = 0 \Leftrightarrow U_L^2 - 2.90.U_C + 5.30^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} U_L = 30(V) \\ U_L = 150(V) > U_R \end{cases}$$

$$\text{Thay } U_L = 30(V) \text{ vào } U_R^2 = U_R^2 + U_L^2 \Rightarrow 30^2 \cdot 5 = U_R^2 + 30^2 \Rightarrow U_R = 60(V)$$

$$\Rightarrow U = \sqrt{R^2 + (U_L - U_C)^2} = 60\sqrt{2}(V) \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Ví dụ 9:** Đặt điện áp xoay chiều  $u = 200\sqrt{2} \cos(\omega t + \pi/6)(V)$  với  $\omega$  biến thiên vào hai đoạn mạch RLC nối tiếp với cuộn dây thuần cảm. Thay đổi  $\omega$  cho đến khi tỉ số  $Z_L/Z_C = 9/41$  thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu tụ C cực đại. Xác định giá trị cực đại đó?

- A. 200 V.      B. 205 V.      C. 320 V.      D. 400 V.

### Hướng dẫn

**Cách 1:**

$$\text{Với } \omega = \omega_C \text{ (để } U_{C_{\max}}), \text{ sau khi chuẩn hóa số liệu: } \begin{cases} Z_L = 1 \\ Z_C = n \\ R = \sqrt{2n-2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n = \frac{Z_C}{Z_L} = \frac{41}{9} \\ U_C = IZ_C = U \frac{Z_C}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{Un}{\sqrt{n^2 - 1}} \frac{\frac{41}{9}}{\sqrt{\left(\frac{41}{9}\right)^2 - 1}} = 205(V) \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn B}$$

**Cách 2:**

$$\text{Khi tần số thay đổi: } \begin{cases} U_{C_{\max}} \Leftrightarrow Z_L = Z_C = \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}} = \sqrt{Z_L Z_C - \frac{R^2}{2}} \quad (1) \\ U_{C_{\max}} = U_{L_{\max}} = U \frac{\frac{L}{C}}{R \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{4}}} = U \frac{Z_L Z_C}{R \sqrt{Z_L Z_C - \frac{R^2}{4}}} \quad (2) \end{cases}$$

Thay  $Z_L = 9Z_C / 41$  vào (1) suy ra:  $R = 24Z_C / 41$ .

Thay các kết quả vào (2):

$$U_{C_{\max}} = U \frac{Z_L Z_C}{R \sqrt{Z_L Z_C - \frac{R^2}{4}}} = 200 \cdot \frac{\frac{9Z_C}{41} Z_C}{\frac{24Z_C}{41} \sqrt{\frac{9Z_C}{41} Z_C - \left(\frac{24}{41}\right)^2 \frac{Z_C^2}{4}}} = 205(V) \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Ví dụ 10:** Cho mạch điện xoay chiều gồm các phần tử điện trở thuần R, cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm L = 6,25/π (H) và tụ điện có điện dung C = 10⁻³/4,8π (F). Đặt vào hai đầu đoạn mạch một điện áp xoay chiều có biểu thức  $u = 200\sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi)(V)$  có tần số góc ω thay đổi được. Thay đổi ω, thấy rằng tồn tại  $\omega_1 = 30\pi\sqrt{2}$  rad/s hoặc  $\omega_2 = 40\pi\sqrt{2}$  rad/s thì điện áp hiệu dụng trên cuộn dây có giá trị bằng nhau. Điện áp hiệu dụng cực đại hai đầu cuộn dây có giá trị gần với giá trị nào nhất?

- A. 140 V.      B. 210 V.      C. 207 V.      D. 115 V.

### Hướng dẫn

Tính:  $Z_{L1} = 187,5\sqrt{2}\Omega$ ;  $Z_{C1} = 80\sqrt{2}\Omega$ ;  $Z_{L2} = 250\sqrt{2}\Omega$ ;  $Z_{C2} = 60\sqrt{2}\Omega$ .

$$\text{Từ } U_{L1} = U_{L2} \Rightarrow \frac{Z_{L1}}{\sqrt{R^2 + (Z_{L1} - Z_{C1})^2}} = \frac{Z_{L2}}{\sqrt{R^2 + (Z_{L2} - Z_{C2})^2}}$$

$$\Rightarrow R = 200\Omega$$

$$\text{Tính: } n = \frac{\omega_L}{\omega_C} = \frac{1}{1 - \frac{R^2 C}{2L}} = \frac{1}{1 - \frac{200^2 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 6,25 \cdot 4,8}} = 3$$

$$\Rightarrow U_{L_{\max}} = \frac{U}{\sqrt{1-n^2}} = \frac{200}{\sqrt{1-3^2}} = 212,13(V) \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Vấn đề 3: Khi ω thay đổi đổi  $U_L = U$  và  $U_C = U$**

Xét trường hợp  $2L > R_C$

**Kết quả 1:** Khi  $U_L = U$  thì  $\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{CZ_\tau} \Rightarrow \begin{cases} Z_{L1} = \sqrt{2}Z_\tau \\ Z_{L1} = \omega_1 L = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{L}{CZ_\tau} = Z_\tau \end{cases}$

**Chứng minh:**

$$\text{Tù } U_L = U \Leftrightarrow Z_{L1} = Z_1 \Leftrightarrow Z_{L1}^2 = R^2 + (Z_{L1} - Z_{C1})^2$$

$$\Rightarrow Z_{C1} = \sqrt{2} \sqrt{Z_{L1}Z_{C1} - \frac{R^2}{2}} = \sqrt{2} \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}} = \sqrt{2}Z_\tau \Rightarrow \begin{cases} \omega_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{CZ_\tau} \\ Z_{L1} = \omega_1 L = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{L}{CZ_\tau} \end{cases}$$

**Kết quả 2:** Khi  $U_C = U$  thì  $\omega_2 = \sqrt{2} \frac{Z_\tau}{L} \Rightarrow \begin{cases} Z_{L2} = \sqrt{2}Z_\tau \\ Z_{C2} = \frac{1}{\omega_2 C} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{L}{CZ_\tau} = Z_2 \end{cases}$

**Chứng minh:**

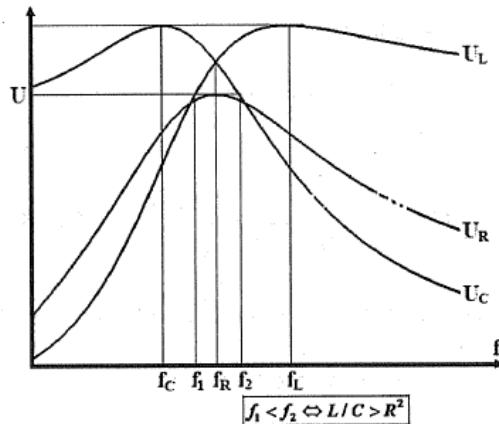
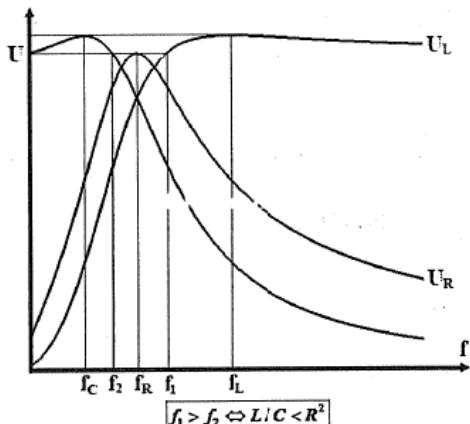
$$\text{Tù } U_C = U \Leftrightarrow Z_{C2} = Z_2 \Leftrightarrow Z_{C2}^2 = R^2 + (Z_{L2} - Z_{C2})^2$$

$$\Rightarrow Z_{L2} = \sqrt{2} \sqrt{Z_{L2}Z_{C2} - \frac{R^2}{2}} = \sqrt{2} \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}} = \sqrt{2}Z_\tau \Rightarrow \begin{cases} \omega_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{Z_\tau}{L} \\ Z_{C2} = \frac{1}{\omega_2 C} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{L}{CZ_\tau} \end{cases}$$

**Chú ý:** Ta nhận thấy:  $\omega_2$  có thể lớn hơn hoặc nhỏ hơn  $\omega_1$  tùy trường hợp.

$$*\omega_1 < \omega_2 \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{CZ_\tau} < \sqrt{2} \frac{Z_\tau}{L} \Leftrightarrow 2Z_\tau^2 > \frac{L}{C} \Leftrightarrow 2\left(\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}\right) > \frac{L}{C} \Leftrightarrow \boxed{\frac{L}{C} > R^2}$$

$$*\omega_1 > \omega_2 \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{CZ_\tau} > \sqrt{2} \frac{Z_\tau}{L} \Leftrightarrow 2Z_\tau^2 > \frac{L}{C} \Leftrightarrow 2\left(\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}\right) < \frac{L}{C} \Leftrightarrow \boxed{\frac{L}{C} < R^2}$$



### Kết quả 3: Chuẩn hóa các trường hợp

$$\text{Đặt } \frac{Z_{L_1}}{Z_{C_1}} = \frac{Z_{C_2}}{Z_{L_2}} = \frac{\frac{1}{\sqrt{2}} \frac{L}{CZ_\tau}}{\frac{1}{\sqrt{2}} \frac{CZ_\tau}{Z_\tau}} = \frac{\frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{CZ_\tau}}{\frac{1}{\sqrt{2}} \frac{Z_\tau}{L}} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{1}{2 - \frac{R^2 C}{L}} = m$$

\*Khi  $U_L = U$ , chuẩn hóa:  $Z_C = 1$ ,  $Z_L = m$ ,  $R = \sqrt{2m-1}$

\*Khi  $U_C = U$ , chuẩn hóa:  $Z_L = 1$ ,  $Z_C = m$ ,  $R = \sqrt{2m-1}$

**Ví dụ 1:** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2} \cos \omega t$  (với  $\omega$  thay đổi được) vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm cuộn cảm thuận có độ tự cảm  $L = 1/\pi$  H, điện trở  $R = 1000 \Omega$  và tụ điện có điện dung  $C = 1/\pi \mu F$ . Khi  $\omega = \omega_1$  thì  $U_L = U$  và khi  $\omega = \omega_2$  thì  $U_C = U$ . Chọn hệ thức đúng.

- A.  $\omega_1 - \omega_2 = 0$ .      B.  $\omega_2 = 1000 \text{ rad/s}$ .  
 C.  $\omega_1 = 1000 \text{ rad/s}$ .      D.  $\omega_1 - \omega_2 = 100 \text{ rad/s}$ .

Hướng dẫn

### **Cách 1:**

$$* \text{Khi } \omega = \omega_1 \text{ thì } U_L = U \Leftrightarrow \omega_1 L = Z_1 = \sqrt{R^2 + \left( \omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C} \right)^2}$$

$$\Rightarrow 0 = R^2 + \frac{1}{(\omega_1 C)^2} - 2 \frac{L}{C} \Rightarrow \omega_1 = \frac{1}{\sqrt{2LC - R^2 C^2}} = 1000\pi \text{ (rad/s)}$$

$$* \text{Khi } \omega = \omega_2 \text{ thì } U_C = U \Leftrightarrow \frac{1}{\omega_2 L} = Z_2 = \sqrt{R^2 + \left( \omega_2 L - \frac{1}{\omega_2 C} \right)^2}$$

$$\Rightarrow 0 = R^2 + (\omega_2 L)^2 - 2 \frac{L}{C} \Rightarrow \omega_2 = \sqrt{\frac{2}{LC} - \frac{R^2}{L^2}} = 1000\pi \text{ (rad/s)} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

### **Cách 2:**

$$\text{Tính } Z_r = \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}} = \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}} = \frac{1000}{\sqrt{2}} \Omega$$

$$* \text{Khi } U_L = U \text{ thì } Z_{Cl} = Z_r \sqrt{2} \Rightarrow \omega_l = \frac{1}{CZ_{Cl}} = 1000\pi \text{ (rad/s)}$$

\* Khi  $U_C = U$  thì  $Z_{L2} = Z_r \sqrt{2} \Rightarrow \omega_2 = \frac{Z_{L2}}{L} = 1000\pi \text{ (rad/s)}$  ⇒ Chọn A.

**Ví dụ 2:** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2} \cos \omega t$  ( $\omega$  thay đổi được) vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L = 0,01/\pi$  H, điện trở  $R = 100 \Omega$  và tụ điện có điện dung  $C = 1/\pi \mu F$ . Khi  $\omega = \omega_1$  thì  $U_L = U$  và khi  $\omega = \omega_2$  thì  $U_C = \max$ . Chọn hệ thức đúng.

A.  $\omega_1 - \omega_2 = 2928,9\pi \text{ rad/s}$

B.  $\omega_2 = 5000\pi \text{ rad/s.}$

C.  $\omega_1 = 1000\pi \text{ rad/s.}$

D.  $\omega_1 + \omega_2 = 17071\pi \text{ rad/s.}$

### Hướng dẫn

$$\text{Tính } Z_\tau = \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}} = \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}} = 50\sqrt{2} (\Omega)$$

\*Khi  $U_L = U$  thì  $Z_{C1} = Z_\tau \sqrt{2} \Rightarrow \omega_1 = \frac{1}{CZ_{C1}} = 10000\pi (\text{rad/s})$

\*Khi  $U_C = \max$  thì  $Z_{L2} = Z_\tau \Rightarrow \omega_2 = \frac{Z_{L2}}{L} = 5000\pi\sqrt{2} (\text{rad/s})$

$\Rightarrow$  Chọn D.

**Ví dụ 3:** Đặt điện áp  $u = 30\sqrt{14} \cos \omega t$  ( $\omega$  thay đổi được) vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm cuộn cảm thuần L, điện trở R và tụ điện C. Khi  $\omega = \omega_1$  thì  $U_L = 30\sqrt{7}$  V và khi  $\omega = \omega_2 = 0,25\omega_1$  thì  $U_C = 30\sqrt{7}$  V. Nếu mắc vôn kê có điện trở rất lớn vào hai đầu cuộn cảm thì số chỉ lớn nhất là

A. 143 V.

B. 80 V.

C. 150 V.

D. 181 V.

### Hướng dẫn

Khi  $\omega$  thay đổi:

1)  $U_{L\max}$  khi  $\omega_L = \frac{1}{CZ_\tau}$  chuẩn hóa  $\begin{cases} Z_L = n \\ Z_C = 1 \\ R = \sqrt{2n-2} \end{cases} \Rightarrow U_{L\max} = \frac{U}{\sqrt{1-n^2}}$

2)  $U_{C\max}$  khi  $\omega_C = \frac{Z_\tau}{L}$  chuẩn hóa  $\begin{cases} Z_L = 1 \\ Z_C = n \\ R = \sqrt{2n-2} \end{cases} \Rightarrow U_{C\max} = \frac{U}{\sqrt{1-n^2}}$

Với  $n = \frac{\omega_L}{\omega_C} = \frac{1}{1 - \frac{R^2 C}{2L}} > 1$

$$3) U_L = U \text{ khi } \omega_1 = \frac{\omega_L}{\sqrt{2}}$$

$$4) U_C = U \text{ khi } \omega_2 = \omega_C \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow n = \frac{\omega_L}{\omega_C} = \frac{\omega_1 / \sqrt{2}}{\omega_2 / \sqrt{2}} = 8 \Rightarrow U_{L_{\max}} = \frac{U}{\sqrt{1-n^2}} = \frac{30\sqrt{7}}{\sqrt{1-8^2}} = 80(V) \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Vấn đề 4: Độ lệch pha khi  $U_{L_{\max}}$  và  $U_{C_{\max}}$  khi  $\omega$  thay đổi**

$$\text{Kết quả 1: Đặt } n = \frac{\omega_L}{\omega_C} = \frac{\frac{1}{CZ_\tau}}{\frac{Z_\tau}{L}} = \frac{\frac{L}{C}}{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}} = \frac{1}{1 - \frac{R^2 C}{2L}} \Rightarrow n-1 = \frac{\frac{R^2}{2}}{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}} = \frac{1}{2} \left( \frac{R}{Z_\tau} \right)^2$$

$$\text{*Khi } U_{L_{\max}} \text{ chuẩn hóa: } \begin{cases} Z_L = n \\ Z_C = 1 \\ R = \sqrt{2n-2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \tan \varphi \tan \varphi_{RC} = \frac{Z_L - Z_C}{R} \frac{-Z_C}{R} = -\frac{1}{2} \\ \tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} = \sqrt{\frac{n-1}{2}} = \frac{R}{2Z_\tau} \end{cases}$$

$$(Lúc này, u sóm hơn i là \arctan \sqrt{\frac{n-1}{2}})$$

$$\text{*Khi } U_{C_{\max}} \text{ chuẩn hóa: } \begin{cases} Z_L = 1 \\ Z_C = n \\ R = \sqrt{2n-2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \tan \varphi \tan \varphi_{RC} = \frac{Z_L - Z_C}{R} \frac{Z_L}{R} = -\frac{1}{2} \\ \tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} = -\sqrt{\frac{n-1}{2}} = -\frac{R}{2Z_\tau} \end{cases}$$

$$(Lúc này, u trễ hơn i là \arctan \sqrt{\frac{n-1}{2}})$$

$\Rightarrow$  Cả hai trường hợp  $U_{L_{\max}}$  và  $U_{C_{\max}}$  có chung hệ thức “độc” sau đây:

$$\boxed{\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{1+\tan^2 \varphi}} = \sqrt{\frac{2}{1+n}} = \sqrt{\frac{2}{1+f_L/f_C}} = \sqrt{\frac{2f_C}{f_L+f_C}}}$$

**Ví dụ 1:** Đặt điện áp  $u = U_0 \cos 2\pi f t (V)$ , với  $f$  thay đổi được, vào đoạn mạch không phân nhánh gồm: điện trở thuần  $100 \Omega$ , cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm  $15 \text{ mH}$  và tụ điện có điện dung  $1 \mu\text{F}$ . Thay đổi  $f$  để điện áp hiệu dụng trên tụ cực đại, khi đó dòng điện trong mạch

- A. trễ hơn  $u$  là  $0,1476\pi$ .
- B. sóm hơn  $u$  là  $0,1476\pi$ .
- C. trễ hơn  $u$  là  $0,4636\pi$ .
- D. sóm hơn  $u$  là  $0,4636\pi$ .

## Hướng dẫn

Cách 1:

$$n = \frac{\omega_L}{\omega_C} = \frac{\frac{1}{CZ_\tau}}{\frac{Z_\tau}{L}} = \frac{\frac{L}{C}}{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}} = \frac{1}{1 - \frac{R^2 C}{2L}} = \frac{1}{1 - \frac{100^2 \cdot 10^{-6}}{2.15 \cdot 10^{-3}}} = 1,5$$

\* Khi  $U_{L_{\max}}$  chuẩn hóa:  $\begin{cases} Z_L = n \\ Z_C = 1 \\ R = \sqrt{2n-2} \end{cases} \Rightarrow \tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} = -\sqrt{\frac{n-1}{2}}$

$$\Rightarrow \tan \varphi = -\sqrt{\frac{1,5-1}{2}} = -0,5 \Rightarrow \varphi = -0,4636 \text{ (rad)} = -0,1476\pi < 0$$

$\Rightarrow u$  trễ hơn i là  $0,1476\pi \Rightarrow$  Chọn B.

Cách 2:

$$Z_\tau = \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}} = \sqrt{\frac{15 \cdot 10^{-3}}{10^{-6}} - \frac{100^2}{2}} = 100(\Omega)$$

$$* U_C = \max \Leftrightarrow Z_L = Z_\tau = \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}} = \sqrt{Z_L Z_C - \frac{R^2}{2}} \Rightarrow \frac{Z_L - Z_C}{R} = -\frac{R}{2Z_L}$$

$$\Rightarrow \tan \varphi = -\frac{R}{2Z_\tau} = -\frac{100}{2 \cdot 100} \Rightarrow \varphi = -0,1476\pi < 0: u$$
 trễ hơn i là  $0,1476\pi \Rightarrow$  Chọn B.

**Ví dụ 2:** Đặt điện áp  $u = U_0 \cos 2\pi f t(V)$ , với f thay đổi được, vào đoạn mạch không phân nhánh RLC (cuộn dây thuần cảm), biết  $L = xR^2 C$  với  $x > 0,5$ . Thay đổi f để điện áp hiệu dụng trên cuộn cảm cực đại, khi đó dòng điện trong mạch trễ pha hơn điện áp u là  $\varphi$  (với  $\tan \varphi = 0,5$ ). Tính n.

A. 1,5.

B. 2/3.

C. 2.

D. 1,8.

## Hướng dẫn

Áp dụng công thức:  $\tan \varphi = \frac{R}{2Z_\tau}$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{R}{2\sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}}} \Rightarrow L = 1,5R^2 C \Rightarrow x = 1,5 \Rightarrow$$
 Chọn A.

**Ví dụ 3:** Đặt điện áp  $u = U_0 \cos 2\pi f t$  (V), với f thay đổi được, vào đoạn mạch RLC nối tiếp (cuộn dây thuần cảm). Lần lượt thay đổi để  $f = f_C$  rồi  $f = f_L$  thì điện áp hiệu dụng trên tụ cực đại rồi điện áp hiệu dụng trên cuộn cảm cực đại. Nếu  $2f_L = 3f_C$  thì hệ số công suất khi  $f = f_L$  bằng bao nhiêu?

- A.  $2/\sqrt{5}$ .      B.  $\sqrt{3}/2$ .      C. 0,5.      D.  $2/\sqrt{7}$ .

### Hướng dẫn

Áp dụng công thức “độc”:  $\cos \varphi = \frac{2}{\sqrt{1 + \omega_L / \omega_C}} = \frac{2}{\sqrt{5}} \Rightarrow$  Chọn A.

**Ví dụ 4:** Đặt điện áp  $u = U_0 \cos 2\pi f t$  (V) (f thay đổi) vào hai đầu đoạn mạch AB mắc nối tiếp theo đúng thứ tự gồm điện trở R, cuộn cảm thuần L có độ tự cảm L và tụ điện có điện dung C, với  $2L > R^2 C$ . Khi  $f = f_0$  thì  $U_{C_{\max}}$  và tiêu thụ công suất bằng 0,75 công suất cực đại. Khi  $f = f_0 + 100$  Hz thì  $U_{L_{\max}}$  và hệ số công suất toàn mạch là k. Tìm  $f_0$  và k.

- A.  $f_0 = 150$  Hz.      B.  $k = \sqrt{3}/2$ .      C.  $k = 1/2$ .      D.  $f_0 = 50$  Hz.

### Hướng dẫn

Khi f thay đổi thì  $\cos \varphi_C = \cos \varphi_L = \cos \varphi$

Khi  $f = f_0$  thì  $U_{C_{\max}}$  và  $P = \frac{3}{4} P_{\max} \Leftrightarrow \frac{U^2}{R} \cos^2 \varphi = \frac{3}{4} \frac{U^2}{R} \Rightarrow k = \cos \varphi = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Áp dụng công thức “độc”:  $\cos \varphi = \sqrt{\frac{2f_C}{f_L + f_C}}$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{3}{4}} = \sqrt{\frac{2f_0}{2f_0 + 100}} \Rightarrow f_0 = 150 \text{ (Hz)} \Rightarrow \text{Chọn A, B.}$$

**Chú ý:** Khi  $\omega$  thay đổi đê:

$$* U_{L_{\max}} \Leftrightarrow \begin{cases} Z_C = Z_\tau \\ \tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} = \frac{R}{2Z_\tau} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Z_C = Z_\tau \\ R = 2Z_\tau \tan \varphi \\ Z_L = Z_\tau + R \tan \varphi = Z_\tau (1 + 2 \tan^2 \varphi) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{Chuẩn hóa } Z_\tau = 1} \begin{cases} Z_C = 1 \\ R = 2 \tan \varphi \\ Z_L = 1 + 2 \tan^2 \varphi \end{cases}$$

$$* U_{C_{\max}} \Leftrightarrow \begin{cases} Z_L = Z_\tau \\ \tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} = -\frac{R}{2Z_\tau} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Z_L = Z_\tau \\ R = -2Z_\tau \tan \varphi \\ Z_C = Z_\tau - R \tan \varphi = Z_\tau (1 + 2 \tan^2 \varphi) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{Chuẩn hóa } Z_\tau = 1} \begin{cases} Z_L = 1 \\ R = -2 \tan \varphi \\ Z_L = 1 + 2 \tan^2 \varphi \end{cases}$$

**Ví dụ 4:** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2} \cos 2\pi f t (V)$  (f thay đổi) vào hai đầu đoạn mạch AB mắc nối tiếp theo đúng thứ tự gồm điện trở R, cuộn cảm thuận L có độ tự cảm L và tụ điện có điện dung C, với  $2L > R^2 C$ . Khi  $f = f_C$  thì  $U_{C_{\max}}$  và tiêu thụ công suất bằng  $2/3$  công suất cực đại. Khi  $f = 2\sqrt{2} f_C$  thì hệ số công suất toàn mạch là

- A.  $1/\sqrt{10}$ .      B.  $\sqrt{3}/2$ .      C. 0,5.      D.  $2/\sqrt{13}$ .

### Hướng dẫn

**Cách 1:**

$$\begin{aligned} * \text{Khi } f = f_C \text{ thì } & \begin{cases} P = \frac{2}{3} P_{\max} \Leftrightarrow \cos^2 \varphi = \frac{2}{3} \Rightarrow \tan \varphi = -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ U_{C_{\max}} \Leftrightarrow \begin{cases} Z_C = Z_L (1 + 2 \tan^2 \varphi) = 2Z_L \\ R = -2Z_L \tan \varphi = \sqrt{2}Z_L \end{cases} (\text{Chọn } Z_L = 1) \end{cases} \\ & \quad \left( \text{Chọn } Z_L = 1 \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} * \text{Khi } f = 2\sqrt{2} f_C \text{ thì } & \begin{cases} Z_L = 2\sqrt{2}Z_L = 2\sqrt{2} \\ Z_C = \frac{Z_C}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases} \Rightarrow \cos \varphi' = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{2}{\sqrt{13}} \end{aligned}$$

$\Rightarrow$  Chọn D.

**Cách 2:**

$$\begin{aligned} * \text{Khi } f = f_C \text{ thì } & \begin{cases} P = \frac{2}{3} P_{\max} \Leftrightarrow \cos^2 \varphi = \frac{2}{3} \Rightarrow \tan \varphi = -\frac{1}{\sqrt{2}} \quad (1) \\ U_{C_{\max}} \xleftarrow{\text{Chuẩn hóa số liệu}} \begin{cases} Z_C = 1 \\ R = 2 \tan \varphi \\ Z_L = 1 + 2 \tan^2 \varphi \end{cases} \Rightarrow \tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} = -\sqrt{\frac{n-1}{2}} \quad (2) \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow \sqrt{\frac{n-1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow n = 2 \Rightarrow & \begin{cases} Z_C = n = 2 \\ Z_L = 1 \\ R = \sqrt{2n-2} = \sqrt{2} \end{cases} \end{aligned}$$

\*Khi  $f = 2\sqrt{2}f_C$  thì  $\begin{cases} Z_L' = 2\sqrt{2}Z_L = 2\sqrt{2} \\ Z_C' = \frac{Z_C}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases} \Rightarrow \cos\varphi' = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_L' - Z_C')^2}} = \frac{2}{\sqrt{13}}$

$\Rightarrow$  Chọn D.

**Bình luận:** Trong trường hợp f thay đổi, có thể tìm ra kết quả tốc quát:

1) Khi  $f = f_C$  thì  $U_{C_{max}}$  và  $\xrightarrow{\text{Chuẩn hóa}}$   $\begin{cases} Z_L = 1 \\ R = -2\tan\varphi \\ Z_C = 1 + 2\tan^2\varphi \end{cases}$

Khi  $f = xf_C$  thì  $\tan\varphi' = \frac{Z_L' - Z_C'}{R} = \frac{xZ_L - Z_C/x}{R} = \frac{2\tan^2\varphi + 1 - x^2}{2x\tan\varphi}$

2) Khi  $f = f_L$  thì  $U_{L_{max}}$  và  $\xrightarrow{\text{Chuẩn hóa}}$   $\begin{cases} Z_C = 1 \\ R = 2\tan\varphi \\ Z_L = 1 + 2\tan^2\varphi \end{cases}$

Khi  $f = xf_L$  thì  $\tan\varphi' = \frac{Z_L' - Z_C'}{R} = \frac{xZ_L - Z_C/x}{R} = \frac{x^2(1 + \tan^2\varphi) - 1}{2x\tan\varphi}$

**Ví dụ 5:** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2}\cos 2\pi ft(V)$  (f thay đổi) vào hai đầu đoạn mạch AB mắc nối tiếp theo đúng thứ tự gồm điện trở R, cuộn cảm thuận L có độ tự cảm L và tụ điện có điện dung C, với  $2L > R^2C$ . Khi  $f = f_L$  thì  $U_{L_{max}}$  và u sớm hơn i là 0,78 rad. Khi  $f = 2f_L$  thì u sớm hơn i là

- A. 1,22 rad.      B. 1,68 rad.      C. 0,73 rad.      D. 0,78 rad.

### Hướng dẫn

\*Khi  $f = f_L$  thì  $U_{L_{max}}$  và  $\xrightarrow{\text{Chuẩn hóa}}$   $\begin{cases} Z_C = 1 \\ R = 2\tan\varphi \\ Z_L = 1 + 2\tan^2\varphi \end{cases}$

Khi  $f = 2f_L$  thì  $\tan\varphi' = \frac{Z_L' - Z_C'}{R} = \frac{2Z_L - Z_C/2}{R} = \frac{2(1 + \tan^2\varphi) - 1/2}{2\tan\varphi} = 2,7367$

$\Rightarrow \varphi = 1,22(\text{rad}) \Rightarrow$  Chọn A.

**Ví dụ 6:** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2}\cos 2\pi ft(V)$  (U không đổi còn f thay đổi) vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm điện trở R, tụ điện có điện dung C, cuộn cảm thuận có độ tự cảm L (với  $2L > R^2C$ ).

Khi  $f = f_0$  thì  $U_{C_{\max}}$  và mạch tiêu thụ công bằng 0,96 công suất cực đại mà mạch có thể tiêu thụ; sau đó tăng tần số thêm 5 Hz thì  $U_{L_{\max}}$ . Khi  $f = f_1$  thì  $4\pi^2 f_1^2 LC = 3$ . Tính  $f_1$ .

### Hướng dẫn

$$* \text{Tùy } n = \frac{f_{(U_{L_{\max}})}}{f_{(U_{C_{\max}})}} = \frac{f_0 + 5}{f_0} > 1$$

$$* \text{Khi } \omega \text{ thay đổi để } U_{C_{\max}} \text{ thì chuẩn hóa số liệu: } \begin{cases} Z_L = 1 \\ Z_C = n \\ R = \sqrt{2n-2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \cos^2 \varphi = \frac{R^2}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \frac{2}{n+1} \xrightarrow{P=P_{\max} \cos^2 \varphi = \frac{P}{P_{\max}} = 0,96} \frac{2}{n+1} = 0,96 \Rightarrow n = \frac{13}{12}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{13}{12} = \frac{f_0 + 5}{f_0} \Rightarrow f_0 = 60 \text{ (Hz)} \Rightarrow \omega_0 = 120\pi \text{ (rad/s)} \\ LC = \frac{Z_L}{Z_C} \frac{1}{\omega_0^2} = \frac{12}{13} \frac{1}{(120\pi)^2} \Rightarrow f_1 = \frac{\sqrt{3}}{2\pi\sqrt{LC}} = 108,2 \text{ (Hz)} \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Chú ý:** Khi  $\omega$  thay đổi:

$$1) U_{L_{\max}} \text{ khi } \omega_L = \frac{1}{CZ_\tau} \text{ chuẩn hóa } \begin{cases} Z_L = n \\ Z_C = 1 \\ R = \sqrt{2n-2} \end{cases} \Rightarrow \tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} = \sqrt{\frac{n-1}{2}}$$

$$2) U_{C_{\max}} \text{ khi } \omega_C = \frac{Z_\tau}{L} \text{ chuẩn hóa } \begin{cases} Z_L = 1 \\ Z_C = n \\ R = \sqrt{2n-2} \end{cases} \Rightarrow \tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} = \sqrt{\frac{n-1}{2}}$$

$$3) U_L = U \text{ khi } \omega_1 = \frac{\omega_L}{\sqrt{2}} \text{ chuẩn hóa } \begin{cases} Z_L = Z = m \\ Z_C = 1 \\ R = \sqrt{2m-2} \end{cases} \Rightarrow \sin \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} = 1 - \frac{1}{m}$$

$$4) U_C = U \text{ khi } \omega_2 = \omega_C \sqrt{2} \text{ chuẩn hóa } \begin{cases} Z_L = 1 \\ Z_C = Z = m \\ R = \sqrt{2m-2} \end{cases} \Rightarrow \sin \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} = \frac{1}{m} - 1$$

$$\text{Với } n = \frac{\omega_L}{\omega_C} = \frac{1}{1 - \frac{R^2 C}{2L}} > 1 \text{ và } m = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{1}{2 - \frac{R^2 C}{2L}} = \frac{n}{2} > 0,5$$

**Ví dụ 7:** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2} \cos 2\pi f t$  (V) (f thay đổi) vào hai đầu đoạn mạch AB mắc nối tiếp theo đúng thứ tự gồm điện trở R, cuộn cảm thuận L có độ tự cảm L và tụ điện có điện dung C, với  $2L > R^2 C$ . Khi  $f = f_1$  thì  $U_L = U$  và tiêu thụ công suất bằng 0,75 công suất cực đại. Khi  $f = f_2 - f_1 - 100$  Hz thì  $U_C = U$ . Khi  $f = f_L$  thì  $U_{L_{max}}$  và dòng điện trễ hơn u là  $\varphi$ . Tìm  $f_1$  và  $\varphi$ .

- A.  $f_1 = 200$  Hz.      B.  $\varphi = 0,886$ .      C.  $\varphi = 0,686$ .      D.  $f_1 = 150$  Hz.

### Hướng dẫn

$$* \text{Từ } \frac{n}{2} = m = \frac{f_{(U_L=U)}}{f_{(U_C=U)}} = \frac{f_1}{f_2} = \frac{f_1}{f_1 - 100} > 1$$

\* Khi  $f = f_1$  thì

$$\begin{cases} P = 0,75P_{max} \Leftrightarrow \frac{U^2}{R} \cos^2 \varphi' = 0,75 \frac{U^2}{R} \Rightarrow \cos^2 \varphi' = 0,75 \Rightarrow |\sin \varphi'| = 0,5 \\ U_L = U \xrightarrow{\text{Chuẩn hóa}} \begin{cases} Z_L = Z = m \\ Z_C = 1 \end{cases} \Rightarrow \sin \varphi' = \frac{Z_L - Z_C}{Z} = 1 - \frac{1}{m} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \left| 1 - \frac{1}{m} \right| = 0,5 \Rightarrow \begin{cases} m = \frac{2}{3} < 1 \Rightarrow \text{Loại} \\ m = 2 \Rightarrow \begin{cases} n = 2m = 4 \\ \frac{f_1}{f_2} = 2 \Rightarrow \frac{f_1}{f_1 - 100} = 2 \Rightarrow f_1 = 200 \text{ (Hz)} \end{cases} \end{cases}$$

$$* \text{Khi } f = f_L \text{ thì } U_{L_{max}} \text{ chuẩn hóa } \begin{cases} Z_L = n \\ Z_C = 1 \\ R = \sqrt{2n-2} \end{cases} \Rightarrow \tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} = \sqrt{\frac{n-1}{2}}$$

$$\Rightarrow \tan \varphi = \sqrt{\frac{4-1}{2}} \Rightarrow \varphi = 0,886 \text{ (rad)} \Rightarrow \text{Chọn A, B.}$$

**Ví dụ 8:** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2} \cos 2\pi f t$  (V) (f thay đổi) vào hai đầu đoạn mạch AB mắc nối tiếp theo đúng thứ tự gồm điện trở R, cuộn cảm thuận L có độ tự cảm L và tụ điện có điện dung C, với  $2L > R^2 C$ . Khi  $f = f_2$  thì  $U_C = U$  và tiêu thụ công suất bằng 0,75 công suất cực đại. Khi  $f = f_L$  thì  $U_{L_{max}}$  và hệ số công suất của mạch là

- A.  $\sqrt{6/7}$ .      B.  $\sqrt{2/5}$ .      C.  $\sqrt{5/7}$ .      D.  $\sqrt{1/3}$ .

### Hướng dẫn

$$* \text{Tù} \frac{n}{2} = \frac{f_{(U_L=U)}}{f_{(U_C=U)}}$$

\* Khi  $f = f_2$  thì

$$\begin{cases} P = 0,75P_{\max} \Leftrightarrow \frac{U^2}{R} \cos^2 \varphi' = 0,75 \frac{U^2}{R} \Rightarrow \cos^2 \varphi' = 0,75 \Rightarrow |\sin \varphi'| = 0,5 \\ U_C = U \xrightarrow{\text{Chuẩn hóa}} \begin{cases} Z_C = Z = m \\ Z_L = 1 \end{cases} \Rightarrow \sin \varphi' = \frac{Z_L - Z_C}{Z} = 1 - \frac{1}{m} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \left| 1 - \frac{1}{m} \right| = 0,5 \Rightarrow \begin{cases} m = \frac{2}{3} \Rightarrow n = 2m = \frac{4}{3} \\ m = 2 \Rightarrow n = 2m = 4 \end{cases}$$

$$* \text{Khi } f = f_L \text{ thì } U_{L\max} \text{ chuẩn hóa} \begin{cases} Z_L = n \\ Z_C = 1 \\ R = \sqrt{2n-2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \cos \varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \sqrt{\frac{2}{n+1}} \begin{cases} \text{Khi } n = \frac{4}{3} \Rightarrow \cos \varphi = \sqrt{\frac{2}{4/3+1}} = \sqrt{\frac{6}{7}} \\ \text{Khi } n = n \Rightarrow \cos \varphi = \sqrt{\frac{2}{4+1}} = \sqrt{\frac{2}{5}} \end{cases}$$

$\Rightarrow$  Chọn A, B.

**Ví dụ 9:** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2} \cos 2\pi ft$  ( $f$  thay đổi) vào hai đầu đoạn mạch AB mắc nối tiếp theo đúng thứ tự gồm điện trở  $R$ , cuộn cảm thuận  $L$  có độ tự cảm  $L$  và tụ điện có điện dung  $C$ , với  $2L > R^2C$ . Khi  $f = f_0$  thì  $U_C = U$ . Khi  $f = f_0 + 80$  Hz thì  $U_L = U$  và hệ số công suất của mạch AB lúc này là 0,6. Giá trị  $f_0$  gần nhất giá trị nào sau đây?

- A. 80 Hz.      B. 50 Hz.      C. 15 Hz.      D. 11 Hz.

*Hướng dẫn*

$$* \text{Tù} \frac{n}{2} = m = \frac{f_{(U_L=U)}}{f_{(U_C=U)}} = \frac{f_0 + 80}{f_0} > 1$$

$$* \text{Khi } U_L = U \xrightarrow{\text{Chuẩn hóa}} \begin{cases} Z_L = Z = m \\ Z_C = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 1 - \cos^2 \varphi' = \sin^2 \varphi' = \left( \frac{Z_L - Z_C}{Z} \right)^2 = \left( \frac{m-1}{m} \right)^2$$

$$\xrightarrow{\cos^2 \varphi' = 0,36} 1 - 0,36 = \left( 1 - \frac{1}{m} \right)^2 \Rightarrow \begin{cases} m = \frac{5}{9} < 1 \\ m = 5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 5 = \frac{f_0 + 80}{f_0} \Rightarrow f_0 = 20 \text{ (Hz)} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Bình luận:** Từ chứng minh trên ta có công thức giải nhanh:  $\boxed{\frac{\Delta f}{f_0 + \Delta f} = \sqrt{1 - \cos^2 \varphi'}}$

**Ví dụ 10:** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2} \cos 2\pi f t$  (V) (f thay đổi) vào hai đầu đoạn mạch AB mắc nối tiếp theo đúng thứ tự gồm điện trở R, cuộn cảm thuận L có độ tự cảm L và tụ điện có điện dung C, với  $2L > R^2 C$ . Khi  $f = f_1 = f_0$  thì  $U_C = U$ . Khi  $f = f_2 = f_0 + 75$  Hz thì  $U_L = U$  và hệ số công suất của mạch AB là 0,8. Khi  $f = 25\sqrt{2}$  Hz thì  $U_C = 100\sqrt{2}$  V. Giá trị U **gần nhất** giá trị nào sau đây?

- A. 140 V.      B. 130 V.      C. 150 V.      D. 160 V.

### Hướng dẫn

\*Từ  $m = \frac{f_{(U_L=U)}}{f_{(U_C=U)}} = \frac{f_0 + \Delta f}{f_0} > 1$

\*Khi  $U_L = U \xrightarrow{\text{Chuẩn hóa}} \begin{cases} Z_L = Z = m \Rightarrow R = \sqrt{2m-1} \\ Z_C = 1 \end{cases}$

$$\Rightarrow \sqrt{1 - \cos^2 \varphi'} = \sin \varphi' = \frac{Z_L - Z_C}{Z} = 1 - \frac{1}{m} = \frac{\Delta f}{f_0 + \Delta f}$$

$$\Rightarrow \sqrt{1 - 0,8^2} = \frac{75}{f_0 + 75} \Rightarrow f_0 = 50 \text{ (Hz)} \Rightarrow \begin{cases} f_2 = f_0 + 75 = 125 \text{ (Hz)} \\ m = 2,5 \Rightarrow \begin{cases} R = \sqrt{2,2,5-1} = 2 \\ Z_C = 1 = 0,5R \\ Z_L = 2,5 = 1,25R \end{cases} \end{cases}$$

\*Khi  $f_3 = 25\sqrt{2}$  Hz =  $0,2\sqrt{2}f_2$  thì  $\begin{cases} Z_C = \frac{Z_C}{0,2\sqrt{2}} = 1,25\sqrt{2}R \\ Z_L = 0,2\sqrt{2}Z_L = 0,25R \end{cases}$

$$\Rightarrow U'_{c} = IZ'_{c} = \frac{UZ'_{c}}{\sqrt{R^2 + (Z'_L - Z'_c)^2}} = \frac{U \cdot 1,25\sqrt{2}R}{\sqrt{R^2 + (0,25\sqrt{2}R - 1,25\sqrt{2}R)^2}} = \frac{2,5U}{\sqrt{6}}$$

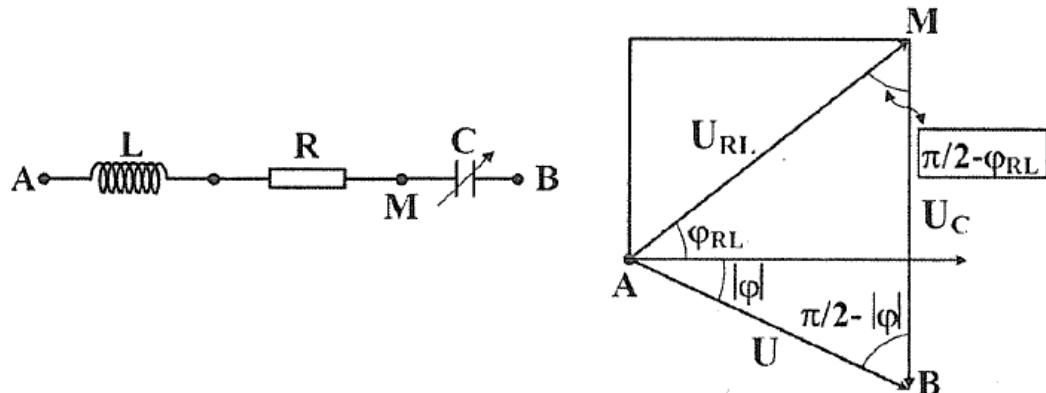
$$\Rightarrow 100\sqrt{2} = \frac{2,5U}{\sqrt{6}} \Rightarrow U = 80\sqrt{3} \approx 138,6(V) \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Ví dụ 11:** Đặt điện áp:  $u = U\sqrt{2}\cos\omega t(V)$  ( $\omega$  thay đổi được) vào đoạn mạch AB nối tiếp gồm hai đoạn mạch AM và MB. Đoạn mạch AM chứa điện trở thuần R và cuộn cảm thuần có độ tự cảm L. Đoạn MB chứa tụ điện có điện dung C thay đổi được. Có định  $\omega = \omega_0$  thay đổi C đến giá trị  $C = C_0$  thì tổng điện áp hiệu dụng  $(U_{AM} + U_{MB})$  đạt giá trị cực đại thì hệ số công suất của mạch AB là 0,96. Có định  $C = C_0$  thay đổi  $\omega$  để  $U_{C_{max}}$  thì hệ số công suất mạch AB là

- A. 0,83.      B. 0,95.      C. 0,96.      D. 0,78.

### Hướng dẫn

\*Có định  $\omega = \omega_0$  thay đổi C.



$$\Rightarrow (U_R + U_C)_{max} \Leftrightarrow \Delta AMB \text{ cân tại } M \text{ hay } Z_C = \sqrt{R^2 + Z_L^2}.$$

$$\text{Đặt } Z_L = xR \text{ thì } Z_C = R\sqrt{x^2 + 1} \Rightarrow \cos\varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\sqrt{x^2 + 1} - x)^2}}$$

Mà  $\cos\varphi = 0,96$  nên  $x = 527/336$

$$\Rightarrow \begin{cases} Z_L = \frac{527}{336}R \\ Z_C = \frac{625}{336}R \end{cases} \Rightarrow \frac{L}{C} = Z_L Z_C = \frac{527 \cdot 625}{336^2} R^2 \Rightarrow \frac{R^2 C}{2L} = \frac{336^2}{2 \cdot 527 \cdot 625} = 0,1714$$

$$n = \frac{1}{1 - \frac{R^2 C}{2L}} = \frac{1}{1 - 0,1714} = 1,21$$

\*Cố định  $C = C_0$  thay đổi  $\omega$  để  $U_{C_{\max}}$  ta chuẩn hóa số liệu:  $\begin{cases} Z_L = 1 \\ Z_C = n \\ R = \sqrt{2n-2} \end{cases}$

$$\Rightarrow \cos\varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \sqrt{\frac{2(n-1)}{2(n-1) + (n-1)^2}} = \sqrt{\frac{2}{n+1}} = \sqrt{\frac{2}{1,21+1}} = 0,95$$

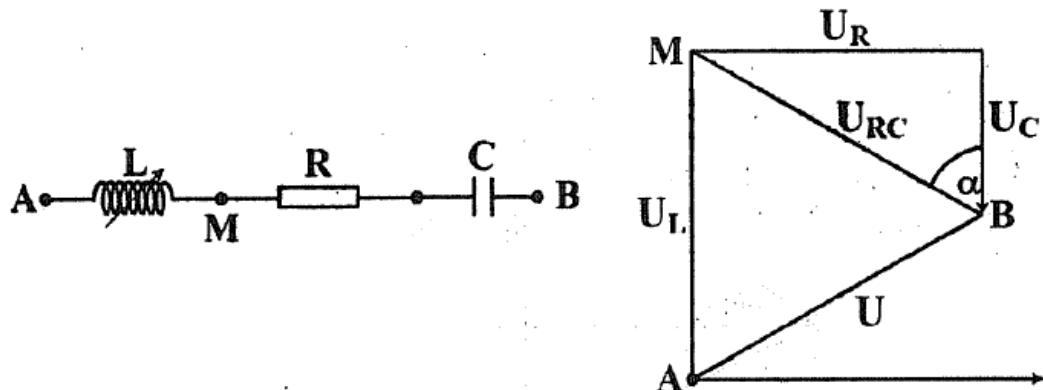
$\Rightarrow$  Chọn B.

**Ví dụ 12:** Đặt điện áp:  $u = U\sqrt{2} \cos\omega t$  (V) ( $\omega$  thay đổi được) vào đoạn mạch AB nối tiếp gồm hai đoạn mạch AM và MB. Đoạn mạch AM chứa điện trở thuần R và tụ điện có điện dung C. Đoạn MB chứa cuộn cảm thuần có độ tự cảm L. Cố định  $\omega = \omega_0$  thay đổi L đến giá trị  $C = L_0$  thì tổng điện áp hiệu dụng  $(U_{AM} + U_{MB})$  đạt giá trị cực đại thì hệ số công suất của mạch AB là  $2\sqrt{3/17}$ . Cố định L =  $L_0$  thay đổi  $\omega$  để  $U_{L_{\max}}$  thì hệ số công suất mạch AB là

- A. 0,83.      B. 0,95.      C. 0,96.      D. 0,76.

### Hướng dẫn

\*Cố định  $\omega = \omega_0$  thay đổi L.



$$\Rightarrow (U_L + U_{RC})_{\max} \Leftrightarrow \Delta AMB \text{ cân tại } M \text{ hay } Z_L = \sqrt{R^2 + Z_C^2}.$$

$$\text{Đặt } Z_C = xR \text{ thì } Z_L = R\sqrt{x^2 + 1} \Rightarrow \cos\varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\sqrt{x^2 + 1} - x)^2}}$$

$$\text{Mà } \cos\varphi = 2\sqrt{3/17} \text{ nên } x = \frac{\sqrt{15}}{6} \Rightarrow \begin{cases} Z_C = \frac{\sqrt{15}}{6} R \\ Z_L = \frac{\sqrt{15}}{3} R \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{L}{C} = Z_L Z_C = \frac{5}{6} R^2 \Rightarrow \frac{R^2 C}{2L} = 0,6 \Rightarrow n = \frac{1}{1 - \frac{R^2 C}{2L}} = \frac{1}{1 - 0,6} = 2,5$$

\*Có định L = L<sub>0</sub> thay đổi ω để U<sub>Lmax</sub> ta chuẩn hóa số liệu:  $\begin{cases} Z_C = 1 \\ Z_L = n \\ R = \sqrt{2n-2} \end{cases}$

$$\Rightarrow \cos\varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \sqrt{\frac{2(n-1)}{2(n-1) + (n-1)^2}} = \sqrt{\frac{2}{n+1}} = \sqrt{\frac{2}{2,5+1}} = 0,76$$

⇒ Chọn D.

**Ví dụ 13:** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U_0 \cos\omega t(V)$ , trong đó U<sub>0</sub> có giá trị không đổi, ω thay đổi được) vào đoạn mạch AB nối tiếp theo thứ tự gồm điện trở thuần R, cuộn dây thuần cảm L, tụ điện C mắc nối tiếp. N là điểm nằm giữa cuộn dây và tụ điện. Điều chỉnh ω để điện áp hiệu dụng trên tụ có giá trị cực đại, khi đó u<sub>AN</sub> lệch pha 1,2373 so với u<sub>AB</sub>, công suất tiêu thụ của mạch khi đó là 300 W. Khi điều chỉnh ω để công suất tiêu thụ của mạch đạt cực đại thì giá trị cực đại đó bằng:

- A. 400 W.      B. 4500 W.      C. 250 W.      D. 525 W.

### Hướng dẫn

\*Khi ω thay đổi để U<sub>Cmax</sub> thì chuẩn hóa số liệu:  $\begin{cases} Z_L = 1 \\ Z_C = n \\ R = \sqrt{2n-2} \end{cases}$

$$\Rightarrow \tan 1,2373 = \tan(\varphi_{AN} - \varphi_{AB}) = \frac{\tan \varphi_{AN} - \tan \varphi_{AB}}{1 + \tan \varphi_{AN} \tan \varphi_{AB}} = \frac{\frac{Z_L}{R} - \frac{Z_L - Z_C}{R}}{1 + \frac{Z_L}{R} \frac{Z_L - Z_C}{R}}$$

$$= \frac{Z_C R}{R^2 + Z_L(Z_L - Z_C)} = \frac{n\sqrt{2}}{\sqrt{n-1}} \Rightarrow \begin{cases} n = 2,5 \\ n = 5/3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \cos^2 \varphi = \frac{R}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \frac{2}{n+1} \begin{cases} = \frac{2}{2,5+1} = \frac{4}{7} \\ = \frac{1}{5/3+1} = \frac{3}{4} \end{cases}$$

\*Áp dụng công thức:

$$P = \frac{U^2}{R} \cos^2 \varphi = P_{\max} \cos^2 \varphi \Rightarrow P_{\max} = \frac{P}{\cos^2 \varphi} \begin{cases} = \frac{300}{4/7} = 525(W) \\ = \frac{300}{3/4} = 400(W) \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn A, D.}$$

**Ví dụ 14:** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U_0 \cos \omega t (V)$ , trong đó  $U_0$  có giá trị không đổi,  $\omega$  thay đổi được) vào đoạn mạch AB nối tiếp theo thứ tự gồm điện trở thuần R, cuộn dây thuần cảm L, tụ điện C mắc nối tiếp. N là điểm nằm giữa cuộn dây và tụ điện. Điều chỉnh  $\omega$  để  $U_{C_{\max}}$ , công suất tiêu thụ của mạch khi đó bằng  $4/5$  công suất cực đại mà mạch có thể tiêu thụ và lúc này  $u_{AN}$

- A. sớm pha  $0,4\pi$  so với  $u_{AB}$ .      B. trễ pha  $0,4\pi$  so với  $u_{AB}$ .  
 C. sớm pha  $0,24\pi$  so với  $u_{AB}$ .      D. trễ pha  $0,24\pi$  so với  $u_{AB}$ .

### Hướng dẫn

\*Khi  $\omega$  thay đổi để  $U_{C_{\max}}$  thì chuẩn hóa số liệu:  $\begin{cases} Z_L = 1 \\ Z_C = n \\ R = \sqrt{2n-2} \end{cases}$

$$\Rightarrow \cos^2 \varphi = \frac{R}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \frac{2}{n+1} \xrightarrow{P=P_{\max} \cos^2 \varphi} \frac{2}{n+1} = \frac{4}{5} \Rightarrow n = 1,5$$

\*Áp dụng công thức:

$$P = \frac{U^2}{R} \cos^2 \varphi = P_{\max} \cos^2 \varphi \Rightarrow P_{\max} = \frac{P}{\cos^2 \varphi} \begin{cases} = \frac{300}{4/7} = 525(W) \\ = \frac{300}{3/4} = 400(W) \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn A, D.}$$

$$\Rightarrow \tan(\varphi_{AN} - \varphi_{AB}) = \frac{\tan \varphi_{AN} - \tan \varphi_{AB}}{1 + \tan \varphi_{AN} \tan \varphi_{AB}} = \frac{\frac{Z_L}{R} - \frac{Z_L - Z_C}{R}}{1 + \frac{Z_L}{R} \frac{Z_L - Z_C}{R}} = \frac{n\sqrt{2}}{\sqrt{n-1}}$$

$$\Rightarrow \tan(\varphi_{AN} - \varphi_{AB}) = \frac{1,5\sqrt{2}}{\sqrt{1,5-1}} \Rightarrow (\varphi_{AN} - \varphi_{AB}) = 1,249 \text{ (rad)} \approx 0,4\pi \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Vấn đề 5: Khi  $\omega$  thay đổi  $U_{RL}$  hoặc  $U_{RC}$  cực đại**

(Phương pháp này cia tiên từ phương pháp của Nguyễn Đình Yên (đại lượng Y là viết tắt từ chữ Yên) và ý tưởng của Huân Lâm Phong (đại lượng p là viết tắt từ chữ Phong))

**Kết quả 1:** Giá trị  $\omega$  khi  $U_{RL}$  hoặc  $U_{RC}$

\*Bài toán o thay đổi để  $U_{RLmax}$

$$U_R = \frac{U \cdot Z_R}{Z} = U \sqrt{\frac{R^2 + Z_L^2}{R^2 + Z_L^2 - 2Z_L \cdot Z_C + Z_C^2}} = \frac{U}{\sqrt{1 + \frac{Z_C^2 - 2Z_L Z_C}{R^2 + Z_L^2}}}$$

Thay  $Z_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{L}{C} \frac{1}{\omega L} = \frac{L}{C} \frac{1}{Z_L}$ . Đặt  $x = Z_L^2$ ,  $a = \frac{L}{2C}$

$$U_R = \frac{U}{\sqrt{1 + \frac{2L}{C} \frac{-Z_L^2 + \frac{L}{2L}}{Z_L^4 + R^2 Z_L^2}}} = \frac{U}{\sqrt{1 + 4a \frac{-x+a}{x^2 + R^2 x}}}$$

Xét hàm  $y = \frac{-x+a}{x^2 + R^2 x} = \frac{0 \cdot x^2 - x + a}{x^2 + R^2 x + 0}$ . Để  $U_{RLmax}$  thì  $y_{min}$ . Ta khảo sát hàm số:

$$\text{Ta có } y' = \frac{\begin{vmatrix} 0 & -1 \\ 1 & R^2 \end{vmatrix} x^2 + 2 \begin{vmatrix} 0 & a \\ 1 & 0 \end{vmatrix} x + \begin{vmatrix} -1 & a \\ R^2 & 0 \end{vmatrix}}{(x^2 + R^2 x)^2} = \frac{x^2 - 2ax - aR^2}{(x^2 + R^2 x)^2} = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = a - \sqrt{a^2 + aR^2} < 0 \\ x_2 = a + \sqrt{a^2 + aR^2} > 0 \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	$x_1$	0	$x_2$	$+\infty$
$y'$			-	0	+
y			$+\infty$	$y_{min}$	0
$U_R$			0	$U_{RLmax}$	U

Vậy,  $U_{RLmax}$  khi và chỉ khi

$$\begin{cases} Z_L = \sqrt{x} = \sqrt{\frac{L}{2C} + \sqrt{\left(\frac{L}{2C}\right)^2 + \frac{L}{2C} R^2}} = Y \Rightarrow \omega_R = \frac{Y}{L} \\ Z_C = \frac{L}{C Z_L} = \frac{L}{C Y} \end{cases}$$

\*Bài toán o thay đổi để  $U_{RCmax}$

$$U_{RC} = \frac{U \cdot Z_{RC}}{Z} = U \sqrt{\frac{R^2 + Z_C^2}{R^2 + Z_L^2 - 2Z_L \cdot Z_C + Z_C^2}} = \frac{U}{\sqrt{1 + \frac{Z_L^2 - 2Z_L Z_C + Z_C^2}{R^2 + Z_C^2}}}$$

Thay  $Z_L = \omega L = \omega C \frac{L}{C} = \frac{L}{C} \frac{1}{Z_C}$ . Đặt  $x = Z_C^2$ ,  $a = \frac{L}{2C}$

$$U_{RC} = \frac{U}{\sqrt{1 + \frac{2L}{C} \frac{-Z_C^2 + \frac{L}{2C}}{Z_C^4 + R^2 Z_C^2}}} = U \frac{1}{\sqrt{1 + 4a \frac{-x+a}{x^2 + R^2 x}}}$$

Xét hàm  $y = \frac{-x+a}{x^2 + R^2 x} = \frac{0 \cdot x^2 - x + a}{x^2 + R^2 x + 0}$ . Để  $U_{RCmax}$  thì  $y_{min}$ . Ta khảo sát hàm số:

$$\text{Ta có } y' = \frac{\begin{vmatrix} 0 & -1 \\ 1 & R^2 \end{vmatrix} x^2 + 2 \begin{vmatrix} 0 & a \\ 1 & 0 \end{vmatrix} x + \begin{vmatrix} -1 & a \\ R^2 & 0 \end{vmatrix}}{(x^2 + R^2 x)^2} = \frac{x^2 - 2ax - aR^2}{(x^2 + R^2 x)^2} = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = a - \sqrt{a^2 + aR^2} < 0 \\ x_2 = a + \sqrt{a^2 + aR^2} > 0 \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	$x_1$	0	$x_2$	$+\infty$
$y'$			-	0	+
y			$+\infty$	$y_{min}$	0
$U_{RL}$			0	$U_{RCmax}$	U

Vậy,  $U_{RCmax}$  khi và chỉ khi

$$\begin{cases} Z_C = \sqrt{x} = \sqrt{\frac{L}{2C} + \sqrt{\left(\frac{L}{2C}\right)^2 + \left(\frac{L}{2C}\right)R^2}} = Y \Rightarrow \omega_{RC} = \frac{1}{CY} \\ Z_L = \frac{L}{C Z_C} = \frac{L}{C Y} \end{cases}$$

### Định lý BHD3:

$$Khi\omega thayđổi\begin{cases}U_{RLmax}\Leftrightarrow Z_L=Y\\U_{RCmax}\Leftrightarrow Z_C=Y\end{cases}vớiY=\sqrt{\frac{L}{2C}+\sqrt{\left(\frac{L}{2C}\right)^2+\left(\frac{L}{2C}\right)R}}$$

**Ví dụ 1:** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U\sqrt{2} \cos \omega t$  (V) (với  $\omega$  thay đổi được) vào đoạn mạch AB nối tiếp theo thứ tự gồm cuộn cảm thuần  $L = 1/\pi$  H, điện trở thuần  $R = 100\sqrt{2}$  Ω và tụ điện  $C = 0,2/\pi$  mF. Gọi  $\omega_{RL}$  và  $\omega_{RC}$  lần lượt là các giá trị của  $\omega$  để  $U_{RL}$  và  $U_{RC}$  đạt cực đại. Chọn kết quả đúng.

- A.  $\omega_R = 50\pi$  rad/s.      B.  $\omega_{RC} = 100\pi$  rad/s.  
 C.  $\omega_R + \omega_{RC} = 160\pi$  rad/s.      D.  $\omega_R - \omega_{RC} = 50\pi$  rad/s.

Hướng dẫn

$$* \text{Tính } Y = \sqrt{\frac{L}{2C} + \sqrt{\left(\frac{L}{2C}\right)^2 + \left(\frac{L}{2C}\right)R^2}}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{2.0,2.10^{-3}} + \sqrt{\left(\frac{1}{2.0,2.10^{-3}}\right)^2 + \left(\frac{1}{2.0,2.10^{-3}}\right) \cdot 100^2 \cdot 2}} = 100(\Omega)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} U_{RL\max} \Leftrightarrow Z_L = \omega_{RL} L = Y \Rightarrow \omega_{RL} = \frac{Y}{L} = \frac{100}{1/\pi} = 100\pi \text{ (rad/s)} \\ U_{RC\max} \Leftrightarrow Z_C = \frac{1}{\omega_{RC} C} = Y \Rightarrow \omega_{RC} = \frac{1}{CY} = \frac{1}{100.0.2.10^{-3}/\pi} = 50\pi \text{ (rad/s)} \end{array} \right.$$

⇒ Chọn D.

**Ví dụ 2:** Đặt điện áp xoay chiều  $u = 100\sqrt{2} \cos \omega t$  (V) ( $\omega$  thay đổi được) vào đoạn mạch AB nối tiếp theo thứ tự gồm đoạn AM chứa cuộn cảm thuần  $L = 1/\pi$  H, đoạn MN chứa điện trở thuần  $R = 50 \Omega$  và đoạn NB chứa tụ điện  $C = 0,2/\pi$  mF. Gọi  $\omega_R$ ,  $\omega_L$ ,  $\omega_C$ ,  $\omega_R$  và  $\omega_{RC}$  lần lượt là các giá trị của  $\omega$  để  $U_R$ ,  $U_L$ ,  $U_R$  và  $U_{RC}$  đạt cực đại.

Trong số các kết quả:

$$\omega_R = 50\sqrt{2}\pi \text{ (rad/s)}, \quad \omega_L = \frac{200\pi}{\sqrt{3}} \text{ (rad/s)},$$

$$\omega_C = 25\sqrt{3}\pi \text{ (rad/s)}, \omega_R = 50\pi\sqrt{2+\sqrt{5}} \text{ (rad/s)}, \omega_C = 100\pi\sqrt{-2+\sqrt{5}} \text{ (rad/s)},$$

### Số kết quả đúng là

- A. 5.                    B. 3.                    C. 4.                    D. 1.

*Hướng dẫn*

\*Khi  $U_{R_{\max}}$  thì mạch cộng hưởng:  $\omega_R = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 50\sqrt{2}\pi \text{ (rad/s)}$

$$* \text{Tính } Z_\tau = \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}} = 25\sqrt{6} \Omega$$

$$\begin{cases} U_{L_{\max}} \Leftrightarrow Z_C = \frac{1}{\omega_L C} = Z_\tau \Rightarrow \omega_L = \frac{1}{CZ_\tau} = \frac{200\pi}{\sqrt{6}} \text{ (rad/s)} \\ U_{C_{\max}} \Leftrightarrow Z_L = \omega_C L = Z_\tau \Rightarrow \omega_C = \frac{Z_\tau}{L} = 25\sqrt{6}\pi \text{ (rad/s)} \end{cases}$$

$$* \text{Tính } Y = \sqrt{\frac{L}{2C} + \sqrt{\left(\frac{L}{2C}\right)^2 + \left(\frac{L}{2C}\right)R^2}}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{2.0.2.10^{-3}} + \sqrt{\left(\frac{1}{2.0.2.10^{-3}}\right)^2 + \left(\frac{1}{2.0.2.10^{-3}}\right).50^2}} = 50\sqrt{1+\sqrt{2}} \Omega$$

$$\begin{cases} U_{RL_{\max}} \Leftrightarrow Z_L = \omega_R L = Y \Rightarrow \omega_R = \frac{Y}{L} = 50\pi\sqrt{1+\sqrt{2}} \text{ (rad/s)} \\ U_{RC_{\max}} \Leftrightarrow Z_C = \frac{1}{\omega_{RC} C} = Y \Rightarrow \omega_{RC} = \frac{1}{CY} = 100\pi\sqrt{-1+\sqrt{2}} \text{ (rad/s)} \end{cases}$$

$\Rightarrow$  Chọn D.

**Ví dụ 3:** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U\sqrt{2}\cos\omega t$  (với  $\omega$  thay đổi được) vào đoạn mạch AB nối tiếp theo thứ tự gồm cuộn cảm thuần  $L = 2/\pi$  H, điện trở thuần  $R = 200\sqrt{2}$  Ω và tụ điện  $C = 0,1/\pi$  mF. Gọi  $\omega_{RL}$  và  $\omega_{RC}$  lần lượt là các giá trị của  $\omega$  để  $U_{RL}$  và  $U_{RC}$  đạt cực đại. Tìm  $U$  biết rằng khi  $\omega = (\omega_R + \omega_{RC})/2$  thì mạch tiêu thụ công suất là  $208,08\sqrt{2}W$ .

- A. 220 V.      B. 380 V.      C. 200 V.      D. 289 V.

### Hướng dẫn

$$* \text{Tính } Y = \sqrt{\frac{L}{2C} + \sqrt{\left(\frac{L}{2C}\right)^2 + \left(\frac{L}{2C}\right)R^2}}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{2.0.2.10^{-3}} + \sqrt{\left(\frac{1}{2.0.2.10^{-3}}\right)^2 + \left(\frac{1}{2.0.2.10^{-3}}\right).200^2.2}} = 200 \Omega$$

$$\begin{cases} U_{RL_{\max}} \Leftrightarrow Z_L = \omega_R L = Y \Rightarrow \omega_R = \frac{Y}{L} = \frac{200}{2/\pi} = 100\pi \text{ (rad/s)} \\ U_{RC_{\max}} \Leftrightarrow Z_C = \frac{1}{\omega_{RC} C} = Y \Rightarrow \omega_{RC} = \frac{1}{CY} = \frac{1}{200.0.1.10^{-3}/\pi} = 50\pi \text{ (rad/s)} \end{cases}$$

\*Khi  $\omega = (\omega_R + \omega_C)/2 = 75\pi$  rad/s thì  $\begin{cases} Z_L = \omega L = 150(\Omega) \\ Z_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{400}{3}(\Omega) \end{cases}$

Mà  $P = I^2 R = \left(\frac{U}{Z}\right)^2 R = \frac{U^2 R}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}$

$$\Leftrightarrow 208,08\sqrt{2} = \frac{U^2 \cdot 200\sqrt{2}}{200^2 \cdot 2 + \left(150 - \frac{400}{3}\right)^2} \Rightarrow U = 289(V) \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Kết quả 2: Quan hệ các tần số góc cực trị. Giá trị  $U_{RLmax}$  và  $U_{RCmax}$**

Phối hợp với kết quả trước đây:  $\begin{cases} \omega_C = \frac{Z_\tau}{L} \\ \omega_L = \frac{1}{Z_\tau C} \end{cases}$  với  $Z_\tau = \sqrt{\frac{L}{C} + \frac{R^2}{2}}$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{\omega_R}{\omega_C} = Y^2 \frac{C}{L} = \frac{1}{2} \left( 1 + \sqrt{1 + 2 \frac{R^2 C}{L}} \right) = \frac{1}{2} \left( 1 + \sqrt{1 + 2 \frac{R^2}{Z_L Z_C}} \right) = p > 1 \\ \omega_R \omega_C = \frac{1}{LC} = \omega_R^2 = \omega_L \omega_C \\ \frac{\omega_L}{\omega_C} = \frac{C}{Z_\tau^2} = \frac{1}{1 - \frac{R^2 C}{2L}} = n > 1 \end{cases}$$

+ Khi  $\omega = \omega_R$  thì  $\begin{cases} Z_L = Y \\ Z_C = \frac{L}{C} \frac{1}{Y} \end{cases}$

$$\Rightarrow \frac{Z_L}{Z_C} = Y^2 \frac{L}{C} = p = \frac{1}{2} \left( 1 + \sqrt{1 + 2 \frac{R^2 C}{L}} \right) = 0,5 + \sqrt{1,25 - n^{-1}}$$

**Chuẩn hóa số liệu:** Chọn  $Z_C = 1 \Rightarrow \begin{cases} Z_L = p \\ R = p\sqrt{2p-2} \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} U_{RL\max} = U \sqrt{\frac{R^2 + Z_L^2}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U}{\sqrt{1-p^2}} \\ \tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} = \frac{1}{p} \sqrt{\frac{p-1}{2}} > 0 \end{cases}$$

(Sau khi đã chuẩn hóa số liệu ta có thể tính được cos, sin, tan của các góc một cách đơn giản).

$$+ Khi \omega = \omega_{RC} \text{ thì } \begin{cases} Z_C = Y \\ Z_L = \frac{L}{C} Y \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{Z_C}{Z_L} = Y^2 \frac{L}{C} = p = \frac{1}{2} \left( 1 + \sqrt{1 + 2 \frac{R^2 C}{L}} \right) = 0,5 + \sqrt{1,25 - n^{-1}}$$

$$Chuẩn hóa số liệu: Chọn Z_L = 1 \Rightarrow \begin{cases} Z_C = p \\ R = p \sqrt{2p-2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} U_{RC\max} = U \sqrt{\frac{R^2 + Z_C^2}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U}{\sqrt{1-p^2}} \\ \tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} = -\frac{1}{p} \sqrt{\frac{p-1}{2}} < 0 \end{cases}$$

(Sau khi đã chuẩn hóa số liệu ta có thể tính được cos, sin, tan của các góc một cách đơn giản).

**Nhận xét:**

$$1) U_{RL\max} = U_{RC\max} = \frac{U}{\sqrt{1-p^2}}.$$

$$2) Khi U_{RL\max} \text{ thì } u \text{ sớm pha hơn } i \text{ là } \arctan \left( \frac{1}{p} \sqrt{\frac{p-1}{2}} \right). Khi U_{RC\max} \text{ thì } u \text{ trễ pha hơn } i \text{ là } \arctan \left( \frac{1}{p} \sqrt{\frac{p-1}{2}} \right).$$

**Ví dụ 1:** Đặt điện áp xoay chiều  $u = 100\sqrt{2} \cos 2\pi f t$  (V) (f thay đổi được) vào đoạn mạch AB nối tiếp theo thứ tự gồm đoạn AM chứa cuộn cảm thuần L, đoạn MB chứa điện trở thuần R nối tiếp với tụ điện C. Khi  $f = f_1$  thì  $U_{MB}$  đạt cực đại và giá trị đó bằng  $200/\sqrt{3}$  V thì hệ số công suất của mạch AB gần nhất giá trị nào sau đây?

A. 0,81.

B. 0,85.

C. 0,92.

D. 0,95.

### Hướng dẫn

**Cách 1:**

**Dựa vào kết quả được sau đây:** “Khi f thay đổi để  $U_{RCmax}$  thì  $U_{RCmax} = \frac{U}{\sqrt{1-p^2}}$  và lúc này, u trễ pha hơn i là  $\arctan\left(\frac{1}{p}\sqrt{\frac{p-1}{2}}\right)$ ”.

$$\text{Thay số liệu bài toán: } \frac{200}{\sqrt{3}} = \frac{100}{\sqrt{1-p^2}} \Rightarrow p=2$$

$$\Rightarrow \varphi = -\arctan\left(\frac{1}{p}\sqrt{\frac{p-1}{2}}\right) = -\arctan\left(\frac{1}{2}\sqrt{\frac{2-1}{2}}\right) = -0,3398(\text{rad}) \Rightarrow \cos\varphi = 0,94$$

$\Rightarrow$  Chọn D.

**Cách 2:**

Khi f thay đổi để  $U_{RCmax}$  ta chuẩn hóa số liệu:

$$\begin{cases} Z_L = 1 \\ Z_C = p \\ R = p\sqrt{2p-2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} U_{RCmax} = U\sqrt{\frac{R^2 + Z_L^2}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U}{\sqrt{1+p^2}} \\ \cos\varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{p}{\sqrt{p^2 + 0,5p - 0,5}} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{200}{\sqrt{3}} = \frac{100}{\sqrt{1+p^2}} \Rightarrow p=2 \\ \cos\varphi = \frac{2}{\sqrt{2^2 + 0,5 \cdot 2 - 0,5}} = \sqrt{\frac{8}{9}} = 0,94 \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Bình luận:** Làm theo cách 2 thì sẽ cơ động hơn không bị trói buộc ở góc  $\varphi$  mà có thể liên quan đến các góc khác.

**Ví dụ 2:** Đặt điện áp xoay chiều  $u=150\sqrt{2}\cos 2\pi t(V)$  (f thay đổi được) vào đoạn mạch AB nối tiếp theo thứ tự gồm đoạn AM chứa tụ điện C, đoạn MB chứa điện trở thuận R nối tiếp với cuộn cảm thuận L. Khi  $f = f_1$  thì  $U_{MB}$  đạt cực đại và giá trị đó bằng  $90\sqrt{5}$  V thì hệ số công suất của mạch MB gần nhất giá trị nào sau đây?

A. 0,81.

B. 0,75.

C. 0,92.

D. 0,95.

### Hướng dẫn

Khi f thay đổi để  $U_{RL\max}$  ta chuẩn hóa số liệu:  $\begin{cases} Z_L = p \\ Z_C = 1 \\ R = p\sqrt{2p-2} \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} U_{RL\max} = U \sqrt{\frac{R^2 + Z_L^2}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U}{\sqrt{1+p^2}} \xrightarrow[U=150]{U_{RC\max}=90\sqrt{5}} p = 1,5 \\ \cos \varphi_{RL} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + Z_L^2}} = \frac{\sqrt{p-1}}{\sqrt{p-0,5}} \xrightarrow[p=1,5]{} \cos \varphi_{RL} = \sqrt{\frac{1}{2}} = 0,71 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{200}{\sqrt{3}} = \frac{100}{\sqrt{1+p^2}} \Rightarrow p = 2 \\ \cos \varphi = \frac{2}{\sqrt{2^2 + 0,5 \cdot 2 - 0,5}} = \sqrt{\frac{8}{9}} = 0,94 \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Ví dụ 3:** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U_0 \cos \omega t$  (V) ( $U_0$  không đổi còn  $\omega$  thay đổi được) vào đoạn mạch AB nối tiếp theo thứ tự gồm đoạn AM chứa cuộn cảm thuần L, đoạn MN chứa điện trở thuần R và đoạn NB chứa tụ điện C. Lần lượt cho  $\omega = \omega_1$  và  $\omega = \omega_1 - 40$  rad/s thì  $U_{AN}$  đạt cực đại  $U_{MB}$  đạt cực đại. Biết khi đó hệ số công suất của mạch khi  $\omega = \omega_1 - 40$  rad/s bằng  $2,5\sqrt{7}$ . Chọn các phương án đúng.

- A.  $\omega_1 = 60$  rad/s      B.  $\omega_1 = 100$  rad/s      C.  $\omega_1 = 200/3$  rad/s      D.  $\omega_1 = 120$  rad/s

### Hướng dẫn

Khi  $U_{MB} = U_{RC} = \max$ , **chuẩn hóa số liệu:**  $\begin{cases} Z_L = 1 \\ Z_C = p \\ R = p\sqrt{2p-2} \end{cases}$

$$\Rightarrow \cos \varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{p-1}{2p^2}}} \xrightarrow[2,5]{\sqrt{7}} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{p-1}{2p^2}}} \Rightarrow \begin{cases} p = \frac{5}{3} \\ p = 2,5 \end{cases}$$

Theo đề  $\frac{\omega_R}{\omega_{RC}} = p = \frac{\omega_1}{\omega_1 - 40}$  nên  $\begin{cases} \frac{5}{3} = \frac{\omega_1}{\omega_1 - 40} \Rightarrow \omega_1 = 100 \text{ (rad/s)} \\ 2,5 = \frac{\omega_1}{\omega_1 - 40} \Rightarrow \omega_1 = \frac{200}{3} \text{ (rad/s)} \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn B, C.}$

**Ví dụ 4:** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U_0 \cos \omega t$  (V) ( $U_0$  không đổi còn  $\omega$  thay đổi được) vào đoạn mạch AB nối tiếp theo thứ tự gồm đoạn AM chứa cuộn cảm thuần L, đoạn MN chứa điện trở thuần

R và đoạn NB chứa tụ điện C. Điều chỉnh  $\omega$  để  $U_{AN}$  đạt cực đại và hệ số công suất của mạch AB là  $\cos\varphi$ . Giá trị  $\cos\varphi$  không thể bằng giá trị nào sau đây?

- A. 0,93.      B. 0,97.      C. 0,95.      D. 0,98.

### Hướng dẫn

Khi  $U_{MB} = U_{RL} = \max$ , chuẩn hóa số liệu:  $\begin{cases} Z_L = p \\ Z_C = 1 \\ R = p\sqrt{2p-2} \end{cases}$

$$\Rightarrow \cos\varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{p-1}{2p^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{8} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{2}{p} \right)^2 \right]}} \geq \frac{2\sqrt{2}}{3} \approx 0,94$$

(Đầu bằng xảy ra khi  $p = 2$ !)

**Ví dụ 5:** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U_0 \cos\omega t$  (V) ( $U_0$  không đổi còn  $\omega$  thay đổi được) vào đoạn mạch AB nối tiếp theo thứ tự gồm đoạn AM chứa cuộn cảm thuận L, đoạn MN chứa điện trở thuận R và đoạn NB chứa tụ điện C (với R, L và C khác không và hữu hạn). Công suất tiêu thụ của mạch đạt giá trị cực đại là 90 W. Điều chỉnh  $\omega$  để  $U_{MB}$  đạt cực đại và lúc này công suất của mạch AB là P. Giá trị không thể bằng giá trị nào sau đây?

- A. 70 W.      B. 85 W.      C. 80 W.      D. 90 W.

### Hướng dẫn

Khi  $U_{MB} = U_{RC} = \max$ , chuẩn hóa số liệu:  $\begin{cases} Z_L = 1 \\ Z_C = p \\ R = p\sqrt{2p-2} \end{cases}$

$$\Rightarrow \cos^2\varphi = \frac{R^2}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \frac{1}{1 + \frac{p-1}{2p^2}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{8} \underbrace{\left[ 1 - \left( 1 - \frac{2}{p} \right)^2 \right]}_{\leq 1}} \geq \frac{8}{9}$$

(Đầu bằng xảy ra khi  $p = 2$ !)

Hơn nữa, vì  $p = \frac{\omega_R}{\omega_{RC}} = \frac{1}{2} \left( 1 + \sqrt{1 + 2 \frac{RC}{L}} \right) > 1$  nên  $\cos\varphi = 1$ .

Do đó,  $P = P_{\max} \cos^2\varphi \Rightarrow P_{\max} \frac{8}{9} \leq P \leq P_{\max} \Leftrightarrow 80 \leq P \leq 90$

$\Rightarrow$  Chọn A, D.

**Ví dụ 6:** Đặt điện áp xoay chiều  $u=100\sqrt{6}\cos\omega t(V)$  ( $\omega$  thay đổi được) vào đoạn mạch AB nối tiếp theo thứ tự gồm đoạn AM chứa cuộn cảm thuần L, đoạn MN chứa điện trở thuần R và đoạn NB chứa tụ điện C. Thay đổi  $\omega$  để  $U_{AN}$  đạt cực đại là  $U_{RLmax}$  khi đó  $u_{MB}$  lệch pha so với i là  $\alpha$  (với  $\tan\alpha=0,5/\sqrt{2}$ ). Giá trị  $U_{RLmax}$  **gần nhất** giá trị nào sau đây?

- A. 100 V.      B. 180 V.      C. 250 V.      D. 50 V.

### Hướng dẫn

\*Khi  $\omega=\omega_{RL}$  **chuẩn hóa số liệu:** Chọn  $Z_C=1 \Rightarrow \begin{cases} Z_L=p \\ R=p\sqrt{2p-2} \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} \tan\varphi_{MB} = \frac{-Z_C}{R} = \frac{-1}{p\sqrt{2p-2}} < 0 \Rightarrow \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{p\sqrt{2p-2}} \Rightarrow p=2 \\ U_{RLmax} = U \sqrt{\frac{R^2 + Z_L^2}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = U \frac{p}{\sqrt{p^2 - 1}} = 100\sqrt{3} \frac{2}{\sqrt{2^2 - 1}} = 200(V) \end{cases}$$

$\Rightarrow$  Chọn B.

**Ví dụ 7:** Đặt điện áp xoay chiều  $u=U_0\cos\omega t(V)$  ( $U_0$  không đổi còn  $\omega$  thay đổi được) vào đoạn mạch AB nối tiếp theo thứ tự gồm đoạn AM chứa tụ điện C, đoạn MN chứa điện trở thuần R và đoạn NB chứa cuộn cảm thuần L. Điều chỉnh  $\omega$  thì  $U_{AN}$  đạt cực đại thì  $U_{MN}=150V$  và  $U_{NB}=170V$ . Giá trị  $U_{MBmax}$  **gần giá trị nào nhất** trong các giá trị sau?

- A. 220 V.      B. 230 V.      C. 200 V.      D. 120 V.

### Hướng dẫn

\*Khi  $\omega=\omega_{RC}$  để  $U_{RCmax}$  và **chuẩn hóa số liệu:**  $\begin{cases} Z_L=1 \\ Z_C=p \\ R=p\sqrt{2p-2} \end{cases}$

$$\text{Vì } \frac{U_R}{R} = \frac{U_L}{Z_L} \Leftrightarrow \frac{150}{p\sqrt{2p-2}} = \frac{170}{1} \Rightarrow p=1,3 \Rightarrow \begin{cases} Z_C=1,3 \\ R=p\sqrt{2p-2}=1,3\sqrt{0,6} \end{cases}$$

$$\Rightarrow U_{RLmax} = U_{RCmax} = \sqrt{U_R^2 + U_C^2} = \sqrt{U_R^2 + \left(\frac{Z_C}{R}\right)^2 U_R^2} = 150\sqrt{1 + \frac{1}{0,6}} \approx 245(V)$$

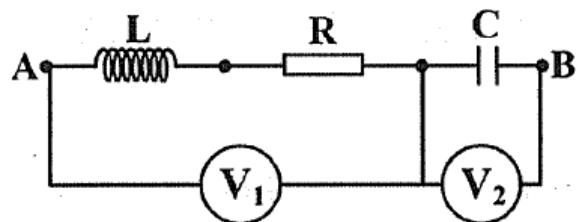
$\Rightarrow$  Chọn B.

*Chú ý: Khi  $\omega$  thay đổi*

$$\begin{cases} U_{L\max} = U_{C\max} = \frac{U}{\sqrt{1-n^2}} \\ U_{RL\max} = U_{RC\max} = \frac{U}{\sqrt{1-p^2}} \end{cases}$$

Với  $p = 0,5 + \sqrt{0,25 + 0,5 \frac{R^2 C}{L}} = 0,5 + \sqrt{1,25 - n^{-1}}$

**Ví dụ 8:** Đặt điện áp xoay chiều  $u = 210\sqrt{2} \cos \omega t$  (V) (U không đổi còn  $\omega$  thay đổi được) vào đoạn mạch AB nối tiếp theo thứ tự gồm đoạn AM chứa cuộn cảm thuần L, đoạn MN chứa điện trở thuần R và đoạn NB chứa tụ điện C. Các vôn kế có điện trở rất lớn. Khi thay đổi  $\omega$  thì số chỉ cực đại của vôn kế  $V_1$  và  $V_2$  lần lượt là x và 290 V. Hãy tính x.



- A. 350 V.      B. 280 V.      C. 450 V.      D. 300 V.

### Hướng dẫn

Ta dựa vào kết quả:

"Khi  $\omega$  thay đổi"

$$\begin{cases} U_{L\max} = U_{C\max} = \frac{U}{\sqrt{1-n^2}} \\ U_{RL\max} = U_{RC\max} = \frac{U}{\sqrt{1-p^2}} \end{cases} \text{ với } p = 0,5 + \sqrt{1,25 - n^{-1}}$$

Thay số vào:

$$\begin{cases} 290 = \frac{210}{\sqrt{1-n^2}} \Rightarrow n = 1,45 \Rightarrow p = 0,5 + \sqrt{1,25 - 1,45^{-1}} \approx 1,25 \\ x = U_{RL\max} = \frac{210}{\sqrt{1-1,25^2}} = 350 \text{ (V)} \end{cases}$$

$\Rightarrow$  Chọn A.

**Ví dụ 9:** Đặt điện áp xoay chiều  $u = 120\sqrt{2} \cos \omega t$  (V) ( $\omega$  thay đổi được) vào đoạn mạch AB nối tiếp theo thứ tự gồm đoạn AM chứa cuộn cảm thuần L, đoạn MN chứa điện trở thuần R và đoạn NB chứa tụ điện C. Điều chỉnh  $\omega$  để  $U_{AN}$  đạt giá trị cực đại đó bằng  $72\sqrt{5}$  V đồng thời lúc này cảm kháng của cuộn cảm bằng  $15 \Omega$ . Điều chỉnh  $\omega$  để  $U_{AM}$  đạt cực đại thì lúc này cảm kháng bằng

- A.  $5,625 \Omega$ .      B.  $12,5 \Omega$ .      C.  $40 \Omega$ .      D.  $30 \Omega$ .

### Hướng dẫn

Ta dựa vào kết quả:

"Khi thay đổi  $\begin{cases} U_{L_{\max}} = U_{C_{\max}} = \frac{U}{\sqrt{1-n^2}} \\ U_{R_{\max}} = U_{R_{C_{\max}}} = \frac{U}{\sqrt{1-p^2}} \end{cases}$  với  $p=0,5+\sqrt{1,25-n^1}$ "

$$\text{Thay số: } 72\sqrt{5} = \frac{120}{\sqrt{1-p^2}} \Rightarrow p=1,5 \Rightarrow 1,5 = 0,5 + \sqrt{1,25 - n^1} \Rightarrow n=4$$

$$\Rightarrow \frac{Z_{L_2}}{Z_{L_1}} = \frac{n}{p} \Rightarrow Z_{L_2} = Z_{L_1} \frac{n}{p} = 15 \frac{4}{1,5} = 40(\Omega) \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Kết quả 3: Hai giá trị  $\omega_1$  và  $\omega_2$  điện áp  $U_{RL}$  hoặc  $U_{RC}$  có cùng giá trị.**

\*Hai giá trị  $\omega_1$  và  $\omega_2$  điện áp  $U_{RL}$  có cùng giá trị.

$$U_{RL} = \frac{U \cdot Z_{RL}}{Z} = U \sqrt{\frac{R^2 + Z_L^2}{R^2 + Z_L^2 - 2Z_L \cdot Z_C + Z_C^2}} = \frac{U}{\sqrt{1 + \frac{Z_C^2 - 2Z_L \cdot Z_C}{R^2 + Z_L^2}}}$$

$$\text{Thay } Z_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{L}{C} \frac{1}{\omega L} = \frac{L}{C} \frac{1}{Z_L}. \text{Đặt } x = Z_L^2, a = \frac{L}{2C}$$

$$U_{RL} = \frac{U}{\sqrt{1 + \frac{2L}{C} \frac{-Z_L^2 + \frac{L}{2L}}{Z_L^4 + R^2 Z_L^2}}} = \frac{U}{\sqrt{1 + 4a \frac{-x+a}{x^2 + R^2 x}}}. \text{Đặt } z = -x + a \Leftrightarrow x = a - z.$$

$$U_{RL} = \frac{U}{\sqrt{1 + 4a \frac{z}{(a-z)^2 + R^2(a-z)}}} = \frac{U}{\sqrt{1 + 4a \frac{1}{z + \frac{a^2 + aR^2}{z} - (2a + R^2)}}}$$

$$\text{Ham kiếp phân thức nên: } z_0^2 = z_1 z_2 \Leftrightarrow (a-x_0)^2 = (a-x_1)(a-x_2)$$

$$\Leftrightarrow \left( \frac{L}{2C} - (\omega_{RL} L)^2 \right)^2 = \left( \frac{L}{2C} - (\omega_1 L)^2 \right) \left( \frac{L}{2C} - (\omega_2 L)^2 \right)$$

$$\Leftrightarrow \left( 1 - 2 \frac{\omega_{RL}^2}{\omega_R^2} \right) = \left( 1 - 2 \frac{\omega_1^2}{\omega_R^2} \right) \left( 1 - 2 \frac{\omega_2^2}{\omega_R^2} \right). \text{Thay } \frac{\omega_{RC}^2}{\omega_R^2} = \frac{\omega_{RC}^2}{\omega_{RL} \omega_{RC}} = \frac{\omega_{RL}}{\omega_{RC}} = p$$

$$\Leftrightarrow (1-2p)^2 = \left( 1 - 2 \frac{\omega_1^2}{\omega_R^2} \right) \left( 1 - 2 \frac{\omega_2^2}{\omega_R^2} \right)$$

\*Hai giá trị  $\omega_1$  và  $\omega_2$  điện áp  $U_{RC}$  có cùng giá trị.

$$U_{RC} = \frac{U \cdot Z_{RC}}{Z} = U \sqrt{\frac{R^2 + Z_C^2}{R^2 + Z_L^2 - 2Z_L \cdot Z_C + Z_C^2}} = \frac{U}{\sqrt{1 + \frac{Z_L^2 - 2Z_L Z_C}{R^2 + Z_C^2}}}$$

Thay  $Z_L = \omega L = \omega C \frac{L}{C} = \frac{L}{C} \frac{1}{Z_C}$ . Đặt  $x = Z_C^2$ ,  $a = \frac{L}{2C}$

$$U_{RL} = \frac{U}{\sqrt{1 + \frac{2L}{C} \frac{-Z_C^2 + \frac{L}{2C}}{Z_C^4 + R^2 Z_C^2}}} = \frac{U}{\sqrt{1 + 4a \frac{-x+a}{x^2 + R^2 x}}}. \text{ Đặt } z = -x + a \Leftrightarrow x = a - z.$$

$$U_{RC} = \frac{U}{\sqrt{1 + 4a \frac{z}{(a-z)^2 + R^2(a-z)}}} = \frac{U}{\sqrt{1 + 4a \frac{1}{z + \frac{a^2 + aR^2}{z} - (2a + R^2)}}}$$

Ham kiệu phân thức nên:  $z_0^2 = z_1 z_2 \Leftrightarrow (a-x_0)^2 = (a-x_1)(a-x_2)$

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow \left( \frac{L}{2C} - \left( \frac{1}{\omega_{RC} C} \right)^2 \right)^2 = \left( \frac{L}{2C} - \left( \frac{1}{\omega_1 C} \right)^2 \right) \left( \frac{L}{2C} - \left( \frac{1}{\omega_2 C} \right)^2 \right) \\ &\Leftrightarrow \left( 1 - 2 \frac{\omega_R^2}{\omega_{RC}^2} \right) = \left( 1 - 2 \frac{\omega_R^2}{\omega_1^2} \right) \left( 1 - 2 \frac{\omega_R^2}{\omega_2^2} \right). \text{ Thay } \frac{\omega_R^2}{\omega_{RC}^2} = \frac{\omega_R \omega_{RC}}{\omega_{RC}^2} = \frac{\omega_{RL}}{\omega_{RC}} = p \\ &\Leftrightarrow (1-2p)^2 = \left( 1 - 2 \frac{\omega_1^2}{\omega_2^2} \right) \left( 1 - 2 \frac{\omega_2^2}{\omega_1^2} \right) \end{aligned}$$

**Tóm lại:** Khi  $\omega$  thay đổi, gọi  $\omega_R$ ,  $\omega_{RL}$  và  $\omega_{RC}$  lần lượt là giá trị tần số góc để  $U_{Rmax}$ ,  $U_{RLmax}$  và  $U_{RCmax}$ .

1) Nếu với hai giá trị  $\omega_1$  và  $\omega_2$  mà  $U_{RL}$  có cùng giá trị thì

$$\left( 1 - 2 \frac{\omega_1^2}{\omega_R^2} \right) \left( 1 - 2 \frac{\omega_2^2}{\omega_R^2} \right) = (1-2p)^2$$

2) Nếu với hai giá trị  $\omega_1$  và  $\omega_2$  mà  $U_{RC}$  có cùng giá trị thì

$$\left( 1 - 2 \frac{\omega_R^2}{\omega_1^2} \right) \left( 1 - 2 \frac{\omega_R^2}{\omega_2^2} \right) = (1-2p)^2$$

$$\text{Với } p = \frac{\omega_R}{\omega_{RC}} = \frac{1}{2} \left( 1 + \sqrt{1 + 2 \frac{R^2 C}{L}} \right)$$

**Ví dụ 1:** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U\sqrt{2} \cos \omega t$  (voltage  $\omega$  thay đổi được) vào đoạn mạch AB nối tiếp theo thứ tự gồm cuộn cảm thuần  $L = 1/\pi$  H, điện trở thuần  $R = 100\sqrt{2}$  Ω và tụ điện  $C = 0,2/\pi$  mF. Khi  $\omega = \omega_1$  và  $\omega = \omega_2 = 0,2\sqrt{79}\omega_1$  thì điện áp hiệu dụng trên đoạn RL có cùng giá trị. Tìm  $\omega_1$ .

- A.  $100$  rad/s.      B.  $50\pi\sqrt{7}$  rad/s.      C.  $25\pi\sqrt{10}$  rad/s.      D.  $10\pi\sqrt{10}$  rad/s.

### Hướng dẫn

$$\begin{aligned} * & \text{Tính} \quad \left\{ \begin{array}{l} \omega_R = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 50\pi\sqrt{2} \text{ (rad/s)} \\ p = \frac{\omega_R}{\omega_{RC}} = \frac{1}{2} \left( 1 + \sqrt{1 + 2 \frac{R^2 C}{L}} \right) = \frac{1}{2} \left( 1 + \sqrt{1 + 2 \frac{100^2 \cdot 2.0,2.10^{-3}}{1}} \right) = 2 \end{array} \right. \end{aligned}$$

Hai giá trị  $\omega_1$  và  $\omega_2$  mà  $U_{RL}$  có cùng giá trị thì

$$\begin{aligned} \left( 1 - 2 \frac{\omega_1^2}{\omega_R^2} \right) \left( 1 - 2 \frac{\omega_2^2}{\omega_R^2} \right) &= (1 - 2p)^2 \Leftrightarrow \left( 1 - 2 \left( \frac{\omega_1}{\omega_R} \right)^2 \right) \left( 1 - 5,6 \left( \frac{\omega_1}{\omega_R} \right)^2 \right) = (1 - 2.2)^2 \\ \Rightarrow \left( \frac{\omega_1}{\omega_R} \right)^2 &= 1,25 \Rightarrow \omega_1 = \omega_R \sqrt{1,25} = 25\pi\sqrt{10} \text{ (rad/s)} \Rightarrow \text{Chọn C.} \end{aligned}$$

**Ví dụ 2:** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U\sqrt{2} \cos \omega t$  (voltage  $\omega$  thay đổi được) vào đoạn mạch AB nối tiếp theo thứ tự gồm cuộn cảm thuần  $L = 1/\pi$  H, điện trở thuần  $R = 100\sqrt{2}$  Ω và tụ điện  $C = 0,2/\pi$  mF. Khi  $\omega = \omega_1$  và  $\omega = \omega_2 = \sqrt{11/6}\omega_1$  thì điện áp hiệu dụng trên đoạn RC có cùng giá trị. Tìm  $\omega_1$ .

- A.  $42,64\pi$  rad/s.      B.  $50\pi\sqrt{7}$  rad/s.      C.  $25\pi\sqrt{10}$  rad/s.      D.  $10\pi\sqrt{10}$  rad/s.

### Hướng dẫn

$$\begin{aligned} * & \text{Tính} \quad \left\{ \begin{array}{l} \omega_R = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 50\pi\sqrt{2} \text{ (rad/s)} \\ p = \frac{\omega_R}{\omega_{RC}} = \frac{1}{2} \left( 1 + \sqrt{1 + 2 \frac{R^2 C}{L}} \right) = \frac{1}{2} \left( 1 + \sqrt{1 + 2 \frac{100^2 \cdot 2.0,2.10^{-3}}{1}} \right) = 2 \end{array} \right. \end{aligned}$$

Hai giá trị  $\omega_1$  và  $\omega_2$  mà  $U_{RC}$  có cùng giá trị thì  $\left( 1 - 2 \frac{\omega_R^2}{\omega_1^2} \right) \left( 1 - 2 \frac{\omega_R^2}{\omega_2^2} \right) = (1 - 2p)^2$

$$\Rightarrow \left(1 - 2\left(\frac{\omega_R}{\omega_1}\right)^2\right) \left(1 - \frac{12}{11}\left(\frac{\omega_R}{\omega_1}\right)^2\right) = (1 - 2.2)^2 \Rightarrow \left(\frac{\omega_R}{\omega_1}\right)^2 = 2,75$$

$$\Rightarrow \omega_1 = \frac{\omega_R}{\sqrt{2,75}} = 42,64\pi \text{ (rad/s)} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Ví dụ 3:** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U\sqrt{2} \cos 2\pi f t$  (V) (U không đổi còn f thay đổi được) vào đoạn mạch AB nối tiếp theo thứ tự gồm đoạn AM chứa cuộn cảm thuần có độ tự cảm L, đoạn MN chứa điện trở thuần R và đoạn NB chứa tụ điện có điện dung C sao cho  $0,22L = R^2C$ . Khi  $f = 30\sqrt{11}$  Hz thì  $U_{ANmax}$ . Khi  $f = f_1$  và  $f = f_2 = 3f_1 / \sqrt{14}$  Hz thì điện áp hiệu dụng trên đoạn MN có cùng giá trị. Tìm  $f_1$ .

- A. 100 Hz.      B. 180 Hz.      C. 50 Hz.      D. 110 Hz.

### Hướng dẫn

Tính:  $p = \frac{1}{2} \left( 1 + \sqrt{1 + 2 \frac{R^2 C}{L}} \right) = \frac{1}{2} \left( 1 + \sqrt{1 + 2 \cdot 0,22} \right) = 1,1$

Mặt khác:  $p = \frac{f_R}{f_{RC}} = \frac{f_R^2}{f_R f_{RC}} = \frac{f_R^2}{f_R^2} \Rightarrow f_R^2 = \frac{f_R^2}{n} = \frac{30^2 \cdot 11}{1,1} = 9000$

Nếu hai giá trị  $\omega_1$  và  $\omega_2$  mà  $U_{RC}$  có cùng giá trị thì

$$\left(1 - 2\frac{\omega_R^2}{\omega_1^2}\right) \left(1 - 2\frac{\omega_R^2}{\omega_2^2}\right) = (1 - 2p)^2$$

$$\Rightarrow \left(1 - 2\frac{9000}{f_1^2}\right) \left(1 - 2\frac{9000}{f_1^2} \cdot \frac{14}{9}\right) = (1 - 2 \cdot 1,1)^2 \Rightarrow f_1 = 100 \text{ (Hz)} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Ví dụ 4:** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U\sqrt{2} \cos 2\pi f t$  (V) (U không đổi còn f thay đổi được) vào đoạn mạch AB nối tiếp theo thứ tự gồm đoạn AM chứa cuộn cảm thuần có độ tự cảm L, đoạn MN chứa điện trở thuần R và đoạn NB chứa tụ điện có điện dung C sao cho  $L = xR^2C$ . Khi  $f = 300\sqrt{11}$  Hz thì  $U_{MBmax}$ . Khi  $f = 90$  Hz và  $f = 30\sqrt{14}$  Hz thì điện áp hiệu dụng trên đoạn AN có cùng giá trị. Tìm x.

- A. 35/11.      B. 4.      C. 4,5.      D. 50/11.

### Hướng dẫn

Từ:  $p = \frac{f_R}{f_{RC}} = \frac{f_R f_{RC}}{f_{RC}^2} = \frac{f_R^2}{f_{RC}^2} \Rightarrow f_R^2 = f_{RC}^2 = \frac{300^2}{11} p$

Nếu hai giá trị  $\omega_1$  và  $\omega_2$  mà  $U_{RL}$  có cùng giá trị thì

$$\left(1 - 2 \frac{\omega_1^2}{\omega_R^2}\right) \left(1 - 2 \frac{\omega_2^2}{\omega_R^2}\right) = (1 - 2p)^2 \Rightarrow \left(1 - 2 \frac{90^2 \cdot 11}{300^2 p}\right) \left(1 - 2 \frac{30^2 \cdot 14 \cdot 11}{300^2 p}\right) = (1 - 2p)^2$$

$$\Rightarrow p = 1,1$$

Mặt khác:  $p = \frac{1}{2} \left( 1 + \sqrt{1 + 2 \frac{R^2 C}{L}} \right) = \frac{1}{2} \left( 1 + \sqrt{1 + 2 \frac{1}{x}} \right)$  nên

$$1,1 = \frac{1}{2} \left( 1 + \sqrt{1 + 2 \frac{1}{x}} \right) \Rightarrow x = \frac{50}{11} \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Ví dụ 5:** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U\sqrt{2} \cos \omega t$  (U không đổi còn  $\omega$  thay đổi được) vào đoạn mạch AB nối tiếp theo thứ tự gồm đoạn AM chứa điện trở thuận R, đoạn MN chứa cuộn cảm có độ tự cảm  $L = 2/\(\pi\sqrt{3}\)$  H, có điện trở r và đoạn NB chứa tụ điện có điện dung C. Khi  $\omega = \omega_1$  và  $\omega = \omega_2$  thì dòng điện hiệu dụng qua mạch có cùng giá trị  $I_1$ . Khi  $\omega = \omega_3 = 100\sqrt{3}\pi$  rad/s thì  $U_{MB}$  cực tiểu và dòng điện hiệu dụng qua mạch bằng  $I_2 = \sqrt{21}I_1/3$ . Khi  $\omega = \omega_4 = k\omega_3$  thì  $U_{AN}$  cực đại. Biết  $\omega_1^2 - 6\omega_2^2 = \omega_3^2$ . Tìm k.

- A. 1,17.      B. 1,5.      C. 2,15.      D. 1,25.

### Hướng dẫn

\*Khi  $\omega = \omega_3$  thì  $U_{MB} = IZ_{MB} = U \sqrt{\frac{r^2 + (Z_L - Z_C)^2}{(R+r)^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \min \Leftrightarrow Z_L = Z_C$  hay:

$$100\sqrt{\pi} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}\pi} = \frac{1}{100\sqrt{3}\pi C} \Rightarrow C = \frac{5 \cdot 10^{-5}}{\sqrt{3}\pi} (F).$$

Lúc này, mạch cộng hưởng nên:  $I_2 = \sqrt{21}I_1/3 = I_{\max} \Rightarrow I_1 = 3I_{\max}/\sqrt{21}$ .

\*Khi  $\omega = \omega_1$  và  $\omega = \omega_2$  thì dòng điện hiệu dụng qua mạch có cùng giá trị  $I_1 = 3I_{\max}/\sqrt{21}$  nên:  $Z_1 = Z_2 = R\sqrt{21}/3$  hay

$$\sqrt{(R+r)^2 + \left(\omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C}\right)^2} = \sqrt{(R+r)^2 + \left(\omega_2 L - \frac{1}{\omega_2 C}\right)^2} = (R+r) \frac{\sqrt{21}}{3}$$

$$\begin{cases} \omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C} = \frac{2}{\sqrt{3}}(R+r) \\ \omega_2 L - \frac{1}{\omega_2 C} = -\frac{2}{\sqrt{3}}(R+r) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \omega_1 \omega_2 = \frac{1}{LC} = \omega_3^2 \xrightarrow{\omega_1^2 - 6\omega_2^2 = \omega_3^2} \begin{cases} \omega_1 = 300\pi \text{ (rad/s)} \\ \omega_2 = 100\pi \text{ (rad/s)} \end{cases} \\ L(\omega_1 - \omega_2) = \frac{2}{\sqrt{3}}(R+r) \xrightarrow{\frac{L=2}{\pi\sqrt{3}} H, r=50\Omega} R+r = 200\Omega \end{cases}$$

\*  $U_{RL\max}$  khi và chỉ khi  $Z_L = \omega_R L = \sqrt{\frac{L}{2C} + \sqrt{\left(\frac{L}{2C}\right)^2 + \left(\frac{L}{2C}\right)(R+r)^2}}$

$$\Rightarrow \omega_4 = \omega_R = \frac{\sqrt{20000 + \sqrt{(20000)^2 + (20000)(200)^2}}}{2} = 202,44\pi \text{ (rad/s)}$$

$$\Rightarrow k = \frac{\omega_4}{\omega_3} = \frac{202,44\pi}{100\sqrt{3}\pi} = 1,17 \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Ví dụ 6:** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U\sqrt{2} \cos 2\pi f t \text{ (V)}$  ( $U$  không đổi còn  $f$  thay đổi được) vào đoạn mạch AB nối tiếp theo thứ tự gồm đoạn AM chứa cuộn cảm thuận  $L$ , đoạn MN chứa điện trở thuận  $R$  và đoạn NB chứa tụ điện. Khi  $f = f_1$  và  $f = f_2 = 4f_1$  thì mạch tiêu thụ cùng công suất và bằng  $16/61$  công suất cực đại mà mạch tiêu thụ. Khi  $f = f_0 = 100\sqrt{3}$  Hz mạch cộng hưởng. Khi  $f = f_3$  và  $f = f_4 = 3f_3$  thì điện áp hiệu dụng trên đoạn AN có cùng giá trị. Tìm  $f_3$  **gần giá trị nào nhất** trong các giá trị sau?

- A. 100 Hz.      B. 180 Hz.      C. 50 Hz.      D. 110 Hz.

### Hướng dẫn

Khi  $\omega = \omega_1$  và  $\omega = \omega_2$  mà cùng  $I, P, \cos\phi, U_R$  thì  $Z_1 = Z_2$  suy ra:

$$\frac{1}{LC} = \omega_1 \omega_2.$$

Nếu cho thêm  $\frac{L}{C} = k^2 R^2$  thì  $\begin{cases} L = \frac{kR}{\sqrt{\omega_1 \omega_2}} \\ \frac{1}{C} = kR\sqrt{\omega_1 \omega_2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Z_{L1} = \omega_1 L = kR\sqrt{\frac{\omega_1}{\omega_2}} \\ Z_{C1} = \frac{1}{\omega_1 C} = kR\sqrt{\frac{\omega_2}{\omega_1}} \end{cases}$

$$\Rightarrow Z_2 = Z_1 = \sqrt{R^2 + (Z_{L1} - Z_{C1})^2} = R \sqrt{1 + k^2 \left( \sqrt{\frac{\omega_1}{\omega_2}} - \sqrt{\frac{\omega_2}{\omega_1}} \right)^2}$$

$$\Rightarrow I_2 = I_1 = -\frac{I_{max}}{\sqrt{1 + k^2 \left( \sqrt{\frac{\omega_1}{\omega_2}} - \sqrt{\frac{\omega_2}{\omega_1}} \right)^2}} \Rightarrow P_2 = P_1 = \frac{P_{max}}{\sqrt{1 + k^2 \left( \sqrt{\frac{\omega_1}{\omega_2}} - \sqrt{\frac{\omega_2}{\omega_1}} \right)^2}}$$

Áp dụng vào bài toán:

$$\frac{1}{1 + k^2 \left( \sqrt{\frac{1}{4}} - \sqrt{4} \right)^2} = \frac{16}{61} \Rightarrow k^2 = \frac{5}{4} = \frac{L}{R^2 C} \Rightarrow \frac{R^2 C}{L} = 0,8$$

$$\Rightarrow p = \frac{1}{2} \left( 1 + \sqrt{1 + 2 \frac{R^2 C}{L}} \right) = \frac{1}{2} \left( 1 + \sqrt{1 + 2 \cdot 0,8} \right) = 1,31$$

Nếu hai giá trị  $\omega_3$  và  $\omega_4$  mà  $U_{RL}$  có cùng giá trị thì

$$\left( 1 - 2 \frac{\omega_1^2}{\omega_R^2} \right) \left( 1 - 2 \frac{\omega_2^2}{\omega_R^2} \right) = (1 - 2p)^2 \Leftrightarrow \left( 1 - 2 \frac{f_3^2}{100^2 \cdot 3} \right) \left( 1 - 2 \frac{9, f_3^2}{100^2 \cdot 3} \right) = (1 - 2 \cdot 1,31)^2$$

$$\Rightarrow f_3 = 108,7 \text{ (Hz)} \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

### Vấn đề 6. Phương pháp đánh giá kiểu hàm số.

Ta sẽ giải quyết bài toán hai giá trị của biến số ( $x_1$  và  $x_2$ ) có cùng một trị số hàm số (đẳng trị).

Bây giờ chúng ta cần nhớ lại những kết quả chính đã học:

\*Khi  $L$  thay đổi hai giá trị  $L_1$  và  $L_2$  có cùng  $I, U_C, U_R, P$  thì  $Z_{L0} = Z_C = \frac{Z_{L1} + Z_{L2}}{2}$

\*Khi  $C$  thay đổi hai giá trị  $C_1$  và  $C_2$  có cùng  $I, U_C, U_R, P$  thì  $Z_{C0} = Z_L = \frac{Z_{C1} + Z_{C2}}{2}$

\*Khi  $L$  thay đổi  $U_{Lmax}$  khi  $Z_{L0} = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C}$

\*Khi  $C$  thay đổi  $U_{Cmax}$  khi  $Z_{C0} = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L}$

### Kết quả 1: Quan hệ hai trị số của biến với vị trí cực trị

Để giải quyết triệt để loại bài toán hai giá của biến số cho cùng một giá trị hàm số, chúng ta nghiên cứu thêm “Phương pháp đánh giá loại hàm số” của thầy giáo Nguyễn Anh Vinh sau đây.

+Hàm tam thức bậc 2:  $y = f(x) = ax^2 + bx + c$

\*Giá trị của x làm y cực trị ứng với tọa độ đỉnh  $x_0 = \frac{-b}{2a}$

\*Hai giá trị  $x_1, x_2$  cho cùng một giá trị của hàm y, theo định lí Viet:  $x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$

Từ đó suy ra:  $x_0 = \frac{1}{2}(x_1 + x_2)$  và gọi là **quan hệ hàm tam thức bậc 2**.

+Hàm số kiểu phân thức:  $y = f(x) = ax + \frac{b}{x}$

\*Một cực trị của y ứng với  $x_0 = \sqrt{\frac{b}{a}}$

\*Hai giá trị  $x_1, x_2$  cho cùng một giá trị của hàm y thì nó là 2 nghiệm của phương trình:

$$y = ax + \frac{b}{x} \Rightarrow ax^2 - yx + b = 0, \text{ theo định lí Viet: } x_1 x_2 = \frac{b}{a}.$$

Từ đó suy ra:  $x_0 = \sqrt{x_1 x_2}$  và gọi là **quan hệ hàm phân thức**.

Trong các bài toán điện xoay chiều, mặc dù các đại lượng  $(I, P, U_R, U_L, U_C)$  không phụ thuộc vào  $R, Z_L, Z_C, \omega$  tưởng minh là hàm bậc 2 hay là hàm phân thức chính tắc như trong toán học, nhưng nó có nhiều biểu thức dạng “tương tự” theo một hàm mũ hoặc kèm một vài hằng số nào đó. Lúc đó chúng ta vẫn có thể quan niệm nó thuộc một trong hai loại hàm trên. Cụ thể như sau:

$$* P = I^2 R = \frac{U^2 R}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \frac{U^2}{R + \frac{(Z_L - Z_C)^2}{R}}, P \text{ phụ thuộc } R \text{ theo kiểu hàm phân thức nên:}$$

$$R_b = \sqrt{R R_2} = |Z_L - Z_C|.$$

$$* I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}, P = I^2 R = \frac{U^2 R}{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2},$$

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}, I, P \text{ và } \cos \varphi \text{ phụ thuộc } \omega \text{ theo kiểu hàm phân thức nên:}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\omega_1 \omega_2} = \sqrt{\frac{1}{LC}}.$$

$$* I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U}{\sqrt{Z_L^2 - 2Z_L Z_C + (R^2 + Z_C^2)}}, I \text{ phụ thuộc } Z_L \text{ theo kiểu hàm tam thức bậc}$$

$$\text{2 nêu: } Z_{L0} = \frac{Z_{L1} + Z_{L2}}{2} = Z_C.$$

$$* I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U}{\sqrt{Z_L^2 - 2Z_L Z_C + (R^2 + Z_L^2)}}, I \text{ phụ thuộc } Z_C \text{ theo kiểu hàm tam thức bậc}$$

$$\text{2 nêu: } Z_{C0} = \frac{Z_{C1} + Z_{C2}}{2} = Z_L.$$

$$* U_L = IZ_L = -\frac{UZ_L}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U}{\sqrt{(R^2 + Z_C^2) \frac{1}{Z_L^2} - 2Z_C \frac{1}{Z_L} + 1}}, U_L \text{ phụ thuộc } 1/Z_L \text{ theo kiểu hàm}$$

$$\text{tam thức bậc 2 nêu: } \frac{1}{Z_{L0}} = \frac{\frac{1}{Z_{L1}} + \frac{1}{Z_{L2}}}{2} = \frac{Z_C}{R^2 + Z_C^2}.$$

$$* U_C = IZ_C = \frac{UZ_C}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U}{\sqrt{(R^2 + Z_L^2) \frac{1}{Z_C^2} - 2Z_L \frac{1}{Z_C} + 1}}, U_C \text{ phụ thuộc } 1/Z_C \text{ theo kiểu hàm tam}$$

$$\text{thức bậc 2 nêu: } \frac{1}{Z_{C0}} = \frac{\frac{1}{Z_{C1}} + \frac{1}{Z_{C2}}}{2} = \frac{Z_L}{R^2 + Z_L^2}.$$

$$* U_C = I \cdot Z_C = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \cdot \frac{1}{\omega C} = \frac{U}{\sqrt{L^2 C^2 \omega^4 - 2\left(\frac{L}{C} - \frac{R}{2}\right) C^2 \omega^2 + 1}}, U_C \text{ phụ thuộc } \omega^2 \text{ theo}$$

$$\text{kiểu hàm tam thức bậc 2 nêu: } \omega_0^2 = \frac{\omega_1^2 + \omega_2^2}{2}.$$

$$* U_L = I \cdot Z_L = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \cdot \omega L = \frac{U}{\sqrt{L^2 C^2 \omega^4 - 2\left(\frac{L}{C} - \frac{R}{2}\right) C^2 \omega^2 + 1}}, U_L \text{ phụ thuộc } 1/\omega^2 \text{ theo}$$

$$\text{kiểu hàm tam thức bậc 2 nêu: } \frac{1}{\omega_0^2} = \frac{\frac{1}{\omega_1^2} + \frac{1}{\omega_2^2}}{2}.$$

**Ví dụ 1:** Cho đoạn mạch xoay chiều nối tiếp gồm cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm  $L$  thay đổi được, tụ điện có điện dung  $C$  và điện trở  $R$ . Có hai giá trị khác nhau của  $L$  là  $L_1$  và  $L_2$  thì điện áp hiệu dụng trên cuộn cảm có cùng một giá trị. Giá trị của  $L$  để điện áp hiệu dụng trên cuộn cảm cực đại là

A.  $L = (L_1 + L_2)^{0.5}$ .

B.  $L = 0.5(L_1 + L_2)$ .

C.  $L = 2L_1L_2/(L_1 + L_2)$ .

C.  $L = L_1L_2/(L_1 + L_2)$ .

### Hướng dẫn

$$U_L = I \cdot Z_L = -\frac{UZ_L}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U}{\sqrt{(R^2 + Z_C^2) \frac{1}{Z_L^2} - 2Z_C \frac{1}{Z_L} + 1}}, U_L \text{ phụ thuộc } 1/Z_L \text{ theo kiểu hàm}$$

tam thức bậc 2 nên:  $\frac{1}{Z_{L0}} = \frac{\frac{1}{Z_{L1}} + \frac{1}{Z_{L2}}}{2} \Rightarrow L_0 = \frac{2L_1L_2}{L_1 + L_2} \Rightarrow \text{Chọn C.}$

**Ví dụ 2:** Mạch điện xoay chiều RLC không phân nhánh, dung kháng bằng  $50 \Omega$ , điện trở thuần R và cuộn cảm thuần có cảm kháng  $Z_L$  thay đổi. Người ta nhận thấy khi  $Z_L$  có giá trị ứng với  $100 \Omega$  và  $300 \Omega$  thì điện áp hiệu dụng trên cuộn cảm có cùng một giá trị. Tính R.

A.  $25 \Omega$ .

B.  $19 \Omega$ .

C.  $50\sqrt{2} \Omega$ .

D.  $50 \Omega$ .

### Hướng dẫn

$$U_L = I \cdot Z_L = -\frac{UZ_L}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U}{\sqrt{(R^2 + Z_C^2) \frac{1}{Z_L^2} - 2Z_C \frac{1}{Z_L} + 1}}, U_L \text{ phụ thuộc } 1/Z_L \text{ theo kiểu}$$

hàm tam thức bậc 2 nên:  $\frac{1}{Z_{L0}} = \frac{\frac{1}{Z_{L1}} + \frac{1}{Z_{L2}}}{2} = \frac{Z_C}{R^2 + Z_C^2}$

$$\Rightarrow \frac{50}{R^2 + 50^2} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{100} + \frac{1}{300} \right) \Rightarrow R = 50\sqrt{2} (\Omega) \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Ví dụ 3:** (ĐH – 2011) Đặt điện áp xoay chiều  $u = U_0 \cos \omega t$  ( $U_0$  không đổi và  $\omega$  thay đổi được) vào hai đầu đoạn mạch gồm điện trở thuần R, cuộn cảm thuần có độ tự cảm L và tụ điện có điện dung C mắc nối tiếp, với  $CR^2 < 2L$ . Khi  $\omega = \omega_1$  hoặc  $\omega = \omega_2$  thì điện áp hiệu dụng giữa hai bản tụ điện có cùng một giá trị. Khi  $\omega = \omega_0$  thì điện áp hiệu dụng giữa hai bản tụ điện đạt cực đại. Hệ thức liên hệ giữa  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  và  $\omega_0$  là

A.  $\omega_0 = \frac{1}{2}(\omega_1 + \omega_2)$ .

B.  $\omega_0^2 = \frac{1}{2}(\omega_1^2 + \omega_2^2)$ .

C.  $\omega_0 = \sqrt{\omega_1 \omega_2}$ .

D.  $\frac{1}{\omega_0^2} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\omega_1^2} + \frac{1}{\omega_2^2} \right)$ .

### Hướng dẫn

$$U_C = I \cdot Z_C = \frac{U \frac{1}{\omega C}}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} = \frac{U}{\sqrt{L^2 C^2 \omega^4 - 2\left(\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}\right) C^2 \omega^2 + 1}}, U_C \text{ phụ thuộc } \omega^2 \text{ theo kiểu hàm}$$

tam thức bậc 2 nên:  $\omega_0^2 = \frac{\omega_1^2 + \omega_2^2}{2} \Rightarrow$  Chọn B.

**Ví dụ 4:** Một mạch điện xoay chiều nối tiếp gồm cuộn cảm và tụ điện có điện dung C thay đổi.

Dùng vôn kế có điện trở rất lớn mắc vào hai đầu tụ điện. Thay đổi C người ta thấy khi  $C = 40 \mu F$  và  $C = 20 \mu F$  thì vôn kế chỉ cùng trị số. Tìm C để vôn kế chỉ giá trị cực đại.

- A.  $20 \mu F$ .      B.  $10 \mu F$ .      C.  $30 \mu F$ .      D.  $60 \mu F$ .

### Hướng dẫn

$$U_C = \frac{U Z_C}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U}{\sqrt{(R^2 + Z_L^2) \frac{1}{Z_C^2} - 2Z_L \frac{1}{Z_C} + 1}}, U_C \text{ phụ thuộc } 1/Z_C \text{ theo kiểu hàm tam thức}$$

$$\text{bậc 2 nên: } \frac{1}{Z_{C0}} = \frac{\frac{1}{Z_{C1}} + \frac{1}{Z_{C2}}}{2} = \frac{Z_L}{R^2 + Z_L^2}$$

$$\Rightarrow C = \frac{C_1 + C_2}{2} = 30 (\mu F) \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Ví dụ 5:** Đặt một điện áp xoay chiều  $u = U_0 \cos(100\pi t)$  V vào đoạn mạch RLC có  $R = 100\sqrt{2} \Omega$ , cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L < 1,5\pi H$  và tụ điện có điện dung C thay đổi được. Khi điện dung tụ điện lần lượt là  $C_1 = 25/\pi (\mu F)$  và  $C_2 = 125/(3\pi) (\mu F)$  thì điện áp hiệu dụng trên tụ có cùng giá trị. Để điện áp hiệu dụng trên điện trở R đạt cực đại thì giá trị của C là

- A.  $50/\pi (\mu F)$ .      B.  $200/(3\pi) (\mu F)$ .      C.  $20/\pi (\mu F)$ .      D.  $100/\pi (\mu F)$ .

### Hướng dẫn

$$Z_{C1} = \frac{1}{\omega C_1} = 400 (\Omega); Z_{C2} = \frac{1}{\omega C_2} = 240 (\Omega)$$

$$* U_C = I Z_C = \frac{U Z_C}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U}{\sqrt{(R^2 + Z_L^2) \frac{1}{Z_C^2} - 2Z_L \frac{1}{Z_C} + 1}}, U_C \text{ phụ thuộc } 1/Z_C \text{ theo kiểu hàm tam}$$

$$\text{thức bậc 2 nên: } \frac{1}{Z_{C0}} = \frac{\frac{1}{Z_{C1}} + \frac{1}{Z_{C2}}}{2} = \frac{Z_L}{R^2 + Z_L^2}.$$

$$\Rightarrow \frac{Z_L}{R^2 + Z_L^2} = \frac{1}{300} \Rightarrow Z_L = 100(\Omega)$$

$$U_{R\max} \Leftrightarrow Z_C = Z_L = 100 \Rightarrow C = \frac{1}{\omega Z_C} = \frac{100}{\pi} (\mu F) \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Chú ý:**

1) Khi  $C$  thay đổi để so sánh các giá trị  $U_C$  có thể dùng đồ thị

$$U_C = \frac{U}{\sqrt{(R^2 + Z_L^2) \frac{1}{Z_C^2} - 2Z_L \frac{1}{Z_C} + 1}} \text{ theo } x = Z_C^{-1}$$

Dựa vào đồ thị ta sẽ thấy:

\*  $x$  càng gần  $x_0 = Z_{C0}^{-1}$  thì  $U_C$  càng lớn, càng xa thì càng bé

$$\left( Z_{\infty} = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L} \right);$$

$$* U_{C1} = U_{C2} = U \text{ thì } x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$\begin{cases} x_3 \in (x_1; x_2) \Rightarrow U_{C3} > U_C \\ x_3 \notin [x_1; x_2] \Rightarrow U_{C3} < U_C \end{cases}$$

2) Để so sánh  $U_{C3}$  và  $U_{C4}$  ta có thể dùng phương pháp “giăng dây” như sau: Từ  $U_{C3}$  kẻ đường song song với trực hoành nếu  $U_{C4}$  trên dây thì  $U_{C4} > U_{C3}$  và nếu dưới dây thì  $U_{C4} < U_{C3}$ .

3) Để tìm  $U_C$  lớn nhất trong số các giá trị đã cho, ta chỉ cần so sánh hai giá trị gần đỉnh nhất bằng phương pháp “giăng dây”.

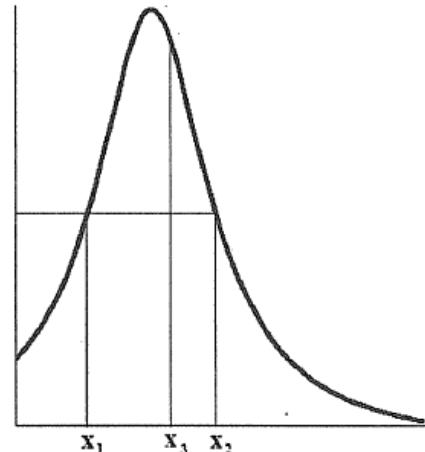
**Ví dụ 6:** Đặt điện áp xoay chiều vào hai đầu đoạn mạch nối tiếp gồm điện trở, cuộn cảm thuận và tụ điện có dung kháng  $Z_C$  thay đổi. Gọi  $U_{C\max}$  là giá trị cực đại của điện áp hiệu dụng trên tụ. Điều chỉnh  $Z_C$  lần lượt bằng  $50 \Omega$ ,  $150 \Omega$  và  $100 \Omega$  thì điện áp hiệu dụng trên tụ lần lượt bằng  $U_{C1}$ ,  $U_{C2}$  và  $U_{C3}$ . Nếu  $U_{C1} = U_{C2} = a$  thì

- A.  $U_{C3} = U_{C\max}$ .      B.  $U_{C3} > a$ .      C.  $U_{C3} < a$ .      D.  $U_{C3} = 0,5U_{C\max}$ .

### Hướng dẫn

Ta tính:

$$x_1 = Z_{C1}^{-1} = 50^{-1} = 0,02; \quad x_2 = Z_{C2}^{-1} = 150^{-1} = 0,0067; \quad x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2} = 0,0133$$

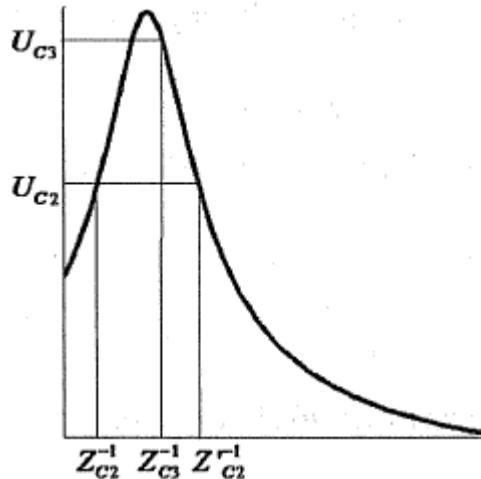


Vì  $x_3 \neq x_0$  nên  $U_{C3} \neq U_{C\max}$ . Vì  $x_3$  nằm trong  $(x_1; x_2)$  nên  $U_{C3} > U_{C2} \Rightarrow$  Chọn B.

**Ví dụ 7:** Đặt điện áp xoay chiều  $220 \text{ V} - 50 \text{ Hz}$  vào hai đầu đoạn mạch nối tiếp gồm điện trở  $50 \Omega$ , cuộn cảm thuận có cảm kháng  $100 \Omega$  và tụ điện có dung kháng  $Z_C$  thay đổi. Điều chỉnh  $Z_C$  lần lượt bằng  $50 \Omega, 100 \Omega, 150 \Omega$  và  $200 \Omega$  thì điện áp hiệu dụng trên tụ lần lượt bằng  $U_{C1}, U_{C2}, U_{C3}$  và  $U_{C4}$ . Trong số các điện áp hiệu dụng nói trên giá trị lớn nhất là

- A.  $U_{C1}$ .      B.  $U_{C2}$ .      C.  $U_{C3}$ .      D.  $U_{C4}$ .

*Hướng dẫn*



$$x_0 = Z_{C0}^{-1} = \frac{Z_L}{R^2 + Z_L^2} \approx 0,008 \begin{cases} x_1 = Z_{C1}^{-1} = 50^{-1} = 0,02 \\ x_2 = Z_{C2}^{-1} = 100^{-1} = 0,01 \\ x_3 = Z_{C3}^{-1} = 150^{-1} = 0,0067 \\ x_4 = Z_{C4}^{-1} = 200^{-1} = 0,005 \end{cases}$$

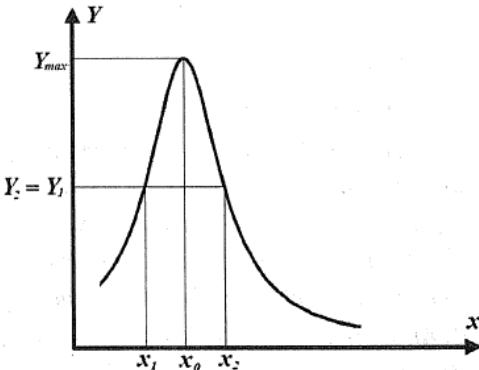
Ta nhận thấy, càng gần đỉnh  $U_C$  càng lớn. Vì  $x_2$  và  $x_3$  gần đỉnh hơn nên chỉ cần so sánh  $U_{C2}$  và  $U_{C3}$ . Từ  $U_{C2}$  kẻ đường song song với trục hoành, cắt đồ thị tại điểm thứ hai có hoành độ  $x'_2$  được xác định:  $x'_0 = \frac{x_2 + x'_2}{2} \Rightarrow x'_2 = 0,006$

Vì  $x_3$  nằm trong  $(x_2; x'_2)$  nên  $U_{C3}$  lớn hơn  $\Rightarrow$  Chọn C.

**Chú ý:**

$$\begin{cases} x_0^2 = x_1 x_2 \text{ (Hàm kiếp phân thức)} \\ x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2} \text{ (Hàm kiếp tam thức)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_3 \notin [x_1; x_2] \Rightarrow Y_3 < Y_1 = Y_2 \\ x_2 \in (x_1; x_2) \Rightarrow Y_3 > Y_1 = Y_2 \end{cases}$$



**Ví dụ 8:** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2} \cos 2\pi f t$  (V) (U không đổi, f thay đổi được) vào hai đầu đoạn mạch AB nối tiếp gồm điện trở R, cuộn dây thuần cảm L và tụ điện có điện dung C. Khi  $f = f_0$  thì hệ số công suất của mạch AB bằng 1. Khi  $f = f_0 - 40$  Hz và  $f = f_0 + 60$  Hz thì hệ số công suất của mạch AB lần lượt bằng  $k_1$  và  $k_2$ . Chọn phương án đúng.

- A.  $k_1 > k_2$ .      B.  $k_1 < k_2$ .  
 C.  $k_1 = k_2$ .      D. Chưa thể kết luận vì còn phục thuộc  $f_0$ .

### Hướng dẫn

Tù  $k = \cos \varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$  là hàm kiếp phân thức đối với biến  $x = f$  nên nếu  $k_1 = k_2$  thì  $f_0^2 = (f_0 - 40)(f_0 + 60) \Rightarrow f_0 = 120$

Vậy, nếu  $f_0 = 120$  Hz thì  $k_1 = k_2$ ; nếu  $f_0 > 120$  Hz thì  $k_1 > k_2$ ; nếu  $40 \text{ Hz} < f_0 < 120 \text{ Hz}$  thì  $k_1 < k_2 \Rightarrow$  Chọn D.

**Chú ý:** Một số bài toán kết hợp điều kiện cực đại và độ lệch pha.

**Ví dụ 9:** Đặt điện xoay chiều vào hai đầu đoạn mạch AB nối tiếp gồm điện trở R, cuộn dây cảm thuần L và tụ điện có điện dung C thay đổi được. Khi  $C = C_1$  thì dòng điện trễ pha  $\pi/4$  so với điện áp hai đầu đoạn mạch. Khi  $C = C_1/6,25$  thì điện áp hiệu dụng giữa hai tụ cực đại. Tính hệ số công suất mạch AB khi đó.

- A. 0,6.      B. 0,7.      C. 0,8.      D. 0,9.

### Hướng dẫn

$$* C = C_1 \Rightarrow \tan \varphi_1 = \frac{Z_L - Z_{C1}}{R} = \tan \frac{\pi}{4} \Rightarrow R = Z_L - Z_{C1}$$

$$* C = \frac{C_1}{6,25} \Rightarrow Z_{C2} = 6,25 Z_{C1}; U_{C_{max}} \Leftrightarrow Z_{C2} = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L} \Rightarrow 6,25 Z_{C1} = \frac{(Z_L - Z_{C1})^2 + Z_L^2}{Z_L}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} Z_{C1} = 8Z_L \\ Z_{C1} = \frac{Z_L}{4} \Rightarrow R = \frac{3Z_L}{4}; Z_{C2} = \frac{25Z_L}{16} \end{cases}$$

$$\cos\varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_{C2})^2}} = \frac{\frac{3Z_L}{4}}{\sqrt{\left(\frac{3Z_L}{4}\right)^2 + \left(Z_L - \frac{25Z_L}{16}\right)^2}} = 0,8 \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Ví dụ 10:** Đặt điện áp xoay chiều vào hai đầu đoạn mạch AB nối tiếp gồm điện trở R, cuộn dây cảm thuần  $L = 2/\pi$  H và tụ điện có điện dung C thay đổi được. Khi  $C = C_1 = 0,1/\pi$  mF thì dòng điện trễ pha  $\pi/4$  so với điện áp hai đầu đoạn mạch. Khi  $C = C_1/2,5$  thì điện áp hiệu dụng giữa hai tụ cực đại. Tính tần số góc của dòng điện.

- A.  $200\pi$  rad/s.      B.  $50\pi$  rad/s.      C.  $100\pi$  rad/s.      D.  $10\pi$  rad/s.

### Hướng dẫn

$$* C = C_1 \Rightarrow \tan\varphi_1 = \frac{Z_L - Z_{C1}}{R} = \tan\frac{\pi}{4} \Rightarrow R = Z_L - Z_{C1}$$

$$* C = \frac{C_1}{2,5} \Rightarrow Z_{C2} = 2,5Z_{C1}$$

$$U_{C_{max}} \Leftrightarrow Z_{C2} = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L} \Rightarrow 2,5Z_{C1} = \frac{(Z_L - Z_{C1})^2 + Z_L^2}{Z_L}$$

$$\Rightarrow \frac{Z_L}{Z_{C1}} = 2 \Rightarrow \omega^2 LC_1 = 2 \Rightarrow \omega^2 \frac{2 \cdot 10^{-4}}{\pi \cdot \pi} = 2 \Rightarrow \omega = 100\pi \text{ (rad/s)} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

### Chú ý:

1) Chúng ta nhớ lại các công thức giải nhanh sau đây (trường hợp U không đổi).:

♣ Khi R thay đổi hai giá trị  $R_1$  và  $R_2$  mà có cùng P thì  $P_{max}$  khi:  $R_0 = \sqrt{R_1 R_2}$ .

♣ Khi L thay đổi hai giá trị  $L_1$  và  $L_2$  mà

\* có cùng I,  $U_C$ ,  $U_R$ , P thì  $I_{max}, U_{Cmax}, U_{Rmax}, P_{max}$  khi:  $L_0 = \frac{L_1 + L_2}{2}$

\* có cùng  $U_L$  thì  $U_{Lmax}$  khi:  $L_0 = \frac{2L_1 L_2}{L_1 + L_2}$ .

♣ Khi C thay đổi hai giá trị  $C_1$  và  $C_2$  mà

\*có cùng  $I, U_L, U_R, P$  thì  $I_{\max}, U_{L\max}, U_{R\max}, P_{\max}$  khi:  $C_0 = \frac{2C_1 C_2}{C_1 + C_2}$ .

\*có cùng  $U_C$  thì  $U_{C\max}$  khi:  $C_0 = \frac{C_1 + C_2}{2}$ .

♣ Khi  $\omega$  thay đổi hai giá trị  $\omega_1$  và  $\omega_2$  mà

\*có cùng  $I, U_R, P$  thì  $I_{\max}, U_{R\max}, P_{\max}$  khi:  $\omega_0 = \sqrt{\omega_1 \omega_2}..$

\*có cùng  $U_C$  thì  $U_{C\max}$  khi:  $\omega_0^2 = \frac{\omega_1^2 + \omega_2^2}{2}$ .

\*có cùng  $U_L$  thì  $U_{L\max}$  khi:  $\omega_0^{-2} = \frac{\omega_1^{-2} + \omega_2^{-2}}{2}$

2) Trường hợp  $U$  phụ thuộc tần số thì mọi vấn đề sẽ “thay đổi”, ta sẽ thấy ở các ví dụ sau đây.

**Ví dụ 11:** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2} \cos 2\pi f t$  ( $f$  thay đổi được và  $U$  tỉ lệ với  $f$ ) vào hai đầu đoạn mạch RLC nối tiếp. Khi  $f = f_1$  hoặc  $f = 4f_1$  thì mạch tiêu thụ cùng công suất. Khi  $f = 150$  Hz thì công suất của mạch là cực đại. Giá trị của  $f_1$  **gần giá trị nào nhất** sau đây?

- A. 74 Hz.      B. 60 Hz.      C. 51 Hz.      D. 109 Hz.

### Hướng dẫn

Công suất mạch tiêu thụ (với  $U = k\omega$ ):

$$P = I^2 R = \frac{k\omega^2 R}{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} = \frac{kR/L^2}{\frac{1}{L^2 C^2} \frac{1}{\omega^4} - 2\left(\frac{L}{C} - \frac{R}{2}\right) \frac{1}{L^2} \frac{1}{\omega^2} + 1}$$

Hàm kiếp tam thức đối với  $1/\omega^2$  nên:

$$\frac{1}{\omega_0^2} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\omega_1^2} + \frac{1}{\omega_2^2} \right) \Leftrightarrow \frac{1}{150^2} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{f_1^2} + \frac{1}{16f_1^2} \right) \Rightarrow f_1 = 109,33 \text{ (Hz)} \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Ví dụ 12:** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2} \cos 2\pi f t$  ( $f$  thay đổi được và  $U$  tỉ lệ với  $f$ ) vào hai đầu đoạn mạch RLC nối tiếp. Khi  $f = f_1$  hoặc  $f = 4f_1$  thì điện áp hiệu dụng trên tụ có cùng giá trị. Khi  $f = 150$  Hz thì điện áp hiệu dụng trên tụ là cực đại. Giá trị của  $f_1$  **gần giá trị nào nhất** sau đây?

- A. 77 Hz.      B. 60 Hz.      C. 51 Hz.      D. 109 Hz.

### Hướng dẫn

Điện áp hiệu dụng trên tụ (với  $U = k\omega$ ):

$$U_C = IZ_C = \frac{UZ_C}{Z} = \frac{k\omega \cdot \frac{1}{\omega C}}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} = \frac{k/C}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

Hàm kiểu phân thức đổi với  $\omega$  nên:

$$\omega_0^2 = \omega_1 \omega_2 \Leftrightarrow 150^2 = f_1 \cdot 4f_1 \Rightarrow f_1 = 75 \text{ (Hz)} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

### Kết quả 2: Quan hệ hai độ lệch pha tại hai trị số của biến với độ lệch pha tại vị trí cực trị

Những bài toán lẻ tẻ đã được nhiều tác giả nghiên cứu từ lâu, nhưng đến cuối năm 2014 thầy **Hoàng Đình Tùng** mới nghiên cứu một cách có hệ thống. Dựa trên kết quả nghiên cứu đó tôi sẽ phát triển và mở rộng thêm thành kết quả đẹp hơn.

**Bài toán tổng quát:** Biến số  $x$  ( $R, L, C, \omega$ ) thay đổi đến giá trị  $x_1 (R_1, L_1, C_1, \omega_1)$  để độ lệch pha  $u$  so với  $i$  là  $\varphi_1$  và thay đổi đến giá trị  $x_2 (R_2, L_2, C_2, \omega_2)$  để độ lệch pha  $u$  so với  $i$  là  $\varphi_2$  thì  $(Z, I, P, U_R, U_L, U_C, U_{RC}, U_{LC})$  có cùng giá trị. Biến số  $x$  ( $R, L, C, \omega$ ) thay đổi đến giá trị  $x_0 (R_0, L_0, C_0, \omega_0)$  để độ lệch pha  $u$  so với  $i$  là  $\varphi_0$  thì  $(Z, I, P, U_R, U_L, U_C, U_{RC}, U_{LC})$  đạt cực trị. Hãy tìm mối quan hệ giữa  $\varphi_1, \varphi_2$  và  $\varphi_0$ .

♣ Khi  $\omega \in U_L \cap U_R \cap U_C \cap U_{RC}$  thì *không có mối liên hệ tổng quát* để tìm mối liên hệ có thể dùng *phương pháp chuẩn hóa số liệu*.

♣ Khi  $R \in P$  thì  $|\varphi_1 + \varphi_2| = 2|\varphi_0| = \frac{\pi}{2}$  (xem chứng minh ở phần R thay đổi liên quan đến P).

♣ Khi  $\begin{cases} L \in U_L \cap U_R \\ C \in U_C \cap U_{RC} \end{cases}$  thì  $\varphi_0 = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}$  (xem chứng minh ở phần L, C thay đổi liên quan đến điện áp hiệu dụng).

♣ Tất cả các trường hợp còn lại thì  $|\varphi_1 + \varphi_2 - \varphi_0| = 0$  (xem chứng minh ở phần R, L, C,  $\omega$  thay đổi).

**Ví dụ 1:** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2} \cos \omega t (V)$  ( $U$  và  $\omega$  không đổi) vào hai đầu đoạn mạch AB nối tiếp theo thứ tự gồm cuộn dây cảm thuần  $L$ , biến trở  $R$  và tụ điện có điện dung  $C$ . Khi  $R = R_1$  thì dòng điện trễ pha một góc  $\alpha$  ( $\alpha > 0$ ) so với điện áp hai đầu đoạn mạch và công suất mạch tiêu thụ là  $P_1$ . Khi  $R = R_2$  thì dòng điện trễ pha  $2\alpha$  so với điện áp hai đầu đoạn mạch và công suất tiêu thụ là  $P_2$ . Khi  $R = R_0$  thì dòng điện trễ pha  $\varphi_0$  so với điện áp hai đầu đoạn mạch và công suất mạch tiêu thụ là cực đại. Nếu  $P_1 = P_2$  thì

- A.  $\alpha = \pi/3$ .      B.  $\alpha = \pi/6$ .      C.  $\varphi_0 = \pi/4$ .      D.  $\varphi_0 = \pi/12$ .

### Hướng dẫn

Vì i trễ hơn u nên  $\varphi > 0$ .

Hai giá trị  $R_1$  và  $R_2$  có cùng  $P_1 = P_2$  nên  $|φ_1 + φ_2| = 2|φ_0| = \frac{π}{2}$

$$⇒ α + 2α = 2φ_0 = \frac{π}{2} ⇒ \begin{cases} α = \frac{π}{6} \\ φ_0 = \frac{π}{4} \end{cases} ⇒ \text{Chọn B, C.}$$

**Ví dụ 2:** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2} \cos ωt (V)$  (U và ω không đổi) vào hai đầu đoạn mạch AB nối tiếp theo thứ tự gồm cuộn dây thuần cảm L, biến trở R và tụ điện có điện dung C thay đổi được. Khi  $C = C_1$  thì độ lệch pha của u so với i là  $φ_1$  và điện áp hiệu dụng trên tụ là  $U_{C1}$ . Khi  $C = C_2$  thì độ lệch pha của u so với i là  $φ_2$  và điện áp hiệu dụng trên tụ là  $U_{C2}$ . Khi  $C = C_0$  thì độ lệch pha của u so với i là  $φ_0$  và điện áp hiệu dụng trên tụ là cực đại. Nếu  $U_{C1} = U_{C2}$ ,  $φ_2 = π/4$  và  $φ_0 = -π/6$  thì

- A.  $φ_1 = -π/3$ .      B.  $φ_1 = -π/6$ .      C.  $φ_1 = -π/4$ .      D.  $φ_1 = -π/12$ .

### Hướng dẫn

Hai giá trị  $C_1$  và  $C_2$  có cùng  $U_{C1} = U_{C2}$  nên  $φ_1 + φ_2 = 2φ_0 ⇔ φ_1 - \frac{π}{4} = 2 \frac{-π}{6}$

$$⇒ φ_1 = \frac{-π}{12} ⇒ \text{Chọn D.}$$

**Ví dụ 3:** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2} \cos ωt (V)$  (U và ω không đổi) vào hai đầu đoạn mạch AB nối tiếp theo thứ tự gồm cuộn dây thuần cảm L, biến trở R và tụ điện có điện dung C thay đổi được. Khi  $C = C_1$  thì độ lệch pha của u so với i là  $φ_1$  và điện áp hiệu dụng trên đoạn RC là  $U_{RC1}$ . Khi  $C = C_2$  thì độ lệch pha của u so với i là  $φ_2$  và điện áp hiệu dụng trên đoạn RC là  $U_{RC2}$ . Khi  $C = C_0$  thì độ lệch pha của u so với i là  $φ_0$  và điện áp hiệu dụng trên đoạn RC là cực đại. Nếu  $U_{RC1} = U_{RC2}$ ,  $φ_1 = -π/4$  và  $φ_2 = -π/6$  thì

- A.  $φ_0 = -5π/12$  rad.      B.  $φ_0 = -π/6$  rad.      C.  $φ_0 = -5π/24$  rad.      D.  $φ_0 = -π/12$  rad.

### Hướng dẫn

Hai giá trị  $C_1$  và  $C_2$  có cùng  $U_{RC1} = U_{RC2}$  nên  $φ_1 + φ_2 = 2φ_0$

$$⇒ \frac{-π}{4} - \frac{π}{6} = 2φ_0 ⇒ φ_0 = \frac{-5π}{24} ⇒ \text{Chọn C.}$$

**Ví dụ 4:** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U\sqrt{2} \cos ωt (V)$  (U và f không đổi) vào đoạn mạch AB nối tiếp theo thứ tự gồm đoạn AM chứa cuộn cảm thuần có độ tự cảm L thay đổi được, đoạn MN chứa điện trở thuần R và đoạn NB chứa tụ điện có điện dung C. Khi  $L = L_1$  và  $L = L_2$  thì điện áp hiệu dụng trên L có cùng giá trị; độ lệch pha của u so với i lần lượt là 0,53 rad và 1,06 rad. Khi  $L = L_0$  thì

$U_{L_{\max}}$  lúc này độ lệch pha của  $u$  so với  $i$  là  $\varphi_0$  và độ lệch pha của  $u_{AN}$  so với  $i$  là  $\varphi_{AN}$ . Chọn các phương án đúng.

- A.  $\varphi_0 = 0,795 \text{ rad.}$     B.  $\varphi_0 = 1,11 \text{ rad.}$     C.  $\varphi_{AN} = 0,795 \text{ rad.}$     D.  $\varphi_{AN} = 1,11 \text{ rad.}$

### Hướng dẫn

Hai giá trị  $L_1$  và  $L_2$  có cùng  $U_{L1} = U_{L2}$  nên  $\varphi_1 + \varphi_2 = 2\varphi_0$

$$\Leftrightarrow \varphi_0 = \frac{0,53+1,06}{2} = 0,795$$

Khi  $U_{L_{\max}}$  thì  $u$  sớm pha hơn  $u_{RC}$  là  $\pi/2$ , tức là  $\varphi_0 - \varphi_{RC} = \pi/2$

$$\Rightarrow \varphi_{RC} = 0,795 - \pi/2.$$

Trong mọi trường hợp ta luôn có:  $\tan \varphi = \tan \varphi_R + \tan \varphi_C$

$$\Rightarrow \tan 0,795 = \tan \varphi_R + \tan \left( 0,795 - \frac{\pi}{2} \right) \Rightarrow \varphi_{AN} = \varphi_R = 1,11 \text{ (rad)}$$

$\Rightarrow$  Chọn A, D.

**Ví dụ 5:** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U\sqrt{2} \cos 2\pi f t$  (V) (U không đổi còn f thay đổi trong phạm vi từ 0 đến  $\infty$ ) vào đoạn mạch AB nối tiếp theo thứ tự gồm cuộn cảm thuận có độ tự cảm L, điện trở thuận  $R = 200 \Omega$  và tụ điện có điện dung  $C = 200/\pi \mu F$ . Khi f thay đổi người ta nhận thấy có những giá trị  $U_L$  tương ứng với hai giá trị  $f_1$  và  $f_2$  của f. Giá trị L có thể là

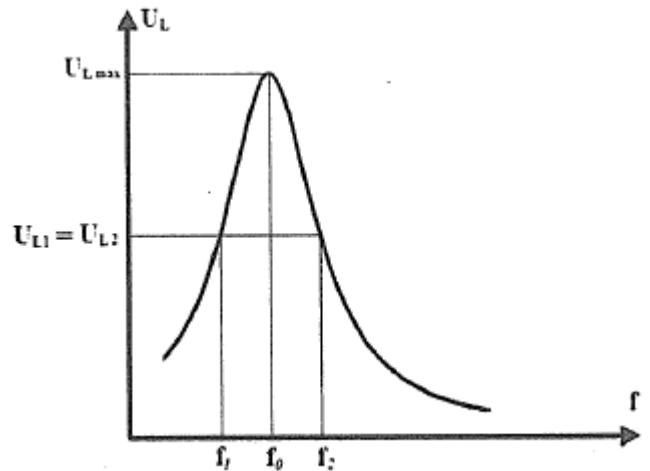
- A.  $3/\pi \text{ H.}$     B.  $2/\pi \text{ H.}$     C.  $1/\pi \text{ H.}$     D.  $5/\pi \text{ H.}$

### Hướng dẫn

Vì có những giá trị  $U_L$  tương ứng với hai giá trị  $f_1$  và  $f_2$  của f nên tồn tại  $U_{L_{\max}}$  và đồ thị có dạng như hình vẽ:

$$U_L = IZ_L = \frac{U\omega L}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

$$= \frac{U}{\sqrt{\frac{1}{L^2 C^2} \frac{1}{\omega^4} - 2\left(\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}\right)\frac{1}{L^2} \frac{1}{\omega^2} + 1}} = \max$$



$$\Leftrightarrow x = -\frac{b}{2a} \Leftrightarrow \frac{1}{\omega^2} = \frac{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}}{\frac{1}{C^2}} = C^2 \left( \frac{L}{C} - \frac{R^2}{2} \right) > 0 \Rightarrow L = \frac{R^2 C}{2} = \frac{4}{\pi} (H) \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

### BÀI TẬP VẬN DỤNG

**Câu 1.** Đoạn mạch xoay chiều AB theo đúng thứ tự gồm: điện trở thuần R, cuộn cảm thuần L và tụ điện C nối tiếp, với  $CR^2 < 2L$ . Đặt vào hai đầu đoạn mạch một điện áp xoay chiều có biểu thức  $u = U\sqrt{2} \cos \omega t$ , trong đó U không đổi và  $\omega$  thay đổi được. Điều chỉnh giá trị của  $\omega$  để điện áp hiệu dụng giữa hai bản tụ đạt cực đại. Khi đó  $U_{C_{max}} = 1,25U$ . Hệ số công suất đoạn mạch AB khi đó là

- A.  $2/\sqrt{7}$ .      B.  $\sqrt{3}/2$ .      C.  $\sqrt{5/6}$ .      D.  $1/3$ .

**Câu 2.** Đoạn mạch xoay chiều AB theo đúng thứ tự gồm: điện trở thuần R, cuộn cảm thuần L và tụ điện C nối tiếp, với  $CR^2 < 2L$ . Đặt vào hai đầu đoạn mạch một điện áp xoay chiều có biểu thức  $u = U\sqrt{2} \cos \omega t$ , trong đó U không đổi và  $\omega$  thay đổi được. Gọi M là điểm nối giữa L và C. Điều chỉnh giá trị của  $\omega$  để điện áp hiệu dụng giữa hai bản tụ đạt cực đại. Khi đó  $U_{C_{max}} = 1,25U$ . Hệ số công suất đoạn mạch AM khi đó là

- A.  $2/\sqrt{7}$ .      B.  $1/\sqrt{3}$ .      C.  $\sqrt{5/6}$ .      D.  $1/3$ .

**Câu 3.** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U\sqrt{2} \cos \omega t$ , (U không đổi còn  $\omega$  thay đổi được) vào mạch nối tiếp RLC với cuộn dây thuần cảm và  $CR^2 < 2L$ . Điều chỉnh giá trị của  $\omega$  để  $U_{C_{max}}$  khi đó  $U_{C_{max}} = 250$  V và  $U_R = 50\sqrt{21}$  V. Tính U.

- A. 200 V.      B. 150 V.      C.  $100\sqrt{2}$  V.      D.  $24\sqrt{10}$  V.

**Câu 4.** Đặt điện áp xoay chiều  $u = 100\sqrt{2} \cos 2\pi f t$  (f thay đổi được) vào đoạn mạch AB nối tiếp theo thứ tự gồm đoạn AM chứa cuộn cảm thuần L, đoạn MN chứa điện trở thuần R nối tiếp với tụ điện C. Khi  $f = f_1$  thì  $U_{MB}$  đạt giá trị cực đại và giá trị đó bằng  $200/\sqrt{3}$  V thì hệ số công suất của mạch MB gần nhất giá trị nào sau đây?

- A. 0,81.      B. 0,85.      C. 0,92.      D. 0,95.

**Câu 5.** Đoạn mạch AB gồm AM nối tiếp với MB. Đoạn AM gồm điện trở thuần R nối tiếp với cuộn cảm thuần có độ tự cảm L, đoạn MB chỉ có tụ điện có điện dung C với  $CR^2 < 2L$ . Đặt vào AB một điện áp  $u_{AB} = U\sqrt{2} \cos \omega t$ , U ổn định và  $\omega$  thay đổi. Khi  $\omega = \omega_C$  thì điện áp hai đầu tụ C cực đại, khi đó điện áp tức hai đầu đoạn mạch AM và AB lệch pha nhau  $\alpha$ . Giá trị nhỏ nhất của  $\tan \alpha$  là:

- A.  $2\sqrt{2}$ .      B.  $0,5\sqrt{2}$ .      C. 2,5.      D.  $\sqrt{3}$ .

**Câu 6.** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2} \cos 100\pi t$  vào hai đầu đoạn mạch nối tiếp theo đúng thứ tự gồm tụ điện C, điện trở thuần R và cuộn cảm thuần có độ tự cảm L thay đổi được. Điều chỉnh L để  $U_{L_{max}}$  thì hệ số công suất của mạch 0,56. Hệ số công suất của đoạn RL lúc này là

- A. 0,71.      B. 0,62.      C. 0,50.      D. 0,42.

**Câu 7.** Đoạn mạch xoay chiều gồm RLC nối tiếp, cuộn dây thuần cảm với  $CR^2 < 2L$ . Đặt vào hai đầu đoạn mạch một điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng U có tần số f thay đổi. Khi  $f = f_L$  thì  $U_{L_{max}}$  và lúc này  $U_C = U$ . Khi  $f = f_C$  thì  $U_{C_{max}} = 1,5U$ . Khi  $f = f_L$  thì hệ số công suất của mạch AB gần giá trị nào nhất?

- A. 0,6.      B. 0,8.      C. 0,75.      D. 0,96.

**Câu 8.** Đoạn mạch xoay chiều gồm RLC nối tiếp, cuộn dây thuần cảm với  $CR^2 < 2L$ . Đặt vào hai đầu đoạn mạch một điện áp xoay chiều có biểu thức  $u = U\sqrt{2} \cos \omega t$ , trong đó U không đổi và  $\omega$  thay đổi được. Điều chỉnh giá trị của  $\omega$  để điện áp hiệu dụng giữa hai bản tụ đạt cực đại. Khi đó  $U_L = 0,13U_R$ . Hệ số công suất của mạch khi đó là

- A. 0,196.      B. 0,234.      C. 0,71.      D. 0,2516.

**Câu 9.** Đoạn mạch xoay chiều gồm RLC nối tiếp, cuộn dây thuần cảm với  $CR^2 < 2L$ . Đặt vào hai đầu đoạn mạch một điện áp xoay chiều có biểu thức  $u = U\sqrt{2} \cos \omega t$ , trong đó U không đổi và  $\omega$  thay đổi được. Điều chỉnh giá trị của  $\omega$  để điện áp hiệu dụng giữa hai bản tụ đạt cực đại. Khi đó  $U_L = 0,4U_R$ . Hệ số công suất của mạch khi đó là

- A. 0,196.      B. 0,234.      C. 0,625.      D. 0,287.

**Câu 10.** Đoạn mạch xoay chiều gồm RLC nối tiếp, cuộn dây thuần cảm với  $CR^2 < 2L$ . Đặt vào hai đầu đoạn mạch một điện áp xoay chiều có biểu thức  $u = U\sqrt{2} \cos \omega t$ , trong đó U không đổi và  $\omega$  thay đổi được. Điều chỉnh giá trị của  $\omega$  để điện áp hiệu dụng giữa hai bản tụ đạt cực đại. Khi đó  $U_L = 0,1U_R$ . Hệ số công suất của mạch khi đó gần nhất giá trị nào sau đây?

- A. 0,2.      B. 0,3.      C. 0,5.      D. 0,4.

**Câu 11.** Đoạn mạch xoay chiều AB theo đúng thứ tự gồm: điện trở thuần R, cuộn cảm thuần L và tụ điện C nối tiếp, với  $CR^2 < 2L$ . Đặt vào hai đầu đoạn mạch một điện áp xoay chiều có biểu thức  $u = U\sqrt{2} \cos \omega t$ , trong đó U không đổi và  $\omega$  thay đổi được. Gọi M là điểm nối giữa L và C. Điều chỉnh giá trị của  $\omega$  để điện áp hiệu dụng giữa hai bản tụ đạt cực đại. Khi đó  $U_{C_{max}} = 1,25U$ . Hỏi điện áp hai đầu AB sớm pha hay trễ pha hơn dòng điện bao nhiêu?

- A. sớm hơn  $\pi/3$ .      B. sớm hơn  $\pi/6$ .      C. trễ hơn  $\pi/3$ .      D. trễ hơn  $\pi/6$ .

**Câu 12.** Đoạn mạch xoay chiều AB theo đúng thứ tự gồm: điện trở thuần R, cuộn cảm thuần L và tụ điện C nối tiếp, với  $CR^2 < 2L$ . Đặt vào hai đầu đoạn mạch một điện áp xoay chiều có biểu thức  $u = U\sqrt{2} \cos \omega t$ , trong đó U không đổi và  $\omega$  thay đổi được. Gọi M là điểm nối giữa L và C. Điều

chỉnh giá trị của  $\omega$  để điện áp hiệu dụng giữa hai bản tụ đạt cực đại. Khi đó  $U_{C_{\max}} = 41U/40$ . Tính hệ số công suất lúc này.

- A. 0,4.      B. 0,3.      C. 0,5.      D. 0,6.

**Câu 13.** Đoạn mạch xoay chiều gồm RLC nối tiếp, cuộn dây thuần cảm với  $CR^2 < 2L$ . Đặt vào hai đầu đoạn mạch một điện áp xoay chiều có biểu thức  $u = U\sqrt{2}\cos\omega t$ , trong đó  $U$  không đổi và  $\omega$  thay đổi được. Điều chỉnh giá trị của  $\omega$  để điện áp hiệu dụng giữa hai bản tụ đạt cực đại. Khi đó  $U_C = 8U/15$ . Hệ số công suất của mạch khi đó gần nhất giá trị nào sau đây?

- A. 0,27.                  B. 0,8.                  C. 0,6.                  D. 0,49.

**Câu 14.** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U\sqrt{2} \cos \omega t$ , (trong đó  $U$  không đổi và  $\omega$  thay đổi được) vào đoạn mạch RLC nối tiếp, cuộn dây thuận cảm với  $L = xCR^2$  ( $x > 0,5$ ). Điều chỉnh giá trị của  $\omega$  để điện áp hiệu dụng giữa hai đầu cuộn cảm đạt cực đại. Khi đó, dòng điện trong mạch trễ pha hơn  $u$  là  $\varphi$  với  $\tan \varphi = 0,5$ . Tìm  $x$ .

- A. 1.                    B. 1.5.                    C. 2.                    D. 2.5.

**Câu 15.** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U\sqrt{2} \cos 2\pi f t$ , ( $U$  không đổi còn  $f$  thay đổi được) vào mạch nối tiếp RLC với cuộn dây thuần cảm và  $CR^2 < 2L$ . Khi  $f = f_1$  thì  $U_{C_{max}}$  và mạch tiêu thụ công suất bằng 0,75 công suất cực đại. Khi  $f = f_1 + 100$  Hz thì  $U_{I_{max}}$ . Tính  $f_1$ .

- A. 125 Hz.      B.  $75\sqrt{5}$  Hz.      C. 150 Hz.      D.  $75\sqrt{2}$  Hz.

**Câu 16.** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U\sqrt{2} \cos 2\pi t$ , ( $U$  không đổi còn  $f$  thay đổi được) vào mạch nối tiếp RLC với cuộn dây thuần cảm và  $CR^2 < 2L$ . Khi  $f = f_C$  thì  $U_{C_{max}}$ . Khi  $f = f_R$  thì  $U_{R_{max}}$ . Biết  $f_P = 1,225 f_C$ . Tìm hệ số công suất của mạch khi  $f = f_C$ .

- A. 0.763.      B. 0.707.      C. 0.866.      D. 0.894.

**Câu 17.** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U\sqrt{2} \cos 2\pi t$ , ( $U$  không đổi còn  $f$  thay đổi được) vào mạch nối tiếp RLC với cuộn dây thuần cảm và  $CR^2 < 2L$ . Khi  $f = f_C$  thì  $U_{C_{max}}$ . Khi  $f = f_R$  thì  $U_{R_{max}}$  với  $f_R = x f_C$ . Biết hệ số công suất của mạch khi  $f = f_C$  là 0,891. Giá trị  $x$  gần gt nào nhất sau đây?

- A. 1,23.      B. 1,707.      C. 1,866.      D. 1,225.

**Câu 18.** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U\sqrt{2} \cos 2\pi t$ , ( $U$  không đổi còn  $f$  thay đổi được) vào mạch nối tiếp RLC với cuộn dây thuần cảm và  $CR^2 < 2L$ . Khi  $f = f_C$  thì  $U_{C_{max}}$ . Khi  $f = f_L$  thì  $U_{L_{max}}$ . Biết  $f_r = 1,5f_C$ . Tìm hệ số công suất của mạch khi  $f = f_C$ .

- A. 0.763.      B. 0.707.      C. 0.866.      D. 0.894.

**Câu 19.** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U\sqrt{2} \cos 2\pi f t$ , ( $U$  không đổi còn  $f$  thay đổi được) vào mạch nối tiếp RLC với cuộn dây thuận cảm và  $CR^2 < 2L$ . Khi  $f = f_C$  thì  $U_{C_{max}}$ . Khi  $f = f_L$  thì  $U_{L_{max}}$ . Biết  $f_L = 2,5f_C$ . Tìm hệ số công suất của mạch khi  $f = f_C$ .

- A. 0,76.      B. 0,707.      C. 0,866.      D. 0,894.

**Câu 20.** Đặt điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng  $U$  không đổi, tần số  $f$  thay đổi được vào 2 đầu đoạn mạch gồm điện trở thuần, cuộn cảm thuần và tụ điện mắc nối tiếp. Khi  $f = f_0$  Hz thì điện áp hiệu dụng hai đầu tụ điện  $U_C = U$ . Khi  $f = f_0 + 75$  Hz thì điện áp hiệu dụng hai đầu cuộn cảm  $U_L = U$  và hệ số công suất của toàn mạch lúc này là  $1/\sqrt{3}$ . Hỏi  $f_0$  gần giá trị nào nhất sau đây?

- A. 75 Hz.      B. 16 Hz.      C. 25 Hz.      D. 180 Hz.

**Câu 21.** Đặt điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng  $U$  không đổi, tần số  $f$  thay đổi được vào 2 đầu đoạn mạch gồm điện trở thuần, cuộn cảm thuần và tụ điện mắc nối tiếp. Khi  $f = f_0$  Hz thì điện áp hiệu dụng hai đầu tụ điện  $U_C = U$ . Khi  $f = f_0 + 75$  Hz thì điện áp hiệu dụng hai đầu cuộn cảm  $U_L = U$  và hệ số công suất hiệu dụng hai đầu tụ là  $100\sqrt{2}$  V. Điện áp hiệu dụng hai đầu mạch gần giá trị nào nhất sau đây?

- A. 140 V.      B. 130 V.      C. 100 V.      D. 180 V.

**Câu 22.** Đoạn mạch xoay chiều  $R, L, C$  nối tiếp (cuộn dây thuận cảm), tần số dòng điện thay đổi được. Khi  $f = f_1$  thì điện áp hiệu dụng trên tụ cực đại và bằng  $U_{max}$ . Khi  $f = f_2$  điện áp hiệu dụng trên cuộn cảm cực đại, lúc này điện áp hai đầu tụ là  $2U_{max}/3$ . Hệ số công suất của mạch khi  $f = f_1$  và  $f = f_2$  gần giá trị nào nhất sau đây?

- A. 0,6.      B. 0,8.      C. 0,7.      D. 0,9.

**Câu 23.** Đoạn mạch xoay chiều  $R, L, C$  nối tiếp (cuộn dây thuận cảm), tần số dòng điện thay đổi được. Khi  $f = f_1$  thì điện áp hiệu dụng trên tụ cực đại và bằng  $U_{max}$ . Khi  $f = f_2$  điện áp hiệu dụng trên cuộn cảm cực đại, lúc này điện áp hai đầu tụ là  $xU_{max}$ . Hệ số công suất của mạch khi  $f = f_1$  bằng 0,9. Giá trị của  $x$  gần giá trị nào nhất sau đây?

- A. 0,6.      B. 0,8.      C. 0,7.      D. 0,9.

**Câu 24.** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2} \cos \omega t$  vào hai đầu đoạn mạch RLC nối tiếp (cuộn dây thuận cảm và  $2L/C > R^2$ ), với tần số thay đổi. Khi  $\omega = \omega_C$  thì  $U_{C_{max}}$ . Khi  $\omega = \omega_0$  thì  $U_C = U$ . Chọn hệ thức đúng.

- A.  $\omega_C = \omega_0 / \sqrt{2}$ .      B.  $\omega_C = \omega_0 / \sqrt{3}$ .      C.  $\omega_C = \omega_0 / 2$ .      D.  $\omega_C = \omega_0 \sqrt{2}$ .

**Câu 25.** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2} \cos \omega t$  vào hai đầu đoạn mạch RLC nối tiếp (cuộn dây thuận cảm và  $2L/C > R^2$ ), với tần số thay đổi. Khi  $\omega = \omega_L$  thì  $U_{L_{max}}$ . Khi  $\omega = \omega_0$  thì  $U_L = U$ . Chọn hệ thức đúng.

- A.  $\omega_L = \omega_0 / \sqrt{2}$ .      B.  $\omega_L = \omega_0 / \sqrt{3}$ .      C.  $\omega_L = \omega_0 / 2$ .      D.  $\omega_L = \omega_0 \sqrt{2}$ .

**Câu 26.** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2}\cos\omega t$  vào hai đầu đoạn mạch RLC nối tiếp (cuộn dây thuần cảm và  $2L/C > R^2$ ), với tần số thay đổi. Khi  $\omega$  thay đổi,  $U_{C_{max}} = 4U/\sqrt{7}$ . Khi  $\omega = \omega_1$  hoặc  $\omega = \omega_2$  ( $\omega_1 < \omega_2$ ) thì mạch có cùng hệ số công suất là k. Biết  $3(\omega_1 + \omega_2)^2 = 16\omega_1\omega_2$ . Giá trị k gần nhất giá trị nào sau đây?

- A. 0,5.      B. 0,65.      C. 0,72.      D. 0,96.

**Câu 27.** Đặt điện áp xoay chiều  $u = 45\sqrt{26}\cos\omega t(V)$  với  $\omega$  biến thiên vào hai đoạn mạch RLC nối tiếp với cuộn dây thuần cảm ( $2L > CR^2$ ). Thay đổi  $\omega$  cho đến khi tỉ số  $Z_L/Z_C = 2/11$  thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu tụ C cực đại. Xác định giá trị cực đại đó?

- A. 200 V.      B. 165 V.      C. 172 V.      D. 210 V.

**Câu 28.** Đoạn mạch AB gồm AM nối tiếp với MB. Đoạn AM gồm điện trở thuần R nối tiếp với cuộn cảm thuần có độ tự cảm L, đoạn MB chỉ có tụ điện có điện dung C với  $CR^2 < 2L$ . Đặt vào AB một điện áp  $u_{AB} = U\sqrt{2}\cos\omega t$ , U ổn định và  $\omega$  thay đổi. Khi  $\omega = \omega_C$  thì điện áp hai đầu tụ C cực đại, khi đó điện áp tức thời hai đầu đoạn mạch AM và hai đầu đoạn mạch AB lệch pha so với dòng điện lần lượt là  $\varphi_{RL}$  và  $\varphi$ . Giá trị  $\tan\varphi_{RL}$   $\tan\varphi$  là

- A. -0,5.      B. 2.      C. 1.      D. -1.

**Câu 29.** Đoạn mạch AB gồm AM nối tiếp với MB. Đoạn AM gồm điện trở thuần R nối tiếp với cuộn cảm thuần có độ tự cảm L, đoạn MB chỉ có tụ điện có điện dung C với  $CR^2 < 2L$ . Đặt vào AB một điện áp  $u_{AB} = U\sqrt{2}\cos\omega t$ , U ổn định và  $\omega$  thay đổi. Khi  $\omega = \omega_C$  thì điện áp hai đầu tụ C cực đại, khi đó điện áp tức thời hai đầu đoạn mạch AM và hai đầu đoạn mạch AB lệch pha nhau là  $\alpha$ . Giá trị nhỏ nhất của  $\tan\alpha$  là:

- A.  $2\sqrt{2}$ .      B.  $0,5\sqrt{2}$ .      C. 2,5.      D.  $\sqrt{3}$ .

**Câu 30.** Đoạn mạch AB gồm AM nối tiếp với MB. Đoạn AM gồm điện trở thuần R nối tiếp với cuộn cảm thuần có độ tự cảm L, đoạn MB chỉ có tụ điện có điện dung C với  $CR^2 < 2L$ . Đặt vào AB một điện áp  $u_{AB} = U\sqrt{2}\cos\omega t$ , U ổn định và  $\omega$  thay đổi. Khi  $\omega = \omega_C$  thì điện áp hai đầu tụ C cực đại, khi đó điện áp tức thời hai đầu đoạn mạch AM và hai đầu đoạn mạch AB lệch pha nhau là  $\alpha$ . Giá trị  $\alpha$  không thể là:

- A.  $70^0$ .      B.  $80^0$ .      C.  $90^0$ .      D.  $100^0$ .

**Câu 31.** Đặt điện áp  $u = 200\cos\omega t(V)$  ( $\omega$  thay đổi) vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm điện trở R, tụ điện có điện dung C, cuộn cảm thuần có độ tự cảm L. Khi  $\omega = 2\omega_1$  thì điện áp hiệu dụng trên tụ cực đại và  $\omega = 3\omega_1$  điện áp hiệu dụng trên cuộn cảm có cực đại  $U_{L_{max}}$ . Giá trị của  $U_{L_{max}}$  gần giá trị nào nhất sau đây?

- A. 126 V.      B. 140 V.      C. 190 V.      D. 200 V.

**Câu 32.** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2} \cos 2\pi f t$  (V) (f thay đổi) vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp theo đúng thứ tự gồm điện trở R, tụ điện có điện dung C và cuộn cảm thuần có độ tự cảm L, (với  $2L > R^2 C$ ). M là điểm nối giữa cuộn cảm và tụ điện. Khi  $f = f_0$  thì  $U_C = U$  và lúc này dòng điện trong mạch sớm pha hơn u là  $\alpha$  ( $\tan \alpha = 0,75$ ). Khi  $f = f_0 + 45$  Hz thì  $U_L = U$ . Tìm f để  $U_{AM}$  không thuộc R (nếu R thay đổi).

- A. 50 Hz.      B.  $30\sqrt{5}$  Hz.      C. 75 Hz.      D.  $25\sqrt{5}$  Hz.

**Câu 33.** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2} \cos \omega t$  (V) ( $\omega$  thay đổi) vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm điện trở R, tụ điện có điện dung C, cuộn cảm thuần có độ tự cảm L. Khi  $\omega = 2\omega_1$  thì điện áp hiệu dụng trên tụ cực đại và  $\omega = 3\omega_1$  điện áp hiệu dụng trên cuộn cảm có cực đại  $U_{L_{max}} = 300$  V thì U gần giá trị nào nhất sau đây:

- A. 126 V.      B. 140 V.      C. 190 V.      D. 200 V.

**Câu 34.** Cho mạch điện xoay chiều gồm các phần tử điện trở thuần R, cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm  $L = 6,25/\pi$  (H) và tụ điện có điện dung  $C = 10^{-3}/4,8\pi$  (F). Đặt vào hai đầu đoạn mạch một điện áp xoay chiều có biểu thức  $u = 200\sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi)$  (V) có tần số góc  $\omega$  thay đổi được. Thay đổi  $\omega$ , thấy rằng tồn tại  $\omega_1 = 30\pi$  rad/s hoặc  $\omega_2 = 40\pi$  rad/s thì điện áp hiệu dụng trên cuộn dây có giá trị bằng nhau. Điện áp hiệu dụng cực đại hai đầu cuộn dây có giá trị gần với giá trị nào nhất?

- A. 140 V.      B. 210 V.      C. 207 V.      D. 270 V.

**Câu 35.** Đặt điện áp  $u = 100\sqrt{2} \cos \omega t$  (V) ( $\omega$  thay đổi được) vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm cuộn cảm thuần L, điện trở R và tụ điện C. Khi  $\omega = \omega_1$  thì  $U_L = 100$  V và khi  $\omega = \omega_2 = 10\omega_1/7$  thì  $U_C = 100$  V. Nếu mắc vôn kế có điện trở rất lớn vào hai đầu cuộn cảm thì số chỉ lớn nhất là

- A. 143 V.      B. 200 V.      C. 150 V.      D. 181 V.

**Câu 36.** Đặt điện áp  $u = 100\sqrt{2} \cos \omega t$  (V) ( $\omega$  thay đổi được) vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm cuộn cảm thuần L, điện trở R và tụ điện C. Khi  $\omega = \omega_1$  thì  $U_L = 100$  V và khi  $\omega = \omega_2 = 5\omega_1/3$  thì  $U_C = 100$  V. Nếu mắc vôn kế có điện trở rất lớn vào hai đầu tụ thì số chỉ lớn nhất là

- A. 100 V.      B. 200 V.      C. 150 V.      D. 181 V.

**Câu 37.** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U_0 \cos \omega t$  (V) ( $U_0$  không đổi còn  $\omega$  thay đổi được) vào đoạn mạch AB nối tiếp theo thứ tự gồm đoạn AM chứa cuộn cảm thuần L, đoạn MN chứa điện trở thuần R và đoạn NB chứa tụ điện C. Điều chỉnh  $\omega = \omega_1$  thì  $U_{AN}$  đạt cực đại. Khi  $\omega = \omega_1 - 40$  rad/s thì  $U_{MB}$  đạt cực đại và lúc này hệ số công suất của mạch bằng  $3/\sqrt{10}$ . Chọn phương án đúng.

- A.  $\omega_1 = 60$  rad/s.      B.  $\omega_1 = 76$  rad/s.      C.  $\omega_1 = 80$  rad/s.      D.  $\omega_1 = 120$  rad/s.

**Câu 38.** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U_0 \cos \omega t$  (V) ( $U_0$  không đổi còn  $\omega$  thay đổi được) vào đoạn mạch AB nối tiếp theo thứ tự gồm đoạn AM chứa cuộn cảm thuần L, đoạn MN chứa điện trở thuần

R và đoạn NB chứa tụ điện C. Lần lượt cho  $\omega = \omega_1$  và  $\omega = \omega_1 - 40$  rad/s thì  $U_{AN}$  đạt cực đại  $U_{MB}$  đạt cực đại. Biết khi đó hệ số công suất của mạch khi  $\omega = \omega_1 - 40$  rad/s bằng  $2\sqrt{2}/3$ . Chọn phương án đúng.

- A.  $\omega_1 = 60$  rad/s.      B.  $\omega_1 = 76$  rad/s.      C.  $\omega_1 = 80$  rad/s.      D.  $\omega_1 = 120$  rad/s.

**Câu 39.** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U_0 \cos \omega t$  (V) ( $U_0$  không đổi còn  $\omega$  thay đổi được) vào đoạn mạch AB nối tiếp theo thứ tự gồm đoạn AM chứa cuộn cảm thuần L, đoạn MN chứa điện trở thuần R và đoạn NB chứa tụ điện C với  $3L = 2CR^2$ . Điều chỉnh  $\omega$  để  $U_{AN}$  đạt cực đại, khi đó hệ số công suất của mạch gần giá trị nào nhất sau đây?

- A. 0,75.      B. 0,82.      C. 0,89.      D. 0,96.

**Câu 40.** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U_0 \cos \omega t$  (V) ( $U_0$  không đổi còn  $\omega$  thay đổi được) vào đoạn mạch AB nối tiếp theo thứ tự gồm đoạn AM chứa cuộn cảm thuần L, đoạn MN chứa điện trở thuần R và đoạn NB chứa tụ điện C với  $3L = 2CR^2$ . Điều chỉnh  $\omega$  để  $U_{AN}$  đạt cực đại, khi đó  $U_{MB}$  lệch pha với i một góc  $\alpha$  ( $\tan \alpha = 0,5\sqrt{2}$ ). Lúc này, hệ số công suất của mạch AB gần giá trị nào nhất sau đây?

- A. 0,95.      B. 0,82.      C. 0,89.      D. 0,96.

**Câu 41.** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U_0 \cos \omega t$  (V) ( $U_0$  không đổi còn  $\omega$  thay đổi được) vào đoạn mạch AB nối tiếp theo thứ tự gồm đoạn AM chứa cuộn cảm thuần L, đoạn MN chứa điện trở thuần R và đoạn NB chứa tụ điện C. Điều chỉnh  $\omega$  để  $U_{MB}$  đạt cực đại và hệ số công suất của mạch AB là  $\cos \varphi$ . Giá trị  $\cos \varphi$  không thể bằng giá trị nào sau đây?

- A. 0,93.      B. 0,97.      C. 0,95.      D. 0,98.

**Câu 42.** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U_0 \cos \omega t$  (V) ( $U_0$  không đổi còn  $\omega$  thay đổi được) vào đoạn mạch AB nối tiếp theo thứ tự gồm đoạn AM chứa cuộn cảm thuần L, đoạn MN chứa điện trở thuần R và đoạn NB chứa tụ điện C (với R, L và C khác không và hữu hạn). Công suất tiêu thụ của mạch đạt giá trị cực đại là 81 W. Điều chỉnh  $\omega$  để  $U_{AN}$  đạt cực đại và lúc này công suất của mạch AB là P. Giá trị **không thể** bằng giá trị nào sau đây?

- A. 73 W.      B. 80 W.      C. 70 W.      D. 75 W.

**Câu 43.** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2} \cos 2\pi f t$  (f thay đổi được và U tỉ lệ với f) vào hai đầu đoạn mạch RLC nối tiếp. Khi  $f = f_1$  hoặc  $f = 4f_1$  thì cường độ hiệu dụng qua mạch có cùng giá trị. Khi  $f = 150$  Hz thì cường độ hiệu dụng là cực đại. Giá trị của  $f_1$  **gần giá trị nào nhất** sau đây?

- A. 75 Hz.      B. 60 Hz.      C. 51 Hz.      D. 109 Hz.

**Câu 44.** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U\sqrt{2} \cos \omega t$ , ( $U$  không đổi còn  $\omega$  thay đổi được) vào mạch nối tiếp RLC với cuộn dây thuần cảm và  $CR^2 < 2L$ . Điều chỉnh giá trị của  $\omega$  để  $U_{C_{max}}$  khi đó  $U_{C_{max}} = 10\sqrt{30}$  V và  $U_{RC} = 30\sqrt{5}$  V. Tính U.

- A. 60 V.      B. 80 V.      C.  $60\sqrt{2}$  V.      D.  $15\sqrt{10}$  V.

**Câu 45.** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U\sqrt{2} \cos \omega t$ , ( $U$  không đổi còn  $\omega$  thay đổi được) vào mạch nối tiếp RLC với cuộn dây thuần cảm và  $CR^2 < 2L$ . Điều chỉnh giá trị của  $\omega$  để  $U_{C_{max}}$  khi đó  $U_{C_{max}} = 50$  V và  $U_{LC} = 30$  V. Tính  $U$ .

- A. 60 V.      B.  $10\sqrt{21}$  V.      C.  $60\sqrt{2}$  V.      D.  $15\sqrt{10}$  V.

**Câu 46.** Đặt điện áp xoay chiều  $u = 100\sqrt{2} \cos \omega t$  (V) ( $\omega$  thay đổi được) vào đoạn mạch AB nối tiếp theo thứ tự gồm đoạn AM chứa cuộn cảm thuần L, đoạn MN chứa điện trở thuần R và đoạn NB chứa tụ điện C. Điều chỉnh  $\omega$  để  $U_{AN}$  đạt cực đại và giá trị cực đại đó bằng 200 V đồng thời lúc này cảm kháng của cuộn cảm bằng  $5\Omega$ . Điều chỉ  $\omega$  để  $U_{AM}$  đạt cực đại thì lúc này cảm kháng bằng

- A.  $4,87\Omega$ .      B.  $3,42\Omega$ .      C.  $5,15\Omega$ .      D.  $5,27\Omega$ .

**Câu 47.** Đặt điện áp xoay chiều  $u = 120\sqrt{2} \cos \omega t$  (V) ( $\omega$  thay đổi được) vào đoạn mạch AB nối tiếp theo thứ tự gồm đoạn AM chứa cuộn cảm thuần L, đoạn MN chứa điện trở thuần R và đoạn NB chứa tụ điện C. Điều chỉnh  $\omega$  để  $U_{AN}$  đạt cực đại và giá trị cực đại đó bằng  $72\sqrt{5}$  V đồng thời lúc này cảm kháng của cuộn cảm bằng  $15\Omega$ . Điều chỉ  $\omega$  để  $U_{MB}$  đạt cực đại thì lúc này cảm kháng bằng

- A.  $5,625\Omega$ .      B.  $10\Omega$ .      C.  $40\Omega$ .      D.  $30\Omega$ .

**Câu 48.** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2} \cos \omega t$  (V) ( $f$  thay đổi) vào hai đầu đoạn mạch AB mắc nối tiếp theo đúng thứ tự gồm điện trở R, cuộn cảm thuần L có độ tự cảm L và tụ điện có điện dung C, với  $2L > R^2C$ . Khi  $f = f_1$  thì  $U_C = U$  và tiêu thụ công suất bằng 0,75 công suất cực đại. Khi  $f = f_2 = f_1 + 100$  Hz thì  $U_L = U$ . Khi  $f = f_L$  thì  $U_{L_{max}}$  và hệ số công suất lúc này là bao nhiêu?

- A. 0,5.      B. 0,632.      C. 0,686.      D. 0,867.

**Câu 49.** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2} \cos \omega t$  (V) ( $f$  thay đổi) vào hai đầu đoạn mạch AB mắc nối tiếp theo đúng thứ tự gồm điện trở R, cuộn cảm thuần L có độ tự cảm L và tụ điện có điện dung C, với  $2L > R^2C$ . Khi  $f = f_0$  thì  $U_C = U$ . Khi  $f = f_0 + 50$  Hz thì  $U_L = U$  và hệ số công suất của mạch AB lúc này là  $1/\sqrt{3}$ . Giá trị  $f_0$  gần nhất giá trị nào sau đây?

- A. 80 Hz.      B. 50 Hz.      C. 15 Hz.      D. 11 Hz.

**Câu 50.** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2} \cos \omega t$  (V) ( $f$  thay đổi) vào hai đầu đoạn mạch AB mắc nối tiếp theo đúng thứ tự gồm điện trở R, cuộn cảm thuần L có độ tự cảm L và tụ điện có điện dung C, với  $2L > R^2C$ . Khi  $f = f_0$  thì  $U_C = U$ . Khi  $f = f_0 + 60$  Hz thì  $U_L = U$  và hệ số công suất của mạch AB lúc này là 0,68. Giá trị  $f_0$  gần nhất giá trị nào sau đây?

- A. 23 Hz.      B. 50 Hz.      C. 15 Hz.      D. 11 Hz.

**Câu 51.** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2} \cos\omega t$  (V) (f thay đổi) vào hai đầu đoạn mạch AB mắc nối tiếp theo đúng thứ tự gồm điện trở R, cuộn cảm thuần L có độ tự cảm L và tụ điện có điện dung C, với  $2L > R^2C$ . Khi  $f = f_1 = f_0$  thì  $U_L = U$ . Khi  $f = f_2 = f_0 - 30$  Hz thì  $U_C = U$  và hệ số công suất của mạch AB lúc này là 0,8. Khi  $f = 10$  Hz thì  $U_R = 8\sqrt{97}$  V. Giá trị của U **gần nhất** giá trị nào sau đây?

- A. 140 V.      B. 130 V.      C. 150 V.      D. 190 V.

**Câu 52.** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U_0 \cos\omega t$  (V), (trong đó  $U_0$  có giá trị không đổi,  $\omega$  thay đổi được) vào đoạn mạch AB nối tiếp theo thứ tự gồm điện trở thuần R, cuộn dây thuần cảm L, tụ điện C mắc nối tiếp. N là điểm nằm giữa cuộn dây và tụ điện. Điều chỉnh  $\omega$  để điện áp hiệu dụng trên tụ có giá trị cực đại, khi đó  $u_{AN}$  lệch pha 1,249 rad so với  $u_{AB}$ , công suất tiêu thụ của mạch khi đó là 200 W. Điều chỉnh  $\omega$  để công suất tiêu thụ của mạch đạt cực đại thì giá trị cực đại đó bằng:

- A. 203 W.      B. 250 W.      C. 400 W.      D. 4046 W.

**Câu 53.** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U_0 \cos\omega t$  (V), (trong đó  $U_0$  có giá trị không đổi,  $\omega$  thay đổi được) vào đoạn mạch AB nối tiếp theo thứ tự gồm điện trở thuần R, cuộn dây thuần cảm L, tụ điện C mắc nối tiếp. N là điểm nằm giữa cuộn dây và tụ điện. N là điểm nằm giữa cuộn dây và tụ điện. Điều chỉnh  $\omega$  để  $U_{C_{max}}$ , công suất tiêu thụ của mạch khi đó bằng  $2/3$  công suất cực đại mà mạch có thể tiêu thụ và lúc này  $u_{AN}$

- A. sớm pha  $0,45\pi$  so với  $u_{AB}$ .      B. trễ pha  $0,45\pi$  so với  $u_{AB}$ .  
 C. sớm pha  $0,39\pi$  so với  $u_{AB}$ .      D. trễ pha  $0,39\pi$  so với  $u_{AB}$ .

**Câu 54.** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2} \cos 2\pi ft$  (V) ( $U$  không đổi còn f thay đổi) vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm điện trở R, tụ điện có điện dung C, cuộn cảm thuần có độ tự cảm L (với  $2L > R^2C$ ). Khi  $f = f_0$  thì  $U_{C_{max}}$  và mạch tiêu thụ công bằng  $3/4$  công suất cực đại mà mạch có thể tiêu thụ; sau đó tăng tần số thêm 60 Hz thì  $U_{L_{max}}$ . Khi  $f = f_1$  thì  $4\pi^2 f_1^2 LC = 1$ . Tính  $f_1$ .

- A. 150 Hz.      B.  $50\sqrt{3}$  Hz.      C.  $30\sqrt{15}$  Hz.      D. 90 Hz.

## HƯỚNG DẪN GIẢI

**Câu 1.**

Khi  $\omega$  thay đổi,  $U_{C_{max}} \Leftrightarrow U_C$  là cạnh huyền với U và  $U_L$  là hai cạnh góc vuông, tức là:

$$U_{C_{max}}^2 = U^2 + U_L^2 \xrightarrow{U_{C_{max}}=1,25U} U_L = 0,75U \xrightarrow{U^2=U_R^2+(U_L-U_C)^2} U_R = \frac{\sqrt{3}}{2}U$$

$$\Rightarrow \cos\varphi = \frac{R}{Z} = \frac{U_R}{U} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Câu 2.**

Khi ω thay đổi,  $U_{C_{\max}} \Leftrightarrow U_C$  là cạnh huyền với U và  $U_L$  là hai cạnh góc vuông, tức là:

$$U_{C_{\max}}^2 = U^2 + U_L^2 \xrightarrow{U_{C_{\max}}=1,25U} U_L = 0,75U \xrightarrow{U^2=U_R^2+(U_L-U_C)^2} U_R = \frac{\sqrt{3}}{2}U$$

$$\Rightarrow \cos\varphi_{AM} = \frac{R}{\sqrt{R^2+Z_L^2}} = \frac{U_R}{\sqrt{U_R^2+U_L^2}} = \frac{0,5U\sqrt{3}}{\sqrt{(0,5U\sqrt{3})^2+(0,75U)^2}} = \frac{2}{\sqrt{7}} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

### Câu 3.

$$\text{Khi } \omega \text{ thay đổi, } U_{C_{\max}} \Leftrightarrow L \text{ “tô”: } Z_L = Z_\tau = \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}} = \sqrt{Z_L Z_C - \frac{R^2}{2}}$$

$$\Leftrightarrow Z_L^2 = Z_L Z_C - \frac{R^2}{2} \Leftrightarrow Z_L^2 - 2Z_L Z_C + Z_C^2 + R^2 = 0 \Leftrightarrow Z_L^2 - 2Z_L Z_C + Z_R^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow Z_L^2 - 2Z_L Z_C + Z_R^2 = 0 \Leftrightarrow Z_L^2 - 2.250Z_C + 21.50^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} U_L = 150(V) \\ U_L = 350(V) > U_R \end{cases}$$

$$\text{Thay } U_L = 150(V) \text{ vào } U_R^2 = U_R^2 + U_L^2 \Rightarrow 50^2 \cdot 21 = U_R^2 + 150^2$$

$$\Rightarrow U_R = 100\sqrt{3}(V) \Rightarrow U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2} = 200(V) \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

### Câu 4.

Khi f thay đổi để  $U_{RC_{\max}}$  ta chuẩn hóa số liệu:

$$\begin{cases} Z_L = 1 \\ Z_C = p \\ R = p\sqrt{2p-2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} U_{RC_{\max}} = U \sqrt{\frac{R^2 + Z_L^2}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U}{\sqrt{1+p^{-2}}} \xrightarrow{U_{RC_{\max}} = \frac{200}{\sqrt{3}}} p = 2 \\ \cos\varphi_{RC} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + Z_C^2}} = \frac{\sqrt{p-1}}{\sqrt{p-0,5}} \xrightarrow{p=2} \cos\varphi_{RC} = \sqrt{\frac{2}{3}} = 0,82 \end{cases}$$

$\Rightarrow$  Chọn A.

### Câu 5.

$$\text{Khi tần số thay đổi, } U_C = \max \Leftrightarrow Z_L = Z_\tau \Leftrightarrow Z_L = \sqrt{Z_L Z_C - \frac{R^2}{2}}$$

$$\Rightarrow Z_C = Z_L + \frac{R^2}{2Z_L} > Z_L \text{ (u trễ hơn i nên } \varphi < 0)$$

$$\Rightarrow \tan \varphi \cdot \tan \varphi_{RL} = \frac{Z_L - Z_C}{R} \cdot \frac{Z_L}{R} = \frac{Z_L - \left( Z_L + \frac{R}{2Z_L} \right)}{R} \cdot \frac{Z_L}{R} = -\frac{1}{2}. \text{ Gọi } \alpha \text{ là độ lệch pha của } u_{RL} \text{ và } u \text{ thì} \\ \alpha = \varphi_{RL} - \varphi = \varphi_{RL} + (-\varphi), \text{ trong đó, } \varphi_{RL} > 0 \text{ và } (-\varphi) > 0.$$

$$\begin{aligned} \tan \alpha &= \tan(\varphi_{RL} - \varphi) = \frac{\tan \varphi_{RL} + \tan(-\varphi)}{1 + \tan \varphi_{RL} \tan \varphi} \\ &= 2(\tan \varphi_{RL} + \tan(-\varphi)) \geq 2 \cdot 2 \sqrt{\tan \varphi_{RL} \tan(-\varphi)} = 2\sqrt{2} \Rightarrow \tan \alpha_{\min} = 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

$\Rightarrow$  Chọn A.

### Câu 6.

$$\begin{aligned} \text{Khi } U_{L_{\max}} \text{ thì } &\begin{cases} \vec{U} \perp \vec{U}_{RC} \Leftrightarrow \tan \varphi \tan \varphi_{RC} = -1 \\ Z_L = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C} \Leftrightarrow \tan \varphi_{RC} = \frac{Z_L}{R} = \frac{R}{Z_C} + \frac{Z_C}{R} \end{cases} \\ &\begin{cases} \tan(\arccos 0,56) \cdot \frac{-Z_C}{R} = -1 \Rightarrow \frac{Z_C}{R} = \frac{1}{\tan(\arccos 0,56)} \\ \tan \varphi_{RL} = \frac{1}{\tan(\arccos 0,56)} + \tan(\arccos 0,56) \approx 2,155 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \varphi_{RL} = 1,1364 \text{ (rad)} \Rightarrow \cos \varphi_{RL} = 0,42 \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

### Câu 7.

Khi f thay đổi  $U_{C_{\max}} = U_{L_{\max}}$  và theo bài ra thì  $U_{C_{\max}} = U_{L_{\max}} = 1,5U$ .

Khi  $f = f_L$  thì  $U_{C_{\max}} = 1,5U$  và  $U_C = U$  nên thay vào:  $U^2 = U_R^2 + (U_L - U_C)^2$

$$\Rightarrow U^2 = U_R^2 + (1,5U - U)^2 \Rightarrow U_R = \frac{U\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \cos = \frac{R}{Z} = \frac{U_R}{U} \approx 0,866 \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

### Câu 8.

Khi  $\omega$  thay đổi,  $U_{C_{\max}} \Leftrightarrow \tan \varphi \tan \varphi_{RL} = -0,5 \Leftrightarrow \tan \varphi \cdot \frac{U_L}{U_R} = -0,5$

$$\Rightarrow \tan \varphi = -\frac{50}{13} \Rightarrow \varphi = \arctan \left( -\frac{50}{13} \right) \Rightarrow \cos \varphi \approx 0,2516 \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

### Câu 9.

Khi ω thay đổi,  $U_{C_{\max}} \Leftrightarrow \tan \varphi \tan \varphi_{RL} = -0,5 \Leftrightarrow \tan \varphi \cdot \frac{U_L}{U_R} = -0,5$

$$\Rightarrow \tan \varphi = -1,25 \Rightarrow \varphi = \arctan(-1,25) \Rightarrow \cos \varphi \approx 0,625 \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

### Câu 10.

**Cách 1:**

Khi ω thay đổi,  $U_{C_{\max}} \Leftrightarrow \tan \varphi \tan \varphi_{RL} = -0,5 \Leftrightarrow \tan \varphi \cdot \frac{U_L}{U_R} = -0,5$

$$\Rightarrow \tan \varphi = -5 \Rightarrow \varphi = \arctan(-5) \Rightarrow \cos \varphi \approx 0,196 \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Cách 2:**

Khi ω thay đổi để  $U_{C_{\max}}$  thì chuẩn hóa số liệu:  $\begin{cases} Z_L = 1 \\ Z_C = n \\ R = \sqrt{2n-2} \end{cases}$

$$\xrightarrow{U_L=0,1U_R} Z_L = 0,1R \Rightarrow 1 = 0,1\sqrt{2n-2} \Rightarrow n = 51$$

$$\Rightarrow \cos \varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{\sqrt{2n-2}}{\sqrt{2n-2 + (1-n)^2}} = \frac{\sqrt{2.51-2}}{\sqrt{2.51-2 + (1-51)^2}} \approx 0,196$$

$$\Rightarrow \text{Chọn A.}$$

### Câu 11.

**Cách 1:**

Khi ω thay đổi để  $U_{C_{\max}}$  thì chuẩn hóa số liệu:  $\begin{cases} Z_L = 1 \\ Z_C = n \\ R = \sqrt{2n-2} \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} U_{C_{\max}} = \frac{UZ_C}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U}{\sqrt{1-n^{-2}}} \xrightarrow{U_{C_{\max}}=1,25U} n = \frac{5}{3} \\ \tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} = \frac{1-n}{\sqrt{2n-2}} = \frac{1-\frac{5}{3}}{\sqrt{2 \cdot \frac{5}{3}-2}} = -\frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{6} \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Cách 2:**

Khi  $\omega$  thay đổi,  $U_{C_{\max}} \Leftrightarrow U_C$  là cạnh huyền và  $U$  và  $U_L$  là hai cạnh góc vuông, tức là:

$$U_{C_{\max}}^2 = U^2 + U_L^2 \xrightarrow{U_{C_{\max}}=1,25U} U_L = 0,75U \xrightarrow{U^2=U_R^2+(U_L-U_C)^2} U_R = \frac{\sqrt{3}}{2}U$$

$$\Rightarrow \tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} = \frac{U_L - U_C}{U_R} = -\frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{6} \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

### Câu 12.

Khi  $\omega$  thay đổi để  $U_{C_{\max}}$  thì chuẩn hóa số liệu:  $\begin{cases} Z_L = 1 \\ Z_C = n \\ R = \sqrt{2n-2} \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} U_{C_{\max}} = \frac{UZ_C}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U}{\sqrt{1-n^{-2}}} \xrightarrow{U_{C_{\max}}=41U/40} n = \frac{41}{9} \\ \cos \varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \sqrt{\frac{2}{n+1}} = \sqrt{\frac{2}{1+\frac{41}{9}}} = 0,6 \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

### Câu 13.

Khi  $\omega$  thay đổi để  $U_{L_{\max}}$  thì chuẩn hóa số liệu:  $\begin{cases} Z_L = n \\ Z_C = 1 \\ R = \sqrt{2n-2} \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} U_C = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} Z_C = \frac{U}{\sqrt{n^2-1}} \xrightarrow{U_C=8U/15} n = \frac{17}{8} \\ \cos \varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \sqrt{\frac{2}{n+1}} = \sqrt{\frac{2}{1+17/8}} = 0,8 \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

### Câu 14.

Khi  $\omega$  thay đổi để  $U_{L_{\max}}$  thì chuẩn hóa số liệu:  $\begin{cases} Z_L = n \\ Z_C = 1 \\ R = \sqrt{2n-2} \end{cases}$

$$\Rightarrow \tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} = \frac{n-1}{\sqrt{2n-2}} = \frac{\sqrt{n-1}}{\sqrt{2}} = 0,5 \Rightarrow n = 1,5$$

$$\text{Mà } n = \frac{1}{1 - \frac{R^2 C}{2L}} = \frac{1}{1 - \frac{1}{2x}} \Rightarrow x = 1,5 \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

### Câu 15.

$$* \text{Khi } U_{C_{\max}} \Leftrightarrow Z_L = Z_C = \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}} = \sqrt{Z_L Z_C - \frac{R^2}{2}} \Rightarrow Z_C = \frac{2Z_L^2 + R^2}{2Z_L}$$

$$\text{Tù P} = 0,75P_{\max} \text{ suy ra } \frac{U^2 R}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = 0,75 \frac{U^2 R}{R^2 + 0}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{R^2 + \left( Z_L - \frac{2Z_L^2 + R^2}{2Z_L} \right)} = \frac{0,75}{R^2} \Rightarrow \begin{cases} Z_L = \frac{R\sqrt{3}}{2} \\ Z_C = \frac{5R}{2\sqrt{3}} \end{cases} \Rightarrow \frac{L}{C} = Z_L Z_C = 1,25R^2$$

$$* \text{Khi } U_{L_{\max}} \Leftrightarrow Z'_C = \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}} = \sqrt{1,25R^2 - \frac{R^2}{2}} = \frac{R\sqrt{3}}{2}$$

$$* \text{Tù đó suy ra: } \frac{Z_C}{Z'_C} = \frac{f_1 + 100}{f_1} = \frac{5}{3} \Rightarrow f_1 = 150 \text{ (Hz)} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

### Câu 16,

*Cách 1:*

Áp dụng công thức đúc “khi  $U_{C_{\max}}$  thì  $\left(\frac{\omega_R}{\omega_C}\right)^2 - 1 = 2 \tan^2 \varphi$ ”, ta được:

$$1,225^2 - 1 = 2 \tan^2 \varphi \Rightarrow \tan \varphi = -\frac{3\sqrt{178}}{80} \Rightarrow \varphi = \arctan\left(-\frac{3\sqrt{178}}{80}\right) \Rightarrow \cos \varphi \approx 0,894$$

$\Rightarrow$  Chọn D.

*Cách 2:*

Áp dụng công thức đúc “khi  $U_{C_{\max}}$  thì  $\cos \varphi = \sqrt{\frac{2}{1 + f_L/f_C}} = \sqrt{\frac{2}{1 + (f_R/f_C)^2}}$ ”, ta được:

$$\cos \varphi = \sqrt{\frac{2}{1 + (1,225)^2}} \approx 0,894 \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

*Cách 3:*

$$\text{Đặt } n = \frac{f_L}{f_C} \xrightarrow{f_R^2 = f_L f_C} n = \left(\frac{f_R}{f_C}\right)^2 = 1,225^2$$

Khi f thay đổi để  $U_{C_{\max}}$  ta chuẩn hóa:  $\begin{cases} Z_L = 1 \\ Z_C = n \\ R = \sqrt{2n-2} \end{cases}$

$$\Rightarrow \cos \varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \sqrt{\frac{2}{n+1}} = \sqrt{\frac{2}{1+1,225^2}} \approx 0,894$$

### Câu 17.

**Cách 1:**

Áp dụng công thức đặc “khi  $U_{C_{\max}}$  thì  $\left(\frac{\omega_R}{\omega_C}\right)^2 - 1 = 2 \tan^2 \varphi$ ”, ta được:

$$x^2 - 1 = 2 \tan^2 (\arccos 0,891) \Rightarrow x \approx 1,2325 \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

$\Rightarrow$  Chọn D.

**Cách 2:**

Áp dụng công thức đặc “khi  $U_{C_{\max}}$  thì  $\cos \varphi = \sqrt{\frac{2}{1+f_L/f_C}} = \sqrt{\frac{2}{1+(f_R/f_C)^2}}$ ”, ta được:  
 $0,891 = \sqrt{\frac{2}{1+x^2}} \Rightarrow x \approx 1,2326 \Rightarrow \text{Chọn A.}$

### Câu 18.

**Cách 1:**

Áp dụng công thức đặc “khi  $U_{C_{\max}}$  thì  $\left(\frac{\omega_R}{\omega_C}\right)^2 - 1 = 2 \tan^2 \varphi$ ” và  $\omega_C \omega_L = \omega_R^2$ , ta được:

$$\frac{\omega_L}{\omega_C} - 1 = 2 \tan^2 \varphi. \text{ Thay số ta được:}$$

$$1,5 - 1 = 2 \tan^2 \varphi \Rightarrow \tan \varphi = -\frac{1}{2} \Rightarrow \varphi = \arctan\left(-\frac{1}{2}\right) \Rightarrow \cos \varphi \approx 0,894$$

$\Rightarrow$  Chọn D.

**Cách 2:**

Áp dụng công thức đặc “khi  $U_{C_{\max}}$  thì  $\cos \varphi = \sqrt{\frac{2}{1+f_L/f_C}}$ ”, ta được:

$$\cos \varphi = \sqrt{\frac{2}{1+1,5}} \approx 0,894 \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

### Câu 19.

Áp dụng công thức đặc “khi  $U_{C_{\max}}$  thì  $\cos \varphi = \sqrt{\frac{2}{1+f_L/f_C}}$ ”, ta được:  $\cos \varphi = \sqrt{\frac{2}{1+2,5}} \approx 0,76 \Rightarrow$

Chọn A.

### Câu 20.

**Cách 1:**

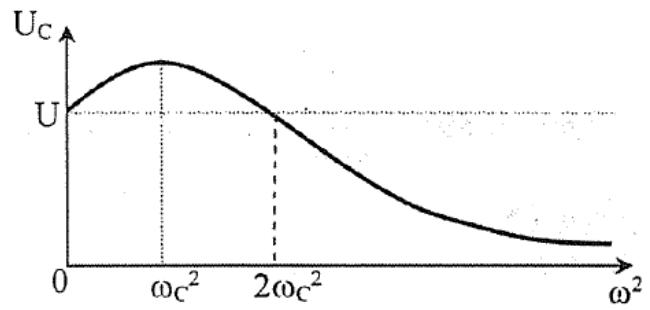
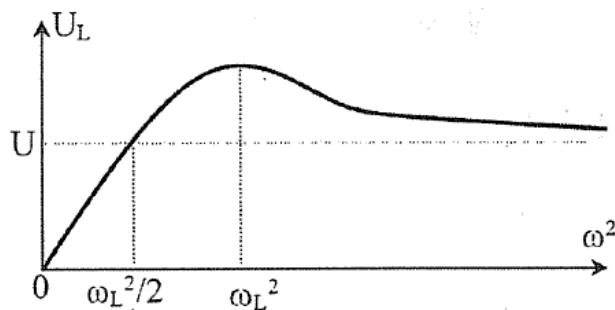
$$* \text{Từ } m = \frac{f_{(U_L=U)}}{f_{(U_C=U)}} = \frac{f_0 + \Delta f}{f_0} > 1$$

$$* \text{Khi } U_L = U \xrightarrow{\text{Chuẩn hóa}} \begin{cases} Z_L = Z = m \Rightarrow R = \sqrt{2m-1} \\ Z_C = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \sqrt{1 - \cos^2 \varphi'} = \sin \varphi' = \frac{Z_L - Z_C}{Z} = 1 - \frac{1}{m} = \frac{\Delta f}{f_0 + \Delta f} \Rightarrow \sqrt{1 - \frac{1}{3}} = \frac{75}{f_0 + 75}$$

$$\Rightarrow f_0 = 16,86 \text{ (Hz)} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Cách 2:**



Gọi  $\omega_L$  và  $\omega_C$  lần lượt là giá trị của  $\omega$  để  $U_{L_{\max}}$  và  $U_{C_{\max}}$ .

Ta đã biết:  $\omega_L \omega_C = 1/(LC)$  (1).

Từ đó thị ta thấy:  $U_C = U$  thì  $\omega = \omega_0 = \omega_C \sqrt{2}$  (2) và  $U_L = U$  thì  $\omega = \omega'_0 = \omega_L / \sqrt{2}$  (3).

Thay (2), (3) vào (1):

$$\omega'_0 \sqrt{2} \cdot \frac{\omega_0}{\sqrt{2}} = \frac{1}{LC} \xrightarrow{\omega_0 = \omega'_0 - 150\pi} \omega'_0 (\omega'_0 - 150\pi) = \frac{1}{LC} \quad (4)$$

Khi  $\omega = \omega'_0$  thì  $\cos \varphi = 1/\sqrt{3}$  và  $U_L = U$  hay

$$\begin{cases} \cos \varphi = \frac{U_R}{U} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow U_R = \frac{U}{\sqrt{3}} \\ U^2 = U_R^2 + (U_L - U_C)^2 \Rightarrow U_C = \left(1 - \sqrt{\frac{2}{3}}\right)U \end{cases} \Rightarrow \frac{U_C}{U_L} = 1 - \sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{Z_C}{Z_L} = \frac{1}{\omega_0^2 LC} \quad (5)$$

Từ (4), (5) suy ra:  $\omega'_0 (\omega'_0 - 150\pi) = \omega_0^2 \left(1 - \sqrt{\frac{2}{3}}\right) \Rightarrow \omega'_0 \approx 577,15 \text{ (rad/s)}$

$$\omega_0 = 577,15 - 150\pi \approx 105,91 \text{ (rad/s)} \Rightarrow f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} \approx 16,86 \text{ (Hz)} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

### Câu 21.

Cách 1:

$$* \text{Tù } m = \frac{f_{(U_L=U)}}{f_{(U_C=U)}} = \frac{f_0 + \Delta f}{f_0} > 1$$

$$* \text{Khi } U_L = U \xrightarrow{\text{Chuẩn hóa}} \begin{cases} Z_L = Z = m \Rightarrow R = \sqrt{2m-1} \\ Z_C = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \sqrt{1 - \cos^2 \varphi'} = \sin \varphi' = \frac{Z_L - Z_C}{Z} = 1 - \frac{1}{m} = \frac{\Delta f}{f_0 + \Delta f} \Rightarrow \sqrt{1 - \frac{1}{3}} = \frac{75}{f_0 + 75}$$

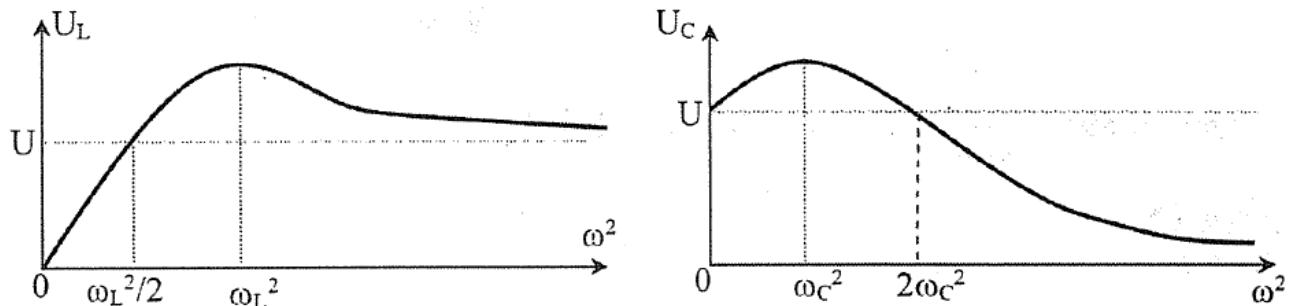
$$\Rightarrow f_0 = (37,5\sqrt{6} - 75) \text{ (Hz)} \Rightarrow \begin{cases} f_2 = f_0 + 75 = 37,5\sqrt{6} \text{ (Hz)} \\ m = 3 + \sqrt{6} \Rightarrow \begin{cases} R = \sqrt{2(3 + \sqrt{6}) - 1} = \sqrt{5 + 2\sqrt{6}} \\ Z_C = 1 = \sqrt{5 - 2\sqrt{6}}R \\ Z_L = 3 + \sqrt{6} = \sqrt{3}R \end{cases} \end{cases}$$

$$* \text{Khi } f_3 = 25\sqrt{2} \text{ Hz} = 2\sqrt{3}f_2 / 9 \text{ thì } \begin{cases} Z'_C = \frac{Z_C}{2\sqrt{3}/9} = 0,826R \\ Z'_L = \frac{2\sqrt{3}}{9}Z_L = \frac{2}{3}R \end{cases}$$

$$\Rightarrow U'_{\text{c}} = IZ'_{\text{c}} = \frac{UZ'_{\text{c}}}{\sqrt{R^2 + (Z'_{\text{L}} - Z'_{\text{c}})^2}} = \frac{U \cdot 0,826R}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{2}{3}R - 0,826R\right)^2}} = 0,816U$$

$$\Rightarrow 100\sqrt{2} = 0,816U \Rightarrow U \approx 173,4(V) \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Cách 2:**



Gọi  $\omega_L$  và  $\omega_C$  là lần lượt là giá trị của  $\omega$  để  $U_{L\max}$  và  $U_{C\max}$ .

Ta đã biết:  $\omega_L \omega_C = 1/(LC)$  (1).

Từ đó thị ta thấy:  $U_C = U$  thì  $\omega = \omega_0 = \omega_C \sqrt{2}$  (2) và  $U_L = U$  thì  $\omega = \omega'_0 = \omega_L / \sqrt{2}$  (3).

Thay (2), (3) vào (1):

$$\omega'_0 \sqrt{2} \cdot \frac{\omega_0}{\sqrt{2}} = \frac{1}{LC} \xrightarrow{\omega_0 = \omega'_0 - 150\pi} \omega'_0 (\omega'_0 - 150\pi) = \frac{1}{LC} \quad (4)$$

Khi  $\omega = \omega'_0$  thì  $\cos \varphi = 1/\sqrt{3}$  và  $U_L = U$  hay

$$\begin{cases} \cos \varphi = \frac{U_R}{U} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow U = U_L = \sqrt{3}U_R \\ U^2 = U_R^2 + (U_L - U_C)^2 \Rightarrow U_C = (\sqrt{3} - \sqrt{2})U_R \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Z_L = R\sqrt{3} \\ Z_C = (\sqrt{3} - \sqrt{2})R \end{cases}$$

$$\Rightarrow 1 - \sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{Z_C}{Z_L} = \frac{1}{\omega'^2_0 LC} \quad (5)$$

Từ (4), (5) suy ra:  $\omega'_0 (\omega'_0 - 150\pi) = \omega'^2_0 \left(1 - \sqrt{\frac{2}{3}}\right) \Rightarrow \omega'_0 \approx 577,15 \text{ (rad/s)}$

$$\Rightarrow f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} \approx 91,856 \text{ (Hz).}$$

$$\text{Khi } f = 25\sqrt{2} \text{ (Hz)} = f_0 / 2,6 \Rightarrow \begin{cases} Z_L' = \frac{Z_L}{2,6} = \frac{R\sqrt{3}}{2,6} \\ Z_C' = 2,6Z_C = 2,6(\sqrt{3} - \sqrt{2})R \end{cases}$$

Lúc này:  $U_C = \frac{UZ_C'}{\sqrt{R^2 + (Z_L' - Z_C')^2}}$ , thay số vào ta được:

$$100\sqrt{2} = \frac{U \cdot 2,6(\sqrt{3} - \sqrt{2})R}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{\sqrt{3}R}{2,6} - 2,6(\sqrt{3} - \sqrt{2})R\right)^2}} \Rightarrow U \approx 173,3(V) \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

### Câu 22.

#### Cách 1:

Khi f thay đổi để  $U_{L_{\max}}$  hoặc  $U_{C_{\max}}$  thì hệ số công suất của mạch bằng nhau và bằng:

$$\cos \varphi = \sqrt{\frac{2}{1+n}} \text{ với } n = \frac{f(U_{L_{\max}})}{f(U_{C_{\max}})}$$

$$\text{Khi } U_{L_{\max}} \text{ ta chuẩn hóa: } \begin{cases} Z_L = n \\ Z_C = 1 \end{cases} \Rightarrow n = \frac{Z_L}{Z_C} = \frac{U_{L_{\max}}}{U_C} = 1,5$$

$$\Rightarrow \cos \varphi = \sqrt{\frac{2}{1+1,5}} = 0,894 \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

#### Cách 2:

$$* \text{Ta lưu ý: } \omega_1 \omega_2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow \begin{cases} Z_{L2} = Z_{C1} \\ Z_{C2} = Z_{L1} \end{cases} \Rightarrow \cos \varphi_1 = \cos \varphi_2$$

\* Khi tần số thay đổi:  $U_{L_{\max}} = U_{C_{\max}} = U_{\max}$

$$* \text{Khi } f = f_2: \begin{cases} U_L = I_2 Z_{L2} = U_{\max} \\ U_C = I_2 Z_{C2} = \frac{2}{3} U_{\max} \end{cases} \Rightarrow Z_{C2} = \frac{2}{3} Z_{L2} \quad (1)$$

$$\text{Mặt khác: } U_{L_{\max}} \Leftrightarrow Z_{C2} = Z_\tau = \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}} \Leftrightarrow Z_{C2} = \sqrt{Z_{L2} Z_{C2} - \frac{R^2}{2}} \quad (2)$$

\* Từ (1) và (2) suy ra:  $Z_{L2} = 1,5R$  và  $Z_{C2} = R$ .

Do đó:  $\cos \varphi_2 = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_{L2} - Z_{C2})^2}} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (1,5R - R)^2}} = \frac{2}{\sqrt{5}} \approx 0,894 \Rightarrow$  Chọn D.

### Câu 23.

Khi f thay đổi để  $U_{L_{\max}}$  hoặc  $U_{C_{\max}}$  thì hệ số công suất của mạch bằng nhau và bằng:  
 $\cos \varphi = \sqrt{\frac{2}{1+n}}$  với  $n = \frac{f_{(U_{L_{\max}})}}{f_{(U_{C_{\max}})}}$ . Thay số:  $0,9 = \sqrt{\frac{2}{1+n}} \Rightarrow n = \frac{119}{81}$

Khi  $U_{L_{\max}}$  ta chuẩn hóa:  $\begin{cases} Z_L = n \\ Z_C = 1 \end{cases} \Rightarrow n = \frac{Z_L}{Z_C} = \frac{U_{L_{\max}}}{U_C} = \frac{1}{x}$   
 $\Rightarrow x = \frac{1}{n} = 0,68 \Rightarrow$  Chọn C.

### Câu 24.

Ta thấy  $U_{C_{\max}}$  khi  $Z_L = Z_\tau \Leftrightarrow \omega_C L = \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}}$  (1)

Nếu  $U_C = U$  thì  $Z_C = Z$  hay  $\frac{1}{\omega_0 C} = \sqrt{R^2 + \left(\omega_0 L - \frac{1}{\omega_0 C}\right)^2}$   
 $\Rightarrow \frac{\omega_0 L}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}}$  (2)

Từ (1) và (2) suy ra:  $\omega_C = \omega_0 / \sqrt{2} \Rightarrow$  Chọn A.

### Câu 25.

Ta thấy  $U_{L_{\max}}$  khi  $Z_C = Z_\tau \Leftrightarrow \frac{1}{\omega_L C} = \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}}$  (1)

Nếu  $U_L = U$  thì  $Z_L = Z$  hay  $\omega_0 L = \sqrt{R^2 + \left(\omega_0 L - \frac{1}{\omega_0 C}\right)^2}$   
 $\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}\omega_0 C} = \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}}$  (2)

Từ (1) và (2) suy ra:  $\omega_C = \omega_0 / \sqrt{2} \Rightarrow$  Chọn A.

### Câu 26.

**Cách 1:**

Khi  $\omega$  thay đổi thì  $U_{L_{\max}} = U_{C_{\max}} = \frac{U}{\sqrt{1-n^{-2}}} \xrightarrow{U_{C_{\max}}=4U/\sqrt{7}} n = \frac{4}{3}$

$$\text{Mà } n = \frac{1}{1 - \frac{R^2 C}{2L}} \Rightarrow \frac{R^2 C}{2L} = \frac{1}{4} \Rightarrow Z_{L1} Z_{C1} = \frac{L}{C} = 2R^2 \quad (1)$$

Khi  $\omega = \omega_1$  hoặc  $\omega = \omega_2$  ( $\omega_1 < \omega_2$ ) thì mạch có cùng hệ số công suất là k nên:

$$\omega_1 \omega_2 = \frac{1}{LC}. \text{ Mà } 3(\omega_1 + \omega_2)^2 = 16\omega_1 \omega_2 \Rightarrow \omega_2 = 3\omega_1.$$

$$\text{Suy ra: } \omega_1^2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow Z_{C1} = 3Z_{L1} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra: } Z_{L1} = R\sqrt{\frac{2}{3}}, Z_{C1} = 3R\sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$\Rightarrow \cos \varphi_1 = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_{L1} - Z_{C1})^2}} \approx 0,522 \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Cách 2:**

$$\text{Từ } 3(\omega_1 + \omega_2)^2 = 16\omega_1 \omega_2 \text{ suy ra: } \omega_2 = 3\omega_1 \quad (1).$$

Khi  $\omega = \omega_1$  hoặc  $\omega = \omega_2$  ( $\omega_1 < \omega_2$ ) thì mạch có cùng hệ số công suất là k nên  $\omega_1 \omega_2 = 1/(LC)$  (2).

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra: } Z_{C1} = 3Z_{L1} \quad (3)$$

$$\text{Ta đã biết: } U_{C_{\max}} = U \frac{\frac{L}{C}}{RZ'_{\tau}} = U \frac{Z_{L1} Z_{C1}}{R \sqrt{Z_{L1} Z_{C1} - \frac{R^2}{4}}}$$

Mà  $U_{C_{\max}} = 4U/\sqrt{7}$  và  $Z_{C1} = 3Z_{L1}$  nên:

$$U \frac{4}{\sqrt{7}} = U \frac{3Z_{L1}^2}{R \sqrt{3Z_{L1}^2 - \frac{R^2}{4}}} \xrightarrow{\frac{3Z_{L1}^2}{R \sqrt{3Z_{L1}^2 - \frac{R^2}{4}}} = x} \frac{4}{\sqrt{7}} = \frac{3}{x \sqrt{3 - 0,25x^2}} \Rightarrow x = 1,225$$

$$\text{Hệ số công suất: } k = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_{L1} - Z_{C1})^2}} = \frac{1,225}{\sqrt{1,225^2 + (1-3)^2}} = 0,5223$$

$\Rightarrow$  Chọn A.

**Câu 27.**

**Cách 1:**

Khi  $U_{C_{\max}}$  ta chuẩn hóa:  $\begin{cases} Z_C = n \\ Z_L = 1 \end{cases} \Rightarrow n = \frac{Z_C}{Z_L} = 5,5$

$$\Rightarrow U_{C_{\max}} = U_{C_{\max}} = \frac{U}{\sqrt{1-n^2}} = \frac{45\sqrt{13}}{\sqrt{1-5,5^2}} = 165(V) \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Cách 2:**

Khi tần số thay đổi:  $\begin{cases} U_{C_{\max}} \Leftrightarrow Z_L = Z_\tau = \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}} = \sqrt{Z_L Z_C - \frac{R^2}{2}} \quad (1) \\ U_{C_{\max}} = U_{L_{\max}} = U \frac{\frac{L}{C}}{R \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{4}}} = U \frac{Z_L Z_C}{R \sqrt{Z_L Z_C - \frac{R^2}{4}}} \quad (2) \end{cases}$

Thay  $Z_L = 2Z_C/11$  vào (1) suy ra:  $R = 6Z_C/11$ .

Thay các kết quả vào (2):

$$U_{C_{\max}} = U \frac{\frac{Z_L Z_C}{R \sqrt{Z_L Z_C - \frac{R^2}{4}}}}{= 45\sqrt{13} \cdot \frac{\frac{2Z_C}{11} Z_C}{\frac{6Z_C}{11} \sqrt{\frac{2Z_C}{11} Z_C - \left(\frac{6}{11}\right)^2 \frac{Z_C^2}{4}}} = 165(V) \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Câu 28.**

**Cách 1:**

Khi  $U_{C_{\max}}$  ta chuẩn hóa:  $\begin{cases} Z_C = n \\ Z_L = 1 \\ R = \sqrt{2n-2} \end{cases}$

$$\Rightarrow \tan \varphi_R \tan \varphi = \frac{Z_L}{R} \frac{Z_L - Z_C}{R} = \frac{1(1-n)}{2n-2} = -0,5 \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Cách 2:**

Khi tần số thay đổi,  $U_{C_{\max}} \Leftrightarrow Z_L = Z_\tau \Leftrightarrow Z_L = \sqrt{Z_L Z_C - \frac{R^2}{2}}$

$$\Rightarrow Z_C = Z_L + \frac{R^2}{2Z_L} > Z_L \text{ (u trẽ hơn i nên } \varphi < 0)$$

$$\Rightarrow \tan \varphi_R \tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} \cdot \frac{Z_L}{R} = \frac{Z_L - \left(Z_L + \frac{R^2}{2Z_L}\right)}{R} \cdot \frac{Z_L}{R} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

### Câu 29.

Khi tần số thay đổi,  $U_{\text{Cmax}} \Leftrightarrow Z_L = Z_\tau \Leftrightarrow Z_L = \sqrt{Z_L Z_C - \frac{R^2}{2}}$

$$\Rightarrow Z_C = Z_L + \frac{R^2}{2Z_L} > Z_L \quad (\text{u trễ hơn i nên } \varphi < 0)$$

$$\Rightarrow \tan \varphi_{RL} \tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} \cdot \frac{Z_L}{R} = \frac{Z_L - \left( Z_L + \frac{R^2}{2Z_L} \right)}{R} \cdot \frac{Z_L}{R} = -\frac{1}{2}$$

Gọi  $\alpha$  là độ lệch pha của  $u_{RL}$  và  $u$  thì  
 $\alpha = \varphi_{RL} - \varphi = \varphi_{RL} + (-\varphi)$ , trong đó,  $\varphi_{RL} > 0$  và  $(-\varphi) > 0$ .

$$\begin{aligned} \tan \alpha &= \tan(\varphi_{RL} - \varphi) = \frac{\tan \varphi_{RL} + \tan(-\varphi)}{1 + \tan \varphi_{RL} \tan(-\varphi)} \\ &= 2(\tan \varphi_{RL} + \tan(-\varphi)) \geq 2 \cdot 2 \sqrt{\tan \varphi_{RL} \tan(-\varphi)} = 2\sqrt{2} \Rightarrow \tan \alpha_{\min} = 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

$\Rightarrow$  Chọn A.

### Câu 30.

Khi tần số thay đổi,  $U_{\text{Cmax}} \Leftrightarrow Z_L = Z_\tau \Leftrightarrow Z_L = \sqrt{Z_L Z_C - \frac{R^2}{2}}$

$$\Rightarrow Z_C = Z_L + \frac{R^2}{2Z_L} > Z_L \quad (\text{u trễ hơn i nên } \varphi < 0)$$

$$\Rightarrow \tan \varphi_{RL} \tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} \cdot \frac{Z_L}{R} = \frac{Z_L - \left( Z_L + \frac{R^2}{2Z_L} \right)}{R} \cdot \frac{Z_L}{R} = -\frac{1}{2}$$

Gọi  $\alpha$  là độ lệch pha của  $u_{RL}$  và  $u$  thì  
 $\alpha = \varphi_{RL} - \varphi = \varphi_{RL} + (-\varphi)$ , trong đó,  $\varphi_{RL} > 0$  và  $(-\varphi) > 0$ .

$$\begin{aligned} \tan \alpha &= \tan(\varphi_{RL} - \varphi) = \frac{\tan \varphi_{RL} + \tan(-\varphi)}{1 + \tan \varphi_{RL} \tan(-\varphi)} \\ &= 2(\tan \varphi_{RL} + \tan(-\varphi)) \geq 2 \cdot 2 \sqrt{\tan \varphi_{RL} \tan(-\varphi)} = 2\sqrt{2} \Rightarrow \tan \alpha_{\min} = 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

$\Rightarrow \alpha_{\min} = 70,5^\circ \Rightarrow$  Chọn A.

### Câu 31.

Cách 1:

Khi  $U_{C_{\max}}$  ta chuẩn hóa:  $\begin{cases} Z_C = n \\ Z_L = 1 \\ R = \sqrt{2n-2} \end{cases}$

$$\Rightarrow U_{L_{\max}} = U_{C_{\max}} = \frac{U}{\sqrt{1-n^2}} = \frac{100\sqrt{2}}{\sqrt{1-1,5^2}} \approx 189,7(V) \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Cách 2:**

Áp dụng công thức:  $U_{C,L_{\max}} = \frac{U}{\sqrt{1-\left(\frac{\omega_C}{\omega_L}\right)^2}} = \frac{100\sqrt{2}}{\sqrt{1-\left(\frac{2}{3}\right)^2}} \approx 189,7(V)$

**Câu 32.**

*Cách 1*

$$* \text{Khi } f = f_0 \text{ thì } U_C = U \text{ nên } Z_C^2 = R^2 + (Z_L - Z_C)^2 \Rightarrow \begin{cases} Z_L^2 = 2\frac{L}{C} - R^2 \quad (1) \\ Z_C = \frac{R^2 + Z_L^2}{2Z_L} = \frac{x^2 + 1}{2} Z_L \end{cases}$$

(Đã đặt  $R = xZ_L$ ).

$$\Rightarrow \tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} \Leftrightarrow -0,75 = \frac{Z_L - \frac{x^2 + 1}{2} Z_L}{xZ_L}$$

$$\Rightarrow x = 2 \Rightarrow R = 2Z_L; Z_C = \frac{2^2 + 1}{2} Z_L = 2,5Z_L \quad (2)$$

$$* \text{Khi } f = f_0 + 45 \text{ Hz thì } U_L = U \text{ nên } Z_L^2 = R^2 + (Z_C^2 - Z_C)^2 \Rightarrow Z_C^2 = 2\frac{L}{C} - R^2 \quad (3).$$

Từ (1) và (3)  $\Rightarrow Z_L = Z_C \quad (4)$ . Thay (4) vào (2):

$$Z_C = 2,5Z_C \Leftrightarrow \frac{1}{2\pi f_0} = 2,5 \cdot \frac{1}{2\pi(f_0 + 45)} \Rightarrow f_0 = 30(\text{Hz}).$$

$$\text{Thay } f_0 = 30 \text{ Hz vào (2), ta được: } \frac{1}{60\pi C} = 2,5 \cdot 100\pi L \Rightarrow \frac{1}{LC} = 2,5(60\pi)^2 \quad (5)$$

$$* U_{AM} = IZ_{RC} = U \sqrt{\frac{R^2 + Z_C^2}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} \notin R \Leftrightarrow Z_L = 2Z_C \Leftrightarrow \frac{1}{LC} = 0,5(2\pi f)^2 \quad (6)$$

Thay (5) vào (6):  $0,5(2\pi f)^2 = 2,5(60\pi)^2 \Rightarrow f = 30\sqrt{5}(\text{Hz}) \Rightarrow \text{Chọn B.}$

**Cách 2:**

Dựa vào kết quả đẹp: “Khi  $\omega$  thay đổi đê:

$$* U_L = U, \text{ chuẩn hóa: } Z_C = 1, Z_L = m, R = \sqrt{2m-1}$$

$$* U_C = U, \text{ chuẩn hóa: } Z_L = 1, Z_C = m, R = \sqrt{2m-1} "$$

Áp dụng vào bài toán:

$$\clubsuit \text{ Khi } f = f_0 \text{ thì } U_C = U \text{ chuẩn hóa: } Z_L = 1, Z_C = m, R = \sqrt{2m-1}$$

$$\Rightarrow \tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} \Rightarrow -0,75 = \frac{1 - m}{\sqrt{2m-1}} \Rightarrow \begin{cases} m = 2,5 \\ m = 0,625 < 1 \Rightarrow \text{Loại.} \end{cases}$$

$$\clubsuit \text{ Khi } f = f_0 + 45 \text{ Hz thì } U_L = U \text{ chuẩn hóa: } Z_C = 1, Z_L = m, R = \sqrt{2m-1}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{Z'_L}{Z_L} = \frac{f_0 + 45}{f_0} = m = 2,5 \Rightarrow f_0 = 30 \text{ (Hz)} \\ Z'_L = Z_C \Leftrightarrow 2\pi(f_0 + 45)L = \frac{1}{2\pi f_0 C} \Rightarrow \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}} = \sqrt{(f_0 + 45)f_0} \end{cases}$$

$$\clubsuit \text{ Từ } U_{AM} = IZ_{RC} = ZU \sqrt{\frac{R^2 + Z_C^2}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} \notin R \Leftrightarrow Z_L = 2Z_C \Leftrightarrow 2\pi fL = 2 \frac{1}{2\pi fC}$$

$$\Rightarrow f = \sqrt{2} \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}} = \sqrt{2(f_0 + 45)f_0} = \sqrt{2(30 + 45)30} = 30\sqrt{5} \text{ (Hz)} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Câu 33.**

**Cách 1:**

$$\text{Khi } U_{L\max} \text{ ta chuẩn hóa: } \begin{cases} Z_C = 1 \\ Z_L = n \\ R = \sqrt{2n-2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow U_{L\max} = U_{C\max} = \frac{U}{\sqrt{1-n^2}} \Rightarrow 300 = \frac{U}{\sqrt{1-1,5^2}} \Rightarrow U \approx 223,6 \text{ (V)} \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Cách 2:**

$$\text{Áp dụng công thức: } \left(\frac{\omega_C}{\omega_L}\right)^2 + \left(\frac{U}{U_{C,L\max}}\right)^2 = 1$$

$$\Rightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{U}{300}\right)^2 = 1 \Rightarrow U \approx 223,6 \text{ (V)}$$

### Câu 34.

Tính:  $Z_{L1} = 187,5 \Omega$ ;  $Z_{C1} = 160 \Omega$ ;  $Z_{C2} = 120 \Omega$ .

$$\text{Từ } U_{L1} = U_{L2} \Rightarrow \frac{Z_{L1}}{\sqrt{R^2 + (Z_{L1} - Z_{C1})^2}} = \frac{Z_{L2}}{\sqrt{R^2 + (Z_{L2} - Z_{C2})^2}}$$

$$\Rightarrow R = 100\sqrt{2} \Omega$$

$$\text{Tính: } n = \frac{\omega_L}{\omega_C} = \frac{1}{1 - \frac{R^2 C}{2L}} = \frac{1}{1 - \frac{100^2 \cdot 2 \cdot 10^{-3}}{2.625.4.8}} = 1,5$$

$$\Rightarrow U_{L\max} = \frac{U}{\sqrt{1-n^2}} = \frac{200}{\sqrt{1-1,5^2}} \approx 268,33(V) \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

### Câu 35.

Khi  $\omega$  thay đổi:

$$1) U_{L\max} \text{ khi } \omega_L = \frac{1}{CZ_r} \text{ chuẩn hóa} \begin{cases} Z_L = n \\ Z_C = 1 \\ R = \sqrt{2n-2} \end{cases} \Rightarrow U_{L\max} = \frac{U}{\sqrt{1-n^2}}$$

$$2) U_{C\max} \text{ khi } \omega_C = \frac{Z_r}{L} \text{ chuẩn hóa} \begin{cases} Z_L = 1 \\ Z_C = n \\ R = \sqrt{2n-2} \end{cases} \Rightarrow U_{C\max} = \frac{U}{\sqrt{1-n^2}}$$

$$\text{Với } n = \frac{\omega_L}{\omega_C} = \frac{1}{1 - \frac{R^2 C}{2L}} > 1$$

$$3) U_L = U \text{ khi } \omega_1 = \frac{\omega_L}{\sqrt{2}}$$

$$4) U_C = U \text{ khi } \omega_2 = \omega_C \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow n = \frac{\omega_L}{\omega_C} = \frac{\omega_1 \sqrt{2}}{\omega_2 / \sqrt{2}} = 1,4 \Rightarrow U_{L\max} = \frac{U}{\sqrt{1-n^2}} = \frac{100}{\sqrt{1-1,4^2}} \approx 143(V) \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

### Câu 36.

Khi  $\omega$  thay đổi:

$$1) U_{L\max} \text{ khi } \omega_L = \frac{1}{CZ_r} \text{ chuẩn hóa} \begin{cases} Z_L = n \\ Z_C = 1 \\ R = \sqrt{2n-2} \end{cases} \Rightarrow U_{L\max} = \frac{U}{\sqrt{1-n^2}}$$

$$2) U_{C\max} \text{ khi } \omega_C = \frac{Z_r}{L} \text{ chuẩn hóa} \begin{cases} Z_L = 1 \\ Z_C = n \\ R = \sqrt{2n-2} \end{cases} \Rightarrow U_{C\max} = \frac{U}{\sqrt{1-n^2}}$$

$$\text{Với } n = \frac{\omega_L}{\omega_C} = \frac{1}{1 - \frac{R^2 C}{2L}} > 1$$

$$3) U_L = U \text{ khi } \omega_1 = \frac{\omega_L}{\sqrt{2}}$$

$$4) U_C = U \text{ khi } \omega_2 = \omega_C \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow n = \frac{\omega_L}{\omega_C} = \frac{\omega_1 \sqrt{2}}{\omega_2 / \sqrt{2}} = 1,2 \Rightarrow U_{L\max} = \frac{U}{\sqrt{1-n^2}} = \frac{100}{\sqrt{1-1,2^2}} \approx 181(V) \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

### Câu 37.

$$\text{Khi } U_{MB} = U_{RC} = \max, \text{ chuẩn hóa số liệu:} \begin{cases} Z_L = 1 \\ Z_C = p \\ R = p\sqrt{2p-2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \cos \varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{p-1}{2p^2}}} \Rightarrow \frac{3}{\sqrt{10}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{p-1}{2p^2}}} \Rightarrow \begin{cases} p = 3 \\ p = 1,5 \end{cases}$$

$$\text{Theo đề } \frac{\omega_R}{\omega_{RC}} = p = \frac{\omega_1}{\omega_1 - 40} \text{ nên} \begin{cases} 3 = \frac{\omega_1}{\omega_1 - 40} \Rightarrow \omega_1 = 60(\text{rad/s}) \\ 1,5 = \frac{\omega_1}{\omega_1 - 40} \Rightarrow \omega_1 = 120(\text{rad/s}) \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn A, D.}$$

### Câu 38.

$$\text{Khi } U_{MB} = U_{RC} = \max, \text{ chuẩn hóa số liệu:} \begin{cases} Z_L = 1 \\ Z_C = p \\ R = p\sqrt{2p-2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \cos\varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{p-1}{2p^2}}} \Rightarrow \frac{2\sqrt{2}}{3} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{p-1}{2p^2}}} \Rightarrow p = 2$$

Theo đề  $\frac{\omega_R}{\omega_{RC}} = p = \frac{\omega_1}{\omega_1 - 40}$  nên  $2 = \frac{\omega_1}{\omega_1 - 40} \Rightarrow \omega_1 = 80 \text{ (rad/s)}$  ⇒ Chọn C.

### Câu 39.

$$\text{Đặt } p = \frac{\omega_R}{\omega_{RC}} = \frac{1}{2} \left( 1 + \sqrt{1 + 2 \frac{R^2 C}{L}} \right) = \frac{1}{2} \left( 1 + \sqrt{1 + 2 \cdot 1,5} \right) = 1,5$$

$$\text{Khi } U_{AN} = U_R = \max, \text{ chuẩn hóa số liệu: } \begin{cases} Z_L = p \\ Z_C = 1 \\ R = p\sqrt{2p-2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \cos\varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{p-1}{2p^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1,5-1}{2 \cdot 1,5^2}}} \approx 0,95 \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

### Câu 40.

$$\text{Đặt } p = \frac{\omega_R}{\omega_{RC}} = \frac{1}{2} \left( 1 + \sqrt{1 + 2 \frac{R^2 C}{L}} \right) = \frac{1}{2} \left( 1 + \sqrt{1 + 2 \cdot 1,5} \right) = 1,5$$

$$\text{Khi } U_{AN} = U_R = \max, \text{ chuẩn hóa số liệu: } \begin{cases} Z_L = p \\ Z_C = 1 \\ R = p\sqrt{2p-2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \tan\varphi_{MB} = \frac{-Z_C}{R} = \frac{-1}{p\sqrt{2p-2}} = -\frac{0,5}{\sqrt{2}} \Rightarrow p = 2 \\ \cos\varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{p-1}{2p^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{2-1}{2 \cdot 2^2}}} \approx 0,94 \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

### Câu 41.

$$\text{Khi } U_{MB} = U_{RC} = \max, \text{ chuẩn hóa số liệu: } \begin{cases} Z_L = 1 \\ Z_C = p \\ R = p\sqrt{2p-2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \cos\varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{p-1}{2p^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{8} \underbrace{\left[ 1 - \left( 1 - \frac{2}{p} \right)^2 \right]}_{\leq 1}}} \geq \frac{2\sqrt{2}}{3} \approx 0,94$$

(Dấu bằng xảy ra khi  $p = 2!$ )  $\Rightarrow$  Chọn A.

#### Câu 42.

Khi  $U_{AN} = U_R = \max$ , chuẩn hóa số liệu:  $\begin{cases} Z_L = p \\ Z_C = 1 \\ R = p\sqrt{2p-2} \end{cases}$

$$\Rightarrow \cos\varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{p-1}{2p^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{8} \underbrace{\left[ 1 - \left( 1 - \frac{2}{p} \right)^2 \right]}_{\leq 1}}} \geq \frac{8}{9}$$

(Dấu bằng xảy ra khi  $p = 2!$ )  $\Rightarrow$  Chọn A.

Hơn nữa, vì  $p = \frac{\omega_R}{\omega_{RC}} = \frac{1}{2} \left( 1 + \sqrt{1 + 2 \frac{R^2 C}{L}} \right) > 1$  nên  $\cos\varphi < 1$ .

Do đó,  $P = P_{\max} \cos^2 \varphi \Rightarrow P_{\max} \frac{8}{9} \leq P < P_{\max} \Leftrightarrow 72 \leq P < 81 \Rightarrow$  Chọn C.

#### Câu 43.

Cường độ hiệu dụng (với  $U = k\omega$ ):

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{k\omega}{\sqrt{R^2 + \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}} = \frac{k/L}{\sqrt{\frac{1}{L^2 C^2} \frac{1}{\omega^4} - 2 \left( \frac{L}{C} - \frac{R^2}{2} \right) \frac{1}{L^2} \frac{1}{\omega^2} + 1}}$$

Hàm kiểu tam thức đối với  $1/\omega^2$  nên:

$$\frac{1}{\omega_0^2} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\omega_1^2} + \frac{1}{\omega_2^2} \right) \Leftrightarrow \frac{1}{150^2} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{f_1^2} + \frac{1}{16f_1^2} \right) \Rightarrow f_1 = 109,33 \text{ (Hz)} \Rightarrow$$
 Chọn D.

#### Câu 44.

Với  $\omega = \omega_C$  (để  $U_{C\max}$ ), sai khi chuẩn hóa số liệu:  $\begin{cases} Z_L = 1 \\ Z_C = n \\ R = \sqrt{2n-2} \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} U_c = IZ_c = U \frac{Z_c}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_c)^2}} = \frac{Un}{\sqrt{n^2 - 1}} \\ U_{RC} = IZ_{RC} = U \frac{\sqrt{R^2 + Z_c^2}}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_c)^2}} = U \frac{\sqrt{n^2 + 2n - 2}}{\sqrt{n^2 - 1}} \end{cases} \Rightarrow \frac{U_{RC}}{U_c} = \frac{\sqrt{n^2 + 2n - 2}}{\sqrt{n^2 - 1}}$$

$$\Rightarrow \frac{30\sqrt{5}}{10\sqrt{30}} = \frac{\sqrt{n^2 + 2n - 2}}{n} \Rightarrow \begin{cases} n = 2 \\ n = -1 < 1 \Rightarrow \text{Loại} \end{cases}$$

$$\Rightarrow U = U_c = \frac{\sqrt{n^2 - 1}}{n} = 10\sqrt{30} \frac{\sqrt{2^2 - 1}}{2} = 15\sqrt{10} (\text{V}) \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

#### Câu 45.

Với  $\omega = \omega_C$  (để  $U_{C\max}$ ), sai khi chuẩn hóa số liệu:  $\begin{cases} Z_L = 1 \\ Z_C = n \\ R = \sqrt{2n - 2} \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} U_c = IZ_c = U \frac{Z_c}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_c)^2}} = \frac{Un}{\sqrt{n^2 - 1}} \\ U_{LC} = IZ_{LC} = U \frac{\sqrt{0^2 + (Z_L - Z_c)^2}}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_c)^2}} = U \frac{n-1}{\sqrt{n^2 - 1}} \end{cases} \Rightarrow \frac{U_{LC}}{U_c} = \frac{n-1}{n}$$

$$\Rightarrow \frac{30\sqrt{5}}{10\sqrt{30}} = \frac{\sqrt{n^2 + 2n - 2}}{n} \Rightarrow \begin{cases} n = 2 \\ n = -1 < 1 \Rightarrow \text{Loại} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{30}{50} = \frac{n-1}{n} \Rightarrow n = 2,5 \Rightarrow U = U_c \frac{\sqrt{n^2 - 1}}{n} = 50 \frac{\sqrt{2,5^2 - 1}}{2,5} = 10\sqrt{21} (\text{V}) \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

#### Câu 46.

Ta dựa vào kết quả:

"Khi  $\omega$  thay đổi"  $\begin{cases} U_{RL\max} = \frac{U}{\sqrt{1-p^{-2}}} \Leftrightarrow Z_{L1} = p \\ U_{L\max} = \frac{U}{\sqrt{1-n^{-2}}} \Leftrightarrow Z_{L2} = n \end{cases}$  với  $p = 0,5 + \sqrt{1,25 - n^{-1}}$ "

Thay số:

$$200 = \frac{100}{\sqrt{1-p^{-2}}} \Rightarrow p = \frac{2}{\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{2}{\sqrt{3}} = 0,5 + \sqrt{1,25 - n^{-1}} \Rightarrow n = \frac{3+6\sqrt{3}}{11}$$

$$\frac{Z_{L2}}{Z_{L1}} = \frac{n}{p} \Rightarrow Z_{L2} = Z_{L1} = \frac{n}{p} = 5 \frac{\frac{11}{2}}{\frac{2}{\sqrt{3}}} \approx 5,27(\Omega) \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Câu 47.**

Ta dựa vào kết quả:

"Khi omega thay đổi"

$$\begin{cases} U_{R_{\max}} = \frac{U}{\sqrt{1-p^2}} \Leftrightarrow \begin{cases} Z_{L1} = p \\ Z_{C1} = 1 \end{cases} \\ U_{C_{\max}} = \frac{U}{\sqrt{1-n^2}} \Leftrightarrow \begin{cases} Z_{L2} = 1 \\ Z_{C2} = n \end{cases} \end{cases} \text{ với } p = 0,5 + \sqrt{1,25 - n^2}$$

$$\text{Thay số: } 72\sqrt{5} = \frac{120}{\sqrt{1-p^2}} \Rightarrow p = 1,5 \Rightarrow \frac{Z_{L2}}{Z_{L1}} = \frac{1}{p} \Rightarrow Z_{L2} = Z_{L1} \frac{1}{p} = 15 \frac{1}{1,5} = 10(\Omega)$$

$\Rightarrow$  Chọn B.

**Câu 48.**

$$* \text{Tù } \frac{n}{2} = m = \frac{f_2}{f_1} = \frac{f_1 + 100}{f_1} > 1$$

\* Khi  $f = f_L$  thì

$$\begin{cases} P = 0,75P_{\max} \Leftrightarrow \frac{U^2}{R} \cos^2 \varphi' = 0,75 \frac{U^2}{R} \Rightarrow \cos^2 \varphi' = 0,75 \Rightarrow |\sin \varphi'| = 0,5 \\ U_C = U \xrightarrow{\text{Chuẩn hóa}} \begin{cases} Z_C = Z = m \\ Z_L = 1 \end{cases} \Rightarrow \sin \varphi' = \frac{Z_L - Z_C}{Z} = \frac{1}{m} - 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \left| 1 - \frac{1}{m} \right| = 0,5 \Rightarrow \begin{cases} m = \frac{2}{3} < 1 \Rightarrow \text{Loại.} \\ m = 2 \Rightarrow n = 2m = 4 \end{cases}$$

$$* \text{Khi } f = f_L \text{ thì } U_{L\max} \text{ chuẩn hóa} \begin{cases} Z_L = n \\ Z_C = 1 \\ R = \sqrt{2n-2} \end{cases} \Rightarrow \cos \varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$$

$$\Rightarrow \cos \varphi = \frac{\sqrt{2n-2}}{\sqrt{n^2-1}} = \frac{\sqrt{2.4-2}}{\sqrt{4^2-1}} \approx 0,632 \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Câu 49.**

$$* \text{Tù } \frac{n}{2} = m = \frac{f_2}{f_1} = \frac{f_1 + 50}{f_1} > 1$$

$$* \text{Khi } U_L = U \xrightarrow{\text{Chuẩn hóa}} \begin{cases} Z_L = Z = m \\ Z_C = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 1 - \cos^2 \varphi' = \sin^2 \varphi' = \left( \frac{Z_L - Z_C}{Z} \right)^2 = \left( \frac{m-1}{m} \right)^2$$

$$\xrightarrow{\cos^2 \varphi' = \frac{1}{3}} 1 - \frac{1}{3} = \left( 1 - \frac{1}{m} \right)^2 \Rightarrow \begin{cases} m = \frac{1}{1 + \sqrt{2/3}} < 1 \\ m = \frac{1}{1 - \sqrt{2/3}} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{1 - \sqrt{2/3}} = \frac{f_0 + 50}{f_0} \Rightarrow f_0 = -50 + 25\sqrt{6} \approx 11,24 \text{ (Hz)} \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Cách 2:**

$$\text{Áp dụng công thức giải nhanh: } \frac{\Delta f}{f_0 + \Delta f} = \sqrt{1 - \cos^2 \varphi'}$$

$$\frac{50}{f_0 + 50} = \sqrt{1 - \frac{1}{3}} \Rightarrow f_0 = 11,24 \text{ (Hz)} \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Câu 50.**

$$\text{Áp dụng công thức giải nhanh: } \frac{\Delta f}{f_0 + \Delta f} = \sqrt{1 - \cos^2 \varphi'}$$

$$\frac{60}{f_0 + 60} = \sqrt{1 - 0,68^2} \Rightarrow f_0 = 21,83 \text{ (Hz)} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Câu 51.**

$$* \text{Tù } m = \frac{f_{(U_L=U)}}{f_{(U_C=U)}} = \frac{f_0}{f_0 - \Delta f} > 1$$

$$* \text{Khi } U_C = U \xrightarrow{\text{Chuẩn hóa}} \begin{cases} Z_C = Z = m \Rightarrow R = \sqrt{2m-1} \\ Z_L = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 1 - \cos^2 \varphi' = -\sin^2 \varphi' = -\frac{Z_L - Z_C}{Z} = 1 - \frac{1}{m} = \frac{\Delta f}{f_0}$$

$$\Rightarrow \sqrt{1 - 0,8^2} = \frac{30}{f_0} \Rightarrow f_0 = 50 \text{ (Hz)} \Rightarrow \begin{cases} f_2 = f_0 - 30 = 20 \text{ (Hz)} \\ m = 2,5 \Rightarrow \begin{cases} R = \sqrt{2 \cdot 2,5 - 1} = 2 \\ Z_L = 1 = 0,5R \\ Z_C = 2,5 = 1,25R \end{cases} \end{cases}$$

\*Khi  $f_3 = 10 \text{ Hz} = f_2/2$  thì  $\begin{cases} Z_c = 2Z_c = 2,5R \\ Z_L = \frac{Z_L}{2} = 0,25R \end{cases}$

$$\Rightarrow U_R = IR = \frac{UR}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_c)^2}} = \frac{U \cdot R}{\sqrt{R^2 + (0,25R - 2,5R)^2}} = \frac{4U}{\sqrt{97}}$$

$$\Rightarrow 8\sqrt{97} = \frac{4U}{\sqrt{97}} \Rightarrow U = 194(V) \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

### Câu 52.

\*Khi  $\omega$  thay đổi để  $U_{C_{max}}$  thì chuẩn hóa số liệu:  $\begin{cases} Z_L = 1 \\ Z_c = n \\ R = \sqrt{2n-2} \end{cases}$

$$\Rightarrow \tan 1,249 = \tan(\varphi_{AN} - \varphi_{AB}) = \frac{\tan \varphi_{AN} - \tan \varphi_{AB}}{1 + \tan \varphi_{AN} \tan \varphi_{AB}} = \frac{\frac{Z_L}{R} - \frac{Z_L - Z_c}{R}}{1 + \frac{Z_L}{R} \frac{Z_L - Z_c}{R}}$$

$$= \frac{Z_c R}{R^2 + Z_L(Z_L - Z_c)} = \frac{n\sqrt{2}}{\sqrt{n-1}} \Rightarrow \begin{cases} n = 1,5 \\ n = 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \cos^2 \varphi = \frac{R}{R^2 + (Z_L - Z_c)^2} = \frac{2}{n+1} \begin{cases} = \frac{2}{3+1} = 0,5 \\ = \frac{2}{1,5+1} = 0,8 \end{cases}$$

\*Áp dụng công thức:

$$P = \frac{U^2}{R} \cos^2 \varphi = P_{max} \cos^2 \varphi \Rightarrow P_{max} = \frac{P}{\cos^2 \varphi} \begin{cases} = \frac{200}{0,5} = 400(W) \\ = \frac{200}{0,8} = 250(W) \end{cases}$$

$\Rightarrow$  Chọn B, C.

### Câu 53.

\*Khi  $\omega$  thay đổi để  $U_{C_{max}}$  thì chuẩn hóa số liệu:  $\begin{cases} Z_L = 1 \\ Z_c = n \\ R = \sqrt{2n-2} \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos^2 \varphi = \frac{R^2}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \frac{2}{n+1} \xrightarrow[P=P_{\max} \cos^2 \varphi]{\Rightarrow \cos^2 \varphi = \frac{P}{P_{\max}}} \frac{2}{n+1} = \frac{2}{3} \Rightarrow n = 2 \\ \tan(\varphi_{AN} - \varphi_{AB}) = \frac{\tan \varphi_{AN} - \tan \varphi_{AB}}{1 + \tan \varphi_{AN} \tan \varphi_{AB}} = \frac{\frac{Z_L}{R} - \frac{Z_L - Z_C}{R}}{1 + \frac{Z_L}{R} \frac{Z_L - Z_C}{R}} = \frac{n\sqrt{2}}{\sqrt{n-1}} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \tan(\varphi_{AN} - \varphi_{AB}) = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2-1}} \Rightarrow (\varphi_{AN} - \varphi_{AB}) \approx 0,39\pi \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

#### Câu 54.

\*Tùy  $n = \frac{f_{(U_{L\max})}}{f_{(U_{C\max})}} = \frac{f_0 + 60}{f_0} > 1$

\*Khi ω thay đổi để  $U_{C\max}$  thì chuẩn hóa số liệu:  $\begin{cases} Z_L = 1 \\ Z_C = n \\ R = \sqrt{2n-2} \end{cases}$

$$\Rightarrow \cos^2 \varphi = \frac{R^2}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \frac{2}{n+1} \xrightarrow[P=P_{\max} \cos^2 \varphi]{\Rightarrow \cos^2 \varphi = \frac{P}{P_{\max}} = \frac{3}{4}} \frac{2}{n+1} = \frac{3}{4} \Rightarrow n = \frac{5}{3}$$

$$\begin{cases} \frac{5}{3} = \frac{f_0 + 60}{f_0} \Rightarrow f_0 = 90 \text{ (Hz)} \Rightarrow \omega_0 = 180\pi \text{ (rad/s)} \\ LC = \frac{Z_L}{Z_C} \frac{1}{\omega_0^2} = \frac{3}{5} \frac{1}{(180\pi)^2} \Rightarrow f_1 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 30\sqrt{15} \text{ (Hz)} \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

## CHỦ ĐỀ 14. MÁY ĐIỆN

### Vấn đề 1: Các đại lượng đặc trưng của máy phát điện xoay chiều 1 pha

Nếu máy phát có p cặp cực nam châm và rôto quay với tốc độ n vòng/s thì tần số dòng điện do máy phát ra:  $f = np$ .

Nếu máy phát có p cặp cực nam châm và rôto quay với tốc độ n vòng/phút thì tần số dòng điện do máy phát ra:  $f = \frac{np}{60}$ .

Nếu lúc đầu pháp tuyến của khung dây  $\vec{n}$  hợp với cảm ứng từ  $\vec{B}$  một góc  $\alpha$  thì biểu thức từ thông gửi qua một vòng dây  $\Phi_1 = BS\cos(\omega t + \alpha)$ .

Nếu trong cuộn dây có N vòng giống nhau, thì suất điện động xoay chiều trong cuộn dây là:

$$e = -N \frac{d\Phi_1}{dt} = \omega NBS \sin(\omega t + \alpha).$$

Từ thông cực địa gửi qua 1 vòng dây:  $\Phi_0 = BS$ .

Biên độ của suất điện động là:  $E_0 = \omega NBS$ .

Suất điện động hiệu dụng:  $E = \frac{E_0}{\sqrt{2}} = \frac{\omega NBS}{\sqrt{2}}$

**Chú ý:**

Nếu lúc đầu  $\vec{n}$  cùng hướng với  $\vec{B}$  thì  $\alpha = 0$  (mặt khung vuông góc với  $\vec{B}$ ).

Nếu lúc đầu  $\vec{n}$  ngược hướng với  $\vec{B}$  thì  $\alpha = \pi$  (mặt khung vuông góc với  $\vec{B}$ ).

Nếu lúc đầu  $\vec{n}$  vuông góc với  $\vec{B}$  thì  $\alpha = \pm\pi/2$  (mặt khung song song với  $\vec{B}$ ).

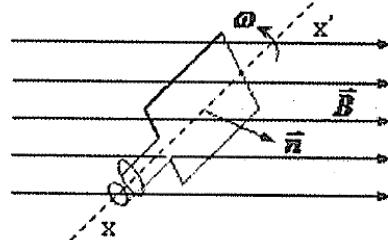
**Ví dụ 1:** Một máy phát xoay chiều một pha có phần cảm là rôto quay với tốc độ 375 vòng/phút. Nếu nối hai cực máy phát với bóng đèn neon thì trong một giây số lần đèn sáng là 100 lần. Số cặp cực của rôto bằng

- A. 12.                    B. 4.                    C. 16.                    D. 8.

### Hướng dẫn

Trong một giây số lần đèn sáng là  $2f = 100$  lần  $\Rightarrow f = 50$  Hz.

Từ công thức  $f = \frac{np}{60} \Rightarrow 50 = \frac{375p}{60} \Rightarrow p = 8 \Rightarrow$  Chọn D.



**Ví dụ 2:** Một khung dây dẫn quay đều quanh trục  $xx'$  với tốc độ 150 vòng/phút trong một từ trường đều có cảm ứng từ B vuông góc với trục quay  $xx'$  của khung. Ở một thời điểm nào đó từ thông gửi qua khung dây là 4 Wb thì suất điện động cảm ứng trong khung dây bằng  $15\pi$  (V). Tỷ thông cực đại gửi qua khung dây bằng

- A. 4,5 Wb.      B.  $5\pi$  Wb.      C. 6 Wb.      D. 5 Wb

### Hướng dẫn

$$\text{Tần số góc: } \omega = 2\pi f = 2\pi \frac{np}{60} = 2\pi \frac{150.1}{60} = 5\pi \text{ (rad/s)}$$

$$\text{Suất điện động cực đại: } E_0 = \omega NBS = \omega N\Phi_0$$

$$\text{Biểu thức từ thông và biểu thức suất điện động: } \begin{cases} \Phi = \Phi_0 \cos \omega t \\ e = \Phi' = -\omega \Phi_0 \sin \omega t \end{cases}$$

$$\Rightarrow \left( \frac{\Phi}{\Phi_0} \right)^2 + \left( \frac{e}{-\omega \Phi_0} \right)^2 = 1 \Rightarrow \left( \frac{4}{\Phi_0} \right)^2 + \left( \frac{15\pi}{5\pi \Phi_0} \right)^2 = 1 \Rightarrow \Phi_0 = 5 \text{ (Wb)} \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Ví dụ 3:** Hai máy phát điện xoay chiều một pha phát ra dòng điện xoay chiều có cùng tần số f. Máy thứ nhất có p cặp cực, rôto quay với tốc độ 27 vòng/s. Máy thứ hai có 4 cặp cực quay với tốc độ n vòng/s (với  $10 \leq n \leq 20$ ). Tính f.

### Hướng dẫn

$$f_1 = f_2 \Rightarrow n_1 p_1 = n_2 p_2 \Rightarrow 27 \cdot p = n \cdot 4 \Rightarrow n = \frac{27p}{4} \xrightarrow{10 \leq n \leq 20} 1,4 < p < 2,96$$

Vì p là số nguyên nên  $p = 2 \Rightarrow f = n_1 p_1 = 27 \cdot 2 = 54$  (Hz)  $\Rightarrow$  Chọn D.

*Chú ý: Khi máy phát có số cặp cực thay đổi  $\Delta p$  và số vòng quay thay đổi  $\Delta n$  (nên đổi đơn vị là vòng/giây) thì tùy thuộc vào từng trường hợp để lựa chọn dấu '+' hay dấu '-' trong các công thức*

$$\text{sau: } \begin{cases} \Delta n (\text{vòng/s}) \\ f_1 = n_1 p_1 \Rightarrow n_1 = \frac{f_1}{p_1} \\ f_2 = n_2 p_2 = (n_1 \pm \Delta n)(p_1 \pm \Delta p) \Rightarrow p_1 = ? \end{cases}$$

**Ví dụ 4:** Một máy phát điện xoay chiều một pha phát ra dòng điện có tần số 60 Hz. Nếu thay rôto của nó bằng một rôto khác có nhiều hơn một cặp cực, muốn tần số vẫn là 60 Hz thì số vòng quay của rôto tổng một giờ thay đổi 7200 vòng. Tính số cặp cực của rôto cũ.

- A. 10.      B. 4.      C. 15.      D. 5.

### Hướng dẫn

$$\Delta N = \frac{7200(v\beta ng)}{h} = \frac{7200(v\beta ng)}{3600(s)} = 2(v\beta ng / s)$$

$$f_1 = n_1 p_1 = 60(\text{Hz}) \Rightarrow n_1 = \frac{60}{p_1}$$

Khi  $p_2 = p_1 + 1$  mà  $f_2 = f_1$  nên tốc độ quay phải giảm tức là  $n_2 = n_1 - 2$ :

$$f_2 = n_2 p_2 = (n_2 - 2)(p_1 + 1)$$

Thay  $f_2 = 60$  Hz và  $n_1 = \frac{60}{p_1}$  ta được:  $60 = \left(\frac{60}{p_1} - 2\right)(p_1 + 1) \Rightarrow p_1 = 5 \Rightarrow$  Chọn D.

**Ví dụ 5:** Một khung dây dẫn dẹt hình tròn có bán kính 1 cm gồm có 1000 vòng, quay với tốc độ 1500 (vòng/phút) quanh một trục nằm trong mặt phẳng của khung dây, trong một từ trường đều có cảm ứng từ  $0,2\text{ T}$  có hướng vuông góc với trục quay. Tính suất điện động hiệu dụng trong khung dây.



*Hướng dẫn*

$$f = \frac{np}{60} = 25 \text{ (Hz)}$$

$$E = \frac{N.2\pi f.BS}{\sqrt{2}} = \frac{N.2\pi f.B\pi r^2}{\sqrt{2}} = \frac{1000.2\pi.25.0.2\pi.10^{-4}}{\sqrt{2}} \approx 7(V) \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Ví dụ 6:** Phần cảm của một máy phát điện xoay chiều có hai cặp cực. Các cuộn dây của phần ứng mắc nối tiếp vào có số vòng tổng cộng là 240 vòng. Từ thông cực đại qua mỗi vòng dây và có tốc độ quay của rôto phải có giá trị thế nào để suất điện động có giá trị hiệu dụng là 220 V và tần số 50 Hz?



### *Hướng dẫn*

$$f = np \Rightarrow n = \frac{f}{p} = 25(v\beta ng / s)$$

$$E = \frac{E_0}{\sqrt{2}} = \frac{N2\pi f\Phi_0}{\sqrt{2}} \Rightarrow \Phi_0 = \frac{E\sqrt{2}}{N2\pi f} = \frac{220\sqrt{2}}{240.2\pi.50} \approx 4.10^{-3}(\text{Wb}) \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

*Chú ý: Nếu mạch được nối kín và tổng điện trở thuần của mạch là  $R$  thì cường độ hiệu dụng, công suất tỏa nhiệt và nhiệt lượng tỏa ra lần lượt là:*

$$E = \frac{N\omega BS}{\sqrt{2}}; I = \frac{E}{R}; P = I^2 R; Q = Pt = I^2 Rt$$

**Ví dụ 7:** Phản ứng của một máy phát điện xoay chiều một pha có 200 vòng dây. Từ thông qua mỗi vòng dây có giá trị cực đại là 2 mWb và biến thiên điều hoà với tần số 50 Hz. Hai đầu khung dây nối với điện trở  $R = 1000 \Omega$ . Tính nhiệt lượng tỏa ra trên R trong thời gian 1 phút.

- A. 417 J.      B. 474 J.      C. 465 J.      D. 470 J.

### Hướng dẫn

$$\omega = 2\pi f = 100\pi \text{ (rad/s)}$$

$$Q = I^2 Rt = \frac{E_0^2 t}{2R} = \frac{(N\omega BS)^2 t}{2R} = \frac{(200 \cdot 100\pi \cdot 0,002)^2}{2 \cdot 1000} \approx 474 \text{ (J)} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Ví dụ 8:** Một vòng dây có diện tích  $S = 0,01 \text{ m}^2$  và điện trở  $R = 0,45 \Omega$ , quay đều với tốc độ góc  $\omega = 100 \text{ rad/s}$  trong một từ trường đều có cảm ứng từ  $B = 0,1 \text{ T}$  xung quanh một trục nằm trong mặt phẳng vòng dây và vuông góc với các đường sức từ. Nhiệt lượng tỏa ra trong vòng dây khi nó quay được 1000 vòng là

- A. 1,39 J.      B. 0,35 J.      C. 2,19 J.      D. 0,7 J.

### Hướng dẫn

$$\begin{cases} t = nT = n \frac{2\pi}{\omega} = 1000 \cdot \frac{2\pi}{100} = 20\pi \text{ (s)} \\ I_0 = \frac{N\omega BS}{R} = \frac{1 \cdot 100 \cdot 0,1 \cdot 0,01}{0,48} = \frac{2}{9} \text{ (A)} \end{cases}$$

$$\Rightarrow Q = I^2 Rt = \frac{1}{2} I_0^2 Rt = \frac{1}{2} \left( \frac{2}{9} \right)^2 \cdot 0,45 \cdot 20\pi \approx 0,7 \text{ (J)} \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Ví dụ 9:** Một máy dao điện có rôto 4 cực quay đều với tốc độ 25 vòng/s. Stato là phản ứng gồm 100 vòng dây dẫn diện tích một vòng  $6 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2$ , cảm ứng từ  $B = 5 \cdot 10^{-2} \text{ T}$ . Hai cực của máy phát điện được nối với điện trở thuận R, nhúng vào trong 1 kg nước. Nhiệt độ của nước sau mỗi phút tăng thêm  $1,9^\circ$ . Tổng trở của phản ứng của máy dao điện được bỏ qua. Nhiệt dung riêng của nước là  $4186 \text{ J/kg.deg}$ . Tính R.

- A.  $R = 35,3 \Omega$       B.  $R = 33,5 \Omega$       C.  $R = 45,3 \Omega$       D.  $R = 35,0 \Omega$

### Hướng dẫn

$$f = np = 25 \cdot 2 = 50 \text{ (Hz)} \Rightarrow \omega = 2\pi f = 100\pi \text{ (rad/s)}$$

$$E = \frac{E_0}{\sqrt{2}} = \frac{N\omega BS}{\sqrt{2}} = \frac{100 \cdot 100\pi \cdot 5 \cdot 10^{-2} \cdot 6 \cdot 10^{-2}}{\sqrt{2}} \approx 66,64 \text{ (V)}$$

$$Q_{t\text{oa}} = \frac{E^2}{R} t = Q_{\text{thu}} = cm\Delta t^0 \Rightarrow R = \frac{E^2 t}{cm\Delta t^0} = \frac{66,64^2 \cdot 60}{4186.1.1,9} \approx 33,5(\Omega) \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Chú ý:** Khi tốc độ quay của roto thay đổi thì tần số:

$$\begin{cases} f_1 = np \\ f_2 = (n + \Delta n)p \\ f_3 = (n + \Delta n')p \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n = ? \\ p = ? \\ \end{cases}$$

$$\text{Suất điện động hiệu dụng tương ứng: } E = \frac{E_0}{\sqrt{2}} = \frac{2\pi f N \Phi_0}{\sqrt{2}} \Rightarrow \begin{cases} E_1 = \frac{2\pi f_1 N \Phi_0}{\sqrt{2}} \\ E_2 = \frac{2\pi f_2 N \Phi_0}{\sqrt{2}} \\ E_3 = \frac{2\pi f_3 N \Phi_0}{\sqrt{2}} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{E_3}{E_2 - E_1} = \frac{f_3}{f_2 - f_1}$$

**Ví dụ 10:** Nếu tốc độ quay của roto tăng thêm 1 vòng/s thì tần số của dòng điện do máy phát ra tăng từ 60 Hz lên 70 Hz và suất điện động hiệu dụng do máy phát ra thay đổi 40 V so với ban đầu. Hỏi nếu tiếp tục tăng tốc độ của roto thêm 1 vòng/s nữa thì suất điện động hiệu dụng do máy phát ra là bao nhiêu?

- A. 320 V.      B. 240 V.      C. 280 V.      D. 400 V.

### Hướng dẫn

$$\text{Cách 1: } \begin{cases} f_1 = np = 60(\text{Hz}) \\ f_2 = (n+1)p = 70(\text{Hz}) \\ f_3 = (n+2)p = 80(\text{Hz}) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n = 6 \\ p = 10 \end{cases}$$

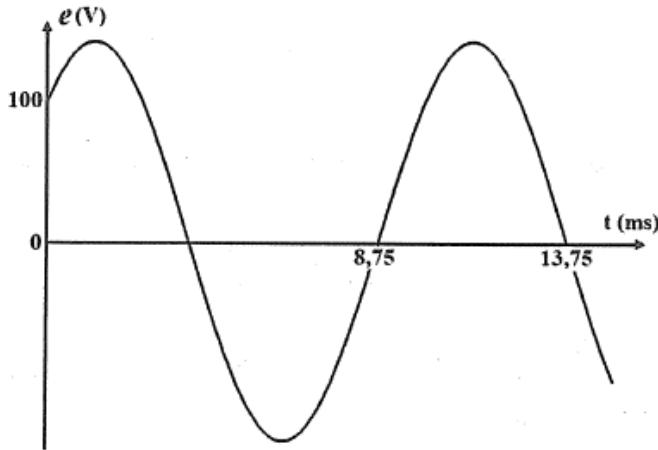
$$\Rightarrow \frac{E_3}{E_2 - E_1} = \frac{f_3}{f_2 - f_1} \Rightarrow \frac{E_3}{40} = \frac{80}{70 - 60} \Rightarrow E_3 = 320(\text{V}) \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

$$\text{Cách 2: } \frac{n}{n+1} = \frac{60}{70} = \frac{E_1}{E_1 + 40} \Rightarrow \begin{cases} E_1 = 240(\text{V}) \\ n = 6(\text{v/s}) \end{cases}$$

$$\frac{n}{n+1} = \frac{E_1}{E'} \Rightarrow \frac{6}{6+2} = \frac{240}{E'} \Rightarrow E' = 320(\text{V})$$

**Chú ý:** Tổng số vòng dây của phần ứng  $N = \frac{E_0}{\omega\Phi_0}$ . Nếu phần ứng gồm  $k$  cuộn dây giống nhau mắc nối tiếp thì số vòng dây trong mỗi cuộn:  $n = \frac{E_0}{k}$

**Ví dụ 11:** Một máy phát điện xoay chiều một pha có phần ứng gồm bốn cuộn dây giống nhau mắc nối tiếp. Suất điện động xoay chiều do máy phát sinh ra phụ thuộc vào thời gian theo đồ thị sau đây:



Từ thông cực đại qua mỗi vòng dây của phần ứng là  $5/\pi$  mWb. Số vòng dây trong mỗi cuộn dây của phần ứng là

- A. 71 vòng.      B. 200 vòng.      C. 100 vòng.      D. 50 vòng.

### Hướng dẫn

$$\text{Từ đồ thị ta tính được: } \frac{T}{2} = (13,75 - 8,75) \Rightarrow T = 10(\text{ms})$$

$$\Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = 200\pi (\text{rad/s})$$

$$\begin{aligned} \text{Vì } 8,75(\text{ms}) &= 0,875T = \frac{T}{8} + \frac{T}{4} + \frac{T}{2} \text{ nên thời gian đi từ } e = 100 \text{ V đến } e = E_0 \text{ là } T/8 \\ \Rightarrow 100 \text{ V} &= E_0 / \sqrt{2} \Rightarrow E_0 = 100\sqrt{2} \text{ V.} \end{aligned}$$

$$N = \frac{E\sqrt{2}}{\omega\Phi_0} = \frac{100\sqrt{2}\sqrt{2}}{200\pi \frac{5}{\pi} 10^{-3}} = 200 \Rightarrow N_1 = \frac{N}{4} = 50 \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Ví dụ 12:** Nối hai cực của một máy phát điện xoay chiều một pha vào hai đầu đoạn mạch AB gồm một bóng đèn có điện áp hiệu dụng định mức  $100\sqrt{2}$  V. Bỏ qua điện trở các cuộn dây của máy phát. Rotor của máy phát có 4 cặp cực, quay với tốc độ  $n = 75$  vòng/phút. Stato có 2000 vòng dây. Xác định từ thông cực địa qua mỗi vòng dây, biết đèn sáng bình thường (lấy  $\pi^2 = 10$ ).

- A.  $10^{-4}$  Wb.      B.  $\pi \cdot 10^{-4}$  Wb.      C.  $0,5\pi \cdot 10^{-4}$  Wb.      D.  $2\pi \cdot 10^{-4}$  Wb.

## Hướng dẫn

$$\text{Tần số góc } \omega = 2\pi f = 2\pi \frac{np}{60} = 2\pi \frac{750.4}{60} = 100\pi \text{ (rad/s)}$$

Suất điện động cực đại:  $E_0 = \omega NBS = \omega N\Phi_0$

$$\Rightarrow \Phi_0 = \frac{E_0}{\omega N} = \frac{100\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}{100\pi \cdot 20000} = \frac{10^{-4}}{\pi} \text{ (Wb)} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

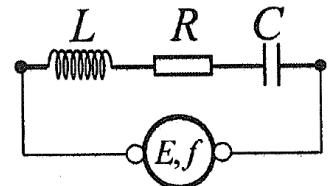
**Vấn đề 2: Máy phát điện xoay chiều 1 pha nối với RLC mắc nối tiếp**

**Kết quả 1: Các giá trị hiệu dụng.**

Khi máy phát điện xoay chiều 1 pha mắc với mạch RLC thì cường độ hiệu dụng:

$$I = \frac{E}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} \text{ với } \begin{cases} f = np \Rightarrow \omega = 2\pi f \Rightarrow Z_L = \omega L; Z_C = \frac{1}{\omega C} \\ E = \frac{N2\pi f\Phi_0}{\sqrt{2}} \end{cases}$$

Khi  $n' = kn$  thì  $E' = kE; Z'_L = kZ_L; Z'_C = \frac{Z_C}{k}$



$$\Rightarrow I' = \frac{kE}{\sqrt{R^2 + \left(kZ_L - \frac{Z_C}{k}\right)^2}} \Rightarrow \frac{I'}{I} = k \frac{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}{\sqrt{R^2 + \left(kZ_L - \frac{Z_C}{k}\right)^2}}$$

**Ví dụ 1:** Rôto của máy phát điện xoay chiều một pha có 100 vòng dây, điện trở không đáng kể, diện tích mỗi vòng  $60 \text{ cm}^2$ . Stato tạo ra từ trường đều có cảm ứng từ  $0,20 \text{ T}$ . Nối hai cực của máy vào hai đầu đoạn mạch gồm: điện trở tuần  $R = 10 \Omega$ , cuộn cảm thuần có hệ số tự cảm  $L = 0,2/\pi \text{ H}$  và tụ điện có điện dung  $C = 0,3/\pi \text{ mF}$ . Khi rôto của máy quay đều với tốc độ  $n = 1500 \text{ vòng/phút}$  thì cường độ hiệu dụng qua R là

- A. 0,3276 A.      B. 0,7997 A.      C. 0,2316 A.      D. 1,5994 A.

## Hướng dẫn

$$f = \frac{np}{60} = 25 \text{ (Hz)} \Rightarrow \omega = 2\pi f = 50\pi \Rightarrow Z_L = \omega L = 10(\Omega); Z_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{200}{3}(\Omega)$$

$$E = \frac{N\omega BS}{\sqrt{2}} = \frac{100 \cdot 50\pi \cdot 0,2 \cdot 60 \cdot 10^{-4}}{\sqrt{2}} \approx 13,33 \text{ (V)}$$

$$\Rightarrow I = \frac{E}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} \approx 0,2316 \text{ (A)} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Ví dụ 2:** Nối hai cực của một máy phát điện xoay chiều một pha vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp AB gồm điện trở thuần R, cuộn cảm thuần L và tụ điện C. Bỏ qua điện trở các cuộn dây của máy phát. Khi rôto của máy quay đều với tốc độ  $n$  vòng/phút thì dung kháng của C bằng R và bằng năm lần cảm kháng của L. Nếu rôto của máy quay đều với tốc độ  $2,5n$  vòng/phút thì cường độ hiệu dụng qua AB sẽ

- A. tăng 3,2 lần.      B. giảm 3,2 lần.      C. tăng 2,5 lần.      D. giảm 2,5 lần

### Hướng dẫn

$$\text{Lúc đầu: } Z_C = R, Z_L = \frac{R}{5}$$

$$\frac{I'}{I} = k \frac{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}{\sqrt{R^2 + (kZ_L - \frac{Z_C}{k})^2}} = 2,5 \frac{\sqrt{R^2 + \left(\frac{R}{5} - R\right)^2}}{\sqrt{R^2 + \left(2,5 \frac{R}{5} - \frac{R}{2,5}\right)^2}} = 3,2 \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Ví dụ 3:** Nối hai cực của một máy phát điện xoay chiều một pha vào hai đầu đoạn mạch AB gồm điện trở thuần R mắc nối tiếp với cuộn cảm thuần. Bỏ qua điện trở các cuộn dây của máy phát. Khi rôto quay đều với tốc độ  $n$  vòng/phút thì cường độ dòng điện hiệu dụng trong đoạn mạch là 1 A. Khi rôto quay đều với tốc độ  $3n$  vòng/phút thì cường độ dòng điện hiệu dụng trong đoạn mạch là  $\sqrt{3}$  (A). Nếu rôto của máy quay đều với tốc độ  $1,5n$  vòng/phút thì cảm kháng của đoạn mạch AB là

- A.  $0,5R\sqrt{3}$ .      B.  $2R/\sqrt{3}$ .      C.  $R\sqrt{3}$ .      D.  $R/\sqrt{3}$ .

### Hướng dẫn

$$\text{Áp dụng: } \frac{I'}{I} = k \frac{\sqrt{R^2 + Z_L^2}}{\sqrt{R^2 + (kZ_L)^2}} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{1} = 3 \cdot \frac{\sqrt{R^2 + Z_L^2}}{\sqrt{R^2 + (3Z_L)^2}} \Rightarrow Z_L = \frac{R}{\sqrt{3}}.$$

Khi tốc độ quay tăng 1,5 lần thì cảm kháng tăng 1,5 lần:

$$Z'_L = 1,5Z_L = 0,5R\sqrt{3} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Ví dụ 4:** Nối hai cực của một máy phát điện xoay chiều một pha vào hai đầu đoạn mạch AB gồm điện trở thuần R mắc nối tiếp với tụ điện. Bỏ qua điện trở các cuộn dây của máy phát. Khi rôto quay đều với tốc độ  $n$  vòng/phút thì cường độ dòng điện hiệu dụng trong đoạn mạch là 1 A. Khi rôto quay đều với tốc độ  $3n$  vòng/phút thì cường độ dòng điện hiệu dụng trong đoạn mạch là  $3\sqrt{2}$  (A). Nếu rôto của máy quay đều với tốc độ  $2n$  vòng/phút thì dung kháng của đoạn mạch AB là

- A.  $2R\sqrt{3}$ .      B.  $3R$ .      C.  $R\sqrt{3}$ .      D.  $1,5R\sqrt{7}$ .

### Hướng dẫn

$$\text{Áp dụng: } \frac{I'}{I} = k \frac{\sqrt{R^2 + Z_c^2}}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{Z_c}{k}\right)^2}} \Rightarrow \frac{3\sqrt{2}}{1} = 3 \cdot \frac{\sqrt{R^2 + Z_c^2}}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{Z_c}{3}\right)^2}} \Rightarrow Z_c = \frac{3R}{\sqrt{7}}$$

Khi tốc độ quay tăng 2 lần thì dung kháng giảm 2 lần:  $Z'_c = \frac{Z_c}{2} = \frac{1,5R}{\sqrt{7}} \Rightarrow$  Chọn D.

**Ví dụ 5:** Một máy phát điện xoay chiều một pha có điện trở trong không đáng kể. Nối hai cực máy phát với cuộn dây có điện trở thuần R, hệ số tự cảm L. Khi rôto quay với tốc độ n vòng/s thì dòng điện hiệu dụng qua cuộn dây là 1 A. Khi rôto quay với tốc độ 2n vòng/s thì cường độ hiệu dụng qua cuộn dây là  $2\sqrt{0,4}$  (A). Nếu rôto của máy quay đều với tốc độ 3n vòng/s thì cường độ hiệu dụng qua cuộn dây là

- A.  $0,6\sqrt{2}$  (A).      B.  $0,6\sqrt{5}$  (A).      C.  $0,6\sqrt{3}$  (A).      D.  $0,4\sqrt{3}$  (A).

### Hướng dẫn

$$I_1 = \frac{E_1}{\sqrt{R^2 + Z_{L1}^2}} = 1; I_2 = \frac{2E_1}{\sqrt{R^2 + 4Z_{L1}^2}} = 2\sqrt{0,4} \Rightarrow \begin{cases} Z_{L1} = R \\ E_1 = R\sqrt{2} \end{cases}$$

$$I_3 = \frac{3E_1}{\sqrt{R^2 + 9Z_{L1}^2}} = \frac{3R\sqrt{2}}{\sqrt{R^2 + 9R^2}} = 3\sqrt{0,2} (A) \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

Chú ý: Nếu bài toán liên quan đến độ lệch pha hoặc hệ số công suất thì ta sẽ rút ra được hệ thức của  $Z_L, Z_C$  theo R:  $\begin{cases} \tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} \\ \cos \varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} \end{cases}$

**Ví dụ 6:** Nối hai cực của một máy phát điện xoay chiều một pha vào hai đầu đoạn mạch AB mắc nối tiếp gồm điện trở thuần R, một cuộn dây thuần cảm và một tụ điện. Bỏ qua điện trở các cuộn dây và máy phát. Khi rôto quay đều với tốc độ n vòng/phút thì cường độ dòng điện hiệu dụng trong đoạn mạch là 1 A và dòng điện tức thời trong mạch **sóng pha** so với điện áp tức thời giữa hai đầu mạch  $\pi/3$ . Khi rôto của máy quay đều với tốc độ 2n vòng/phút thì cường độ trong đoạn mạch cùng pha với điện áp tức thời giữa hai đầu mạch. Cường độ dòng điện hiệu dụng của đoạn mạch khi đó là

- A. 2 A.      B. 3 A.      C. 4 A.      D. 5 A

### Hướng dẫn

**Áp dụng:** "Khi máy phát điện xoay chiều 1 pha mắc nối với mạch RLC thì cường độ hiệu dụng:  $I = \frac{E}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$  với  $\begin{cases} f = np \Rightarrow \omega = 2\pi f \Rightarrow Z_L = \omega L; Z_C = \frac{1}{\omega C} \\ E = \frac{N2\pi f \Phi_0}{\sqrt{2}} \end{cases}$

Khi  $n' = kn$  thì  $E' = kE; Z'_L = kZ_L; Z'_C = \frac{Z_C}{k}$

$$\Rightarrow I' = \frac{kE}{\sqrt{R^2 + \left(kZ_L - \frac{Z_C}{k}\right)^2}} \Rightarrow \frac{I'}{I} = k \frac{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}{\sqrt{R^2 + \left(kZ_L - \frac{Z_C}{k}\right)^2}},$$

Theo bài ra:

$$\begin{cases} \tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} = \tan \frac{-\pi}{3} \Rightarrow Z_C - Z_L = R\sqrt{3} \\ \frac{I'}{I} = 2 \frac{\sqrt{R^2 + R^2 \cdot 3}}{\sqrt{R^2 + \underbrace{\left(2Z_L - \frac{Z_C}{2}\right)^2}_0}} \Rightarrow I' = 4(A) \Rightarrow \text{Chọn C.} \end{cases}$$

**Chú ý:** Khi nối tải với máy phát điện bằng dây dẫn thì dây dẫn luôn có điện trở. Rất nhiều bài toán bỏ đi qua điện trở dây nối nhưng có một số bài toán không bỏ qua được nhưng để bài có thể “lò đi”.

**Ví dụ 7:** Một máy phát điện xoay chiều một pha có công suất  $P = 4,932 \text{ kW}$ , cung cấp điện để thắp sáng bình thường 66 bóng đèn tóc cùng loại  $220 \text{ V} - 60 \text{ W}$  mắc song song với nhau ở tại một nơi khá xa máy phát. Coi u cùng pha i, coi điện trở các đoạn dây nối bóng đèn với hai dây tải là rất nhỏ. Hiệu điện thế hiệu dụng ở hai cực của máy phát bằng

- A. 274 V.      B. 254 V.      C. 296 V.      D. 300 V.

### Hướng dẫn

Dòng mạch chính:  $I = 66 \cdot \frac{P_{\text{đèn}}}{U_{\text{đèn}}} = 66 \cdot \frac{60}{220} = 18(A)$

Điện áp hai cực máy phát:  $U = \frac{P}{I} = \frac{4,932 \cdot 10^3}{18} = 274(V)$

$\Rightarrow$  Chọn A.

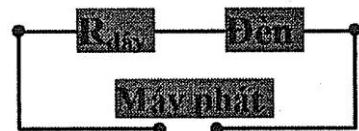
### Kết quả 2: Cách chuẩn hóa số liệu

**Ví dụ 1:** Mạch RLC mắc vào máy phát điện xoay chiều. Khi tốc độ quay của roto là  $n$  (vòng/phút) thì công suất là  $P$  hệ số công suất  $0,5\sqrt{3}$ . Khi tốc độ quay của roto là  $2n$  (vòng/phút) thì công suất là  $4P$ . Khi tốc độ quay của roto là  $n\sqrt{2}$  (vòng/phút) thì công suất bằng bao nhiêu?

- A.  $16P/7$ .      B.  $P\sqrt{3}$ .      C.  $8P/3$ .      D.  $24P/13$ .

### Hướng dẫn

#### Cách 1:



$$*\cos\varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow (Z_L - Z_C)^2 = \frac{R^2}{3} \quad (1)$$

$$*\frac{P'}{P} = \left(\frac{I'}{I}\right)^2 = K^2 \frac{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}{R^2 + \left(kZ_L - \frac{Z_C}{k}\right)^2} \Rightarrow 4 = 4 \cdot \frac{R^2 + \frac{R^2}{3}}{R^2 + \left(2Z_L - \frac{Z_C}{2}\right)^2}$$

$$\Rightarrow \left(2Z_L - \frac{Z_C}{2}\right)^2 = \frac{R^2}{3} \quad (2). \text{ Từ (1), (2) suy ra: } Z_L = \frac{R}{\sqrt{3}}; Z_C = \frac{2R}{\sqrt{3}}.$$

$$*\frac{P''}{P} = \left(\frac{I''}{I}\right)^2 = K'^2 \frac{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}{R^2 + \left(k'Z_L - \frac{Z_C}{k'}\right)^2} = 2 \cdot \frac{R^2 + \frac{R^2}{3}}{R^2 + \left(\sqrt{2}\frac{R}{\sqrt{3}} - \frac{2R}{\sqrt{2}\sqrt{3}}\right)^2} = \frac{8}{3}$$

$$\Rightarrow P'' = \frac{8}{3}P \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Cách 2:**

$$\text{Từ các công thức: } P = I^2 R = \frac{E^2 R}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} \text{ và } \cos = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$$

Đối với trường hợp RLC nối với máy phát điện xoay chiều một pha luôn luôn có qua hệ tỉ lệ thuận:  $n \propto f \propto \omega \propto Z_L \propto \frac{1}{Z_C} \propto E$  nên ta chuẩn hóa như sau:

Tốc độ roto	E	Z <sub>L</sub>	Z <sub>C</sub>	P, cosφ
N	1	1	x	$P_1 = \frac{1^2 \cdot R}{R^2 + (1-x)^2}$ $\cos\varphi_1 = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (1-x)^2}}$
2n	2	2	x/2	$P_2 = \frac{2^2 \cdot R}{R^2 + (2-x/2)^2}$
$N\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	$x/\sqrt{2}$	$P_3 = \frac{2 \cdot R}{R^2 + (\sqrt{2}-x/\sqrt{2})^2}$

$$\text{Vì } P_2 = 4P_1 \text{ nên } \frac{2^2 \cdot R}{R^2 + (2-x/2)^2} = 4 \cdot \frac{1^2 \cdot R}{R^2 + (1-x)^2} \Rightarrow x = 2$$

Thay vào  $\cos\varphi_1 = 0,5\sqrt{3}$  suy ra:  $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (1-2)^2}} \Rightarrow R = \sqrt{3}$

$$\Rightarrow \frac{P_3}{P_1} = \frac{2[3+(1-2)^2]}{1^2[3+(\sqrt{2}-2/\sqrt{2})^2]} = \frac{8}{3}$$

**Bình luận:** Trong các đại lượng cùng đơn vị  $R$ ,  $Z_L$  và  $Z_C$  thì chỉ có thể chuẩn hóa một đại lượng. Chẳng hạn, nếu chuẩn hóa  $Z_L = 1$  thì **không thể chuẩn hóa thêm**  $Z_C = 1$  hoặc  $R = 1$ . Nếu chuẩn hóa  $Z_C = 1$  thì hoàn toàn giống như trên. Bây giờ, ta chuẩn hóa  $R=1$ .

**Cách 3:**

Từ các công thức:  $P = I^2 R = \frac{E^2 R}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}$  và  $\cos\varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$

Đối với trường hợp RLC nối với máy phát điện xoay chiều một pha luôn có qua hệ tỉ lệ thuận:  $n \propto f \propto \omega \propto Z_L \propto \frac{1}{Z_C} \propto E$  nên ta chuẩn hóa như sau:

Tốc độ roto	R	E	P,cosφ
N	1	1	$P_1 = \frac{1^2 \cdot 1}{1^2 + (Z_L - Z_C)^2}$ $\cos\varphi_1 = \frac{1}{\sqrt{1^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$
2n	1	2	$P_2 = \frac{2^2 \cdot 1}{1^2 + (2Z_L - Z_C/2)^2}$
$N\sqrt{2}$	1	$\sqrt{2}$	$P_3 = \frac{2 \cdot 1}{1^2 + (Z_L\sqrt{2} - Z_C/\sqrt{2})^2}$

Vì  $P_2 = 4P_1$  và  $\cos\varphi_1 = 0,5\sqrt{3}$  nên ta có hệ:

$$\begin{cases} \frac{2^2 \cdot 1}{1^2 + (2Z_L - Z_C/2)^2} = 4 \cdot \frac{1^2 \cdot 1}{1^2 + (Z_L - Z_C)^2} \\ \frac{1}{\sqrt{1^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Z_C - Z_L = \frac{1}{\sqrt{3}} \\ 2Z_L - \frac{Z_C}{3} = \frac{1}{\sqrt{3}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Z_L = \frac{1}{\sqrt{3}} \\ Z_C = \frac{2}{\sqrt{3}} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{P_3}{P_1} = \frac{2 \left[ 1^2 + \left( \frac{1}{\sqrt{3}} \right)^2 \right]}{1^2 \left[ 1^2 + \left( \sqrt{2} \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{2}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{2}} \right)^2 \right]} = \frac{8}{3}$$

**Câu hỏi:** Chuẩn hóa  $Z_L = 1$  (hoặc  $Z_C = 1$ ) và chuẩn hóa  $R = 1$  cách nào hay hơn? Để có câu trả lời chuẩn xác ta xem tiếp ví dụ sau.

**Ví dụ 2:** Mạch RLC mắc vào máy phát điện xoay chiều. Khi tốc độ quay của roto là  $n$  (vòng/phút) thì công suất là  $P$  hệ số công suất  $0,5\sqrt{3}$ . Khi tốc độ quay của roto là  $2n$  (vòng/phút) thì công suất là  $5P$ . Khi tốc độ quay của roto là  $n\sqrt{2}$  (vòng/phút) thì công suất bằng bao nhiêu?

- A.  $16P/7$ .      B.  $P\sqrt{3}$ .      C.  $8P/3$ .      D.  $24P/13$ .

### Hướng dẫn

Từ các công thức:  $P = I^2 R = \frac{E^2 R}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}$  và  $\cos = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$

Đối với trường hợp RLC nối với máy phát điện xoay chiều một pha luôn luôn có qua hệ tỉ lệ thuận:  $n \square f \square \omega \square Z_L \square \frac{1}{Z_C} \square E$  nên ta chuẩn hóa như sau:

Tốc độ roto	R	E	P,cosφ
N	1	1	$P_1 = \frac{1^2 \cdot 1}{1^2 + (Z_L - Z_C)^2}$ $\cos \varphi_1 = \frac{1}{\sqrt{1^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$
$2n$	1	2	$P_2 = \frac{2^2 \cdot 1}{1^2 + (2Z_L - Z_C/2)^2}$
$n\sqrt{2}$	1	$\sqrt{2}$	$P_3 = \frac{2 \cdot 1}{1^2 + (Z_L\sqrt{2} - Z_C/\sqrt{2})^2}$

Vì  $P_2 = 5P_1$  và  $\cos \varphi_1 = 0,5\sqrt{3}$  nên ta có hệ:

$$\begin{cases} \frac{2^2 \cdot 1}{1^2 + (2Z_L - Z_C/2)^2} = 5 \cdot \frac{1^2 \cdot 1}{1^2 + (Z_L - Z_C)^2} \\ \frac{1}{\sqrt{1^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Z_C - Z_L = \frac{1}{\sqrt{3}} \\ 4Z_L - \frac{Z_C}{3} = \frac{1}{\sqrt{3}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Z_L \approx 0,36 \\ Z_C \approx 0,94 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{P_3}{P_1} = \frac{2 \left[ 1^2 + \left( \frac{1}{\sqrt{3}} \right)^2 \right]}{1^2 \left[ 1^2 + \left( \sqrt{2} \cdot 0,3646 - \frac{0,9429}{\sqrt{2}} \right)^2 \right]} = 2,6$$

**Kinh nghiệm:** Nếu  $P_2 = kP_1$  thì chuẩn hóa  $R=1$  trong mọi trường hợp đều cho kết quả tốt.

**Ví dụ 3:** Mạch RLC mắc vào máy phát điện xoay chiều. Khi tốc độ quay của roto là  $n$  (vòng/phút) thì công suất là  $P$  hệ số công suất. Khi tốc độ quay của roto là  $2n$  (vòng/phút) thì công suất là  $6,4P$ . Khi tốc độ quay của roto là  $nx$  (vòng/phút) thì công suất bằng  $5P$ . Giá trị  $x$  gần giá trị nào nhất sau đây?

- A. 5,5.                    B. 2,5.                    C. 4,8.                    D. 3,6.

### Hướng dẫn

Từ các công thức:  $P = I^2 R = \frac{E^2 R}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}$  và  $\cos\varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$

Đối với trường hợp RLC nối với máy phát điện xoay chiều một pha luôn luôn có qua hệ tỉ lệ thuận:  $n \square f \square \omega \square Z_L \square \frac{1}{Z_C} \square E$  nên ta chuẩn hóa như sau:

Tốc độ roto	R	E	P,cosφ
N	1	1	$P_1 = \frac{1^2 \cdot 1}{1^2 + (Z_L - Z_C)^2}$ $\cos\varphi_1 = \frac{1}{\sqrt{1^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$
2n	1	2	$P_2 = \frac{2^2 \cdot 1}{1^2 + (2Z_L - Z_C/2)^2}$
Nx	1	x	$P_3 = \frac{x^2 \cdot 1}{1^2 + (Z_L x - Z_C/x)^2}$

Vì  $P_2 = 6,4P_1$ ,  $\cos\varphi_1 = 0,5\sqrt{3}$  và  $P_3 = 5P_1$  nên ta có hệ:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{2^2 \cdot 1}{1^2 + (2Z_L - Z_C/2)^2} = 6,4 \cdot \frac{1^2 \cdot 1}{1^2 + (Z_L - Z_C)^2} \\ \frac{1}{\sqrt{1^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} Z_C - Z_L = 1 \\ 4Z_L - Z_C = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} Z_L = \frac{2}{3} \\ Z_C = \frac{5}{3} \end{array} \right.$$

$$\left. \frac{x^2 \cdot 1}{1^2 + (Z_L x - Z_C/x)^2} = 5 \cdot \frac{1^2 \cdot 1}{1^2 + (Z_L - Z_C)^2} \Rightarrow \frac{x^2 \cdot 1}{1^2 + \left(\frac{2}{3}x - \frac{5}{3x}\right)^2} = 5 \cdot \frac{1^2 \cdot 1}{1^2 + \left(\frac{2}{3} - \frac{5}{3}\right)^2} \right.$$

$\Rightarrow x = 5 \Rightarrow$  Chọn C.

### Kết quả 3: Cực trị mạch RCL mắc với máy phát điện

Khi điều chỉnh tốc độ quay của rôto để mạch cộng hưởng thì cường độ hiệu dụng chưa chắc cực đại và khi cường độ hiệu dụng cực đại thì mạch chưa chắc cộng hưởng.

$$I = \frac{E}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{\frac{\omega NBS}{\sqrt{2}}}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

\*Mạch cộng hưởng khi:

$$\omega L = \frac{1}{\omega C} \Rightarrow \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \Rightarrow n = \frac{f}{p} = \frac{1}{2\pi p\sqrt{LC}}$$

\*Để tìm điều kiện dòng điện hiệu dụng cực đại ta biến đổi như sau:

$$I = \frac{\frac{\omega NBS}{\sqrt{2}}}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} = \frac{\omega L \cdot \frac{NBS}{L\sqrt{2}}}{\sqrt{\frac{1}{\omega^2 C^2} - 2\left(\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}\right) + \omega^2 L^2}}$$

$$I = \frac{\frac{NBS}{L\sqrt{2}}}{\sqrt{\frac{1}{L^2 C^2} \frac{1}{\omega^4} - 2\left(\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}\right) \frac{1}{L^2} \frac{1}{\omega^2} + 1}}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} I_{\max} \Leftrightarrow x_0 = -\frac{b}{2a} \Leftrightarrow \frac{1}{\omega_0^2} = \left(\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}\right) C^2 \Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}} \cdot C} = \frac{1}{Z_\tau C} \\ I_1 = I_2 \Leftrightarrow x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = 2x_0 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\omega_1^2} + \frac{1}{\omega_2^2} \right) = \frac{1}{\omega_0^2} = \left(\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}\right) C^2 \end{array} \right.$$

**Ví dụ 1:** Nối hai cực của một máy phát điện xoay chiều một pha vào hai đầu đoạn mạch A, B mắc nối tiếp gồm điện trở R, cuộn cảm thuần có độ tự cảm L= 5 H và tụ điện có điện dung 180  $\mu$ F. Bỏ qua điện trở thuần của các cuộn dây của máy phát. Biết rôto máy phát có ba cặp cực. Khi rôto quay đều với tốc độ bao nhiêu thì trong đoạn mạch AB có cộng hưởng điện?

- A. 2,7 vòng/s.      B. 3 vòng/s.      C. 4 vòng/s.      D. 1,8 vòng/s.

### Hướng dẫn

$$\text{Mạch cộng hưởng khi: } \omega L = \frac{1}{\omega C} \Rightarrow \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

$$\Rightarrow n = \frac{f}{p} = \frac{1}{2\pi p\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi \cdot 3\sqrt{5.180.10^{-6}}} \approx 1,8 (\text{vòng/s}) \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Ví dụ 2:** Đoạn mạch nối tiếp AB gồm điện trở R = 100  $\Omega$ , cuộn dây thuần cảm có L = 2/ $\pi$  H nối tiếp và tụ điện có điện dung C = 0,1/ $\pi$  mF. Nối AB với máy phát điện xoay chiều một pha gồm 10 cặp cực (điện trở trong không đáng kể). Khi rôto của máy phát điện quay với tốc độ 2,5 vòng/s thì cường độ dòng điện hiệu dụng trong mạch là  $\sqrt{2}$  A. Thay đổi tốc độ quay của rôto cho đến khi trong mạch có cộng hưởng. Tốc độ quay của rôto và cường độ dòng điện hiệu dụng khi đó là

- A.  $2,5\sqrt{2}$  vòng/s và 2 A.      B.  $25\sqrt{2}$  vòng/s và 2 A.  
 C.  $25\sqrt{2}$  vòng/s và  $\sqrt{2}$  A.      D.  $2,5\sqrt{2}$  vòng/s và  $2\sqrt{2}$  A.

### Hướng dẫn

$$f = np = 25 (\text{Hz}) \Rightarrow \omega = 2\pi f = 50\pi (\text{rad/s}), Z_L = \omega L = 100 (\Omega); Z_C = \frac{1}{\omega C} = 200 (\Omega)$$

$$E = I\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = 200 (\text{V})$$

$$\text{Khi cộng hưởng: } 2\pi f' L = \frac{1}{2\pi f' C} \Rightarrow f' = 25\sqrt{2} (\text{Hz}) = f\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow n' = n\sqrt{2} = 2,5\sqrt{2} (\text{vòng/s})$$

$$E' = E\sqrt{2} = 200\sqrt{2} (\text{V}) \Rightarrow I' = \frac{E'}{R} = 2\sqrt{2} (\text{A}) \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Ví dụ 3:** Nối hai cực của một máy phát điện xoay chiều một pha vào hai đầu đoạn mạch A, B mắc nối tiếp gồm điện trở R = 180  $\Omega$ , cuộn cảm thuần có độ tự cảm L= 5 H và tụ điện có điện dung 180  $\mu$ F. Bỏ qua điện trở thuần của các cuộn dây của máy phát. Biết rôto máy phát có ba cặp cực. Khi rôto quay đều với tốc độ bao nhiêu thì dòng điện hiệu dụng trong đoạn mạch AB đạt cực đại?

- A. 2,7 vòng/s.      B. 3 vòng/s.      C. 4 vòng/s.      D. 1,8 vòng/s.

### Hướng dẫn

$$\text{Ta tính: } Z_t = \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}} = \sqrt{\frac{5}{180.10^{-6}} - \frac{180^2}{2}} \approx 107,6 (\Omega)$$

Dòng điện hiệu dụng trong mạch AB đạt cực đại khi  $\omega_0 = \frac{1}{Z_\tau C}$

$$\Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi Z_\tau C} \Rightarrow n = \frac{f}{p} = \frac{1}{2\pi \cdot 3.107.6.180 \cdot 10^{-6}} \approx 2,7 (\text{vòng/s}) \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Ví dụ 4:** Nối hai cực của một máy phát điện xoay chiều một pha vào hai đầu đoạn mạch A, B mắc nối tiếp gồm điện trở  $69 \Omega$ , cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L$  và tụ điện có điện dung  $177 \mu\text{F}$ . Bỏ qua điện trở thuần của các cuộn dây của máy phát. Biết rôto máy phát có ba cặp cực. Khi rôto quay đều với tốc độ  $n_1 = 1350$  vòng/phút hoặc  $n_2 = 1800$  vòng/phút thì công suất tiêu thụ của đoạn mạch AB là như nhau. Độ tự cảm  $L$  bằng

- A. 0,72 H.      B. 0,58 H.      C. 0,48 H.      D. 0,25 H.

### Hướng dẫn

$$\begin{cases} \omega_1 = 2\pi f_1 = 2\pi \frac{n_1 p}{60} = 2\pi \frac{1350 \cdot 2}{60} = 90\pi (\text{rad/s}) \\ \omega_2 = 2\pi f_2 = 2\pi \frac{n_2 p}{60} = 2\pi \frac{1800 \cdot 2}{60} = 120\pi (\text{rad/s}) \end{cases}$$

Thay số vào công thức:  $\frac{1}{2} \left( \frac{1}{\omega_1^2} + \frac{1}{\omega_2^2} \right) = \frac{1}{\omega_0^2} = \left( \frac{L}{C} - \frac{R^2}{2} \right) C^2$  ta được

$$\frac{1}{2} \left( \frac{1}{90^2 \pi^2} + \frac{1}{120^2 \pi^2} \right) = \left( \frac{L}{177 \cdot 10^{-6}} - \frac{69^2}{2} \right) (177 \cdot 10^{-6})^2 \Rightarrow L \approx 0,48 (\text{H}) \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Ví dụ 5:** Đoạn mạch nối tiếp AB gồm điện trở  $R = 100 \Omega$ , cuộn dây thuần cảm có  $L = 2/\pi \text{ H}$  nối tiếp và tụ điện có điện dung  $C = 0,1/\pi \text{ mF}$ . Nối AB với máy phát điện xoay chiều một pha gồm 10 cặp cực (điện trở trong không đáng kể). Khi rôto của máy phát điện quay với tốc độ 2,5 vòng/s thì cường độ dòng điện hiệu dụng trong mạch là  $\sqrt{2}$  A. Thay đổi tốc độ quay của rôto cho đến khi cường độ dòng điện hiệu dụng trong mạch đạt cực đại. Tốc độ quay của rôto và cường độ dòng điện hiệu dụng khi đó là

- A.  $2,5\sqrt{2}$  vòng/s và 2 A.      B.  $10/\sqrt{6}$  vòng/s và  $8/\sqrt{7}$  A.  
 C.  $25\sqrt{2}$  vòng/s và  $\sqrt{2}$  A.      D.  $2,5\sqrt{2}$  vòng/s và  $2\sqrt{2}$  A.

### Hướng dẫn

$$\begin{cases} f = np = 25 (\text{Hz}) \Rightarrow \omega = 2\pi f = 50\pi \\ Z_L = \omega L = 100 (\Omega); Z_C = \frac{1}{\omega C} = 200 (\Omega) \end{cases} \Rightarrow I_1 = \frac{E_1}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} \Rightarrow E_1 = 200 (\text{V})$$

$$\text{Đặt } n = xn_1 \Rightarrow I = \frac{xE}{\sqrt{R^2 + \left(xZ_L - \frac{Z_c}{x}\right)^2}} = \frac{2x}{\sqrt{1 + \left(x - \frac{2}{x}\right)^2}} = \frac{2}{\sqrt{4\frac{1}{x^4} - 3\frac{1}{x^2} + 1}} = \max$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{x^2} = \frac{3}{8} \Rightarrow x = \frac{2\sqrt{6}}{3} \Rightarrow I_{\max} = \frac{8\sqrt{7}}{7} A; n = xn_1 = \frac{5\sqrt{6}}{3} (v/s) \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Ví dụ 6:** Nối hai cực của máy phát điện xoay chiều một pha với một đoạn mạch AB gồm R, cuộn cảm thuần L và C mắc nối tiếp. Khi rôto của máy quay đều với tốc độ lần lượt  $n_1$  vòng/phút và  $n_2$  vòng/phút thì cường độ dòng điện hiệu dụng và tổng trở của mạch trong đoạn mạch AB lần lượt là  $I_1$ ,  $Z_1$  và  $I_2$ ,  $Z_2$ . Biết  $I_2 = 4I_1$  và  $Z_2 = Z_1$ . Để tổng trở của đoạn mạch AB có giá trị nhỏ nhất thì rôto của máy phải quay đều với tốc độ bằng 480 vòng/phút. Giá trị của  $n_1$  và  $n_2$  lần lượt là

- A. 300 vòng/phút và 768 vòng/phút.  
B. 120 vòng/phút và 1920 vòng/phút.  
C. 360 vòng/phút và 640 vòng/phút.  
D. 240 vòng/phút và 960 vòng/phút.

Hướng dẫn

$$\left\{ \begin{array}{l} f = \frac{np}{60} \Rightarrow \omega = 2\pi f \\ E = \frac{\omega N \Phi_0}{\sqrt{2}} \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} Z = \sqrt{R^2 + \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2} \\ I = \frac{E}{Z} = \omega \frac{N \Phi_0}{Z \sqrt{2}} \end{array} \right.$$

$$\frac{Z_1=Z_2}{l_2=4l_1} \rightarrow \begin{cases} \omega_2 = 4\omega_1 \Rightarrow n_2 = 4n_1 \\ \omega_2 L - \frac{1}{\omega_2 C} = \frac{1}{\omega_1 C} - \omega_1 L \Rightarrow \omega_1^2 = 0,25 \frac{1}{LC} \end{cases}$$

$$Z_{min} \Rightarrow C\ddot{o}ng\; h\ddot{u}o\ddot{r}ng \Rightarrow \omega_0^2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow \omega_1 = 0,5\omega_0$$

$$\Rightarrow n_1 = 0,5n_0 = 240 \text{ (vòng/phút)} \Rightarrow n_2 = 4n_1 = 960 \text{ (vòng/phút)} \Rightarrow \text{Chọn D}$$

**Ví dụ 7:** Một máy phát điện xoay chiều một pha có điện trở không đáng kể, mắc vào đoạn mạch nối tiếp RLC. Khi tốc độ quay của rôto bằng  $n_1$  hoặc  $n_2$  thì cường độ hiệu dụng trong mạch có cùng giá trị. Khi tốc độ quay của rôto là  $n_0$  thì cường độ hiệu dụng trong mạch cực đại. Chọn hệ thức đúng.



Hướng dẫn

$$\begin{cases} f = np \Rightarrow \omega = 2\pi f = 2\pi pn \\ E = \frac{E_0}{\sqrt{2}} = \frac{N\Phi_0}{\sqrt{2}} \omega \end{cases} \Rightarrow I = \frac{E}{Z} = \frac{N\Phi_0}{\sqrt{2}} \frac{\omega}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

$$I = \frac{N\Phi_0}{L\sqrt{2}} \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{L^2C^2} \frac{1}{\omega^4} - 2\left(\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}\right) \frac{1}{L^2} \frac{1}{\omega^2} + 1}} . \text{Đây là hằng kiệu tam thức đối với biến số}$$

$$1/\omega^2 \Rightarrow \frac{1}{\omega_0^2} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\omega_1^2} + \frac{1}{\omega_2^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{n_0^2} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{n_1^2} + \frac{1}{n_2^2} \right) \Rightarrow \text{Chọn C}$$

**Ví dụ 8:** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U_0 \cos \omega t$  ( $\omega$  thay đổi), vào hai đầu đoạn mạch RCL nối tiếp (cuộn dây thuần cảm). Khi  $\omega = \omega_0$  thì công suất tiêu thụ của mạch đạt cực đại. Khi  $\omega = \omega_L = 48\pi$  (rad/s) thì  $U_{L\max}$ . Ngắt mạch ra khỏi điện áp rồi nối với một máy phát điện xoay chiều 1 pha có 1 cặp cực nam châm và điện trở trong không đáng kể. Khi tốc độ quay của roto bằng  $n_1 = 20$  (vòng/s) hoặc  $n_2 = 60$  (vòng/s) thì điện áp hai đầu cuộn cảm bằng nhau. Giá trị  $\omega_0$  gần nhất giá trị nào sau đây?

- A. 161,52 rad/s.      B. 172,3 rad/s.      C. 149,37 rad/s.      A. 156,1 rad/s.

### Hướng dẫn

Khi nối với  $u = U_0 \cos \omega t$  thì

$$\begin{cases} P_{\max} \Leftrightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \\ U_{L\max} \Leftrightarrow Z_C = \frac{1}{\omega_L C} = Z_\tau = \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}} \end{cases}$$

Khi nối với máy phát điện:  $U_L = \frac{E}{Z} Z_L = \frac{\frac{\omega NBS}{\sqrt{2}} \omega L}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$

$$U_L = \frac{\frac{NBS}{\sqrt{2}} L}{\sqrt{\frac{1}{C^2} \frac{1}{\omega^6} - \underbrace{\left(\frac{2L}{C} - R^2\right)}_{b} \frac{1}{\omega^4} + L \frac{1}{C} \frac{1}{\omega^2}}} , \text{phương trình này sẽ có ba nghiệm thỏa mãn định lý Viet:}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{\omega_1^2} + \frac{1}{\omega_2^2} + \frac{1}{\omega_3^2} = -\frac{b}{a} = \left(\frac{2L}{C} - R^2\right) C^2 = \frac{2}{\omega_L^2} \\ \frac{1}{\omega_1^2} \frac{1}{\omega_2^2} + \frac{1}{\omega_2^2} \frac{1}{\omega_3^2} + \frac{1}{\omega_3^2} \frac{1}{\omega_1^2} = \frac{c}{a} = L^2 C^2 = \frac{1}{\omega_0^4} \end{cases}$$

Thay  $\omega_L = 48\pi$  (rad/s),  $\omega_1 = 40\pi$  (rad/s) và  $\omega_2 = 120\pi$  (rad/s) vào giải hệ ta được  $\omega_3 = 238,43$  (rad/s) và  $\omega_0 = 4156,12$  (rad/s)  $\Rightarrow$  Chọn D.

**Ví dụ 9:** Nối hai cực của một máy phát điện xoay chiều một pha vào hai đầu đoạn mạch A, B mắc nối tiếp gồm điện trở, cuộn cảm thuần có độ tự cảm và tụ điện có điện dung C. Bỏ qua điện trở thuần của các cuộn dây của máy phát. Biết rôto máy phát có một cặp cực. Khi rôto quay đều với tốc độ  $n_1 = 1125$  vòng/phút thì dung kháng của tụ bằng R. Khi rôto quay đều với tốc độ  $n_2 = 1500$  vòng/phút thì điện áp hiệu dụng trên tụ cực đại. Để cung cấp độ hiệu dụng qua mạch cực đại thì rôto quay đều với tốc độ bao nhiêu?

- A. 1500 vòng/phút.    B. 4500 vòng/phút.    C. 3000 vòng/phút.    D. 750 vòng/phút.

### Hướng dẫn

Cường độ hiệu dụng và điện áp hiệu dụng trên tụ lần lượt là:

$$I = \frac{E}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{\frac{\omega NBS}{\sqrt{2}}}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} = \frac{\frac{NBS}{L\sqrt{2}}}{\sqrt{\underbrace{\frac{1}{L^2C^2} \frac{1}{\omega^4}}_a \underbrace{- 2\left(\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}\right)}_b \underbrace{\frac{1}{L^2} \frac{1}{\omega^2} + 1}_c}}$$

$$U_C = IZ_C = \frac{\frac{\omega NBS}{\sqrt{2}} \frac{1}{\omega C}}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} = \frac{\frac{NBS}{L\sqrt{2}} \frac{1}{C}}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

$$*U_{C_{max}} \text{ khi } \omega_2 L = \frac{1}{\omega_2 C} = \frac{1}{\frac{4}{3}\omega_1 C} = \frac{3}{4} \frac{1}{\omega_1 C} = \frac{3}{4} R \Rightarrow \begin{cases} LC = \frac{1}{\omega_2^2} \\ RC = \frac{4}{3} \frac{1}{\omega_2} \end{cases}$$

\*Đòng hiệu dụng trong đoạn mạch AB đạt cực đại khi:

$$x = -\frac{b}{2a} \Leftrightarrow \frac{1}{\omega^2} = \left(\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}\right) C^2 = LC - \frac{1}{2} R^2 C^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\omega^2} = \frac{1}{\omega_2^2} - \frac{1}{2} \frac{16}{9} \frac{1}{\omega_2^2} \Rightarrow \omega = 3\omega_2 \Rightarrow n = 3n_2 = 4500 (\text{vòng/phút}) \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Ví dụ 10:** Mắc đoạn mạch RLC nối tiếp với máy phát điện xoay chiều 1 pha, trong đó chỉ thay đổi được tốc độ quay của phần ứng. Khi tăng dần tốc độ quay của phần ứng từ giá trị rất nhỏ thì cường độ hiệu dụng trong đoạn mạch sẽ

- A. tăng từ 0 đến giá trị cực đại  $I_{max}$  rồi giảm về giá trị  $I_1$  xác định.  
B. tăng từ giá trị  $I_1$  xác định đến giá trị cực đại  $I_{max}$  rồi lại giảm về 0.

C. giảm từ giá trị  $I_1$  xác định đến giá trị cực tiểu  $I_{\min}$  rồi tăng đến giá trị  $I_2$  xác định.

D. luôn luôn tăng.

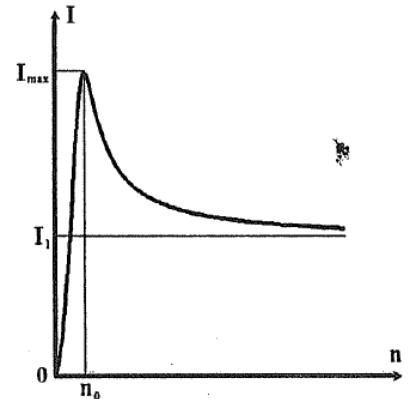
### Hướng dẫn

$$\begin{cases} f = np \Rightarrow \omega = 2\pi f = 2\pi pn \\ E = \frac{E_0}{\sqrt{2}} = \frac{N\Phi_0}{\sqrt{2}} \omega \end{cases} \Rightarrow I = \frac{E}{Z} = \frac{N\Phi_0}{\sqrt{2}} \frac{\omega}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

$$I = \frac{N\Phi_0}{L\sqrt{2}} \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{L^2C^2} \frac{1}{\omega^4} - 2\left(\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}\right) \frac{1}{L^2} \frac{1}{\omega^2} + 1}} \begin{cases} Khi \omega = 0 \Rightarrow I = 0 \\ I_{\max} \Leftrightarrow \omega = \omega_0 = \left[\left(\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}\right) C^2\right]^{-1/2} \\ Khi \omega = \infty \Rightarrow I = I_1 = \frac{N\Phi_1}{\sqrt{2}} \end{cases}$$

Đồ thị có dạng như sau:

Khi n tăng từ 0 đến  $\infty$  thì dòng hiệu dụng tăng từ 0 đến giá trị cực đại  $I_{\max}$  rồi giảm về giá trị  $I_1$  xác định  $\Rightarrow$  Chọn A.



## Vấn đề 2. Bài toán liên quan đến động cơ điện

### Kết quả 1: Các đại lượng đặc trưng của động cơ điện

Hiệu suất của động cơ:  $H = \frac{P_i}{P}$

Công suất tiêu thụ điện:  $P = \frac{P_i}{H} = UI \cos \varphi$

Sau thời gian  $t$ , điện năng tiêu thụ và năng lượng cơ có ích:  $\begin{cases} A = Pt = \frac{P_i}{H} t = tUI \cos \varphi \\ A_i = P_i t \end{cases}$

Đổi đơn vị:  $1(kWh) = 10^3 W \cdot 3600s = 36.10^5 (J)$ ;  $1(J) = \frac{1(kWh)}{36.10^5}$

**Ví dụ 1:** Một động cơ điện xoay chiều sản ra một công suất cơ học 8,5 KW và có hiệu suất 85%. Điện năng tiêu thụ và công cơ học của động cơ trong 1 giờ hoạt động lần lượt là

- |  |   |
|--|---|
| A. $2,61 \cdot 10^7$ (J) và $3,06 \cdot 10^7$ (J). | B. $3,06 \cdot 10^7$ (J) và $3,6 \cdot 10^7$ (J). |
| A. $3,06 \cdot 10^7$ (J) và $2,61 \cdot 10^7$ (J). | A. $3,6 \cdot 10^7$ (J) và $3,06 \cdot 10^7$ (J). |

### Hướng dẫn

$$\begin{cases} A_i = P_{Co}t = 8,5 \cdot 10^3 \cdot 3600 = 3,06 \cdot 10^7 \text{ (J)} \\ A = Pt = \frac{P_{Co}}{H} t = \frac{8,5 \cdot 10^3}{0,85} \cdot 3600 = 3,6 \cdot 10^7 \text{ (J)} \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Ví dụ 2:** Một động cơ điện xoay chiều sản ra một công suất cơ học 10 kW và có hiệu suất 80% được mắc vào mạch xoay chiều. Xác định điện áp hiệu dụng ở hai đầu động cơ biết dòng điện có giá trị hiệu dụng 100 (A) và trễ pha so với điện áp hai đầu động cơ là  $\pi/3$ .

- A. 331 V.      B. 250 V.      C. 500 V.      D. 565 V.

### Hướng dẫn

$$P = \frac{P_i}{H} = UI \cos \varphi \Rightarrow U = \frac{P_i}{H I \cos \varphi} = 250 \text{ (V)} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Ví dụ 3:** Một động cơ điện xoay chiều sản ra một công suất cơ học 8,5 kW và có hiệu suất 88% được mắc vào mạch xoay chiều. Xác định điện áp hiệu dụng ở hai đầu động cơ biết dòng điện có giá trị hiệu dụng 50 (A) và trễ pha so với điện áp hai đầu động cơ là  $\pi/12$ .

- A. 331 V.      B. 250 V.      C. 500 V.      D. 565 V.

### Hướng dẫn

$$P = \frac{P_i}{H} = UI \cos \varphi \Rightarrow U = \frac{P_i}{H I \cos \varphi} = \frac{8,5 \cdot 10^3}{0,88 \cdot 50 \cos \frac{\pi}{12}} = 200 \text{ (V)} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Chú ý:** Khi mắc động cơ 3 pha có điện áp định mức trên mỗi tải là  $U$  vào máy phát điện xoay chiều 3 pha có điện áp pha là  $U_P$  thì tùy vào độ lớn của  $U$  và  $U_P$  mà yêu cầu mắc hình sao hay mắc hình tam giác.

\*Nếu  $U = U_P$  và động cơ hoạt động bình thường thì nguồn mắc sao – tải mắc sao hoặc nguồn mắc tam giác – tải mắc tam giác

\*Nếu  $U = U_P \sqrt{3}$  và động cơ hoạt động bình thường thì nguồn mắc sao – tải mắc tam giác.

\*Nếu  $U = U_P / \sqrt{3}$  và động cơ hoạt động bình thường thì nguồn mắc tam giác – tải mắc sao.

Công suất tiêu thụ của động cơ 3 pha:  $P = 3UI \cos\varphi$  ( $I$  là cường độ hiệu dụng qua mỗi tải và  $\cos\varphi$  là hệ số công suất trên mỗi tải)

**Ví dụ 4:** Một động cơ không đồng bộ 3 pha hoạt động bình thường khi hiệu điện thế hiệu dụng giữa 2 đầu mỗi cuộn dây là 220 V. Trong khi đó chỉ có 1 mạng điện xoay chiều 3 pha do 1 máy phát điện tạo ra; suất điện động hiệu dụng ở mỗi pha là 127 V. Để động cơ mắc bình thường thì ta phải mắc theo cách nào sau đây:

- A. 3 cuộn dây mắc theo hình tam giác, 3 cuộn dây của động cơ mắc theo hình sao.
- B. 3 cuộn dây của máy phát mắc theo hình tam giác, 3 cuộn dây của động cơ mắc theo hình tam giác.
- C. 3 cuộn dây máy phát mắc theo hình sao, 3 cuộn dây của động cơ mắc theo hình sao.
- D. 3 cuộn dây của máy phát mắc theo hình sao, 3 cuộn dây của động cơ mắc theo hình tam giác.

#### Hướng dẫn

Theo số liệu  $U = 220$  V,  $U_P = 127$  V tức là  $U = U_P\sqrt{3}$ . Muốn động cơ hoạt động bình thường thì nguồn mắc sao – tải mắc tam giác  $\Rightarrow$  Chọn D.

**Ví dụ 5:** Một động cơ không đồng bộ 3 pha mắc theo kiểu hình sao được nối vào mạch điện ba pha có điện áp pha  $U_{Pha} = 220$  V. Công suất điện của động cơ là  $6,6\sqrt{3}$  kW; hệ số công suất của động cơ là  $0,5\sqrt{3}$ . Cường độ dòng điện hiệu dụng qua mỗi cuộn dây của động cơ bằng

- A. 20 A.
- B. 60 A.
- C. 105 A.
- D. 35 A.

#### Hướng dẫn

Nguồn mắc sao – tải mắc sao nên  $U = U_P$

$$P = 3UI \cos\varphi \Rightarrow I = \frac{P}{3U \cos\varphi} = \frac{6,6\sqrt{3} \cdot 10^3}{3 \cdot 220 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} \Rightarrow I = 20(A) \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Ví dụ 6:** Một động cơ không đồng bộ 3 pha mắc hình sao vào mạng điện xoay chiều ba pha mắc hình sao, có điện áp dây 380 V. Động cơ có công suất 100 KW. Hệ số công suất 0,8. Cường độ dòng điện hiệu dụng đi qua mỗi cuộn dây có giá trị bao nhiêu?

- A. 57,0 A.
- B. 18,99 A.
- C. 45,36 A.
- D. 10,96 A.

#### Hướng dẫn

Nguồn mắc sao – tải mắc sao nên  $U = U_P = U_d/\sqrt{3}$ :

$$P = 3UI \cos\varphi \Rightarrow I = \frac{P}{3U \cos\varphi} = \frac{10 \cdot 10^3}{3 \cdot \frac{380}{\sqrt{3}} \cdot 0,8} \approx 18,99(A) \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Ví dụ 7:** Một động cơ không đồng bộ ba pha đấu theo hình tam giác vào mạng điện ba pha mắc hình sao có điện áp hiệu dụng pha 220 V. Động cơ có hệ số công suất 0,85 và tiêu thụ công suất 5 kW. Cường độ dòng điện qua mỗi cuộn dây của động cơ là:

- A. 15,4 A.      B. 27 A.      C. 5,15 A.      D. 9 A.

### Hướng dẫn

Nguồn mắc sao – tải mắc tam giác nên  $U = U_p \sqrt{3}$ :

$$P = 3UI \cos\varphi \Rightarrow I = \frac{P}{3U \cos\varphi} = \frac{5 \cdot 10^3}{3 \cdot 220 \cdot \sqrt{3} \cdot 0,85} \approx 5,2(A) \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Ví dụ 8:** Một động cơ không đồng bộ ba pha có điện áp định mức mỗi pha là 380 V và hệ số công suất bằng 0,85. Điện năng tiêu thụ của động cơ trong một ngày hoạt động là 232,56 kWh. Cường độ dòng điện hiệu dụng qua mỗi cuộn dây của động cơ là

- A. 30 A.      B. 50 A.      C. 10 A.      D. 6 A.

### Hướng dẫn

$$\text{Công suất tiêu thụ của động cơ: } P = \frac{A}{t} = \frac{232,56 \cdot 10^3 \text{ Wh}}{24h} = 9690(\text{W})$$

$$\text{Theo bài ra } U = 380 \text{ V nên từ } P = 3UI \cos\varphi \Rightarrow I = \frac{P}{3U \cos\varphi} = \frac{9690}{3 \cdot 380 \cdot 0,85} = 10(A)$$

$\Rightarrow$  Chọn C.

**Ví dụ 9:** Một động cơ không đồng bộ ba pha mắc theo kiểu hình sao và mạch điện ba pha mắc hình sao có điện áp pha là 220 V. Động cơ có công suất cơ học là 4 kW, hiệu suất 80% và hệ số công suất của động cơ là 0,85. Tính cường độ dòng điện chạy qua mỗi cuộn dây của động cơ.

- A. 21,4 A.      B. 7,1 A.      C. 26,7 A.      D. 8,9 A.

### Hướng dẫn

$$\left\{ \begin{array}{l} P = \frac{P_i}{H} = \frac{4 \cdot 10^3}{0,8} = 5000(\text{W}) \\ P = 3UI \cos\varphi \Rightarrow I = \frac{5000}{3 \cdot 220 \cdot 0,85} \approx 8,9(A) \end{array} \right. \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Chú ý:** Để tính giá trị tức thời  $u, i$  trong mỗi pha ta viết biểu thức  $u, i$  rồi căn cứ vào quan hệ để tính.

**Ví dụ 10:** Động cơ không đồng bộ 3 pha mắc hình sao, khi động cơ hoạt động bình thường ở điện áp 200 V thì công suất tiêu thụ của động cơ bằng  $1620\sqrt{2}$  W và hệ số công suất là 0,9 cho mỗi pha. Pha ban đầu của dòng điện (dạng hàm cos) ở các cuộn dây 1, 3 và 3 lần lượt là  $0, 2\pi/3, -2\pi/3$ . Vào thời điểm dòng điện ở 1 cuộn có giá trị bằng  $i_1 = 3\sqrt{2}$  A và đang tăng thì dòng điện ở cuộn 2 và 3 tương ứng bằng



## *Hướng dẫn*

## Tù công thức:

$$P = 3UI \cos\varphi \Rightarrow 1620\sqrt{2} = 3.200I / 0,9 \Rightarrow I = 3\sqrt{2} \text{ (A)}$$

$$\Rightarrow i_1 = 6 \cos(\omega t) (A); i_2 = 6 \cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right) (A); i_3 = 6 \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) (A)$$

Vào thời điểm  $i_1 = 3\sqrt{2}$  A và đang tăng nên có thể chọn  $\omega t = -\frac{\pi}{4}$  (nằm ở dưới VTLG). Thay giá trị này vào biểu thức  $i_2$  và  $i_3$ :

$$\begin{cases} \Rightarrow i_1 = 6 \cos\left(-\frac{\pi}{4} + \frac{2\pi}{3}\right) \approx 1,55(A) \\ \Rightarrow i_3 = 6 \cos\left(-\frac{\pi}{4} - \frac{2\pi}{3}\right) \approx -5,80(A) \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Chú ý:** Công suất tiêu thụ của động cơ gồm hai phần: công suất cơ học và công suất hao phí do tỏa nhiệt.

\*Động cơ 1 pha:  $UI \cos\varphi = P_i + I^2 r$

\*Động cơ 3 pha:  $3UI \cos\varphi = P_i + 3I^2r$

**Ví dụ 11:** Một động cơ điện xoay chiều có điện trở dây cuộn là  $32 \Omega$ , mạch điện có điện áp hiệu dụng 200 V thì sản ra công suất cơ học 43 W. Biết hệ số công suất động cơ là 0,9 và công suất hao phí nhỏ hơn công suất cơ học. Cường độ dòng hiệu dụng chạy qua động cơ là

- A. 0,25 A.              B. 5,375 A.              A. 0,225 A.              A. 17,3 A.

## *Hướng dẫn*

$UI \cos\varphi = P_i + I^2r \Rightarrow 200.I.0,9 = 43 + I^2.32$ . Phương trình này có 2 nghiệm  $I_1 = 5,375$  A và  $I_2 = 0,25$  A, ta chọn nghiệm  $I_2 = 0,25$  A vì với nghiệm thứ nhất công suất hao phí lớn hơn công suất có ích.

$$I = 5,375(A) \Rightarrow P_{hp} = I^2 R = 5,375^2 \cdot 32 = 924,5W > 43(W) \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Ví dụ 12:** (ĐH-2010) Một động cơ điện xoay chiều khi hoạt động bình thường với điện áp hiệu dụng 220 V thì sinh ra công suất cơ học là 170 W. Biết động cơ có hệ số công suất 0,85 và công suất tỏa nhiệt trên dây quấn động cơ là 17 W. Bỏ qua các hao phí khác, cường độ dòng điện cực đại qua động cơ là

- A.  $\sqrt{2}$  A.      B. 1 A.      C. 2 A.      D.  $\sqrt{3}$  A.

### Hướng dẫn

$$UI \cos\varphi = P_i + P_{hp} \Rightarrow 220 \cdot I \cdot 0,85 = 170 + 17 \Rightarrow I = 1A \Rightarrow I_0 = I\sqrt{2} = \sqrt{2}(A) \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Ví dụ 13:** Một động cơ điện xoay chiều khi hoạt động bình thường cường độ dòng điện hiệu dụng qua động cơ là 10 A và công suất tiêu thụ điện là 10kW. Động cơ cung cấp năng lượng cho bên ngoài trong 2 s là 18 kJ. Tính tổng điện trở thuần của cuộn dây trong động cơ.

- A. 100  $\Omega$ .      A. 10  $\Omega$ .      A. 90  $\Omega$ .      A. 9  $\Omega$ .

### Hướng dẫn

$$P = P_i + I^2 r \Rightarrow P = \frac{A}{t} + I^2 r \Rightarrow 10^4 = \frac{18 \cdot 10^3}{2} + 10^2 r \Rightarrow r = 10(\Omega) \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Chú ý:** Nếu biết điện trở trong của động cơ thì có thể tính được hiệu suất của động cơ như sau:

$$\text{Động cơ 1 pha: } \begin{cases} P = UI \cos\varphi \Rightarrow I = \frac{P}{U \cos\varphi} \\ H = \frac{P_i}{P} = \frac{P - I^2 r}{P} \end{cases}$$

$$\text{Động cơ 3 pha: } \begin{cases} P = 3UI \cos\varphi \Rightarrow I = \frac{P}{3U \cos\varphi} \\ H = \frac{P_i}{P} = \frac{P - 3I^2 r}{P} \end{cases}$$

**Ví dụ 14:** Một động cơ điện xoay chiều có công suất tiêu thụ là 473 W, điện trở trong là 7,568  $\Omega$  và hệ số công suất là 0,86. Mắc nó vào mạng điện xoay chiều có điện áp hiệu dụng là 220 V thì động cơ hoạt động bình thường. Hiệu suất động cơ là

- A. 86%.      B. 90%.      C. 87%.      D. 77%.

### Hướng dẫn

$$P = UI \cos\varphi \Rightarrow I = \frac{P}{U \cos\varphi} = \frac{473}{220 \cdot 0,86} = 2,5(A)$$

$$H = \frac{P_{\infty}}{P} = \frac{P - 3I^2r}{P} = 1 - \frac{2,5^2 \cdot 7,568}{473} = 0,9 = 90\% \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Ví dụ 15:** (ĐH – 2012) Một động cơ điện xoay chiều hoạt động bình thường với điện áp hiệu dụng bằng 220 V, cường độ dòng điện hiệu dụng 0,5 A và hệ số công suất của động cơ là 0,8. Biết rằng công suất hao phí của động cơ là 11 W. Hiệu suất của động cơ (tỉ số giữa công suất hữu ích và công suất tiêu thụ toàn phần) là

- A. 80%.      B. 90%.      C. 92,5%.      D. 87,5%.

### Hướng dẫn

$$H = \frac{P_{\infty}}{P} = \frac{UI \cos \varphi - P_{hp}}{UI \cos \varphi} = 1 - \frac{11}{220 \cdot 0,5 \cdot 0,8} = 0,875 = 87,5\% \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Ví dụ 16:** Một động cơ không đồng bộ ba pha tiêu thụ công suất là 3,6 kW, điện trở trong mỗi cuộn là  $2 \Omega$  và hệ số công suất là 0,8. Động cơ mắc hình sao mắc vào mạng điện hình sao với điện áp hiệu dụng 200 V thì động cơ hoạt động bình thường. Coi năng lượng vô ích chỉ do tỏa nhiệt trong các cuộn dây stato. Hiệu suất động cơ là

- A. 92,5%.      B. 7,5%.      C. 99,7%.      D. 90,625%.

### Hướng dẫn

$$P = 3UI \cos \varphi \Rightarrow I = \frac{P}{3U \cos \varphi} = \frac{36000}{3 \cdot 200 \cdot 0,8} = 7,5(A)$$

$$H = \frac{P_i}{P} = \frac{P - 3I^2r}{P} = 1 - \frac{3 \cdot 7,5^2 \cdot 2}{3600} = 90,625\% \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Ví dụ 17:** Trong một động cơ không đồng bộ ba pha, gọi O là điểm đồng quy của ba trục quy của ba trục cuộn dây stato. Giả sử từ trường trong ba cuộn dây gây ra ở điểm O là lượt là:  $B_1 = B_0 \cos \omega t$ ,  $B_2 = B_0 \cos(\omega t + 2\pi/3)$ ,  $B_3 = B_0 \cos(\omega t - 2\pi/3)$ . Vào thời điểm nào đó từ trường tổng hợp tại O có hướng ra khỏi cuộn 1 thì sau 1/3 chu kỳ nó sẽ có hướng

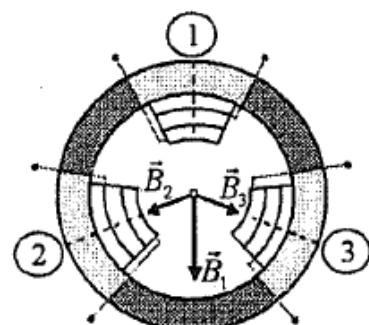
- A. ra cuộn 2.      B. ra cuộn 3.      C. vào cuộn 3.      D. vào cuộn 2.

### Hướng dẫn

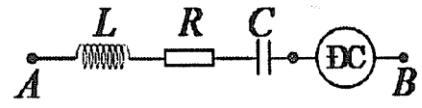
Giả sử tại thời điểm  $t = 0$ , từ trường tổng hợp tại O có hướng ra khỏi cuộn 1 thì  $B_1 = B_0$ . Tại thời điểm  $t = T/3$  thì

$$B_3 = B_0 \cos \left( \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{3} - \frac{2\pi}{3} \right) = B_0, \text{ tức là từ trường tổng hợp hướng ra khỏi cuộn 3} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Kết quả 2: Động cơ điện mắc nối tiếp với mạch RLC**



Nếu đoạn mạch xoay chiều AB gồm mạch RLC nối tiếp với động cơ điện 1 pha thì biểu thức điện áp trên RLC, trên động cơ lần lượt là:



$$i = I\sqrt{2} \cos \omega t \Rightarrow \begin{cases} U_{RLC} = U_{RLC} \sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi_{RLC}) \\ U_{dòng_{\infty}} = U \sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi) \end{cases} \text{ trong đó: } \begin{cases} \tan \varphi_{RLC} = \frac{Z_L - Z_C}{R} \\ P = UI \cos \varphi = \frac{P_i}{H} \end{cases}$$

Điện áp hai đầu đoạn mạch là tổng hợp của hai dao động điều hòa:

$$U_{AB} = U_{RLC} + U_{dòng_{\infty}} = U_{AB} \sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi_{AB}) , \text{ trong đó:}$$

$$U_{AB}^2 = U_{RLC}^2 + U^2 + 2U_{RLC}U \cos(\varphi - \varphi_{RLC}); \tan \varphi_{AB} = \frac{U_{RLC} \sin \varphi_{RLC} + U \sin \varphi}{U_{RLC} \cos \varphi_{RLC} + U \cos \varphi}$$

**Ví dụ 1:** Mắc nối tiếp động cơ với cuộn dây rồi mắc chúng vào mạch xoay chiều. Biết điện áp hai đầu động cơ có giá trị hiệu dụng 331 (V) và sớm pha so với dòng điện là  $\pi/6$ . Điện áp hai đầu cuộn dây có giá trị hiệu dụng là 125 (V) và sớm pha so với dòng điện là  $\pi/3$ . Xác định điện áp hiệu dụng của mạng điện.

- A. 331 V.      B. 344,9 V.      C. 230,9 V.      D. 444 V.

### Hướng dẫn

$$U_{AB}^2 = U_{RLC}^2 + U^2 + 2U_{RLC}U \cos(\varphi - \varphi_{RLC})$$

$$U_{AB}^2 = 331^2 + 125^2 + 2 \cdot 331 \cdot 125 \cdot \cos \frac{\pi}{6} \Rightarrow U_{AB} \approx 444(V) \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Ví dụ 2:** Một động cơ điện xoay chiều sản ra một công suất cơ học 8,5 kW và có hiệu suất 85%. Mắc động cơ với cuộn dây rồi mắc chúng vào mạch xoay chiều. Biết dòng điện có giá trị hiệu dụng 50 (A) và trễ pha so với điện áp hai đầu động cơ là  $\pi/6$ . Điện áp hai đầu cuộn dây có giá trị hiệu dụng là 125 (V) và sớm pha so với dòng điện là  $\pi/3$ . Xác định điện áp hiệu dụng của mạng điện.

- A. 221 V.      B. 345 V.      C. 231 V.      D. 565 V.

### Hướng dẫn

$$P = UI \cos \varphi = \frac{P_i}{H} \Rightarrow U \cdot 50 \cos \frac{\pi}{6} = \frac{10 \cdot 10^3}{0,85} \Rightarrow U \approx 231(V)$$

$$U_{AB}^2 = U_{RLC}^2 + U^2 + 2U_{RLC}U \cos(\varphi - \varphi_{RLC})$$

$$U_{AB}^2 = 231^2 + 125^2 + 2.231.125.\cos\frac{\pi}{6} \Rightarrow U_{AB} \approx 345(V) \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Ví dụ 3:** Một động cơ điện xoay chiều sản ra một công suất cơ học 7,5 kW và có hiệu suất 80%. Mắc động cơ nối tiếp với một cuộn cảm rồi mắc chúng vào mạng điện xoay chiều. Giá trị hiệu điện thế hiệu dụng ở hai đầu động cơ là  $U_M$  biết rằng dòng điện qua động cơ có cường độ hiệu dụng  $I = 40$  A và trễ ha với  $U_M$  một góc  $30^\circ$ . Hiệu điện thế ở hai đầu cuộn cảm là 125 V và sớm pha so với dòng điện là  $60^\circ$ . Hiệu điện thế hiệu dụng của mạng điện và độ lệch pha của nó so với dòng điện lần lượt là

- A. 384 V và  $40^\circ$ .      A. 834 V và  $45^\circ$ .      A. 384 V và  $39^\circ$ .      A. 184 V và  $39^\circ$ .

### Hướng dẫn

$$H = \frac{P_\infty}{P} = 9375(W) = U_I \cos\varphi_1 \Rightarrow U_I = \frac{9375}{40 \cdot \cos 30^\circ} \approx 270,6(V)$$

$$U^2 = U_1^2 + U_2^2 + 2U_1U_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1) = 2710,6^2 + 125^2 + 2.270,6.125 \cdot \cos 30^\circ \Rightarrow U \approx 384(V)$$

$$\tan\varphi = \frac{U_1 \sin\varphi_1 + U_2 \sin\varphi_2}{U_1 \cos\varphi_1 + U_2 \cos\varphi_2} \Rightarrow \varphi = 39^\circ \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

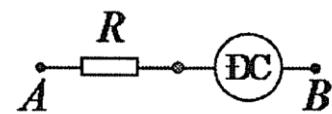
**Chú ý:** Nếu đoạn mạch xoay chiều AN gồm mạch R nối tiếp với động cơ điện 1 pha thì biểu thức điện áp trên R, trên động cơ lần lượt là:

$$i = I\sqrt{2} \cos\omega t \Rightarrow \begin{cases} u_R = U_R \sqrt{2} \cos\omega t \\ u_{dòng_\infty} = U \sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi) \end{cases} \text{ trong đó: } P = UI \cos\varphi = \frac{P_i}{H}$$

Điện áp hai đầu đoạn mạch là tổng hợp của hai dao động điều hòa:

$$u_{AB} = u_R + u_{dòng_\infty} = U_{AB} \sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi_{AB}) , \text{trong đó:}$$

$$U_{AB}^2 = U_R^2 + U^2 + 2U_R U \cos\varphi; \tan\varphi_{AB} = \frac{U_R \sin 0 + U \sin\varphi}{U_R \cos 0 + U \cos\varphi}$$

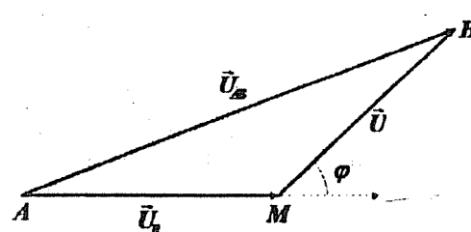


**Ví dụ 4:** Trong giờ thực hành, học sinh mắc nối tiếp một quạt điện xoay chiều với điện trở R rồi mắc hai đầu đoạn mạch này vào điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng 380 V. Biết quạt này có các giá trị định mức: 220 V – 88 W và khi hoạt động đúng công suất định mức thì động lực học giữa điện áp ở hai đầu quạt và cường độ dòng điện qua nó là  $\varphi$ , với  $\cos\varphi=0,85$ . Để quạt điện này chạy đúng công suất định mức thì R bằng

- A. 180 Ω.      B. 354 Ω.      C. 361 Ω.      D. 350 Ω.

### Hướng dẫn

$$P = UI \cos\varphi \Rightarrow 88 = 220 \cdot I \cdot 0,7 \Rightarrow I = 0,5(A)$$



**Cách 1:**  $U_{AB}^2 = U_R^2 + U^2 + 2U_R U \cos\varphi$

**Cách 2:**

$$\vec{U}_{AB} = \vec{U}_R + \vec{U} \Rightarrow U_{AB}^2 = U_R^2 + U^2 + 2U_R U \cos\varphi$$

$$\Rightarrow 380^2 = U_R^2 + 220^2 + 2U_R 220 \cdot 0,85 \Rightarrow U_R = 174,9 \Rightarrow R = \frac{U_R}{I} = 350(\Omega) \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Ví dụ 5:** Trong giờ thực hành, học sinh mắc nối tiếp một quạt điện xoay chiều với điện trở  $R = 352 \Omega$  rồi mắc hai đầu đoạn mạch này vào điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng 380 V. Biết quạt này hoạt động ở chế độ định mức với điện áp định mức đặt vào quạt là 220 V và cường độ dòng điện qua nó là  $\varphi$ , với  $\cos\varphi = 0,8$ . Hãy xác định công suất định mức của quạt điện.

- A. 90 W.      B. 266 W.      C. 80 W.      D. 160 W.

### Hướng dẫn

$$\vec{U}_{AB} = \vec{U} + \vec{U}_R \Rightarrow U_{AB}^2 = U^2 + U_R^2 + 2U_R U \cos\varphi$$

$$\Rightarrow 380^2 = U_R^2 + 220^2 + 2U_R 220 \cdot 0,8 \Rightarrow U_R = 180,34(V) \Rightarrow I = \frac{U_R}{R} = 0,512(A)$$

$$P = UI \cos\varphi = 220 \cdot 0,512 \cdot 0,8 = 90,17(W) \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Ví dụ 6:** Cho mạch điện xoay chiều gồm bóng đèn dây tóc mắc nối tiếp với động cơ xoay chiều 1 pha. Biết các giá trị định mức của đèn là 120 V - 240 W, điện áp định mức của động cơ là 220 V. Khi đặt vào 2 đầu đoạn mạch điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng 331 V thì cả đèn và động cơ đều hoạt động đúng công suất định mức. Công suất định mức của động cơ là

- A. 389,675 W.      B. 305,025 W.      C. 543,445 W.      D. 485,888 W.

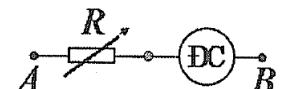
### Hướng dẫn

$$I = \frac{P_R}{U_R} = \frac{240}{120} = 2(A)$$

$$\vec{U}_{AB} = \vec{U} + \vec{U}_R \Rightarrow U_{AB}^2 = U^2 + U_R^2 + 2U_R U \cos\varphi \Rightarrow 331^2 = 220^2 + 120^2 + 2 \cdot 220 \cdot 120 \cdot \cos\varphi$$

$$\Rightarrow \cos\varphi = \frac{1417}{1600} \Rightarrow P = UI \cos\varphi = 220 \cdot 2 \cdot \frac{1417}{1600} = 389,675(W) \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Ví dụ 7:** Trong một giờ thực hành một học sinh muốn một quạt điện loại 110 V – 100 W hoạt động bình thường dưới một điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng 220 V, nên mắc nối tiếp với quạt một biến trở. Ban đầu học sinh đó để biến trở có giá trị 100  $\Omega$  thì thấy cường độ hiệu dụng trong mạch là 0,5 A và công suất của quạt điện là 80%. Tính hệ số công suất toàn mạch, hệ số công suất của quạt hoạt động bình thường thì phải điều chỉnh biến trở như thế nào? Biết điện áp hai đầu đoạn mạch sớm pha hơn dòng điện trong mạch.



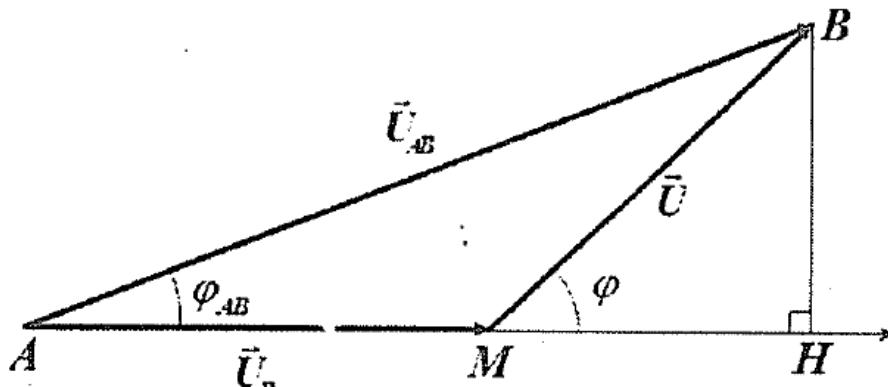
## Hướng dẫn

\*Lúc đầu, động cơ hoạt động dưới định mức, công suất tiêu thụ của nó:

$$P' = UI \cos \varphi \Rightarrow \frac{80}{100} \cdot 100 = U \cdot 0,5 \cos \varphi \Rightarrow U \cos \varphi = 160(V)$$

Điện áp hiệu dụng trên R:  $U_R = IR = 50(V)$

Từ phương trình véc tơ:  $\vec{U}_{AB} = \vec{U}_R + \vec{U}$  chiếu lên trực hoành và trực tung ta được:



$$\begin{cases} U_{AB} \cos \varphi_{AB} = U_R + U \cos \varphi \\ U_{AB} \sin \varphi_{AB} = 0 + U \sin \varphi \end{cases} \begin{cases} 220 \cos \varphi_{AB} = 50 + 160 \\ 220 \sin \varphi_{AB} = 0 + \sin \varphi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \varphi_{AB} = 17,34^\circ \\ U \sin \varphi = 65,574 \end{cases}$$

Kết hợp  $U \sin \varphi = 65,574$  với  $U \cos \varphi = 160$ , suy ra:  $\varphi = 22,286^\circ$ ,  $U = 172,9 V$ .

\*Khi động cơ hoạt động bình thường:

$$P = UI \cos \varphi \Rightarrow 100 = 110 \cdot I \cdot \cos 22,286 \Rightarrow I = 0,9825(A)$$

Từ phương trình véc tơ:  $\vec{U}_{AB} = \vec{U}_R + \vec{U}$  chiếu lên trực hoành và trực tung ta được:

$$\begin{cases} U_{AB} \cos \varphi_{AB} = U_R + U \cos \varphi \\ U_{AB} \sin \varphi_{AB} = 0 + U \sin \varphi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 220 \cos \varphi_{AB} = U_R + 110 \cdot \cos 22,286 \\ 220 \sin \varphi_{AB} = 0 + 110 \cdot \sin 22,286 \end{cases}$$

$$\varphi_{AB} = 10,93^\circ \Rightarrow U_R = 114,23 \Rightarrow R = \frac{U_R}{I} \approx 116(\Omega)$$

Để hoạt động bình thường thì R tăng  $116 - 100 = 16 \Omega$ .

*Quy trình giải nhanh:*

Bước 1: Khi động cơ chưa hoạt động bình thường:

+ Công suất tiêu thụ = a% công suất định mức:  $a\% P = UI \cos \varphi \Rightarrow U \cos \varphi = ?$

+ Từ  $\vec{U}_{AB} = \vec{U}_R + \vec{U}$  chiếu lên trực hoành và trực tung:

$$\begin{cases} U_{AB} \cos \varphi_{AB} = U_R + U \cos \varphi \\ U_{AB} \sin \varphi_{AB} = 0 + U \sin \varphi \end{cases} \Rightarrow U \sin \varphi = ?$$

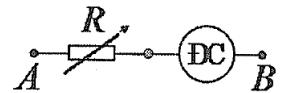
+ Kết hợp  $U \cos \varphi = ?$  với  $U \sin \varphi = ?$  để tìm ra  $\varphi = ?$

Bước 2: Khi động cơ hoạt động bình thường:

+ Từ  $P = U I \cos \varphi$  tìm ra  $I = ?$

$$+ Từ \begin{cases} U_{AB} \cos \varphi_{AB} = U_R + U \cos \varphi \\ U_{AB} \sin \varphi_{AB} = 0 + U \sin \varphi \end{cases} tìm ra U_R = ? Và tìm ra R' = U_R/I$$

**Ví dụ 8:** Trong một giờ thực hành một học sinh muốn mua một quạt điện loại 180 V – 120 W hoạt động bình thường dưới một điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng 220 V, nên mắc nối tiếp với quạt một biến trở. Ban đầu học sinh đó để biến trở có giá trị 70 Ω thì đo thấy cường độ hiệu dụng trong mạch là 0,75 A và công suất của quạt điện là 92,8%. Muốn quạt hoạt động bình thường thì phải điều chỉnh biến trở như thế nào?



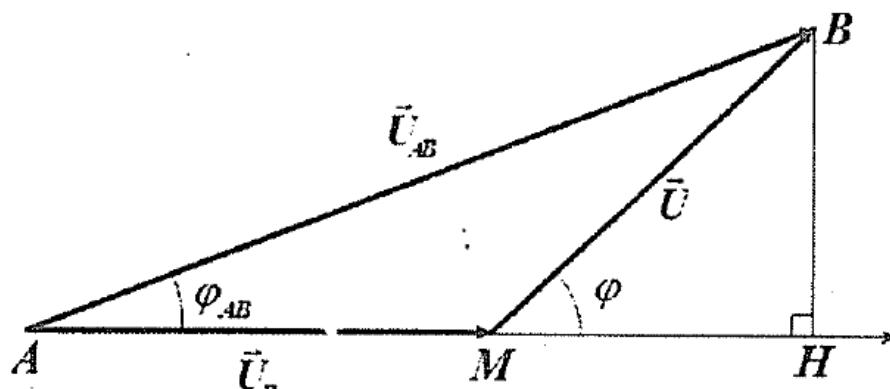
- A. Giảm đi 20 Ω.
- B. Tăng thêm 12 Ω.
- C. Giảm đi 12 Ω.
- D. Tăng thêm 20 Ω.

### Hướng dẫn

\*Lúc đầu, động cơ hoạt động dưới định mức, công suất tiêu thụ của nó:

$$P' = UI \cos \varphi \Rightarrow \frac{92,8}{100} \cdot 120 = U \cdot 0,75 \cos \varphi \Rightarrow U \cos \varphi = 148,48(V)$$

Từ phương trình véc tơ:  $\vec{U}_{AB} = \vec{U}_R + \vec{U}$  chiếu lên trực hoành và trực tung ta được:



$$\begin{cases} U_{AB} \cos \varphi_{AB} = U_R + U \cos \varphi \\ U_{AB} \sin \varphi_{AB} = 0 + U \sin \varphi \end{cases} \begin{cases} 220 \cos \varphi_{AB} = 70 \cdot 0,75 + 148,48 \\ 220 \sin \varphi_{AB} = 0 + \sin \varphi \end{cases} \Rightarrow U \sin \varphi = 89,482$$

kết hợp với

$U \sin \varphi = 148,48$ , suy ra:  $\varphi = 0,5424 \text{ rad}$  hay  $\cos \varphi = 0,8565$ .

\*Khi động cơ hoạt động bình thường:

$$P = UI \cos \varphi \Rightarrow 120 = 180 \cdot I \cdot 0,8565 \Rightarrow I = 0,7784(A)$$

Từ phương trình véc tơ:  $\vec{U}_{AB} = \vec{U}_R + \vec{U}$  chiếu lên trực hoành và trực tung ta được:

$$\begin{cases} U_{AB} \cos \varphi_{AB} = U_R + U \cos \varphi \\ U_{AB} \sin \varphi_{AB} = 0 + U \sin \varphi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 220 \cos \varphi_{AB} = U_R + 180 \cdot \cos 0,5424 \\ 220 \sin \varphi_{AB} = 0 + 180 \cdot \sin 0,5424 \end{cases}$$

$$\varphi_{AB} = 0,436 \text{ rad} \Rightarrow U_R = 45,25 \Rightarrow R = \frac{U_R}{I} \approx 58(\Omega)$$

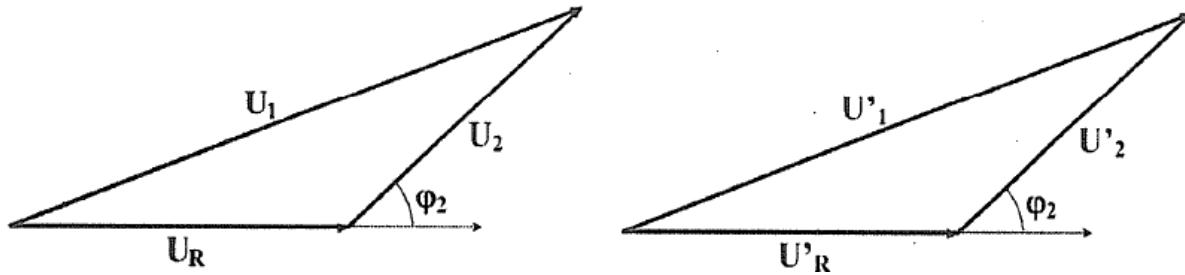
Giảm đi  $70 - 58 = 12 \Omega \Rightarrow$  Chọn C.

**Ví dụ 9:** Mạch điện gồm tải  $Z_2$  mắc nối tiếp với điện trở  $R$  rồi nối vào nguồn xoay chiều có điện áp hiệu dụng  $U_1$ . Khi đó, điện áp hiệu dụng trên tải là  $U_2$ , hệ số công trên tải  $\cos \varphi_2 = 0,6$ ; hệ số công suất toàn mạch  $\cos \varphi_1 = 0,8$ . Bằng cách điều chỉnh  $Z_2$  và điện áp hiệu dụng nguồn, người ta làm cho công suất tiêu thụ trên  $R$  giảm đi 100 lần còn công suất  $P_2$  và hệ số công suất  $\cos \varphi_2$  không đổi. Khi đó, điện áp hiệu dụng của nguồn phải tăng

- A. 7,52 lần.      B. 9,426 lần.      C. 8 lần.      D. 8,273 lần.

### Hướng dẫn

\*Lúc đầu:  $\begin{cases} U_1 \sin \varphi_1 = U_2 \sin \varphi_2 \\ U_1 \cos \varphi_1 = U_2 \cos \varphi_2 + U_R \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} U_2 = U_1 \frac{\sin \varphi_1}{\sin \varphi_2} = U_1 \sqrt{\frac{1 - \cos^2 \varphi_1}{1 - \cos^2 \varphi_2}} = 0,75U_1 \\ U_R = U_1 \cos \varphi_1 - U_2 \cos \varphi_2 = 0,35U_1 \end{cases}$



\*Khi công suất tiêu thụ trên  $R$  giảm 100 lần thì  $I_2 = I_1 / 10$  và  $U'_R = U_R / 10 = 0,035U_1$ .

Lúc này:  $P'_2 = P_2 \Rightarrow U'_2 I_2 \cos \varphi_2 = U_2 I_1 \cos \varphi_2 \Rightarrow U'_2 = 10U_2 = 7,5U_1$

Áp dụng định lý hàm số cosin:  $U'_1 = \sqrt{U'_2^2 + U'_R^2 + 2U'_2 U'_R \cos \varphi_2}$

$$\Rightarrow U'_1 = \sqrt{(7,5U_1)^2 + (0,035U_1)^2 + 2 \cdot 7,5U_1 \cdot 0,035U_1 \cdot 0,6} \approx 7,52U_1 \Rightarrow$$
 Chọn A.

### Vấn đề 3: Bài toán liên quan đến Máy biến

#### Kết quả 1: Các đại lượng đặc trưng của máy biến áp

$$\text{Suất điện động hiệu dụng: } E = \frac{E_0}{\sqrt{2}} = \frac{2\pi f N \Phi_0}{\sqrt{2}}$$

$$\text{Công thức máy biến áp: } \frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2}; \quad H = \frac{P_2}{P_1} = \frac{U_2 I_2 \cos \varphi_2}{U_1 I_1}$$

Công thức máy biến áp lí tưởng ( $H = 100\%$ ) và mạch thứ cấp có hệ số công suất

$$\cos \varphi_2 : \frac{U_1}{U_2} = \frac{I_2}{I_1} \cos \varphi_2 = \frac{N_1}{N_2}$$

$$\text{Công thức máy biến áp lí tưởng ( $H = 100\%$ ) và mạch thứ cấp nối với R: } \frac{U_1}{U_2} = \frac{I_2}{I_1} = \frac{N_1}{N_2}$$

Nếu thay đổi vai trò của các cuộn dây thì:

$$\begin{cases} \frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} \\ \frac{U'_1}{U'_2} = \frac{N_2}{N_1} \end{cases} \Rightarrow \frac{U_1 U'_1}{U_2 U'_2} = 1$$

**Ví dụ 1:** Đặt một điện áp xoay chiều  $u = 200 \cos \omega t (V)$  vào hai đầu cuộn dây sơ cấp của một máy biến thế lí tưởng thì điện áp hiệu dụng đo được ở hai đầu cuộn thứ cấp là  $100\sqrt{2} V$ . Nếu điện áp xoay chiều  $u = 30 \cos \omega t (V)$  vào hai đầu cuộn dây thứ cấp thì điện áp đó được ở hai đầu cuộn dây sơ cấp bằng

- A. 300 V.      B.  $200\sqrt{2}$  V.      C.  $300\sqrt{2}$  V.      D.  $150\sqrt{2}$  V.

### Hướng dẫn

$$\frac{U_1 U'_1}{U_2 U'_2} = 1 \Rightarrow \frac{100\sqrt{2} \cdot 15\sqrt{2}}{10\sqrt{2} U'_2} = 1 \Rightarrow U'_2 = 150\sqrt{2} (V) \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Ví dụ 2:** Đặt điện áp xoay chiều vào cuộn dây sơ cấp lần lượt của hai máy biến thế lí tưởng thì tỉ số điện áp hiệu dụng giữa hai đầu cuộn sơ cấp của mỗi máy 50 vòng rồi lặp lại thí nghiệm như trên thì tỉ số các điện áp bằng nhau. Nếu hai máy biến thế có số vòng dây cuộn sơ cấp bằng nhau thì nó sẽ bằng

- A. 600 vòng.      B. 250 vòng.      C. 200 vòng.      D. 150 vòng.

### Hướng dẫn

\*Lúc đầu:

$$\begin{cases} \frac{N}{N_2} = 1,5 \\ \frac{N}{N'_2} = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N_2 = \frac{N}{1,5} \\ N'_2 = \frac{N}{2} \end{cases}$$

$$* \text{Sau đó: } \frac{N}{N_2 - 50} = \frac{N}{N_2 + 50} \Rightarrow \frac{N}{1,5} - 50 = \frac{N}{2} + 50 \Rightarrow N = 600 \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

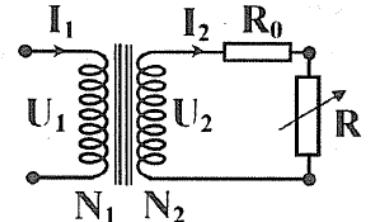
**Ví dụ 3:** Đặt điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng không đổi vào hai đầu cuộn sơ cấp của máy biến thế lí tưởng, cuộn thứ cấp của máy được nối với biến trở  $R$  bằng dây dẫn có điện trở  $R_0$ . Gọi cường độ dao động hiệu dụng qua cuộn dây sơ cấp là  $I$ , điện áp hiệu dụng ở hai đầu biến trở là  $U$ . Khi giá trị  $R$  tăng thì

- A.  $I$  tăng,  $U$  tăng.      B.  $I$  giảm,  $U$  tăng.      C.  $I$  tăng,  $U$  giảm.      D.  $I$  giảm,  $U$  giảm.

### Hướng dẫn

$$* \text{Từ } \frac{U_1}{U_2} = \frac{I_2}{I_1} = \frac{N_1}{N_2} \Rightarrow \begin{cases} U_2 = \frac{N_2}{N_1} U_1 \Rightarrow I_2 = \frac{U_2}{R_0 + R} = \frac{\frac{N_2}{N_1} U_1}{R_0 + R} \\ I_1 = \frac{N_2}{N_1} I_2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} I_1 = \left( \frac{N_2}{N_1} \right)^2 \frac{U_1}{R_0 + R} \\ U_R = I_2 R = \frac{N_2}{N_1} U_1 \frac{R}{R_0 + R} = \frac{N_2}{N_1} U_1 \frac{1}{\frac{R_0}{R} + 1} \end{cases}$$



\*Khi  $R$  tăng thì  $I_1$  giảm và  $U_R$  tăng  $\Rightarrow$  Chọn B.

**Chú ý:** Nếu cuộn thứ cấp của máy biến áp nối với  $RLC$ :

$$\begin{cases} \frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} \Rightarrow U_2 = ? \Rightarrow I_2 = \frac{U_2}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} \\ H = \frac{P_2}{P_1} = \frac{I_2^2 R}{U_1 I_1} \Rightarrow I_1 = ? \end{cases}$$

**Ví dụ 4:** Cho một máy biến áp có hiệu suất 80%. Cuộn sơ cấp có 100 vòng, cuộn thứ cấp có 200 vòng. Mạch sơ cấp lí tưởng, đặt vào hai đầu cuộn sơ cấp điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng 100 V và tần số 50 Hz. Hai đầu cuộn thứ cấp nối với một cuộn dây có điện trở  $50 \Omega$ , độ tự cảm  $0,5/\pi$  (H). Cường độ dòng điện hiệu dụng mạch sơ cấp nhận giá trị:

- A. 5 A.      B. 10 A.      C. 2 A.      D. 2,5 A.

### Hướng dẫn

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} \Rightarrow \frac{100}{U_2} = \frac{100}{200} \Rightarrow U_2 = 200(V) \Rightarrow I_2 = \frac{U_2}{\sqrt{R^2 + Z_L^2}} = 2\sqrt{2}(A)$$

$$H = \frac{I_2^2 R}{U_1 I_1} \Rightarrow 0,8 = \frac{8.50}{100.I_1} \Rightarrow I_1 = 5(A) \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Chú ý:** Khi cho biết  $U_1, N_1/N_2, H$  và mạch thứ cấp nối  $RLC$ , để tính  $P_1, P_2$  ta làm như sau:

$$\begin{cases} U_2 = \frac{N_2}{N_1} U_1 \Rightarrow I_2 = \frac{U_2}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} \\ P_2 = I_2^2 R; P = \frac{P_2}{P_1} \Rightarrow P_1 = ? \end{cases}$$

**Ví dụ 5:** Một máy biến áp lý tưởng có tỉ số vòng dây cuộn sơ cấp và thứ cấp là 2:3. Cuộn sơ cấp nối với điện áp xoay chiều có trị hiệu dụng 120 V. Cuộn thứ cấp nối với tải tiêu thụ là mạch điện  $RLC$  không phân nhánh có điện trở thuần  $60 \Omega$ , cảm kháng  $60\sqrt{3} \Omega$  và dung kháng  $120\sqrt{3} \Omega$ . Công suất tỏa nhiệt trên tải tiêu thụ là

- A. 180 W.      B. 90 W.      C. 135 W.      D. 26,7 W.

### Hướng dẫn

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} \Rightarrow \frac{120}{U_2} = \frac{2}{3} \Rightarrow U_2 = 180(V) \Rightarrow P_2 = I_2^2 R = \frac{U_2^2 R}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = 135(W)$$

$\Rightarrow$  Chọn C.

**Ví dụ 6:** Cho một máy biến áp có hiệu suất 90%. Cuộn sơ cấp có 200 vòng, cuộn thứ cấp có 400 vòng. Cuộn sơ cấp nối với điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng 150 V. Hai đầu cuộn thứ cấp nối với một cuộn dây có điện trở hoạt động  $90 \Omega$  và cảm kháng là  $120 \Omega$ . Công suất mạch sơ cấp là

- A. 150 W.      B. 360 W.      C. 250 W.      D. 400 W.

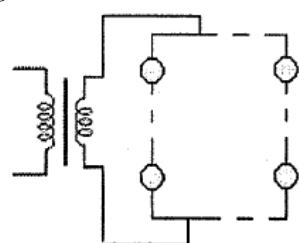
### Hướng dẫn

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} \Rightarrow \frac{150}{U_2} = \frac{200}{400} \Rightarrow U_2 = 300(V) \Rightarrow P_2 = I_2^2 R = \frac{U_2^2 R}{R^2 + Z_L^2} = \frac{300^2 \cdot 90}{90^2 + 120^2} = 360(W)$$

$$H = \frac{P_2}{P_1} \Rightarrow 0,9 = \frac{360}{P_1} \Rightarrow P_1 = 400(W) \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Chú ý:** Nếu mạch thứ cấp nối các bóng đèn giống nhau ( $U_d - P_d$ ) gồm  $m$  dây mắc song song trên mỗi dây có  $n$  bóng mà các bóng đều sáng bình thường thì

$$\begin{cases} P_2 = m.n.P_d \\ I_2 = mI_d = m \frac{P_d}{U_d} \\ U_2 = nU_d \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} \\ H = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{U_1 I_1} \end{cases}$$



**Ví dụ 7:** Cuộn sơ cấp của một máy biến áp gồm 1100 vòng được mắc vào mạng điện xoay chiều. Cuộn thứ cấp gồm 220 vòng dây nối với 20 bóng đèn giống nhau có kí hiệu 12 V – 18 W mắc 5 dây song song trên mỗi dây có 4 bóng đèn. Biết các bóng đèn sáng bình thường và hiệu suất của máy biến áp 96%. Cường độ hiệu dụng qua cuộn sơ cấp và thứ cấp lần lượt là

- A. 1,5625 A và 7,5 A.      B. 7,5 A và 1,5625 A.  
 C. 6 A và 1,5625 A.      D. 1,5625 A và 6 A.

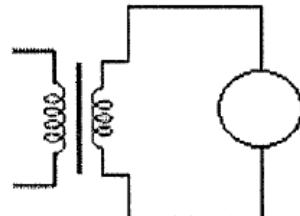
### Hướng dẫn

$$\begin{cases} P_2 = n \cdot m P_d = 20 \cdot 18 = 360 \text{ (W)} \\ I_2 = m \frac{P_d}{U_d} = 5 \cdot \frac{18}{12} = 7,5 \text{ (A)} \\ U_2 = n U_d = 4 \cdot 12 = 48 \text{ (V)} \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} \Rightarrow \frac{U_1}{48} = \frac{1100}{220} \Rightarrow U_1 = 240 \text{ (V)} \\ H = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{U_1 I_1} \Rightarrow 0,96 = \frac{360}{240 I_1} \Rightarrow I_1 = 1,5625 \text{ (A)} \end{cases}$$

⇒ Chọn A.

*Chú ý: Nếu mạch thứ cấp nối với động cơ điện ( $P = UI\cos\varphi$ ) bình thường thì*

$$\begin{cases} P_2 = P \\ I_2 = I = \frac{P}{U \cos \varphi} \\ U_2 = U \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} \\ H = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{U_1 I_1} \end{cases}$$



**Ví dụ 8:** Một máy hạ áp hiệu suất 90 % có tỉ số giữa số vòng dây cuộn sơ cấp và thứ cấp 2,5. Người ta mắc vào hai đầu cuộn thứ cấp một động cơ 220 V – 396 W, có hệ số công suất 0,8. Nếu động cơ hoạt động bình thường thì cường độ hiệu dụng trong cuộn sơ cấp và thứ cấp lần lượt là

- A. 0,8 A và 2,5 A.      B. 1 A và 1,6 A.      C. 0,8 A và 2,25 A.      D. 1 A và 2,5 A.

### Hướng dẫn

$$\begin{cases} P_2 = P = 396 \text{ (W)} \\ I_2 = I = \frac{P}{U \cos \varphi} = \frac{396}{220 \cdot 0,8} = 2,25 \text{ (A)} \\ U_2 = U = 220 \text{ (V)} \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} \Rightarrow \frac{U_1}{220} = 2,5 \Rightarrow U_1 = 550 \text{ (V)} \\ H = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{U_1 I_1} \Rightarrow 0,9 = \frac{396}{550 I_1} \Rightarrow I_1 = 0,8 \text{ (A)} \end{cases}$$

⇒ Chọn C.

**Bình luận:** Nếu áp dụng công thức  $\frac{U_1}{U_2} = \frac{I_2}{I_1} = \frac{N_1}{N_2}$  thì tìm ra kết quả sai  $I_1 = 1 \text{ (A)}$ . Trong trường hợp này công thức trên phải là  $\frac{U_1}{U_2} = \frac{I_2}{I_1} \cos \varphi = \frac{N_1}{N_2}$ !

**Ví dụ 9:** Một máy biến thế hiệu suất là 96% số vòng cuộn sơ cấp và thứ cấp là 6250 vòng và 1250 vòng, nhận công suất 10 kW từ mạng điện xoay chiều. Biết điện áp hiệu dụng hai đầu cuộn sơ cấp là 1000 V và hệ số công suất của cuộn thứ cấp là 0,8. Công suất nhận được ở cuộn thứ cấp và cường độ hiệu dụng trong cuộn thứ cấp lần lượt là

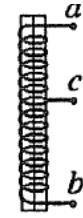
- A. 9600 W và 6 A.      B. 960 W và 15 A.  
 C. 9600 W và 60 A.      D. 960 W và 24 A.

### Hướng dẫn

$$\begin{cases} \frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} \Rightarrow \frac{1000}{U_2} = \frac{6250}{1250} \Rightarrow U_2 = 200(V) \\ H = \frac{P_2}{P_1} \Rightarrow P_2 = HP_1 = 0,96 \cdot 10 \cdot 10^3 = 9600(W) \\ I_2 = \frac{P_2}{U_2 \cos \varphi_2} = \frac{9600}{200 \cdot 0,8} = 60(A) \end{cases}$$

**Chú ý:** Đối với máy biến thế tự ngẫu thì cuộn sơ cấp và thứ cấp được lấy ra từ một cuộn dây, nếu nối ab với mạng điện xoay chiều, nối

bc với mạch tiêu thụ thì:  $\begin{cases} N_1 = N_{ab} \\ N_2 = N_{bc} = N_{ab} - N_{ac} \end{cases}$   $\begin{cases} \frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} \\ H = \frac{P_2}{P_1} = \frac{U_2 I_2 \cos \varphi_2}{U_1 I_1} \end{cases}$



Máy biến thế tự ngẫu

**Ví dụ 10:** Máy biến áp tự ngẫu dùng cho các tải có công suất nhỏ là một máy biến áp chỉ có một cuộn dây. Biến thế tự ngẫu ab gồm 1000 vòng. Vòng dây thứ 360 kẽ từ a được nối với chốt c. Người ta nối a, b với mạng điện xoay chiều 220 V – 50 Hz (cuộn ab lúc này gọi là cuộn sơ cấp) và nối bc với R = 10 Ω (đoạn bc lúc này gọi là cuộn thứ cấp). Tính dòng điện đưa vào biến thế. Bỏ qua mọi hao phí trong biến thế.

- A. 9,6125 A.      B. 6,7 A.      C. 9,0112 A      D. 14,08 A.

### Hướng dẫn

$$\begin{cases} N_1 = N_{ab} = 1000 \\ N_2 = N_{bc} = N_{ab} - N_{ac} = 640 \end{cases}$$

**Cách 1:**

$$\begin{cases} \frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} \Rightarrow \frac{220}{U_2} = \frac{1000}{640} \Rightarrow U_2 = 140,8(V) \Rightarrow I_2 = \frac{U_2}{R} = 14,08(A) \\ H = \frac{P_2}{P_1} = \frac{U_2 I_2 \cos \varphi_2}{U_1 I_1} \Rightarrow 1 = \frac{140,8 \cdot 14,08 \cdot 1}{220 \cdot I_1} \Rightarrow I_1 = 9,00112(A) \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

$$\text{Cách 2: } \frac{U_1}{U_2} = \frac{I_2}{I_1} = \frac{N_1}{N_2} \Rightarrow \frac{14,08}{I_1} = \frac{1000}{640} \Rightarrow I_1 = 9,0112(A)$$

### Kết quả 2: Máy biến áp có một số vòng dây quấn ngược

Nếu một cuộn dây nào đó (VD cuộn sơ cấp) có n vòng dây quấn ngược thì từ trường của n vòng dây ngược này với từ trường của phần còn lại nên nó có tác dụng khử bớt từ trường của n vòng dây còn lại, tức là cuộn dây này bị mất đi 2n vòng.

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1 - 2n}{N_2}$$

**Ví dụ 1:** Một máy biến áp lí tưởng có cuộn sơ cấp gồm 100 vòng dây và cuộn thứ cấp gồm 150 vòng dây. Mắc hai đầu cuộn sơ cấp vào mạng điện xoay chiều có điện áp hiệu dụng 5 V. Nếu ở cuộn sơ cấp có 10 vòng dây bị quấn ngược thì điện áp hiệu dụng ở hai đầu cuộn thứ cấp khi để hở là

- A. 7,500.      B. 9,375.      C. 8,333 V.      D. 7,780 V.

### Hướng dẫn

Cuộn sơ cấp xem như mất đi 20 vòng:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1 - 2n}{N_2} \Rightarrow \frac{5}{U_2} = \frac{100 - 20}{150} \Rightarrow U_2 = 9,375(V) \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Ví dụ 2:** Một người định quấn một biến thế từ hiệu điện thế 110 V lên 220 V với lõi không phân nhánh, không mất mát năng lượng và các cuộn dây có điện trở rất nhỏ, với số vòng dây được quấn với 1,2 vòng/V. Do sơ suất nên cuộn sơ cấp bị quấn ngược một số vòng dây nên khi nối cuộn sơ cấp với điện áp 110 V thì điện áp hiệu dụng cuộn thứ cấp 264 V. Tính số vòng dây quấn ngược.

- A. 6 vòng.      B. 30 vòng.      C. 11 vòng.      D. 22 vòng.

### Hướng dẫn

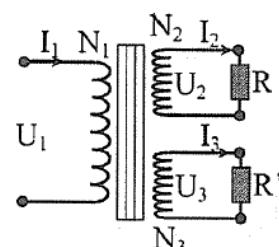
Số vòng dây cuộn sơ cấp và thứ cấp khi quấn đúng lần lượt là:  $N_1 = 110 \cdot 1,2 = 132$  và  $N_2 = 220 \cdot 1,2 = 264$ .

Gọi n là số vòng dây quấn ngược:

$$\frac{N_2}{N_1 - 2n} = \frac{264}{110} \Rightarrow \frac{264}{132 - 2n} = \frac{264}{110} \Rightarrow n = 11 \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

### Kết quả 3: Máy biến áp có nhiều đầu ra

Đối với máy biến áp lý tưởng mà cuộn thứ cấp có nhiều đầu ra (chẳng hạn có 2 đầu ra) và các đầu ra nối với R thì áp dụng công thức:



$$P_{sc} = P_{tc} \Rightarrow U_1 I_1 = U_2 I_2 + U_3 I_3 \begin{cases} \frac{U_2}{U_1} = \frac{N_2}{N_1} \\ \frac{U_3}{U_1} = \frac{N_3}{N_1} \end{cases} \begin{cases} I_2 = \frac{U_2}{R} \\ I_3 = \frac{U_3}{R} \end{cases}$$

Nếu áp dụng công thức:  $\frac{U_2}{U_1} = \frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1}$ ,  $\frac{U_3}{U_1} = \frac{I_1}{I_3} = \frac{N_3}{N_1}$  thì sẽ dẫn đến kết quả sai!

**Ví dụ 1:** Một máy biến áp lý tưởng, cuộn sơ cấp có  $N_1 = 1000$  vòng được nối vào điện áp hiệu dụng không đổi  $U_1 = 200$  V. Thứ cấp gồm 2 đầu ra với số vòng dây lần lượt là  $N_2$  vòng và  $N_3 = 25$  vòng, được nối kín thì cường độ hiệu dụng lần lượt là 0,5 A và 1,2 A. Điện áp hiệu dụng hai đầu cuộn  $N_2$  là 10 V. Coi dòng điện và điện áp luôn cùng pha. Cường độ dòng điện hiệu dụng chạy trong cuộn sơ cấp là

- A. 0,100 A.      B. 0,045 A.      C. 0,055 A.      D. 0,150 A.

### Hướng dẫn

$$P_{sc} = P_{tc} \Rightarrow U_1 I_1 = U_2 I_2 + U_3 I_3 \xrightarrow{U_3 = U_1 \frac{N_3}{N_1}} 200 \cdot I_1 = 10 \cdot 0,5 + 200 \cdot \frac{25}{1000} \cdot 1,2$$

$$\Rightarrow I_1 = 0,055(A) \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Ví dụ 2:** Một máy biến áp lý tưởng, cuộn sơ cấp  $N_1 = 1000$  vòng được nối vào điện áp hiệu dụng không đổi  $U_1 = 400$  V. Thứ cấp gồm 2 cuộn  $N_2 = 50$  vòng,  $N_3 = 100$  vòng. Giữa 2 đầu  $N_2$  đầu với một điện trở  $R = 40 \Omega$ , giữa 2 đầu  $N_3$  đầu với một điện trở  $R' = 10 \Omega$ . Coi dòng điện và điện áp luôn cùng pha. Cường độ dòng điện hiệu dụng chạy trong cuộn sơ cấp là

- A. 0,150 A.      B. 0,450 A.      C. 0,425 A.      D. 0,015 A.

### Hướng dẫn

$$\begin{cases} \frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} \Rightarrow \frac{400}{U_2} = \frac{1000}{50} \Rightarrow U_2 = 20(V) \\ \frac{U_1}{U_3} = \frac{N_1}{N_3} \Rightarrow \frac{400}{U_3} = \frac{1000}{100} \Rightarrow U_3 = 40(V) \end{cases} \Rightarrow I_2 = \frac{U_2}{R} = \frac{20}{40} = 0,5(A)$$

$$I_3 = \frac{U_3}{R'} = \frac{40}{10} = 4(A)$$

$$P_{sc} = P_{tc} \Rightarrow U_1 I_1 = U_2 I_2 + U_3 I_3 \Rightarrow 400 \cdot I_1 = 20 \cdot 0,5 + 40 \cdot 4 \Rightarrow I_1 = 0,425(A) \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

### Kết quả 4: Máy biến áp có nhiều lõi thép

Bình thường máy biến áp có hai lõi thép và cuộn sơ cấp quấn trên một lõi, cuộn thứ cấp quấn trên lõi còn lại:  $\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2}$ .

Nếu máy biến áp có  $n$  lõi thép và cuộn sơ cấp và thứ cấp được quấn 2 trong  $n$  lõi thì từ thông ở cuộn sơ cấp  $\phi$  được chia đều cho  $(n - 1)$  lõi. Ta có thể xem như điện áp trên cuộn sơ cấp chia đều

$$\text{cho } (n - 1) \text{ nhánh và mỗi nhánh chỉ được nhận } 1 \text{ phần: } \frac{\frac{U_1}{U_2}}{N_2} = \frac{N_1}{N_2}.$$

**CM:** Suất điện động ở cuộn sơ cấp và thứ cấp lần lượt là:

$$\begin{cases} e_1 = -N_1 \frac{d\Phi}{dt} \\ e_2 = -N_2 \frac{d\Phi}{(n-1)dt} \end{cases} \Rightarrow \frac{e_1}{e_2} = \frac{N_1}{N_2}(n-1) \Rightarrow \frac{\frac{U_1}{U_2}}{N_2} = \frac{N_1}{N_2}.$$

**Ví dụ 1:** Một máy biến áp có lõi đối xứng gồm bốn nhánh nhưng chỉ có hai nhánh được quấn hai cuộn dây. Khi mắc một cuộn dây vào điện áp xoay chiều thì các đường súc từ do nó sinh ra không bị thoát ra ngoài và được chia đều cho các nhánh còn lại. Khi mắc cuộn 1 (có 1000 vòng) vào điện áp hiệu dụng 60 V thì ở cuộn 2 khi để hở có điện áp hiệu dụng là 40 V. Số vòng dây của cuộn 2 là

- A. 2000 vòng.      B. 200 vòng.      C. 600 vòng.      D. 400 vòng.

### Hướng dẫn

$$\frac{\frac{U_1}{U_2}}{N_2} = \frac{N_1}{N_2} \Rightarrow \frac{60}{40} = \frac{1000}{N_2} \Rightarrow N_2 = 2000 \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Chú ý:** Nhớ lại trong trường hợp máy biến áp hai cuộn dây khi hoán đổi vai trò đã rút ra

công thức: 
$$\begin{cases} \frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} \\ \frac{U'_1}{U'_2} = \frac{N_2}{N_1} \end{cases} \Rightarrow [U_1 U'_1 = U_2 U'_2].$$

Tương tự với biến áp có  $n$  lõi thép: 
$$\begin{cases} \frac{\frac{U_1}{U_2}}{N_2} = \frac{N_1}{N_2} \\ \frac{\frac{U'_1}{U'_2}}{N_1} = \frac{N_2}{N_1} \end{cases} \Rightarrow \boxed{\frac{U_1}{U_2} \cdot \frac{U'_1}{U'_2} = \frac{N_1}{N_2} \cdot \frac{N_2}{N_1}}$$

**Ví dụ 2:** Một máy biến áp có lõi đối xứng gồm 5 nhánh nhưng chỉ có hai nhánh được quấn hai cuộn dây. Khi mắc một cuộn dây và điện áp xoay chiều thì các đường súc từ do nó sinh ra không bị thoát ra ngoài và được chia đều cho các nhánh còn lại. Khi mắc cuộn 1 vào điện áp hiệu dụng 120 V thì ở cuộn 2 khi để hở có điện áp hiệu dụng  $U_2$ . Khi mắc cuộn 2 với điện áp hiệu dụng  $3U_2$  thì điện áp hiệu dụng ở cuộn 1 khi để hở là

- A. 22,5 V.      B. 60 V.      C. 30 V.      D. 45 V.

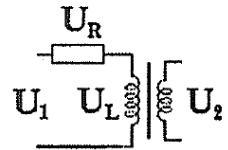
### Hướng dẫn

$$\frac{U_1}{n-1} \cdot \frac{U'_1}{n-1} = U_2 U'_2 \Rightarrow \frac{120}{5-1} \cdot \frac{3U_2}{5-1} = U_2 U'_2 \Rightarrow U'_2 = 22,5(V) \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Kết quả 5: Cuộn sơ cấp của máy biến áp có điện trở và cuộn thứ cấp để hở**

Khi áp dụng các công thức trên thì điện trở của các cuộn dây không đáng kể và coi từ thông là khép kín. Nếu cuộn thứ cấp để hở còn cuộn sơ cấp có điện trở thuần thì có thể xem điện áp vào  $\vec{U}_1$  phân bố trên R và trên cuộn cảm thuần L:

$$L: \vec{U}_1 = \vec{U}_R + \vec{U}_L \Rightarrow U_1^2 = U_R^2 \left( \frac{Z_L}{R} = \frac{U_L}{U_R} \right).$$



Chỉ có thành phần  $U_L$  gây ra hiện tượng cảm ứng điện từ nên công thức biến áp lúc này là:

$$\frac{U_L}{U_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

**Ví dụ 1:** Cuộn sơ cấp của một máy biến áp lí tưởng cuộn sơ cấp có  $N_1 = 1100$  vòng và cuộn thứ cấp có  $N_2 = 2200$  vòng. Dùng dây dẫn có tổng điện trở R để nối hai đầu cuộn sơ cấp của máy biến áp với điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng ổn định là  $U_1 = 82$  V thì kho không nối tải điện áp hiệu dụng hai đầu cuộn thứ cấp là  $U_2 = 160$  V. Tỉ số giữa điện trở thuần R và cảm kháng  $Z_L$  của cuộn sơ cấp là

- A. 0,19.                    B. 0,15.                    C. 0,42.                    D. 0,225.

### Hướng dẫn

$$\frac{U_L}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} \Rightarrow \frac{U_L}{160} = \frac{1100}{2200} \Rightarrow U_L = 80(V)$$

$$U_1^2 = U_L^2 + U_R^2 \Rightarrow 82^2 = 80^2 + U_R^2 \Rightarrow U_R = 18(V) \Rightarrow \frac{R}{Z_L} = \frac{U_R}{U_L} = 0,225 \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Ví dụ 2:** Máy biến thế mà cuộn sơ cấp có 1100 vòng dây và cuộn thứ cấp có 2200 vòng. Nối 2 đầu của cuộn sơ cấp với nhau và cuộn thứ cấp có 40 V – 50 Hz. Cuộn sơ cấp có điện trở thuần  $3\Omega$  và cảm kháng  $4\Omega$ . Điện áp hiệu dụng hai đầu cuộn thứ cấp khi để hở là

- A. 80 V.                    B. 72 V.                    C. 64 V.                    D. 32 V.

### Hướng dẫn

$$\text{Ta nhận thấy: } \frac{U_L}{U_R} = \frac{Z_L}{R} = \frac{4}{3} \Rightarrow U_R = \frac{3}{4} U_L$$

$$\begin{cases} U_1^2 = U_L^2 + U_R^2 \Rightarrow 40^2 = U_L^2 + \left(\frac{3}{4}\right)^2 U_L^2 \Rightarrow U_L = 32(V) \\ \frac{U_L}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} \Rightarrow \frac{32}{U_2} = \frac{1100}{2200} \Rightarrow U_2 = 64(V) \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

### Kết quả 6: Máy biến áp lý tưởng thay đổi số vòng dây

\*Khi máy biến áp có số vòng dây ở cuộn sơ cấp thay đổi ta dùng:

$$\begin{cases} \frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} \\ \frac{U_1}{U'_2} = \frac{N_1 \pm n}{N_2} \end{cases}$$

\*Khi máy biến áp có số vòng dây ở cuộn thứ cấp thay đổi ta dùng:

$$\begin{cases} \frac{U_2}{U_1} = \frac{N_1}{N_2} \\ \frac{U_2}{U'_1} = \frac{N_2 \pm n}{N_1} \end{cases}$$

**Ví dụ 1:** Đặt vào hai đầu cuộn sơ cấp của một máy biến áp lý tưởng (bỏ qua hao phí) một điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng không đổi thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu cuộn thứ cấp để hở là 100 V. Ở cuộn thứ cấp, nếu tăng thêm  $n$  vòng dây thì điện áp đó là 2U. Nếu tăng thêm  $4,5n$  vòng dây ở cuộn thứ cấp thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu để hở của cuộn này bằng

- A. 100 V.      B. 200 V.      C. 220 V.      D. 250 V.

### Hướng dẫn

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{N_2}{N_1} \Rightarrow \begin{cases} \frac{100}{U_1} = \frac{N_2}{N_1} \\ \frac{U}{U_1} = \frac{N_2 - n}{N_1} \\ \frac{2U}{U_1} = \frac{N_2 - n}{N_1} \end{cases} \Rightarrow 2 = \frac{N_2 + n}{N_2 - n} \Rightarrow n = \frac{N_2}{3} \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

$$\frac{U'}{U_1} = \frac{N_2 + 4,5n}{N_1} = 2,5 \cdot \frac{N_2}{N_1} \Rightarrow \frac{U'}{U_1} = 2,5 \cdot \frac{100}{U_1} = 250(V)$$

**Ví dụ 2:** Khi đặt một điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng không đổi vào cuộn sơ cấp thì điện áp hiệu dụng thứ cấp là 20 V. Nếu tăng số vòng dây thứ cấp 60 vòng thì điện áp hiệu dụng thứ cấp là 25 V. Nếu giảm số vòng dây thứ cấp 90 vòng thì điện áp hiệu dụng thứ cấp là

- A. 10 V.      B. 12,5 V.      C. 17,5 V.      D. 15 V

### Hướng dẫn

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{N_2}{N_1} \Rightarrow \begin{cases} \frac{20}{U_1} = \frac{N_2}{N_1} \\ \frac{25}{U_1} = \frac{N_2 + 60}{N_1} \\ \frac{U'}{U_1} = \frac{N_2 - 90}{N_1} = \frac{240 - 90}{N_1} = \frac{150}{240} \frac{N_2}{N_1} \end{cases} \Rightarrow \frac{5}{4} = \frac{N_2 + 60}{N_2} \Rightarrow N_2 = 240$$

$$\frac{U'}{U_1} = \frac{150}{240} \frac{20}{N_1} \Rightarrow U' = 12,5$$

$\Rightarrow$  Chọn B.

**Ví dụ 3:** Đặt vào hai đầu cuộn sơ cấp của máy biến áp lí tưởng điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng không đổi. Nếu quấn thêm vào cuộn thứ cấp 90 vòng thì điện áp hiệu dụng hai đầu cuộn thứ cấp để hở thay đổi 30% so với lúc đầu. Số vòng dây ban đầu ở cuộn thứ cấp là

- A. 1200 vòng.      B. 300 vòng.      C. 900 vòng.      D. 600 vòng.

### Hướng dẫn

Gọi  $U_1$  và  $U_2$  lần lượt là điện áp hai đầu cuộn sơ cấp và thứ cấp lúc đầu.

Theo bài ra ta có hệ:

$$\begin{cases} \frac{U_2}{U_1} = \frac{N_2}{N_1} \\ \frac{1,3U_2}{U_1} = \frac{N_2 + 90}{N_1} \end{cases} \Rightarrow 1,3 = \frac{N_2 + 90}{N_2} \Rightarrow N_2 = 300$$

**Ví dụ 4:** (ĐH – 2011) Một học sinh quấn một máy biến áp với dự định số vòng dây của cuộn sơ cấp gấp hai lần số vòng dây của cuộn thứ cấp. Do sơ suất nên cuộn thứ cấp bị thiếu một số vòng dây. Muốn xác định số vòng dây thiếu để quấn tiếp thêm và cuộn thứ cấp cho đủ, học sinh này đặt vào hai đầu cuộn sơ cấp một điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng không đổi, rồi dùng vôn kế xác định tỉ số điện áp ở cuộn thứ cấp để hở và cuộn sơ cấp. Lúc đầu tỉ số điện áp bằng 0,43. Sau khi quấn thêm vào cuộn thứ cấp 24 vòng dây thì tỉ số điện áp bằng 0,45. Bỏ qua mọi hao phí trong máy biến áp. Để được máy biến áp đúng như dự định, học sinh này phải tiếp tục quấn thêm vào cuộn thứ cấp

- A. 40 vòng dây.      B. 84 vòng dây.      C. 100 vòng dây.      D. 60 vòng dây

### Hướng dẫn

$$N_2 = \frac{U_2}{U_1} N_1 \Rightarrow \begin{cases} N_2 = 0,43N_1 \\ N_2 + 24 = 0,45N_1 \\ N_2 + 24 + n = 0,5N_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N_1 = 1200 \\ N_2 = 516 \\ 516 + 24 + n = 0,5 \cdot 1200 \end{cases} \Rightarrow n = 60$$

**Ví dụ 5:** Một máy tăng áp lý tưởng có cuộn sơ cấp mắc vào điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng không đổi. Khi đồng thời giảm 2x vòng dây ở cuộn sơ cấp và 3x vòng dây ở cuộn thứ cấp thì tỉ số điện áp hiệu dụng ở hai đầu cuộn sơ cấp và hai đầu cuộn thứ cấp để hở không thay đổi so với ban đầu. Khi đồng thời tăng y vòng dây hoặc đồng thời giảm z vòng dây ở cả hai cuộn sơ cấp và thứ cấp thì điện áp hiệu dụng hai đầu cuộn thứ cấp để hở đều thay đổi một lượng là 10% điện áp hiệu dụng hai đầu cuộn sơ cấp. Tỷ số y/z là

A. 2/3.

B. 2,5.

C. 1,5.

D. 1,8.

### Hướng dẫn

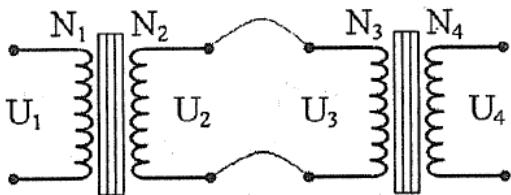
Gọi  $U_1$  và  $U_2$  lần lượt là điện áp hai đầu cuộn sơ cấp và thứ cấp lúc đầu.

$$\begin{aligned} \frac{U_2}{U_1} &= \frac{N_2}{N_1} = \frac{N_2 - 3x}{N_1 - 2x} \Rightarrow N_2 = 1,5N_1 \\ \text{Theo bài ra ta có hệ: } &\left\{ \begin{array}{l} \frac{1,1U_1}{U_1} = \frac{N_2 + y}{N_1 + y} \Rightarrow 1,1 = \frac{1,5N_1 + y}{N_1 + y} \Rightarrow y = 4N_1 \\ \frac{0,9U_1}{U_1} = \frac{N_2 - z}{N_1 - z} \Rightarrow 0,9 = \frac{1,5N_1 - z}{N_1 - z} \Rightarrow z = 6N_1 \end{array} \right. \end{aligned}$$

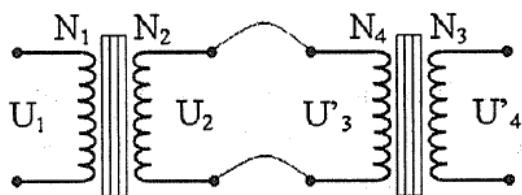
$$\Rightarrow \frac{y}{z} = \frac{2}{3} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

### Kết quả 7: Ghép nối tiếp các máy biến áp

1) Nếu các máy biến áp mắc liên tiếp nhau thì  $U_3 = U_2$ ,  $U_1 / U_2 = N_1 / N_2$  và  $U_3 / U_4 = N_3 / N_4$ . Do đó:  $\frac{U_1}{U_4} = \frac{N_1}{N_2} \frac{N_3}{N_4}$  (1)



*Trước*



*Sau*

2) Nếu hoán đổi vai trò của  $N_3$  và  $N_4$  thì  $\frac{U_1}{U'_4} = \frac{N_1}{N_2} \frac{N_4}{N_3}$  (2)

Từ (1), (2) rút ra hệ thức quan trọng:  $\frac{U_1^2}{U_4 U'_4} = \left( \frac{N_1}{N_2} \right)^2$

**Ví dụ 1:** Đặt vào hai đầu cuộn sơ cấp của máy biến áp  $M_1$  một điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng 300 V. Khi nối hai đầu cuộn sơ cấp của máy biến áp  $M_2$  với hai đầu của cuộn thứ cấp của  $M_1$  thì điện áp hiệu dụng ở hai đầu cuộn sơ cấp của  $M_2$  để hở bằng 50 V. Bỏ qua mọi hao phí.  $M_1$  có tỉ số vòng dây cuộn sơ cấp và số vòng cuộn thứ cấp là:

A. 8.

B. 4.

C. 6.

D. 12.

### Hướng dẫn

$$\begin{cases} \frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} \\ \frac{U_3}{U_4} = \frac{N_3}{N_4} \end{cases} \xrightarrow{U_3=U_2} \frac{U_1}{U_4} = \frac{N_1}{N_2} \frac{N_3}{N_4} \quad (1). \text{ Khi đổi vai trò các cuộn dây của M}_2 \text{ thì}$$

$$\frac{U_1}{U'_4} = \frac{N_1}{N_2} \frac{N_3}{N_4} \quad (2).$$

Nhận vé theo vé (1) với (2):  $\frac{U_1}{U_4} \frac{U_1}{U'_4} = \left( \frac{N_1}{N_2} \right)^2 \Rightarrow \frac{N_1}{N_2} = \sqrt{\frac{300}{12,5} \cdot \frac{300}{50}} = 12 \Rightarrow \text{Chọn D.}$

**Ví dụ 2:** Một học sinh làm thực hành xác định số vòng dây của hai máy biến áp lí tưởng A và B có các cuộn dây với số vòng dây (là số nguyên) lần lượt là  $N_{1A}, N_{2A}, N_{1B}, N_{2B}$ . Biết  $N_{2A} = kN_{1A}$ ;  $N_{2B} = 2kN_{1B}$ ;  $k > 1$ ;  $N_{1A} + N_{1B} + N_{2B} = 3100$  vòng và trong bốn cuộn dây có hai cuộn có số vòng dây đều bằng  $N$ . Dùng kết hợp hai máy biến áp thì có thể tăng điện áp hiệu dụng  $U$  thành  $18U$  hoặc  $2U$ . Số vòng dây  $N$  là

- A. 600 hoặc 372.      B. 900 hoặc 372.      C. 900 hoặc 750.      D. 750 hoặc 600.

### Hướng dẫn

Để tăng điện áp thì hoặc cả hai máy đều tăng áp ghép liên tiếp hoặc 1 máy hạ áp còn 2 máy tăng áp:  $\begin{cases} k \cdot 2k = 18 \\ \frac{1}{k} \cdot 2k = 2 \end{cases} \Rightarrow k = 3 \Rightarrow \begin{cases} N_{2A} = 3N_{1A} \\ N_{2B} = 6N_{1B} \end{cases}$

Từ  $N_{1A} + N_{1B} + N_{2B} = 3100 \Rightarrow 4N_{1A} + 7N_{1B} = 3100$ .

\*Nếu  $N_{2B} = N_{2A} = N$  thì  $N_{1A} = N/3, N_{1B} = N/6$  và  $4N/3 + 7N/6 = 3100 \Rightarrow N = 1240 \Rightarrow N_{1A} = 413,33$  không nguyên  $\Rightarrow$  Loại.

\*Nếu  $N_{1B} = N_{1A} = N$  thì  $4N + 7N = 3100 \Rightarrow N = 281,8$  không nguyên  $\Rightarrow$  Loại.

\*Nếu  $N_{1B} = N_{2A} = N$  thì  $N_{1A} = N/3$  và  $4N/3 + 7N = 3100 \Rightarrow N = 372$ .

\*Nếu  $N_{2B} = N_{1A} = N$  thì  $N_{1B} = N/6$  và  $4N + 7N/6 = 3100 \Rightarrow N = 600$ .

$\Rightarrow$  Chọn A.

### Kết quả 1: Hao phí trên đường dây

Cường độ hiệu dụng chạy trên đường dây:  $I = \frac{P}{U \cos \varphi}$ .

	$P = UI \cos \varphi$	$R, \cos \varphi$
		$\Delta P = I^2 R$
	$P = UI \cos \varphi$	$\begin{cases} P' = P - \Delta P \\ U' = U - \Delta U \end{cases}$

$$\text{Giảm thế trên đường dây: } \Delta U = IR = \frac{PR}{U \cos \varphi} \xrightarrow{\text{Thép th-êng xem } \cos \varphi = 1} \Delta U = \frac{PR}{U}.$$

$$\text{Công suất hao phí trên đường dây: } \Delta P = I^2 R = \left( \frac{P}{U \cos \varphi} \right)^2 R.$$

Điện năng hao phí trên đường dây sau thời gian t:  $\Delta A = \Delta Pt$ .

$$\text{Phần trăm hao phí: } h = \frac{\Delta P}{P} = \frac{PR}{(U \cos \varphi)^2}.$$

$$\text{Hiệu suất truyền tải: } H = \frac{P_{tieu\_thu}}{P} = \frac{P'}{P} = \frac{P - \Delta P}{P} = 1 - h.$$

$$\text{Điện trở tính theo công thức: } R = \rho \frac{l}{S}.$$

$$\text{Nếu } \cos \varphi = 1 \text{ thì} \begin{cases} h = \frac{\Delta P}{P} = \frac{\Delta U}{U} = \frac{PR}{U^2} \\ H = 1 - h = 1 - \frac{\Delta P}{P} = 1 - \frac{\Delta U}{U} = \frac{P'}{P} = \frac{U'}{U} \end{cases}$$

**Ví dụ 1:** Một máy phát điện xoay chiều có công suất 1000 KW. Dòng điện nó phát ra sau khi tăng thế được truyền đi xa bằng một dây dẫn có tổng chiều dài 200 km có đường kính 0,39 cm và làm bằng hợp kim có điện trở suất bằng  $1,8 \cdot 10^{-8} (\Omega m)$ . Biết hệ số công suất của đường dây bằng 1. Tính công suất hao phí trên đường dây nếu điện áp đưa lên là 50 kV.

- A. 0,16 MW.      B. 0,03 MW.      C. 0,2 MW.      D. 0,12 MW.

### Hướng dẫn

$$\text{Điện trở đường dây: } R = \rho \frac{l}{S} = \rho \frac{l}{\pi r^2} = 1,8 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{200 \cdot 10^3}{\pi (0,195 \cdot 10^{-2})^2} \approx 301 (\Omega)$$

Công suất hao phí trên đường dây:

$$\Delta P = \left( \frac{P}{U \cos \varphi} \right)^2 R = \left( \frac{1000 \cdot 10^3}{50 \cdot 10^3 \cdot 1} \right)^2 \cdot 301 \approx 0,12 \cdot 10^6 (W) \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Ví dụ 2:** Ở nơi phát người ta truyền công suất truyền tải điện năng 1,2 MW dưới điện áp 6 kV. Điện trở của đường dây truyền tải từ nơi phát đến nơi tiêu thụ là 4,05  $\Omega$ . Hệ số công suất của đoạn mạch 0,9. Giá điện 1000 đồng/kWh thì trung bình trong 30 ngày, số tiền khâu hao là

- A. 144 triệu đồng.      B. 734,4 triệu đồng.  
C. 110,16 triệu đồng.      D. 152,55 triệu đồng.

## Hướng dẫn

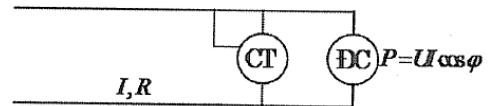
Công suất hao phí trên đường dây:  $\Delta P = \left( \frac{P}{U \cos \varphi} \right)^2 R = \left( \frac{1,2 \cdot 10^6}{6 \cdot 10^3 \cdot 0,9} \right)^2 \cdot 4,05 = 200 \cdot 10^3 (W)$

Điện năng hao phí trên đường dây sau 30 ngày:

$$\Delta A = \Delta Pt = 200(kW) \times 30 \times 24(h) = 144 \cdot 10^3(kWh)$$

Tiền điện khấu hao:  $144 \cdot 10^3 \times 1000 = 144 \cdot 10^6(VND) \Rightarrow$  Chọn A.

**Chú ý:** Khi động cơ điện mắc công tơ thì số chỉ của công tơ chính là điện năng mà động cơ tiêu thụ.



**Ví dụ 3:** Một đường dây dẫn gồm hai dây có tổng điện trở  $R = 5 \Omega$  dẫn dao động xoay chiều đến công tơ điện. Một động cơ điện có công suất cơ học  $1,496 \text{ kW}$  có hệ số công suất  $0,85$  và hiệu suất  $80\%$  mắc sau công tơ. Biết động cơ hoạt động bình thường và điện áp hiệu dụng giữa hai đầu công tơ bằng  $220 \text{ V}$ . Tính cường độ hiệu dụng của dòng điện trong đường dây tải điện. Động cơ hoạt động trong thời gian  $5 \text{ h}$  thì công tơ chỉ bao nhiêu  $\text{kWh}$ ? Tìm điện năng hao phí trên đường dây tải trong  $5\text{h}$ .

## Hướng dẫn

Công suất tiêu thụ điện:

$$P = \frac{P_i}{H} \Rightarrow UI \cos \varphi = \frac{P_i}{H} \Rightarrow 220 \cdot I \cdot 0,85 = \frac{1,496 \cdot 10^3}{0,8} \Rightarrow I = 10(A)$$

Số chỉ của công tơ chính là điện năng mà động cơ tiêu thụ:

$$A = Pt = \frac{P_i}{H} t = \frac{1,496 \cdot 10^3}{0,8} (W) 5(h) = 9350(Wh) = 9,35(kWh)$$

Điện năng hao phí trên đường dây sau  $5 \text{ h}$ :

$$\Delta A = \Delta Pt = I^2 Rt = 10^2 \cdot 5 \cdot 5(h) = 2500((Wh)) = 2,5(kWh)$$

**Chú ý:** Nhà máy phát điện có công suất  $P_{mp}$  và điện áp  $U_{mp}$  trước khi đưa lên đường dây để tải điện đi xa người ta dùng máy tăng áp có hiệu suất  $H$ . Công suất và điện áp đưa lên đường dây

lần lượt là: 
$$\begin{cases} P = P_{mp} H \\ U = U_{mp} \frac{N_2}{N_1} \end{cases}$$

**Ví dụ 4:** Một máy phát điện xoay chiều công suất  $10(\text{MW})$ , điện áp hai cực máy phát  $10(\text{KV})$ . Truyền tải điện năng từ nhà máy điện đến nơi tiêu thụ bằng dây dẫn có tổng điện trở  $40(\Omega)$ . Nối hai cực máy phát với cuộn sơ cấp của máy tăng thế còn nối hai đầu cuộn thứ cấp với đường dây. Số vòng dây của cuộn thứ cấp của máy biến áp gấp  $40$  lần số vòng dây của cuộn sơ cấp. Hiệu suất của

máy biến áp là 90%. Biết hệ số công suất đường dây bằng 1. Xác định công suất hao phí trên đường dây.

- A. 20,05 kW.      B. 20,15 kW.      C. 20,25 kW.      D. 20,35 kW.

### Hướng dẫn

$$\begin{cases} U = U_{MP} \cdot \frac{N_2}{N_1} = 10 \cdot 10^3 \cdot 40 = 4 \cdot 10^5 \text{ (V)} \\ P = P_{MP} \cdot H = 10 \cdot 10^6 \cdot 90\% \text{ (V)} \end{cases} \Rightarrow \Delta P = \frac{P^2}{U^2} R \approx 20,25 \text{ (kW)} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Ví dụ 5:** Một trạm phát điện truyền đi công suất 1000 kW bằng dây dẫn có điện trở tổng cộng là  $8 \Omega$  điện áp ở hai cực của máy là 1000 V. Hai cực của máy được nối với hai đầu cuộn sơ cấp của máy tăng áp lí tưởng mà số vòng dây của cuộn thứ cấp gấp 10 lần số vòng dây cuộn sơ cấp. Biết hệ số công suất của dây là 1. Hiệu suất quá trình truyền tải là:

- A. 80%.      B. 87%.      C. 92%.      D. 95%.

### Hướng dẫn

$$\begin{cases} U = U_{mp} \frac{N_2}{N_1} = 1000 \cdot 10 = 10^4 \text{ (V)} \\ P = P_{mp} H = 10^6 \text{ (W)} \end{cases} \Rightarrow H = 1 - h = 1 - \frac{PR}{U^2} = \frac{10^6 \cdot 8}{10^8} = 92\% \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

## Kết quả 2: Công suất nơi tiêu thụ

Khi công suất đưa lên đường dây không đổi, điện áp tăng n lần thì công suất hao phí giảm  $n^2$ .

**Ví dụ 1:** Bằng một đường dây truyền tải, điện năng từ một nhà máy phát điện nhỏ có công suất không đổi được đưa đến một xưởng sản xuất. Nếu tại nhà máy điện, dùng máy biến áp có tỉ số vòng dây của cuộn thứ cấp và cuộn sơ cấp là 5 thì tại nơi sử dụng sẽ cung cấp đủ điện năng cho 80 máy hoạt động. Nếu dùng máy biến áp có tỉ số vòng dây của cuộn thứ cấp và cuộn sơ cấp là 10 thì tại nơi sử dụng cung cấp đủ điện năng cho 95 máy hoạt động. Nếu đặt xưởng sản xuất tại nhà máy điện thì cung cấp đủ điện năng cho bao nhiêu máy

- A. 90.      B. 100.      C. 85.      D. 105.

### Hướng dẫn

Gọi  $P$ ,  $\Delta P$  và  $P_1$  lần lượt là công suất nhà máy điện, công suất hao phí trên đường dây khi chưa dùng máy biến thế và công suất tiêu thụ của mỗi máy ở xưởng sản xuất. Theo bài

ra: 
$$\begin{cases} P - \frac{\Delta P}{25} = 80P_1 \\ P - \frac{\Delta P}{100} = 95P_1 \end{cases} \Rightarrow P = 100P_1 \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Ví dụ 2:** (ĐH – 2012) Điện năng từ một trạm phát điện được đưa đến một khu tái định cư bằng đường dây truyền tải một pha. Cho biết, nếu điện áp tại đầu truyền đi tăng từ  $U$  lên  $2U$  thì số hộ dân

được trạm cung cấp đủ điện năng tăng từ 120 lên 144. Cho rằng chỉ tính đến hao phí trên đường dây, công suất tiêu thụ điện của các hộ dân đều như nhau, công suất của trạm phát không đổi và hệ số công suất trong các trường hợp đều bằng nhau. Nếu điện áp truyền đi là  $4U$  thì trạm phát này cung cấp đủ điện năng cho

- A. 168 hộ dân.      B. 150 hộ dân.      C. 504 hộ dân.      D. 192 hộ dân.

### Hướng dẫn

**Cách 1:** Theo bài ra:  $\begin{cases} P - \Delta P = 120P_1 \\ P - \frac{\Delta P}{4} = 144P_1 \\ P - \frac{\Delta P}{16} = nP_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \Delta P = 32P_1 \\ P = 152P_1 \\ nP_1 = 152P_1 - \frac{32P_1}{16} = 150P_1 \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn B.}$

**Cách 2:** Khi  $U$  tăng gấp đôi thì hao phí giảm 4 lần nghĩa là phần điện năng có ích tăng thêm  $3\Delta P/4 = 144P_1 - 120P_1 \Rightarrow \Delta P = 32P_1$ . Khi  $U$  tăng 4 lần thì phần điện năng có ích tăng thêm  $15\Delta P/16 = 30P_1$ , tức là đủ cho  $120 + 30 = 150$  hộ dân.

**Ví dụ 3:** Điện năng truyền từ nơi phát đến nơi tiêu thụ điện bằng đường dây một pha với tổng chiều dài là 160 km. Vì công suất hao phí trên đường dây bằng 5% công suất đưa lên nên nơi nhận công suất chỉ còn 47500 kW và điện áp nhận được là 190 kV. Hệ số công suất đường dây bằng 1. Nếu dùng dây đồng có điện trở suất  $1,6 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$ , khối lượng riêng của đồng là  $8800 \text{ kg/m}^3$  thì khối lượng đồng dùng làm đường dây này bằng

- A. 190 tấn.      B. 90 tấn.      C. 180 tấn.      D. 100 tấn.

### Hướng dẫn

Phần trăm hao phí trên đường dây tính theo công thức sau:

$$h = \frac{\Delta P}{P} = \frac{\Delta P}{P_t + \Delta P} \Rightarrow \frac{5}{100} = \frac{\Delta P}{47500 \cdot 10^3 + \Delta P} \Rightarrow \Delta P = 25 \cdot 10^5 \text{ (W)}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} P = P_t + \Delta P = 5 \cdot 10^7 \text{ (W)} \\ h = \frac{\Delta P}{P} = \frac{I^2 R}{UI} = \frac{IR}{U} = \frac{U - U_t}{U} \Rightarrow \frac{5}{100} = \frac{U - 190 \cdot 10^3}{U} \Rightarrow U = 2 \cdot 10^5 \text{ (V)} \end{cases}$$

$$\text{Mà } \Delta P = I^2 R = \frac{P^2 R}{U^2} \Rightarrow R = \frac{\Delta P U^2}{P^2} = \frac{25 \cdot 10^5 \cdot 4 \cdot 10^{10}}{25 \cdot 10^{14}} = 40 \text{ (\Omega)}$$

$$\text{Mặt khác: } P = \rho \frac{l}{S} = \rho \frac{l^2}{Sl} = \rho \frac{l^2}{VD} D = \rho \frac{l^2}{m} D$$

$$\Rightarrow m = \frac{\rho l^2 D}{R} = \frac{1,6 \cdot 10^{-8} \cdot (160 \cdot 10^3)^2 \cdot 8800}{40} = 90112 \text{ (kg)} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

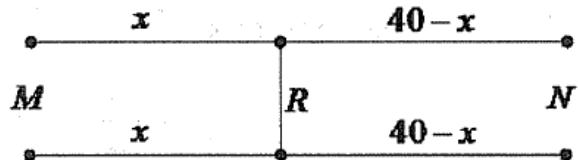
**Ví dụ 4:** (ĐH – 2012) Từ một trạm phát điện xoay chiều một pha đặt tại vị trí M, điện năng được truyền tải đến nơi tiêu thụ N, cách M 180 km. Biết đường dây có điện trở tổng cộng  $80 \Omega$  (coi dây tải điện là đồng chất, có điện trở tỉ lệ thuận với chiều dài của dây). Do sự cố, đường dây bị rò điện tại điểm Q (hai dây tải điện bị nối tắt bởi một vật có điện trở có giá trị xác định R). Để xác định vị trí Q, trước tiên người ta ngắt đường dây khỏi máy phát và tải tiêu thụ, sau đó dùng nguồn điện không đổi 12 V, điện trở trong không đáng kể, nối vào hai đầu của hai dây tải điện tại M. Khi hai đầu dây tại N để hở thì cường độ dòng điện qua nguồn là 0,40 A, còn khi hai đầu dây tại N được nối tắt bởi một đoạn dây có điện trở không đáng kể thì cường độ dòng điện qua nguồn là 0,42 A. Khoảng cách MQ là

- A. 135 km.      B. 167 km.      C. 45 km.      D. 90 km.

### Hướng dẫn

Khi đầu N để hở, điện trở của mạch:

$$2x + R = \frac{U}{I} = 30(\Omega) \Rightarrow R = 30 - 2x$$



Khi đầu N nối tắt, điện trở của mạch:  $2x + \frac{R \cdot (80 - 2x)}{R + (80 - 2x)} = \frac{U}{I} = \frac{200}{7}(\Omega)$

$$\Rightarrow 2x + \frac{(30 - 2x)(80 - 2x)}{110 - 4x} = \frac{200}{7} \Rightarrow x = 10(\Omega) \Rightarrow MQ = \frac{x}{40} MN = 45(km) \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

### Kết quả 3: Phần trăm hao phí và hiệu suất truyền tải

$$\text{Phần trăm hao phí: } h = \frac{\Delta P}{P} = \frac{PR}{(U \cos \varphi)^2}.$$

$$\text{Hiệu suất truyền tải: } H = \frac{P_{tieu\_thu}}{P} = \frac{P'}{P} = \frac{P - \Delta P}{P} = 1 - h.$$

**Ví dụ 1:** Một đường dây có điện trở tổng cộng  $4 \Omega$  dẫn một dòng điện xoay chiều một pha từ nơi sản xuất đến nơi tiêu thụ. Điện áp hiệu dụng ở nguồn điện lúc phát ra là 10 kV, công suất điện là 400 kW. Hệ số công suất của mạch điện là  $\cos\varphi = 0,8$ . Có bao nhiêu phần trăm công suất bị mất mát trên đường dây do tỏa nhiệt?

- A. 1,6%.      B. 2,5%.      C. 6,4%.      D. 10%.

### Hướng dẫn

$$\Delta P = I^2 R = \left( \frac{P}{U \cos \varphi} \right)^2 R \Rightarrow h = \frac{\Delta P}{P} = \frac{PR}{U^2 \cos^2 \varphi} = \frac{400 \cdot 10^3 \cdot 4}{10^8 \cdot 0,64} = 0,025 = 2,5\% \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Ví dụ 2:** Truyền tải một công suất điện 1 (MW) đến nơi tiêu thụ bằng đường dây 1 pha, điện áp hiệu dụng đưa lên đường dây 10 (kV). Mạch tải điện có hệ số công suất 0,8. Muốn cho tỉ lệ năng lượng

mất mát trên đường dây không quá 10% công suất truyền thì điện trở của đường dây có giá trị thỏa mãn

- A.  $R \leq 6,4 \Omega$ .      B.  $R \leq 4,6 \Omega$ .      C.  $R \leq 3,2 \Omega$ .      D.  $R \leq 6,5 \Omega$ .

### Hướng dẫn

$$h = \frac{\Delta P}{P} = \frac{PR}{U^2 \cos^2 \varphi} \leq 10\% \Rightarrow R \leq \frac{0,1 \cdot 10^8 \cdot 0,8^2}{10^6} = 6,4 (\Omega) \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Ví dụ 3:** Một trạm phát điện xoay chiều có công suất không đổi, truyền điện đi xa với điện áp đưa lên đường dây là 200 kV thì tổn hao điện năng là 30%. Biết hệ số công suất đường dây bằng 1. Nếu tăng điện áp truyền tải lên 500 kV thì tổn hao điện năng là

- A. 12%.      B. 75%.      C. 24%.      D. 4,8%.

### Hướng dẫn

$$h = \frac{\Delta P}{P} = \frac{PR}{U^2} \Rightarrow \begin{cases} h_1 = \frac{PR}{U_1^2} \\ h_2 = \frac{PR}{U_2^2} \end{cases} \Rightarrow h_2 = h_1 \cdot \frac{U_1^2}{U_2^2} = 4,8\% \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Ví dụ 4:** Người ta truyền tải điện xoay chiều một pha từ một trạm phát điện đến nơi tiêu thụ bằng dây có tổng chiều dài 20 km. Dây dẫn làm bằng kim loại có điện trở suất  $2,5 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ , tiết diện  $0,4 \text{ cm}^2$ , hệ số công suất của mạch điện là 1. Điện áp hiệu dụng và công suất truyền đi ở trạm phát điện là 10 kV và 500 kW. Hiệu suất truyền tải điện là

- A. 93,75%.      B. 96,14%.      C. 97,41%.      D. 96,88%.

### Hướng dẫn

$$\begin{cases} R = \rho \frac{l}{S} = 2,5 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{2 \cdot 10000}{0,4 \cdot 10^{-4}} = 12,5 (\Omega) \\ \Delta P = \frac{P^2 R}{U^2 \cos^2 \varphi} \Rightarrow H = \frac{P - \Delta P}{P} = 1 - \frac{PR}{U^2 \cos^2 \varphi} = 1 - \frac{500 \cdot 10^3 \cdot 12,5}{1000^2 \cdot 1} = 93,75\% \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Chú ý:** Khi cho hiệu suất truyền tải và công suất nhận được cuối đường dây thì tính được công suất đưa lên đường dây, công suất hao phí trên đường dây:

$$H = \frac{P'}{P} \Rightarrow P' = \frac{P'}{H}; \Delta P = (1 - H)P; \Delta P = \frac{P^2}{U^2} R \Rightarrow R = \frac{\Delta P U^2}{P^2}$$

**Ví dụ 5:** Từ một máy phát điện người ta muốn truyền tới nơi tiêu thụ, bằng đường dây tải điện có điện trở  $40 \Omega$  và hệ số công suất bằng 1. Biết hiệu suất truyền tải là 98% và nơi tiêu thụ nhận được công suất điện 196 kW. Điện áp hiệu dụng đưa lên đường dây là

- A. 10 kV.      B. 20 kV.      C. 40 kV.      D. 30 kV.

### Hướng dẫn

$$\begin{cases} H = \frac{P'}{P} \Rightarrow 0,98 = \frac{196}{P} \Rightarrow P = 200 \text{ (kW)} \\ \Delta P = (1 - H)P = 4 \text{ (kW)} \end{cases}$$

$$\Delta P = \frac{P^2}{U^2} R \Rightarrow 4 \cdot 10^3 = \frac{(200 \cdot 10^3)^2 \cdot 40}{U^2} \Rightarrow U = 20 \cdot 10^3 \text{ (V)} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Chú ý:** Nếu trong thời gian  $\Delta t$  điện năng hao phí:  $\Delta P = \frac{\Delta A}{\Delta t}$

**Ví dụ 6:** Người ta cần tải đi một công suất 1 MW từ nhà máy điện về nơi tiêu thụ. Dùng hai công tơ điện đặt ở biển thé và ở đầu nơi tiêu thụ thì thấy số chỉ của chúng chênh lệch mỗi ngày đêm 216 kWh. Tỷ lệ hao phí do chuyển tải điện năng là

- A. 0,80%.      B. 0,85%.      C. 0,9%.      D. 0,95%.

### Hướng dẫn

$$\Delta P = \frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{216 \text{ kWh}}{24 \text{ h}} = 9 \text{ (kW)} \Rightarrow h = \frac{\Delta P}{P} = \frac{9 \text{ kW}}{1000 \text{ kW}} = 0,9\% \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Ví dụ 7:** Điện năng ở một trạm phát điện được truyền đi dưới điện áp 2 kV và công suất 200 kW. Hiệu số chỉ của công tơ ở trạm phát và công tơ tổng ở nơi tiêu thụ sau mỗi ngày đêm chênh lệch sau 480 kWh. Công suất hao phí trên đường dây và hiệu suất của quá trình truyền tải điện lần lượt là

- A. 100 kW; 80%.      B. 83 kW; 85%.      C. 20 kW; 90%.      D. 40 kW; 95%.

### Hướng dẫn

$$\Delta P = \frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{480 \text{ kWh}}{24 \text{ h}} = 20 \text{ (kW)} \Rightarrow h = \frac{P - \Delta P}{P} = \frac{200 - 20}{200} = 90\% \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

### Kết quả 4: Thay đổi hiệu suất truyền tải

Hiệu suất truyền tải (phần trăm hao phí) có thể thay đổi bằng cách thay đổi điện áp, điện trở, công suất truyền tải.

$$\text{Từ công thức } h = 1 - H = \frac{PR}{U^2 \cos^2 \varphi}$$

$$\text{Thay đổi } U : \begin{cases} h_1 = 1 - H_1 = \frac{PR}{U_1^2 \cos^2 \varphi} \\ h_2 = 1 - H_2 = \frac{PR}{U_2^2 \cos^2 \varphi} \end{cases} \Rightarrow \frac{h_2}{h_1} = \frac{1 - H_2}{1 - H_1} = \left( \frac{U_1}{U_2} \right)^2$$

Thay đổi R: 
$$\begin{cases} h_1 = 1 - H_1 = \frac{PR_1}{U^2 \cos^2 \varphi} \\ h_2 = 1 - H_2 = \frac{PR_2}{U^2 \cos^2 \varphi} \end{cases} \Rightarrow \frac{h_2}{h_1} = \frac{1 - H_2}{1 - H_1} = \frac{R_2}{R_1} = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2$$
 (d<sub>1</sub>, d<sub>2</sub> lần lượt là đường kính của

dây dẫn trước và sau khi thay đổi)

Thay đổi P: 
$$\begin{cases} h_1 = 1 - H_1 = \frac{P_1 R}{U^2 \cos^2 \varphi} \\ h_2 = 1 - H_2 = \frac{P_2 R}{U^2 \cos^2 \varphi} \end{cases} \Rightarrow \frac{h_2}{h_1} = \frac{1 - H_2}{1 - H_1} = \frac{P_2}{P_1}$$

Gọi P<sub>1tt</sub> và P<sub>2tt</sub> lần lượt là công suất nơi tiêu thụ nhận được trong trường hợp đầu và trường hợp sau thì P<sub>1</sub> = P<sub>1tt</sub>/H<sub>1</sub> và P<sub>2</sub> = P<sub>2tt</sub>/H<sub>2</sub>.

Do đó:  $\frac{h_2}{h_1} = \frac{1 - H_2}{1 - H_1} = \frac{H_1}{H_2} \cdot \frac{P_{2tt}}{P_{1tt}}$ .

**Ví dụ 1:** Người ta truyền tải dòng điện xoay chiều một pha từ nhà máy điện đến nơi tiêu thụ. Khi điện áp ở nhà máy điện là 6 kV thì hiệu suất truyền tải là 73%. Để hiệu suất truyền tải là 97% thì điện áp ở nhà máy điện là

- A. 24 kV.      B. 54 kV.      C. 16 kV.      D. 18 kV.

### Hướng dẫn

$$\frac{1 - H_2}{1 - H_1} = \left( \frac{U_1}{U_2} \right)^2 \Rightarrow \frac{1 - 0,97}{1 - 0,73} = \left( \frac{6}{U_2} \right)^2 \Rightarrow U_2 = 18(kV) \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Ví dụ 2:** Xét truyền tải điện trên một đường dây nhất định. Nếu điện áp truyền tải điện là 2 kV thì hiệu suất truyền tải là 80%. Nếu tăng điện áp truyền tải lên 4 kV thì hiệu suất truyền tải đạt

- A. 95%.      B. 90%.      C. 97%.      D. 85%.

### Hướng dẫn

$$\frac{1 - H_2}{1 - H_1} = \left( \frac{U_1}{U_2} \right)^2 \Rightarrow \frac{1 - H_2}{1 - 0,8} = \left( \frac{2}{4} \right)^2 \Rightarrow H_2 = 0,95 \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Ví dụ 3:** Hiệu suất truyền tải điện nâng một công suất P từ máy phát đến nơi tiêu thụ là 35%. Dùng máy biến áp lí tưởng có tỉ số giữa cuộn thứ cấp và cuộn sơ cấp là N<sub>2</sub>/N<sub>1</sub> = 5 để tăng điện áp truyền tải. Hiệu suất truyền tải sau khi sử dụng máy biến áp là

- A. 99,2%.      B. 97,4%.      C. 45,7%.      D. 32,8%.

### Hướng dẫn

Theo bài ra:  $\frac{U_2}{U_1} = \frac{N_2}{N_1} = 5$

$$\frac{1-H_2}{1-H_1} = \left( \frac{U_1}{U_2} \right)^2 \Rightarrow \frac{1-H_2}{1-0,35} = \left( \frac{1}{5} \right)^2 \Rightarrow H_2 = 0,974 \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Ví dụ 4:** Cần truyền tải công suất điện và điện áp nhất định từ nhà máy đến nơi tiêu thụ bằng dây dẫn có đường kính dây là  $d$ . Thay thế dây truyền tải điện bằng một dây khác cùng chất liệu nhưng có đường kính  $2d$  thì hiệu suất tải điện là 91%. Hỏi khi thay thế dây truyền tải bằng loại dây cùng chất liệu nhưng có đường kính  $3d$  thì hiệu suất truyền tải điện khi đó là bao nhiêu?

- A. 96%.      B. 94%.      C. 92%.      D. 95%.

### Hướng dẫn

$$R = \rho \frac{l}{S} = \rho \frac{l}{\pi (0,5d)^2} \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \left( \frac{d_1}{d_2} \right)^2 = \left( \frac{2}{3} \right)^2$$

$$\begin{cases} h_1 = 1 - H_1 = \frac{PR_1}{U^2 \cos^2 \varphi} \\ h_2 = 1 - H_2 = \frac{PR_2}{U^2 \cos^2 \varphi} \end{cases} \Rightarrow \frac{1-H_2}{1-H_1} = \frac{R_2}{R_1} \Rightarrow \frac{1-H_2}{1-0,91} = \left( \frac{2}{3} \right)^2 \Rightarrow H_2 = 0,96 \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Ví dụ 5:** Một nhà máy phát điện gồm 4 tổ máy có cùng công suất  $P$  hoạt động đồng thời. Điện sản xuất ra được đưa lên đường dây và truyền tới nơi tiêu thụ với hiệu suất truyền tải là 80%. Khi một tổ máy ngừng hoạt động thì hiệu suất truyền tải khi đó là

- A. 90%.      B. 85%.      C. 75%.      D. 87,5%.

### Hướng dẫn

$$\begin{cases} h_1 = 1 - H_1 = \frac{P_1 R}{U^2 \cos^2 \varphi} \\ h_2 = 1 - H_2 = \frac{P_2 R}{U^2 \cos^2 \varphi} \end{cases} \Rightarrow \frac{1-H_2}{1-H_1} = \frac{P_2}{P_1} \Rightarrow \frac{1-H_2}{1-0,8} = \frac{3}{4} \Rightarrow H_2 = 0,85 \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Chú ý:** Gọi  $P_{1tt}$  và  $P_{2tt}$  lần lượt là công suất nơi tiêu thụ nhận được trong trường hợp đầu và trường hợp sau thì  $P_1 = P_{1tt} / H_1$  và  $P_2 = P_{2tt} / H_2$ . Thay  $P_1$  và  $P_2$  vào công thức:  $\frac{1-H_2}{1-H_1} = \frac{P_2}{P_1}$  ta nhận

được công thức “độc”:  $\frac{1-H_2}{1-H_1} = \frac{H_1}{H_2} \cdot \frac{P_{2tt}}{P_{1tt}}$ .

**Ví dụ 6:** Điện năng được truyền từ nơi phát đến một khu dân cư bằng đường dây một pha với hiệu suất truyền tải là 90%. Nếu công suất sử dụng điện của khu dân cư này tăng  $a\%$  và giữ nguyên điện áp ở nơi phát thì hiệu suất truyền tải điện năng trên chính đường dây đó là 82%. Tính  $a$ .

A. 24%.

B. 64%.

C. 54%.

D. 6,5%.

### Hướng dẫn

$$\text{Áp dụng công thức "độc": } \frac{1-H_2}{1-H_1} = \frac{H_1}{H_2} \cdot \frac{P_{2tt}}{P_{1tt}} \Rightarrow \frac{1-0,82}{1-0,9} = \frac{0,9}{0,82} \cdot \frac{P_{2tt}}{P_{1tt}}$$

$$\Rightarrow \frac{P_{2tt}}{P_{1tt}} = 1,64 = 100\% + 64\% \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Ví dụ 7:** (ĐH – 2013) Điện năng được truyền từ nơi phát đến một khu dân cư bằng đường dây một pha với hiệu suất truyền tải 90%. Coi hao phí điện năng chỉ do tỏa nhiệt trên đường dây và không vượt quá 20%. Nếu công suất sử dụng điện của khu dân cư này tăng 20% và giữ nguyên điện áp ở nơi phát thì hiệu suất truyền tải điện năng trên chính đường dây đó là:

A. 87,7%.

B. 89,2%.

C. 92,8%.

D. 86,5%.

### Hướng dẫn

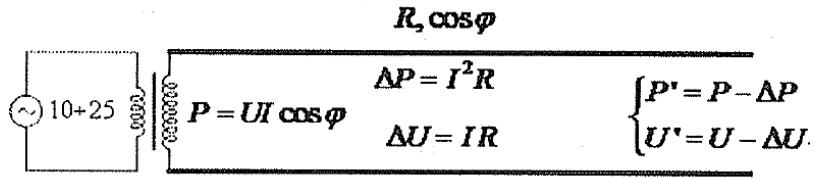
$$\text{Áp dụng công thức "độc": } \frac{1-H_2}{1-H_1} = \frac{H_1}{H_2} \cdot \frac{P_{2tt}}{P_{1tt}} \Rightarrow \frac{1-H_2}{1-0,9} = \frac{0,9}{H_2} \cdot 1,2$$

$$\Rightarrow -H_2^2 + H_2 - 0,108 = 0 \Rightarrow \begin{cases} H' = 0,877 \\ H' = 0,123 \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

### Kết quả 5: Công suất cuối đường dây không đổi

Phân biệt hai trường hợp:

công suất đưa lên đường dây không đổi ( $P = \text{const}$ ) khác với trường hợp công suất nhận được cuối đường dây không đổi ( $P_{tt} = \text{const}$ ).



**Ví dụ 1:** Điện năng cần truyền tải từ nơi phát điện đến nơi tiêu thụ điện. Coi rằng trên đường dây truyền tải chỉ có điện trở  $R$  không đổi, coi dòng điện trong cách mạch luôn cùng pha với điện áp. Lần lượt điện áp đưa lên là  $U_1$  và  $U_2$  thì hiệu suất truyền tải tương ứng là  $H_1$  và  $H_2$ . Tìm tỉ số  $U_2/U_1$  trong hai trường hợp:

a) công suất đưa lên đường dây không đổi;

b) công suất nhận được cuối đường dây không đổi.

### Hướng dẫn

$$\text{Áp dụng công thức: } h = 1 - H = \frac{\Delta P}{P} = \frac{PR}{U^2 \cos^2 \varphi}$$

$$a) \frac{h_2}{h_1} = \frac{1-H_2}{1-H_1} = \frac{\frac{PR}{U_2^2 \cos^2 \varphi}}{\frac{PR}{U_1^2 \cos^2 \varphi}} = \left( \frac{U_1}{U_2} \right)^2 \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \sqrt{\frac{1-H_1}{1-H_2}}$$

b) Thay  $P = P_{tt}/H$  và công thức  $1-H = \frac{PR}{U^2 \cos^2 \varphi}$  ta được:  $(1-H)H = \frac{P_{tt}R}{U^2 \cos^2 \varphi}$

$$\frac{(1-H_2)H_2}{(1-H_1)H_1} = \frac{\frac{P_{tt}R}{U_2^2 \cos^2 \varphi}}{\frac{P_{tt}R}{U_1^2 \cos^2 \varphi}} = \left( \frac{U_1}{U_2} \right)^2 \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \sqrt{\frac{(1-H_1)H_1}{(1-H_2)H_2}}$$

*Lời khuyên: Đến đây ta nên nhớ hai kết quả quan trọng để giải tiếp các bài toán pharc tạp hơn:*

\*Khi  $P$  không đổi thì  $\frac{U_2}{U_1} = \sqrt{\frac{1-H_1}{1-H_2}}$ .

\*Khi  $P_{tt}$  không đổi thì  $\frac{U_2}{U_1} = \sqrt{\frac{(1-H_1)H_1}{(1-H_2)H_2}}$ .

**Ví dụ 2:** Cần truyền tải điện từ nhà máy đến nơi tiêu thụ sao cho công suất điện nơi tiêu thụ không đổi, bằng một đường dây nhất định. Nếu điện áp đưa lên đường dây là 3 kV thì hiệu suất tải điện là 75%. Để hiệu suất tải điện 95% thì điện áp đưa lên là

- A. 3 kV.      B. 5,96 kV.      C.  $3\sqrt{5}$  kV.      D. 15 kV.

### Hướng dẫn

Áp dụng:  $\frac{U_2}{U_1} = \sqrt{\frac{(1-H_1)H_1}{(1-H_2)H_2}} \Rightarrow \frac{U_2}{3} = \sqrt{\frac{(1-0,75)0,75}{(1-0,95)0,95}}$

$$\Rightarrow U_2 \approx 5,96(V) \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Chú ý:** Nếu cho biết độ giảm thế trên đường dây ta tính được hiệu suất truyền tải:

$$h = 1 - H = \frac{\Delta P}{P} = \frac{I \cdot IR}{UI \cos \varphi} = \frac{\Delta U}{U} \cdot \frac{1}{\cos \varphi}$$

$$\text{Nếu } \cos \varphi = 1 \text{ thì } h = 1 - H = \frac{\Delta P}{P} = \frac{\Delta U}{U}$$

**Ví dụ 3:** điện áp hiệu dụng giữa hai cực của một trạm phát điện cần tăng lên bao nhiêu lần để giảm công suất hao phí trên đường dây tải điện 100 lần, với điều kiện công suất truyền đến tải tiêu thụ không đổi? Biết rằng khi chưa tăng điện áp độ giảm điện thế trên đường dây tải điện bằng 5% điện

áp hiệu dụng giữa hai cực của trạm phát điện. Coi cường độ dòng điện trong mạch luôn cùng pha với điện áp đặt lên đường dây.

- A. 8,515 lần.      B. 9,01 lần.      C. 10 lần.      D. 9,505 lần.

### **Hướng dẫn**

#### **Cách 1:**

Công suất hao phí trên đường dây:  $\Delta P = I^2 R = IR \cdot I = \Delta U I = 0,05 UI$

Công suất nhận được cuối đường dây:  $P_{tieu\_thu} = P - \Delta P = UI - 0,05 UI = 0,95 UI$

Công suất hao phí giảm 100 lần ( $\Delta P' = \frac{\Delta P}{100} = 0,0005 UI$ ) thì cường độ hiệu dụng giảm 10 lần ( $I' = 0,1I$ ). Công suất nhận được cuối đường dây lúc này:  $P'_{tieu\_thu} = U'I' - \Delta P' = U'.0,1I - 0,0005 UI$

Vì  $P'_{tieu\_thu} = P_{tieu\_thu}$  nên  $U'.0,1I - 0,0005 UI = 0,95 UI \Rightarrow U' = 9,505 U \Rightarrow$  Chọn D.

#### **Cách 2:**

Hiệu suất truyền tải điện trong trường hợp đầu:

$$h_1 = 1 - H_1 = \frac{\Delta U}{U} = 0,05 \begin{cases} P = \frac{P_u}{H_1} = \frac{P_u}{0,95} \\ \Delta P = h_1 P = \frac{P_u}{19} \end{cases}$$

Hiệu suất truyền tải điện sau đó ( $P_u$  giữ nguyên còn  $\Delta P' = \frac{\Delta P}{100} = \frac{P_u}{1900}$ ):

$$H_2 = \frac{P_u}{P_u + \Delta P'} = \frac{P_u}{P_u + \frac{P_u}{1900}} = \frac{1900}{1901}$$

Áp dụng:

$$\frac{U_2}{U_1} = \sqrt{\frac{(1-H_1)H_1}{(1-H_2)H_2}} = \sqrt{\frac{(1-0,95)0,95}{\left(1-\frac{1900}{1901}\right)\frac{1900}{1901}}} = 9,505 \Rightarrow U_2 = 9,505 U_1 \Rightarrow$$
 Chọn D.

**Chú ý:** “Linh hồn” của cách giải này là lập biểu thức  $\Delta P$ ,  $\Delta P'$  và  $H_2$  theo  $P_u$ . Rồi từ đó kết hợp với công thức  $\frac{U_2}{U_1} = \sqrt{\frac{(1-H_1)H_1}{(1-H_2)H_2}}$ . Để tìm ra công thức đẹp ta giải bài toán tổng quát hơn.

**Ví dụ 4:** Điện áp hiệu dụng giữa hai cực của một trạm phát điện cần tăng lên bao nhiêu lần để giảm công suất hao phí trên đường dây tải điện n lần, với điều kiện công suất truyền đến tải tiêu thụ

không đổi? Biết rằng khi chưa tăng điện áp độ giảm điện thế trên đường dây tải điện bằng  $xU$  (với  $U$  là điện áp hiệu dụng giữa hai cực của trạm phát điện). Coi cường độ dòng điện trong mạch luôn cùng pha với điện áp đặt lên đường dây.

### **Hướng dẫn**

Hiệu suất truyền tải điện trong trường hợp đầu:

$$h_1 = 1 - H_1 = \frac{\Delta U}{U} = x \begin{cases} P = \frac{P_{tt}}{H_1} = \frac{P_{tt}}{(1-x)} \\ \Delta P = h_1 P = \frac{x}{1-x} P_{tt} \end{cases}$$

Hiệu suất truyền tải điện sau đó ( $P_{tt}$  giữ nguyên còn  $\Delta P' = \frac{\Delta P}{n} = \frac{x}{n(1-x)} P_{tt}$ ):

$$H_2 = \frac{P_{tt}}{P_{tt} + \Delta P'} = \frac{P_{tt}}{P_{tt} + \frac{x}{n(1-x)} P_{tt}} = \frac{n(x-1)}{n(x-1) + x}$$

$$\text{Áp dụng: } \frac{U_2}{U_1} = \sqrt{\frac{(1-H_1)H_1}{(1-H_2)H_2}} = \sqrt{\frac{x(1-x)}{\left(1 - \frac{n(x-1)}{n(x-1)+x}\right) \frac{n(x-1)}{n(x-1)+x}}} = \frac{n(1-x)+x}{\sqrt{n}}$$

**Ví dụ 5:** Điện áp hiệu dụng giữa hai cực của một trạm phát điện tăng lên bao nhiêu lần để giảm công suất hao phí trên đường dây tải điện  $n$  lần, với điều kiện công suất truyền đến tải tiêu thụ không đổi? Biết rằng khi chưa tăng điện áp độ giảm điện thế trên đường dây tải điện bằng  $xU_{tt}$  (với  $U_{tt}$  là điện áp hiệu dụng nơi tiêu thụ). Coi cường độ dòng điện trong mạch luôn cùng pha với điện áp đặt lên đường dây.

### **Hướng dẫn**

Hiệu suất truyền tải điện trong trường hợp đầu:

$$h_1 = 1 - H_1 = \frac{\Delta U}{U} = \frac{\Delta U}{U_{tt} + \Delta U} = \frac{x}{x+1} \begin{cases} P = \frac{P_{tt}}{H_1} = (1-x)P_{tt} \\ \Delta P = h_1 P = xP_{tt} \end{cases}$$

Hiệu suất truyền tải điện sau đó ( $P_{tt}$  giữ nguyên còn  $\Delta P' = \frac{\Delta P}{n} = \frac{x}{n} P_{tt}$ ):

$$H_2 = \frac{P_{tt}}{P_{tt} + \Delta P'} = \frac{P_{tt}}{P_{tt} + \frac{x}{n} P_{tt}} = \frac{n}{n+x}$$

$$\text{Áp dụng: } \frac{U_2}{U_1} = \sqrt{\frac{(1-H_1)H_1}{(1-H_2)H_2}} = \sqrt{\frac{\frac{x}{(1-x)} \frac{1}{(1-x)}}{\left(1 - \frac{n}{n+x}\right) \frac{n}{n+x}}} = \frac{n+x}{(1+x)\sqrt{n}}$$

**Ví dụ 6:** Trong quá trình truyền tải điện năng từ máy phát điện đến nơi tiêu thụ, công suất nơi tiêu thụ (tải) luôn được giữ không đổi. Khi hiệu điện thế hiệu dụng hai đầu tải là U thì độ giảm thế trên đường dây bằng 0,1U. Giả sử hệ số công suất nơi tiêu thụ bằng 1. Để hao phí truyền tải giảm đi 100 lần so với trường hợp đầu thì điện áp đưa lên đường dây là

- A. 20,01U.      B. 10,01U.      C. 9,1U.      D. 100U.

### Hướng dẫn

Áp dụng:  $\frac{U_2}{U_1} = \frac{n+x}{(1+x)\sqrt{n}}$  với  $n = 100$ ,  $x = 0,1$  ta được  $U_2 = 9,1U_1$ . Mà  $U_1 = U + 0,1U = 1,1U$  nên  $U_2 = 10,01U \Rightarrow$  Chọn B.

**Ví dụ 7:** Trong quá trình truyền tải điện năng đi xa, ở cuối đường dây dùng máy hạ thế lí tưởng có tỉ số vòng dây  $N_1/N_2 = k$  và cuộn thứ cấp nối với tải tiêu thụ. Điện áp hiệu dụng giữa hai cực của một trạm phát điện cần tăng bao nhiêu lần để giảm công suất hao phí trên đường dây tải điện n lần, với điều kiện công suất truyền đến tải tiêu thụ không đổi? Biết rằng khi chưa tăng điện áp độ giảm điện thế trên đường dây tải điện bằng  $xU_{tai}$  (với  $xU_{tai}$  là điện áp hiệu dụng trên tải tiêu thụ). Coi cường độ dòng điện trong mạch luôn cùng pha với điện áp đặt lên đường dây.

### Hướng dẫn

Hiệu suất truyền tải điện trong trường hợp đầu tính theo công thức:

$$h_t = 1 - H_1 = \frac{\Delta U}{U} = \frac{\Delta U}{U_{tt} + \Delta U} = \frac{\Delta U}{kU_{tai} + \Delta U} = \frac{x}{k+x} \begin{cases} P = \frac{P_{tt}}{H_1} = \frac{k+x}{k} P_{tt} \\ \Delta P = h_t P = \frac{x}{k} P_{tt} \end{cases}$$

Hiệu suất truyền tải điện sau đó ( $P_{tt}$  giữ nguyên còn  $\Delta P' = \frac{\Delta P}{n} = \frac{x}{kn} P_{tt}$ ):

$$H_2 = \frac{P_{tt}}{P_{tt} + \Delta P'} = \frac{P_{tt}}{P_{tt} + \frac{x}{kn} P_{tt}} = \frac{kn}{kn+x}$$

$$\text{Áp dụng: } \frac{U_2}{U_1} = \sqrt{\frac{(1-H_1)H_1}{(1-H_2)H_2}} = \sqrt{\frac{\left(1 - \frac{k}{(k+x)}\right) \frac{k}{(k+x)}}{\left(1 - \frac{kn}{(kn+x)}\right) \frac{kn}{(kn+x)}}} = \frac{kn+x}{(k+x)\sqrt{n}}$$

**Ví dụ 8:** Trong quá trình truyền tải điện năng đi xa, ở cuối đường dây dùng máy hạ thế lí tưởng có tỉ số vòng dây bằng 2. Điện áp hiệu dụng giữa hai cực của một trạm phát điện cần tăng lên bao nhiêu lần để giảm công suất hao phí trên đường dây tải điện 100 lần, với điều kiện công suất truyền đến tiêu thụ không đổi? Biết rằng khi chưa tăng điện áp độ giảm điện thế trên đường dây tia điện bằng 10% điện áp hiệu dụng trên tải tiêu thụ. Coi cường độ dòng điện trong mạch luôn cùng pha với điện áp đặt lên đường dây.

- A. 10,0 lần.      B. 9,5 lần.      C. 8,7 lần.      D. 9,3 lần.

### Hướng dẫn

**Cách 1:**

$$\text{Áp dụng: } \frac{U_2}{U_1} = \frac{kn+x}{(k+x)} \sqrt{\frac{1}{n}} = \frac{2.100+0,1}{2+0,1} \sqrt{\frac{1}{100}} \approx 9,5 \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Cách 2:**

Độ giảm thế trên đường dây:

$$\Delta U = 0,1U_2 = 0,1 \cdot \frac{U_1}{2} = 0,05(U - \Delta U) \Rightarrow \Delta U = \frac{1}{21}U$$

$$\text{Công suất hao phí trên đường dây: } \Delta P = I^2 R = \Delta UI = \frac{1}{21}UI$$

$$\text{Công suất nhận được cuối đường dây: } P_{tieu\_thu} = UI - \frac{1}{21}UI = \frac{20}{21}UI$$

Để công suất hao phí giảm 100 lần  $\left( \Delta P' = \frac{\Delta P}{100} = \frac{1}{2100}UI \right)$  thì cường độ dòng điện giảm 10 lần ( $I' = 0,1I$ ) và công suất nhận được cuối đường dây lúc này là:

$$P'_{tieu\_thu} = U'I' - \Delta P' = U'.0,1I - \frac{1}{2100}UI$$

$$\text{Vì } P'_{tieu\_thu} = P_{tieu\_thu} \text{ nên } U'.0,1I - \frac{1}{2100}UI = \frac{20}{21}UI \Rightarrow U' \approx 9,5U$$

**Kết quả 6: Quan hệ công suất hao phí và công suất cuối đường dây.**

1) Nếu cho biết công suất hao phí trên đường dây bằng  $a\%$  công suất đưa lên đường dây thì  $\Delta P = a\%P \Leftrightarrow I^2 R = a\%U \cos \varphi \Leftrightarrow \Delta U = a\%U \cos \varphi$

2) Nếu cho biết công suất hao phí trên đường dây bằng  $a\%$  công suất nhận được cuối đường dây thì  $\Delta P = a\%P'$ .

**Ví dụ 1:** Điện năng được truyền tải từ A đến B bằng hai dây đồng có điện trở tổng cộng là  $40 \Omega$ . Cường độ hiệu dụng trên đường dây tải điện là  $50 \text{ A}$ , công suất tiêu hao trên dây tải điện bằng  $5\%$  công suất đưa lên đường dây ở A. Công suất đưa lên ở A là

- A.  $20 \text{ kW}$ .      B.  $200 \text{ kW}$ .      C.  $2 \text{ MW}$ .      D.  $2000 \text{ W}$ .

### Hướng dẫn

Theo bài ra:

$$\Delta P = 5\% P \Rightarrow I^2 R = 0,05P \Rightarrow 50^2 \cdot 40 = 0,05P \Rightarrow P = 2 \cdot 10^6 (\text{W}) \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Ví dụ 2:** Điện năng được truyền tải từ A đến B bằng hai dây có hệ số công suất bằng  $0,96$ . Công suất tiêu hao trên đường dây tải điện bằng  $5\%$  công suất đưa lên đường dây ở A. Nếu điện áp đưa lên đường dây là  $4000 \text{ V}$  thì độ giảm thế trên đường dây là

- A.  $20 \text{ kV}$ .      B.  $200 \text{ kV}$ .      C.  $2 \text{ MV}$ .      D.  $192 \text{ V}$ .

### Hướng dẫn

Theo bài ra:  $\Delta P = a\% UI \cos \varphi \Leftrightarrow I^2 R = a\% UI \cos \varphi \Leftrightarrow IR = a\% U \cos \varphi$

$$\Leftrightarrow \Delta U = a\% U \cos \varphi \Leftrightarrow \Delta U = 0,05 \cdot 4000 \cdot 0,96 = 192 (\text{V}) \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Ví dụ 3:** Điện năng được truyền tải từ A đến B bằng hai dây đồng có điện trở tổng cộng là  $5 \Omega$ . Cường độ hiệu dụng trên đường dây tải điện là  $100 \text{ A}$ , công suất tiêu hao trên dây tải điện bằng  $2,5\%$  công suất tiêu thụ ở B. Tìm công suất tiêu thụ ở B.

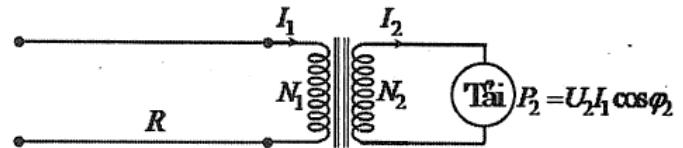
- A.  $20 \text{ kW}$ .      B.  $200 \text{ kW}$ .      C.  $2 \text{ MW}$ .      D.  $2000 \text{ W}$ .

### Hướng dẫn

$$I^2 R = 0,025 P_B \Rightarrow 100^2 \cdot 5 = 0,025 \cdot P_B \Rightarrow P_B = 2 \cdot 10^6 (\text{W}) \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Chú ý:** Nếu nơi tiêu thụ dùng hạ áp và công suất hao phí trên đường dây bằng  $a\%$  công suất tiêu thụ trên tải thì:

$$\begin{cases} I_1^2 R = a\% U_2 I_2 \cos \varphi_2 \\ \frac{N_2}{N_1} = \frac{U_2}{U_1} = \frac{I_1}{I_2 \cos \varphi_2} \end{cases}$$



Điện áp đưa lên đường dây:  $U = U_1 + \Delta U = U_1 + I_1 R$ .

**Ví dụ 4:** Người ta truyền tải điện năng từ A đến B bằng hệ thống dây dẫn từ có điện trở  $5 \Omega$  thì cường độ dòng điện hiệu dụng trên dây là  $60 \text{ A}$ . Tại B dùng máy hạ thế lí tưởng. Công suất hao phí trên dây bằng  $5\%$  công suất tiêu thụ ở B và điện áp ở cuộn thứ cấp của máy hạ thế có giá trị hiệu dụng là  $300 \text{ V}$  luôn cùng pha với dòng điện qua cuộn thứ cấp. Tỉ số vòng dây của cuộn thứ cấp và cuộn sơ cấp của máy hạ thế là

A. 0,01.

B. 0,0004.

C. 0,005.

D. 0,05.

### Hướng dẫn

Theo bài ra:

$$\begin{cases} I_1^2 R = a\% U_2 I_2 \cos \varphi_2 \Rightarrow 60^2 \cdot 5 = 0,05 \cdot 300 \cdot I_2 \cdot 1 \Rightarrow I_2 = 1200(A) \\ \frac{U_2}{U_1} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{I_1}{I_2 \cos \varphi_2} \Rightarrow \frac{N_2}{N_1} = \frac{60}{1200 \cdot 1} = 0,05 \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Ví dụ 5:** Điện năng được tải từ trạm tăng áp tới trạm hạ áp bằng đường dây tải điện một pha có điện trở  $R = 30 \Omega$ . Biết điện áp hiệu dụng ở hai đầu cuộn sơ cấp và thứ cấp của máy hạ áp lần lượt là 2200 V và 220 V, cường độ dòng điện chạy trong cuộn thứ cấp của máy hạ áp là 100 A. Bỏ qua tổn hao năng lượng ở các máy biến áp. Coi hệ số công suất bằng 1. Điện áp hiệu dụng ở hai đầu cuộn thứ cấp của máy tăng áp là

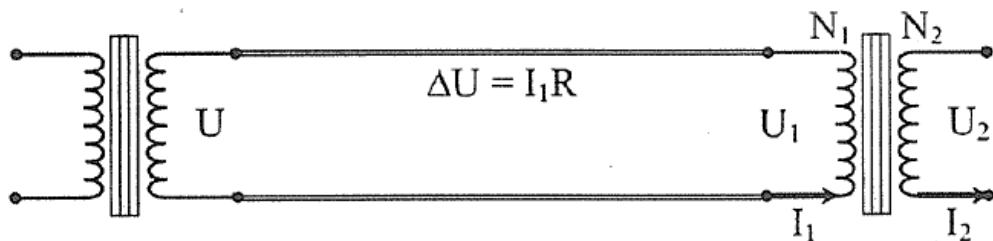
A. 2200 V.

B. 2500 V.

C. 4400 V.

D. 2420 V.

### Hướng dẫn



$$\begin{cases} \frac{U_2}{U_1} = \frac{I_1}{I_2} \Rightarrow \frac{220}{2200} = \frac{I_1}{100} \Rightarrow I_1 = 10(A) \\ U = U_1 + \Delta U = U_1 + I_1 R = 2200 + 10 \cdot 30 = 2500(V) \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Ví dụ 6:** Điện năng được truyền từ máy tăng áp đặt tại A tới máy hạ áp đặt tại B bằng dây đồng tiết diện tròn đường kính 1 cm với tổng chiều dài 200 km. Cường độ dòng điện trên dây tải là 100 A, các công suất hao phí trên đường dây tải bằng 5% công suất tiêu thụ ở B. Bỏ qua mọi hao phí trong cách máy biến áp, coi hệ số công suất của các mạch sơ cấp và thứ cấp đều bằng 1, điện trở suất của đồng là  $1,6 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$ . Điện áp hiệu dụng ở máy thứ cấp của máy tăng áp ở A là

A. 43 kV.

B. 42 kV.

C. 40 kV.

D. 86 kV.

### Hướng dẫn

$$R = \rho \frac{l}{S} = \rho \frac{l}{\pi (0,5d)^2} = 1,6 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{200 \cdot 10^3}{\pi (0,5 \cdot 0,01)^2} \approx 41(\Omega)$$

$$\Delta P = 5\% P_B \Leftrightarrow I_1^2 R = 0,05 U_1 I_1 \Rightarrow U_1 = \frac{I_1 R}{0,05} = \frac{100 \cdot 41}{0,05} = 82000(V)$$

Điện áp hiệu dụng ở máy thứ cấp của máy tăng áp ở A:

$$U = U_1 + I_1 R = 82.10^3 + 100.41 = 86100(V) \square 86(kV) \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Ví dụ 7:** Điện năng được truyền từ một nhà máy phát điện nhỏ đến một khu công nghiệp (KCN) bằng đường dây tải điện một pha. Nếu điện áp truyền đi là  $U$  ở KCN phải lắp một máy hạ áp lý tưởng với tỉ số  $18/1$  để đáp ứng  $12/13$  nhu cầu điện năng của KCN. Nếu muốn cung cấp đủ điện năng cho KCN thì điện áp truyền đi phải là  $2U$ , khi đó cần dùng máy hạ áp lý tưởng với tỉ số như thế nào? Coi dòng điện luôn cùng pha với điện áp.

A. 114/1.

B. 41/3.

C. 117/1.

D. 39/1.

### Hướng dẫn

**Cách 1:**

Gọi  $U_{tt}$  là điện áp hiệu dụng hai đầu cuộn thứ cấp thì điện áp hiệu dụng hai đầu cuộn sơ cấp lần lượt là  $U_1 = 18U_{tt}$  và  $U'_1 = nU_{tt}$ .

Gọi  $P_{tt}$  và  $P'_{tt}$  là công suất của khu công nghiệp ban đầu và sau. Khi điện áp  $U$  tăng 2 lần thì công suất hao phí giảm 4 lần.

Gọi  $P$  và  $\Delta P$  lần lượt là công suất truyền đi và công suất hao phí lúc đầu. Công suất hao phí lần sau là  $\Delta P/4$ .

$$\text{Ta có hệ: } \begin{cases} P_{tt} = \frac{12}{13} P'_{tt} = P - \Delta P \\ P'_{tt} = P - 0,25\Delta P \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P'_{tt} = \frac{39}{40}P \\ P_{tt} = 0,9P \end{cases}$$

Hiệu suất truyền tải trước và sau:

$$\Rightarrow \begin{cases} H = \frac{U_1}{U} = \frac{18U_{tt}}{U} = \frac{P_{tt}}{P} = 0,9 \\ H' = \frac{U'_1}{2U} = \frac{nU_{tt}}{2U} = \frac{P'_{tt}}{P} = \frac{39}{40} \end{cases} \Rightarrow \frac{H'}{H} = \frac{n}{18 \cdot 2} = \frac{40}{0,9} \Rightarrow n = 39 \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Cách 2:**

Gọi  $P$  là công suất của máy phát điện,  $P_{tt}$  là công suất của KCN,  $U_{tt}$  là điện áp hiệu dụng trên tải và  $R$  là điện trở của dây tải. Từ công thức tính công suất hao phí  $\Delta P = I^2 R = P^2 R / U^2$  ta nhận thấy khi điện áp tăng hai lần thì dòng điện hiệu dụng chạy trên đường dây giảm 2 lần và công suất hao phí giảm 4 lần:  $I_2 = 0,5I_1$ ,  $\Delta P_2 = 0,25\Delta P_1$ .

Ta có:

$$\begin{cases} P - \Delta P_1 = \frac{12}{13} P_{tt} \\ P - 0,25\Delta P_1 = P_{tt} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P_{tt} = \frac{39}{40}P \\ \Delta P_1 = 0,1P \Leftrightarrow I_1^2 R = 0,1UI_1 \Rightarrow I_1 = \frac{0,1U}{R} \Rightarrow I_2 = \frac{0,05U}{R} \end{cases}$$

Điện áp sơ cấp của máy biến áp ở KCN khi truyền tải với điện áp U và 2U lần lượt là:

$$\begin{cases} U_1 = U - I_1 R = 0,9U \\ U'_1 = 2U - I_2 R = 1,95 \end{cases} \Rightarrow \frac{U'_1}{U_1} = \frac{13}{6}$$

Gọi  $k_1$  và  $k'_1$  lần lượt là tỉ số vòng dây của cuộn sơ cấp và thứ cấp của máy hạ áp trước và sau khi điện áp truyền đi thì:  $\begin{cases} U_1 = k_1 U_{tt} \\ U'_1 = k'_1 U_{tt} \end{cases}$

$$\Rightarrow \frac{U'_1}{U_1} = \frac{k'_1}{k_1} \Rightarrow \frac{13}{6} = \frac{k'_1}{54/3} \Rightarrow k'_1 = 39 \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

## BÀI TẬP VẬN DỤNG

**Câu 1.** Một vòng dây kín, phẳng có diện tích S đặt trong một từ trường đều với cảm ứng từ B vuông góc với mặt phẳng vòng dây. Nếu cho vòng dây quay một góc  $180^\circ$  xung quanh một trục nằm trong mặt phẳng của nó thì trong vòng dây có một điện lượng Q di chuyển. Bỏ qua độ tự cảm của vòng dây. Nếu cho vòng dây quay đều xung quanh trục này với tốc độ góc không đổi  $\omega$ , thì cường độ dòng điện cực đại trong vòng dây bằng bao nhiêu?

- A.  $0,5Q\omega$ .      B.  $Q\omega$ .      C.  $0,25Q\omega$ .      D.  $2Q\omega$ .

**Câu 2.** Một máy phát điện xoay chiều có một pha có công suất  $P = 4860 \text{ W}$ , cung cấp điện để thắp sáng bình thường 66 bóng đèn dây tóc cùng loại  $220V - 60 \text{ W}$  mắc song song với nhau ở tại một nơi khác xa máy phát. Coi u cùng pha i, coi điện trở các đoạn dây nối các bóng với hai dây tải là rất nhỏ. Hiệu điện thế hiệu dụng ở hai cực của máy phát bằng

- A.  $274 \text{ V}$ .      B.  $254 \text{ V}$ .      C.  $296 \text{ V}$ .      D.  $270 \text{ V}$ .

**Câu 3.** Mạch RLC nối tiếp mắc vào máy phát điện xoay chiều một pha. Khi tốc độ quay của rotor bằng  $n$  (vòng/s) thì công suất mạch tiêu thụ là  $P$  và hệ số công suất của mạch là  $0,5\sqrt{2}$ . Khi tốc độ quay của rotor là  $2n$  (vòng/s) thì công suất mạch tiêu thụ là  $4P$ . Khi tốc độ quay của rotor là  $3n$  (vòng/s) thì công suất mạch tiêu thụ là

- A.  $P\sqrt{3}$ .      B.  $24P/13$ .      C.  $81P/29$ .      D.  $16P/7$ .

**Câu 4.** Mạch RLC nối tiếp mắc vào máy phát điện xoay chiều một pha. Khi tốc độ quay của rotor bằng  $n$  (vòng/s) thì công suất mạch tiêu thụ là  $P$  và hệ số công suất của mạch là  $0,5\sqrt{2}$ . Khi tốc độ quay của rotor là  $2n$  (vòng/s) thì công suất mạch tiêu thụ là  $4P$ . Khi tốc độ quay của rotor là  $3n$  (vòng/s) thì công suất mạch tiêu thụ là

- A.  $P\sqrt{3}$ .      B. 24P/13.      C. 81P/29.      D. 16P/7.

**Câu 5.** Mạch RLC nối tiếp mắc vào máy phát điện xoay chiều một pha. Khi tốc độ quay của roto bằng  $n$  (vòng/s) thì công suất mạch tiêu thụ là  $P$  và hệ số công suất của mạch là  $0,5\sqrt{2}$ . Khi tốc độ quay của roto là  $2n$  (vòng/s) thì công suất mạch tiêu thụ là  $5P$ . Khi tốc độ quay của roto là  $3n$  (vòng/s) thì công suất mạch tiêu thụ là

- A. 3,8P.      B. 24P/13.      C. 81P/29.      D. 16P/7.

**Câu 6.** Nối hai cực của một máy phát điện xoay chiều một pha vào hai đầu đoạn mạch A, B mắc nối tiếp gồm điện trở, cuộn cảm thuần có độ tự cảm và tụ điện có điện dung C. Bỏ qua điện trở thuần của các cuộn dây của máy phát. Biết roto máy phát có một cặp cực. Khi roto quay đều với tốc độ  $n_1 = 1120$  vòng/phút thì dung kháng của tụ bằng  $R$ . Khi roto quay đều với tốc độ  $n_2 = 1344$  vòng/phút thì điện áp hiệu dụng trên tụ cực đại. Để cường độ hiệu dụng qua mạch cực đại thì roto quay đều với tốc độ bao nhiêu?

- A. 1500 vòng/phút.      B. 2540 vòng/phút.      C. 2688 vòng/phút.      D. 750 vòng/phút.

**Câu 7.** Nối hai cực của một máy phát điện xoay chiều một pha vào hai đầu đoạn mạch A, B mắc nối tiếp theo thứ tự gồm điện trở  $R$ , cuộn cảm thuần có  $L = 318$  mH và tụ điện có  $C = 31,7 \cdot 10^{-6}$  F. Bỏ qua điện trở thuần của các cuộn dây máy phát. Biết roto máy phát có 4 cặp cực. Khi roto quay đều với tốc độ  $n_1 = 675$  vòng/phút hoặc  $n_2 = 900$  vòng/phút thì cường độ hiệu dụng qua mạch AB là như nhau. Điện trở  $R$  có giá trị gần giá trị nào nhất

- A.  $26 \Omega$ .      B.  $100 \Omega$ .      C.  $60 \Omega$ .      D.  $198 \Omega$ .

**Câu 8.** Nối hai cực của một máy phát điện xoay chiều một pha vào hai đầu đoạn mạch AB gồm một bóng đèn có điện áp hiệu dụng định mức  $200\sqrt{2}$  V. Bỏ qua điện trở các cuộn dây của máy phát. Roto của máy phát có 4 cặp cực, quay với tốc độ  $n = 750$  vòng/phút. Stato có 2000 vòng dây. Xác định từ thông cực đại qua mỗi vòng dây, biết đèn sáng như bình thường ( $\text{lấy } \pi^2 = 10$ ).

- A.  $10^{-4}$  Wb.      B.  $\Omega \cdot 10^{-4}$  Wb.      C.  $2\pi \cdot 10^{-4}$  Wb.      D.  $2\pi \cdot 10^{-4}$  Wb.

**Câu 9.** Một khung dây dẫn quay đều quanh trục  $xx'$  với tốc độ 150 vòng/phút trong một từ trường đều cảm ứng từ B vuông góc với trục quay  $xx'$  của khung. Ở một thời điểm nào đó từ thông gửi qua khung dây là  $5$  Wb thì suất điện động cảm ứng trong khung dây bằng  $60\pi$  (V). Từ thông cực đại gửi qua khung dây bằng

- A.  $13$  Wb.      B.  $5\pi$  Wb.      C.  $6$  Wb.      D.  $13\pi$  Wb.

**Câu 10.** Mạch điện gồm  $Z_2$  mắc nối tiếp với điện trở  $R$  rồi nối vào nguồn xoay chiều có điện áp hiệu dụng  $U_1$ . Khi đó, điện áp hiệu dụng trên tải là  $U_2$ , hệ số công trên tải  $\cos\varphi_2 = 0,6$ ; hệ số công suất toàn mạch  $\cos\varphi_1 = 0,8$ . Bằng cách điều chỉnh  $Z_2$  và điện áp hiệu dụng nguồn, người ta làm cho công suất tiêu thụ trên  $R$  giảm đi 81 lần còn công suất  $P_2$  và hệ số công suất  $\cos\varphi_2$  không đổi. Khi đó, điện áp hiệu dụng của nguồn phải tăng

- A. 7,52 lần.      B. 9,426 lần.      C. 6,77 lần.      D. 8,273 lần.

**Câu 11.** Nối hai cực của máy phát điện xoay chiều một pha vào hai đầu đoạn mạch AB gồm điện trở thuần R, cuộn cảm thuần và tụ điện mắc nối tiếp. Bỏ qua điện trở các cuộn dây của máy phát. Khi roto của máy quay đều với tốc độ  $n$  vòng/phút thì cường độ hiệu dụng trong mạch là  $2\text{ A}$  và dòng điện tức thời trong mạch chậm pha  $\pi/3$  so với điện áp tức thời giữa hai đầu đoạn mạch. Khi roto của máy quay đều với tốc độ  $2n$  vòng/phút thì dòng điện trong mạch cùng pha với điện áp tức thời hai đầu AB. Cường độ hiệu dụng khi đó là

- A.  $2\sqrt{2}$  (A).      B. 8 (A).      C. 4 (A).      D. 2 (A). \

**Câu 12.** Mắc cuộn thứ nhất của một máy biến áp lí tưởng vào một nguồn điện xoay chiều thì suất điện động hiệu dụng trong cuộn thứ hai là  $20\text{ V}$ , mắc cuộn thứ hai vào nguồn điện xoay chiều đó thì suất điện động hiệu dụng trong cuộn thứ nhất là  $7,2\text{ V}$ . Tính điện áp hiệu dụng của nguồn điện.

- A.  $144\text{ V}$ .      B.  $5,2\text{ V}$ .      D.  $13,6\text{ V}$ .      D.  $12\text{ V}$ .

**Câu 13.** Đặt vào hai đầu cuộn sơ cấp của máy biến áp  $M_1$  một điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng  $200\text{ V}$ . Khi nối hai đầu cuộn sơ cấp của máy biến áp  $M_2$  vào hai đầu cuộn thứ cấp của  $M_1$  thì điện áp hiệu dụng ở hai đầu cuộn thứ cấp của  $M_2$  để hở bằng  $12,5\text{ V}$ . Khi nối hai đầu của cuộn thứ cấp của  $M_2$  với hai đầu cuộn thứ cấp của  $M_1$  thì điện áp hiệu dụng ở hai đầu cuộn sơ cấp của  $M_2$  để hở bằng  $50\text{ V}$ . Bỏ qua mọi hao phí.  $M_1$  có tỉ số giữa số vòng dây cuộn sơ cấp và số vòng cuộn thứ cấp là:

- A. 8.      B. 4.      C. 6.      D. 15.

**Câu 14.** Một máy biến áp cuộn sơ cấp gồm  $1100$  vòng mắc vào mạng điện xoay chiều  $220\text{ (V)}$  và cuộn thứ cấp để lấy ra điện áp  $15\text{ (V)}$ . Nếu ở cuộn thứ cấp có  $15$  vòng dây bị quấn ngược thì tổng số vòng dây của cuộn thứ cấp là bao nhiêu?

- A.  $75$ .      B.  $60$ .      C.  $90$ .      D.  $105$ .

**Câu 15.** Một máy biến áp với cuộn sơ cấp gồm  $1000$  vòng được mắc vào mạng điện xoay chiều. Cuộn thứ cấp gồm  $50$  vòng. Bỏ qua mọi hao phí ở máy biến áp. Cuộn thứ cấp nối với điện trở thuần thì dòng điện chạy qua cuộn thứ cấp là  $1\text{ (A)}$ . Hãy xác định dòng điện chạy qua cuộn sơ cấp.

- A.  $0,05\text{ A}$ .      B.  $0,06\text{ A}$ .      C.  $0,07\text{ A}$ .      D.  $0,08\text{ A}$ .

**Câu 16.** Một máy biến áp lí tưởng có tỉ số vòng dây của cuộn sơ cấp và thứ cấp là  $2$ . Cuộn thứ cấp nối với tải tiêu thụ có điện trở  $200\text{ }\Omega$ , cuộn sơ cấp nối với điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng  $200\text{ V}$ . Dòng điện hiệu dụng qua cuộn sơ cấp là

- A.  $0,25\text{ A}$ .      B.  $0,6\text{ A}$ .      C.  $0,5\text{ A}$ .      D.  $0,8\text{ A}$ .

**Câu 17.** Một máy hạ áp lí tưởng có tỉ số giữa số vòng dây cuộn sơ cấp và thứ cấp là  $2,5$ . Người ta mắc vào hai đầu cuộn thứ cấp một động cơ  $220\text{ V} - 440\text{ W}$ , có hệ số công suất  $0,8$ . Nếu động cơ hoạt động bình thường thì cường độ hiệu dụng trong cuộn sơ cấp và thứ cấp lần lượt là

- A.  $0,8\text{ A}$  và  $2,5\text{ A}$ .      B.  $1\text{ A}$  và  $1,6\text{ A}$ .      C.  $1,25\text{ A}$  và  $1,6\text{ A}$ .      D.  $1\text{ A}$  và  $2,5\text{ A}$ .

**Câu 18.** Đặt vào hai đầu cuộn sơ cấp của một máy biến áp lí tưởng (bỏ qua hao phí) một điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng không đổi thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu cuộn thứ cấp để hở là 300 V. Nếu giảm bớt một phần ba tổng số vòng dây của cuộn thứ cấp thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu để hở của nó là

- A. 100 V.      B. 200 V.      C. 220 V.      D. 110 V.

**Câu 19.** Đặt vào hai đầu cuộn sơ cấp của một máy biến áp lí tưởng (bỏ qua hao phí) một điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng không đổi thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu cuộn thứ cấp để hở là 100 V. Ở cuộn thứ cấp, nếu giảm bớt  $n$  vòng dây thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu để hở của nó là  $U$ , nếu tăng thêm  $n$  vòng dây thì điện áp đó là  $2U$ . Nếu tăng thêm  $3n$  vòng dây ở cuộn thứ cấp thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu để hở của cuộn này bằng

- A. 100 V.      B. 200 V.      C. 220 V.      D. 110 V.

**Câu 20.** Đặt vào hai đầu cuộn dây sơ cấp của một máy biến thế lí tưởng một điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng không đổi thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu cuộn thứ cấp để hở của nó là 100 V. Nếu chỉ tăng thêm  $n$  vòng dây ở cuộn dây sơ cấp thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu để hở của cuộn thứ cấp là  $U$ . Nếu chỉ giảm đi  $n$  vòng dây ở cuộn dây sơ cấp thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu để hở của cuộn thứ cấp là  $2U$ . Nếu chỉ tăng thêm  $2n$  vòng dây ở cuộn sơ cấp thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu cuộn thứ cấp để hở là

- A. 50 V.      B. 60 V.      C. 100 V.      D. 110 V.

**Câu 21.** Một máy tăng áp lý tưởng có cuộn sơ cấp mắc vào điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng không đổi. Khi đồng thời giảm  $2x$  vòng dây ở cuộn sơ cấp và  $3x$  vòng dây ở cuộn thứ cấp thì tỉ số điện áp hiệu dụng ở hai đầu cuộn sơ cấp và hai đầu cuộn thứ cấp để hở không thay đổi so với ban đầu. Khi đồng thời tăng  $y$  vòng dây hoặc đồng thời giảm  $z$  vòng dây ở cả hai cuộn sơ cấp và thứ cấp thì điện áp hiệu dụng hai đầu cuộn thứ cấp để hở đều thay đổi một lượng là 15% điện áp hiệu dụng hai đầu cuộn sơ cấp. Tỷ số  $y/z$  là

- A. 2/3.      B. 2,5.      C. 7/13.      D. 1,8.

**Câu 22.** Người ta dự định quấn một máy biến áp để tăng điện áp từ 3 kV lên 6 kV nên đã quấn cuộn sơ cấp có 1000 vòng và cuộn thứ cấp có 2000 vòng. Khi quấn xong thì đo được điện áp tăng từ 3 kV lên 10 kV, do đó phải kiểm tra lại máy biến áp và phát hiện thấy ở cuộn sơ cấp quấn ngược  $n$  vòng. Coi máy biến áp là lí tưởng và mạch thứ cấp để hở. Tính  $n$ ?

- A. 100 vòng.      B. 400 vòng.      C. 200 vòng.      D. 40 vòng.

**Câu 23.** Đặt vào hai đầu cuộn sơ cấp của máy biến áp lí tưởng điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng không đổi. Nếu quấn thêm vào cuộn thứ cấp 90 vòng thì điện áp hiệu dụng hai đầu cuộn thứ cấp để hở thay đổi 20% so với lúc đầu. Số vòng dây ban đầu ở cuộn thứ cấp là

- A. 1200 vòng.      B. 300 vòng.      C. 450 vòng.      D. 600 vòng.

**Câu 24.** Đặt vào hai đầu cuộn sơ cấp của một máy biến áp lý tưởng một điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng không đổi. Nếu quấn thêm vào cuộn thứ cấp 60 vòng dây thì điện áp hiệu dụng hai đầu thứ cấp để hở thay đổi 30% so với lúc đầu. Số vòng dây ban đầu của cuộn thứ cấp là

A. 200.

B. 900.

C. 300.

D. 600.

**Câu 25.** Một máy biến áp có cuộn sơ cấp gồm 2000 vòng, cuộn thứ cấp gồm 4000 vòng. Đặt vào 2 đầu cuộn sơ cấp điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng 260 V. Dùng vôn kế nhiệt có điện trở vô cùng lớn đo điện áp giữa 2 đầu cuộn thứ cấp để hở thấy vôn kế chỉ 480 V. Coi mạch từ là khép kín và hao phí do dòng điện Phuco là không đáng kể. Tỉ số cảm kháng và điện trở thuần của cuộn sơ cấp có giá trị gần đúng là:

A. 4,45.

B. 8,63.

C. 5,17.

D. 2,4.

**Câu 26.** Cuộn sơ cấp của một máy biến thế có 100 vòng dây, cuộn thứ cấp có 2000 vòng. Hiệu điện thế hiệu dụng của cuộn sơ cấp là 110 V và cuộn thứ cấp là 216 V. Tỉ số cảm kháng và điện trở thuần của cuộn sơ cấp là

A. 5,17.

B. 0,19.

C. 1.

D. 54.

**Câu 27.** Đặt điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng không đổi vào hai đầu cuộn sơ cấp của máy biến thế lí tưởng, cuộn thứ cấp của máy được nối với biến trở  $R$  bằng dây dẫn có điện trở  $R_0$ . Gọi cường độ dao động hiệu dụng qua cuộn dây sơ cấp là  $I$ , điện áp hiệu dụng ở hai đầu biến trở là  $U$ . Khi giá trị  $R$  giảm thì

A.  $I$  tăng,  $U$  tăng.      B.  $I$  giảm,  $U$  tăng.      C.  $I$  tăng,  $U$  giảm.      D.  $I$  giảm,  $U$  giảm.

**Câu 28.** Một máy biến áp lý tưởng, cuộn sơ cấp có 1000 vòng. Dùng vôn kế xác định tỉ số điện áp hiệu dụng ở cuộn sơ cấp và cuộn thứ cấp để hở. Lúc đầu tỉ số điện áp bằng 0,5. Sau khi quấn thêm vào cuộn thứ cấp  $n_1$  vòng dây thi tỉ số điện áp bằng 0,4. Tiếp theo, bớt cuộn thứ cấp  $n_2$  vòng dây thi tỉ số đó là 0,625. Tìm tỉ số  $n_2/n_1$ .

A. 1,5625.

B. 0,8.

C. 1,8.

D. 0,64.

**Câu 29.** Đặt điện áp xoay chiều vào cuộn dây sơ cấp lần lượt của hai máy biến thế lí tưởng thì tỉ số điện áp hiệu dụng giữa hai đầu cuộn sơ cấp và thứ cấp để hở lần lượt là 1,5 và 2. Khi cùng thay đổi số vòng dây của cuộn sơ cấp và mỗi máy 50 vòng rồi lặp lại thí nghiệm như trên thì tỉ số các điện áp là bằng nhau. Nếu hai máy biến thế có số vòng dây cuộn thứ cấp bằng nhau thì nó sẽ bằng

A. 600 vòng.

B. 250 vòng.

C. 200 vòng.

D. 150 vòng.

**Câu 30.** Một người định quấn một biến thế từ hiệu điện thế 110 V lên 220 V với lõi không phân nhánh, không mất mát năng lượng và các cuộn dây có điện trở rất nhỏ, với số vòng dây được quấn với 1,2 vòng/V. Do sơ suất nên cuộn sơ cấp bị quấn ngược một số vòng dây nên khi nối cuộn sơ cấp với điện áp 110 V thì điện áp hiệu dụng cuộn thứ cấp 302,5 V. Tính số vòng dây quấn ngược.

A. 6 vòng.

B. 18 vòng.

C. 11 vòng.

D. 22 vòng.

**Câu 31.** Một đường dây tải điện giữa hai điểm A, B cách nhau 100 km. Điện trở tổng cộng của đường dây là  $120 \Omega$ . Do dây cách điện không tốt nên tại một điểm C nào đó trên đường dây có hiện tượng rò điện. Để phát hiện vị trí điểm C người ta dùng một nguồn điện có suất điện động 41 V, điện trở trong  $1 \Omega$ . Khi làm đoản mạch đầu B thì cường độ dòng điện qua nguồn là 1,025 A. Khi đầu B hở thì cường độ dòng điện qua nguồn là 1 A. Điểm C cách đầu A một đoạn

- A. 50 km.      B. 30 km.      C. 25 km.      D. 60 km.

**Câu 32.** Điện năng được truyền từ một nhà máy phát điện nhỏ đến một khu công nghiệp (KCN) bằng đường dây tải điện một pha. Nếu điện áp truyền đi là  $U$  thì ở KCN phải lắp một máy hạ áp lý tưởng với tỉ số  $54/1$  để đáp ứng ứng  $12/13$  nhu cầu điện năng của KCN. Nếu muốn cung cấp đủ điện năng cho KCN thì điện áp truyền đi phải là  $2U$ , khi đó cần dùng máy hạ áp lý tưởng với tỉ số như thế nào? Coi dòng điện luôn cùng pha với điện áp.

- A. 114/1.      B. 111/3.      C. 117/1.      D. 108/1.

**Câu 33.** Cuộn sơ cấp của máy tăng thế A được nối với nguồn và B là máy hạ thế có cuộn sơ cấp nối với đầu ra của máy tăng thế A. Điện trở tổng cộng của dây nối từ A đến B là  $100 \Omega$ . Máy B có số vòng dây của cuộn sơ cấp gấp 10 lần số vòng dây của cuộn thứ cấp. Mạch thứ cấp của máy B tiêu thụ công suất  $100 \text{ kW}$  và cường độ hiệu dụng ở mạch thứ cấp là  $100 \text{ A}$ . Giả sử tổn hao của các máy biến thế ở A và B là không đáng kể. Hệ số công suất trên các đoạn mạch đều bằng 1. Điện áp hiệu dụng ở hai đầu mạch thứ cấp của máy A là

- A. 11000 V.      B. 10000 V.      C. 9000 V.      D. 12000 V.

**Câu 34.** Điện năng được truyền từ nơi phát đến một khu dân cư bằng một đường dây một pha với hiệu suất truyền tải là 90%. Nếu công suất sử dụng điện của khu dân cư này tăng  $a\%$  và giữ nguyên điện áp ở nơi phát thì hiệu suất truyền tải điện năng trên chính đường dây đó là 82%. Tính  $a$ .

- A. 24%.      B. 64%.      C. 54%.      D. 6,5%.

**Câu 35.** Điện năng được truyền từ nơi phát đến một khu dân cư bằng một đường dây một pha với hiệu suất truyền tải là 82%. Coi hao phí điện năng chỉ do tỏa nhiệt trên đường dây và không vượt quá 30%. Nếu công suất sử dụng điện của khu dân cư này tăng 25% và giữ nguyên điện áp ở nơi phát thì hiệu suất truyền tải điện năng trên chính đường dây đó là:

- A. 87,7%.      B. 15,4%.      C. 84,6%.      D. 86,5%.

**Câu 36.** Điện năng được truyền từ nơi phát đến một khu dân cư bằng một đường dây một pha với hiệu suất truyền tải là 90%. Coi hao phí điện năng chỉ do tỏa nhiệt trên đường dây và không vượt quá 20%. Nếu công suất sử dụng điện của khu dân cư này tăng 30% và giữ nguyên điện áp ở nơi phát thì hiệu suất truyền tải điện năng trên chính đường dây đó là:

- A. 87,7%.      B. 89,2%.      C. 92,8%.      D. 86,5%.

**Câu 37.** Điện năng được truyền từ nơi phát đến một khu dân cư bằng một đường dây một pha với hiệu suất truyền tải là 87%. Coi hao phí điện năng chỉ do tỏa nhiệt trên đường dây và không vượt quá 20%. Nếu công suất sử dụng điện của khu dân cư này tăng 15% và giữ nguyên điện áp ở nơi phát thì hiệu suất truyền tải điện năng trên chính đường dây đó là:

- A. 87,7%.      B. 15,4%.      C. 84,6%.      D. 86,5%.

**Câu 38.** Điện năng truyền từ nơi phát đến nơi tiêu thụ điện bằng đường dây một pha. Để giảm hao phí trên đường dây từ 25% xuống còn 1% mà vẫn đảm bảo công suất truyền đến tải tiêu thụ không đổi thì tại trạm phát cần tăng điện áp lên bao nhiêu lần?

A. 5,35.

B. 2,55.

C. 4,67.

D. 4,35.

**Câu 39.** Điện năng truyền từ nơi phát đến một khu dân cư bằng đường dây một pha với hiệu điện thế hiệu dụng ở hai đầu nơi phát luôn không đổi. Ban đầu công suất tiêu thụ của khu dân cư là  $P$ , sau đó thay đổi dạng mạch điện tiêu thụ nhưng không làm thay đổi hệ số công suất toàn hệ thống. Người ta thấy rằng công suất tiêu thụ của khu dân cư này vẫn là  $P$ , song hiệu suất truyền tải điện lớn hơn 10%. Hiệu suất truyền tải điện lúc đầu là:

A. 45%.

B. 55%.

C. 60%.

D. 40%.

**Câu 40.** Điện năng được truyền từ nơi phát của xưởng sản xuất bằng đường dây một pha với hiệu suất truyền tải là 90%. Ban đầu xưởng sản xuất này có 90 máy, vì muốn mở rộng quy mô sản xuất nên nhà máy đã nhập thêm về một số máy. Hiệu suất truyền tải lúc sau đã giảm đi 10% so với ban đầu. Coi hao phí điện năng chỉ do tỏa nhiệt trên đường dây, công suất tiêu thụ của các máy hoạt động đều nhau và hệ số công suất trong các trường hợp đều bằng nhau. Nếu giữ nguyên điện áp nơi phát thì số máy hoạt động đã nhập về là bao nhiêu?

A. 60.

B. 70.

C. 80.

D. 90.

**Câu 41.** Cần truyền tải một công suất điện xoay chiều từ nơi phát đến nơi tiêu thụ bằng đường dây có tổng điện trở  $16\ \Omega$ . Coi dòng điện cùng pha với điện áp và hao phí trên đường dây không vượt quá 10%. Nếu điện áp đưa lên là  $8\text{ kV}$  và nơi tiêu thụ nhận được công suất  $200\text{ kW}$  thì hiệu suất quá trình truyền tải là

A. 80%.

B. 94,7%.

C. 95,0%.

D. 98,5%.

**Câu 42.** Điện năng truyền từ nơi phát đến nơi tiêu thụ điện bằng đường dây một pha với tổng chiều dài là 160 km. Vì công suất hao phí trên đường dây bằng 5% công suất đưa lên nên nơi nhận công suất chỉ có  $475000\text{ kW}$  và điện áp nhận được là  $190\text{ kV}$ . Hệ số công suất đường dây bằng 1. Nếu dùng dây đồng có điện trở suất  $1,5 \cdot 10^{-8}\ \Omega\text{m}$ , khói lượng riêng của đồng là  $8800\text{ kg/m}^3$  thì khói lượng đồng dùng làm đường dây này bằng

A. 190 tấn.

B. 90 tấn.

C. 180 tấn.

D. 84 tấn.

**Câu 43.** Một nhà máy phát điện gồm 7 tổ máy có cùng công suất  $P$  hoạt động đồng thời. Điện sản xuất ra được đưa lên đường dây và truyền đến nơi tiêu thụ với hiệu suất truyền tải là 80%. Khi ba tổ máy ngừng hoạt động thì hiệu suất truyền tải khi đó là

A. 88,6%.

B. 85%.

C. 75%.

D. 87,5%.

**Câu 44.** Điện áp hiệu dụng giữa hai cực của một trạm phát điện cần tăng lên bao nhiêu lần để giảm công suất hao phí trên đường dây tải điện 100 lần, với điều kiện công suất truyền đến tải tiêu thụ không đổi? Biết rằng khi chưa tăng điện áp độ giảm điện thế trên đường dây tải điện bằng  $n$  lần điện áp hiệu dụng giữa hai cực của trạm phát điện. Coi cường độ dòng điện trong mạch luôn cùng pha với điện áp đặt lên đường dây.

A.  $(10 - 9,7n)$  lần.

B.  $(10 - 9,8n)$  lần.

C.  $(10 - 9,6n)$  lần.

D.  $(10 - 9,9n)$  lần.

## HƯỚNG DẪN GIẢI

### Câu 1.

Quay  $180^0$  ứng với thời gian  $T/2$ , điện lượng chuyển qua  $Q = 2I_0 / \omega \Rightarrow I_0 = 0,5Q\omega \Rightarrow$  Chọn A.

### Câu 2.

Dòng mạch chính:

$$I = 66 \cdot \frac{P_{den}}{U_{den}} = 66 \cdot \frac{60}{220} = 18(A)$$



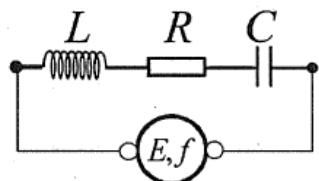
Điện áp hai cực máy phát:

$$U = \frac{P}{I} = \frac{4860}{18} = 270(V) \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

### Câu 3.

Khi máy phát điện xoay chiều 1 pha mắc với mạch RLC thì:

$$\begin{cases} I = \frac{E}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} \\ P = I^2 R = \frac{E^2 R}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} \text{ với } \\ \cos \varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} \end{cases}$$



\*Khi  $n' = 2n$  thì  $E' = 2E$ ;  $Z'_L = 2Z_L$ ;  $Z'_C = \frac{Z_C}{2}$

$$P' = \frac{E'^2 R}{\sqrt{R^2 + (Z'_L - Z'_C)^2}} \Rightarrow \frac{P'}{P} = 2^2 \frac{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}{R^2 + \left(2Z_L - \frac{Z_C}{2}\right)^2}$$

$$\begin{aligned} \text{Theo bài ra: } & \begin{cases} \cos \varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = 1 \\ \frac{P'}{P} = 2^2 \frac{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}{R^2 + \left(2Z_L - \frac{Z_C}{2}\right)^2} = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (Z_L - Z_C)^2 = R^2 \\ \left(2Z_L - \frac{Z_C}{2}\right)^2 = R^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Z_L = R \\ Z_C = 2R \end{cases} \end{aligned}$$

\*Khi  $n'' = 3n$  thì  $E'' = 3E$ ;  $Z''_L = 3Z_L$ ;  $Z''_C = \frac{Z_C}{3}$

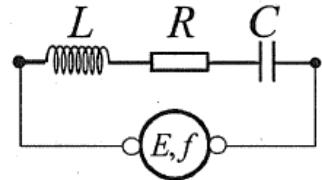
$$P'' = \frac{E''^2 R}{\sqrt{R^2 + (Z''_L - Z''_C)^2}} \Rightarrow \frac{P''}{P} = 3^2 \frac{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}{R^2 + \left(3Z_L - \frac{Z_C}{3}\right)^2} = 3^2 \frac{R^2 + (R - 2R)^2}{R^2 + \left(3R - \frac{2R}{3}\right)^2} = \frac{81}{29}$$

$\Rightarrow$  Chọn C.

#### Câu 4.

$$\begin{cases} P = I^2 R = \left(\frac{E}{Z}\right)^2 R = \frac{E^2 R}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} \\ \cos \varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} \end{cases} \text{ với } \begin{cases} f = np \Rightarrow \omega = 2\pi f \Rightarrow \begin{cases} Z_L = \omega L \\ Z_C = \frac{1}{\omega C} \end{cases} \\ E = \frac{N 2\pi f \Phi_0}{\sqrt{2}} \end{cases}$$

\*Khi  $n' = 2n$  thì  $E' = 2E$ ;  $Z'_L = 2Z_L$ ;  $Z'_C = \frac{Z_C}{2}$



$$P' = \frac{E'^2 R}{\sqrt{R^2 + (Z'_L - Z'_C)^2}} \Rightarrow \frac{P'}{P} = 2^2 \frac{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}{R^2 + \left(2Z_L - \frac{Z_C}{2}\right)^2}$$

Theo bài ra:

$$\begin{cases} \cos \varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = 1 \\ \frac{P'}{P} = 2^2 \frac{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}{R^2 + \left(2Z_L - \frac{Z_C}{2}\right)^2} = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (Z_L - Z_C)^2 = R^2 \\ \left(2Z_L - \frac{Z_C}{2}\right)^2 = R^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Z_L = R \\ Z_C = 2R \end{cases}$$

\*Khi  $n'' = 3n$  thì  $E'' = 3E$ ;  $Z''_L = 3Z_L$ ;  $Z''_C = \frac{Z_C}{3}$

$$P'' = \frac{E''^2 R}{\sqrt{R^2 + (Z''_L - Z''_C)^2}} \Rightarrow \frac{P''}{P} = 3^2 \frac{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}{R^2 + \left(3Z_L - \frac{Z_C}{3}\right)^2} = 3^2 \frac{R^2 + (R - 2R)^2}{R^2 + \left(3R - \frac{2R}{3}\right)^2} = \frac{81}{29}$$

$\Rightarrow$  Chọn C.

#### Cách 2:

Từ các công thức:  $P = I^2 R = \frac{E^2 R}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$  và  $\cos \varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$

Đối với trường hợp RLC nối với máy phát điện xoay chiều một pha luôn luôn có quan hệ tỉ lệ thuận:  $n \propto f \propto \omega \propto Z_L \propto \frac{1}{Z_c} \propto E$  nên ta chuẩn hóa như sau:

Tốc độ roto	E	Z <sub>L</sub>	Z <sub>C</sub>	P, cosφ
n	1	1	x	$P_1 = \frac{1^2 \cdot R}{R^2 + (1-x)^2}$ $\cos \varphi_1 = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (1-x)^2}}$
2n	2	2	x/2	$P_1 = \frac{2^2 \cdot R}{R^2 + 2(1-x/2)^2}$
3n	3	3	x/3	$P_1 = \frac{3^2 \cdot R}{R^2 + 3(1-x/3)^2}$

$$\text{Vì } P_2 = 4P_1 \text{ nên } \frac{2^2 \cdot R}{R^2 + 2(1-x/2)^2} = 4 \cdot \frac{1^2 \cdot R}{R^2 + (1-x)^2} \Rightarrow x = 2$$

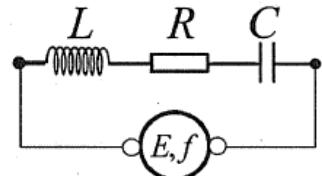
$$\text{Thay vào } \cos \varphi_1 = 0,5\sqrt{2} \text{ suy ra: } \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (1-2)^2}} \Rightarrow R = 1$$

$$\Rightarrow \frac{P_3}{P_1} = \frac{3^2 [1 + (1-2)^2]}{1^2 [1 + (3-2/3)^2]} = \frac{81}{29}$$

### Câu 5.

Cách 1:

$$\begin{cases} P = I^2 R = \left(\frac{E}{Z}\right)^2 R = \frac{E^2 R}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} \\ \cos \varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} \end{cases} \text{ với } \begin{cases} f = np \Rightarrow \omega = 2\pi f \Rightarrow \begin{cases} Z_L = \omega L \\ Z_C = \frac{1}{\omega C} \end{cases} \\ E = \frac{N 2\pi f \Phi_0}{\sqrt{2}} \end{cases}$$



\*Khi  $n' = 2n$  thì  $E' = 2E$ ;  $Z'_L = 2Z_L$ ;  $Z'_C = \frac{Z_C}{2}$

$$P' = \frac{E'^2 R}{\sqrt{R^2 + (Z'_L - Z'_C)^2}} \Rightarrow \frac{P'}{P} = 2^2 \frac{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}{R^2 + \left(2Z_L - \frac{Z_C}{2}\right)^2}$$

Theo bài ra:  $\begin{cases} \cos \varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = 1 \\ \frac{P'}{P} = 2^2 \frac{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}{R^2 + \left(2Z_L - \frac{Z_C}{2}\right)^2} = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (Z_L - Z_C)^2 = R^2 \\ \left(2Z_L - \frac{Z_C}{2}\right)^2 = 0,6R^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Z_L \approx 0,85R \\ Z_C = 1,85R \end{cases}$

\*Khi  $n'' = 3n$  thì  $E'' = 3E$ ;  $Z''_L = 3Z_L$ ;  $Z''_C = \frac{Z_C}{3}$

$$\begin{aligned} P'' &= \frac{E''^2 R}{\sqrt{R^2 + (Z''_L - Z''_C)^2}} \\ &\Rightarrow \frac{P''}{P} = 3^2 \frac{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}{R^2 + \left(3Z_L - \frac{Z_C}{3}\right)^2} = 3^2 \frac{R^2 + R^2}{R^2 + \left(3.0,85R - \frac{1,85}{3}R\right)^2} = 3,8 \end{aligned}$$

$\Rightarrow$  Chọn A.

### Cách 2:

Từ các công thức:  $P = I^2 R = \frac{E^2 R}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$  và  $\cos \varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$

Đối với trường hợp RLC nối với máy phát điện xoay chiều một pha luôn luôn có quan hệ tỉ lệ thuận:  $n \square f \square \omega \square Z_L \square \frac{1}{Z_C} \square E$  nên ta chuẩn hóa như sau:

Tốc độ roto	R	E	P, cosφ
$n$	1	1	$P_1 = \frac{1^2 \cdot 1}{1^2 + (1-x)^2}$ $\cos \varphi_1 = \frac{1}{\sqrt{1^2 + (1-x)^2}}$

2n	1	2	$P_2 = \frac{2^2 \cdot 1}{1^2 + (2Z_L - Z_c/2)^2}$
3n	1	3	$P_3 = \frac{3^2 \cdot 1}{1^2 + (3Z_L - Z_c/3)^2}$

Vì  $P_2 = 5P_1$  và  $\cos \varphi_1 = 0,5\sqrt{2}$  nên ta có hệ:

$$\begin{cases} \frac{2^2 \cdot 1}{1^2 + (2Z_L - Z_c/2)^2} = 5 \cdot \frac{1^2 \cdot 1}{1^2 + (Z_L - Z_c)^2} \\ \frac{1}{\sqrt{1^2 + (Z_L - Z_c)^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Z_c - Z_L = 1 \\ 2Z_L - \frac{Z_c}{2} = \sqrt{0,6} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Z_L \approx 0,85 \\ Z_c \approx 1,85 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{P_3}{P_1} = \frac{3^2 [1+1^2]}{1^2 \left[ 1^2 + \left( 3 \cdot 0,85 - \frac{1,85}{3} \right)^2 \right]} \approx 3,8 \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

### Câu 6.

Cường độ hiệu dụng và điện áp hiệu dụng trên tụ lân lượt là:

$$I = \frac{E}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_c)^2}} = \frac{\frac{\omega NBS}{\sqrt{2}}}{\sqrt{R^2 + \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}} = \frac{\frac{NBS}{L\sqrt{2}}}{\sqrt{\underbrace{\frac{1}{L^2 C^2} \frac{1}{\omega^4}}_a - 2 \underbrace{\left( \frac{L}{C} - \frac{R^2}{2} \right) \frac{1}{L^2} \frac{1}{\omega^2}}_b + 1}_c}$$

$$U_c = IZ_c = \frac{\frac{\omega NBS}{\sqrt{2}}}{\sqrt{R^2 + \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}} = \frac{\frac{NBS}{\sqrt{2}} \frac{1}{C}}{\sqrt{R^2 + \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}}$$

$$*U_{c_{\max}} \text{ khi } \omega_2 L = \frac{1}{\omega^2 C} = \frac{1}{1,2\omega_1 C} = \frac{5}{6} \frac{1}{\omega_1 C} = \frac{5}{6} R \Rightarrow \begin{cases} LC = \frac{1}{\omega_2^2} \\ RC = \frac{6}{5} \frac{1}{\omega_2} \end{cases}$$

\*Dòng hiệu dụng trong đoạn mạch AB đạt cực đại khi:

$$x = -\frac{b}{2a} \Leftrightarrow \frac{1}{\omega^2} = \left( \frac{L}{C} - \frac{R^2}{2} \right) C^2 = LC - \frac{1}{2} R^2 C^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\omega^2} = \frac{1}{\omega_2^2} - \frac{1}{2} \frac{36}{25} \frac{1}{\omega_2^2} \Rightarrow \omega = \frac{5}{\sqrt{7}} n_2 = 2540 \text{ (vòng/phút)}$$

$\Rightarrow$  Chọn B.

### Câu 7.

$$\begin{cases} \omega_1 = 2\pi f_1 = 2\pi \frac{n_1 p}{60} = 2\pi \frac{675.4}{60} = 90\pi \text{ (rad / s)} \\ \omega_2 = 2\pi f_2 = 2\pi \frac{n_2 p}{60} = 2\pi \frac{900.4}{60} = 120\pi \text{ (rad / s)} \end{cases}$$

Cường độ hiệu dụng:  $I = \frac{\frac{\omega NBS}{\sqrt{2}}}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} = \frac{\omega L \frac{NBS}{L\sqrt{2}}}{\sqrt{\frac{1}{\omega^2 C^2} - 2\left(\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}\right) + \omega^2 L^2}}$

$$I = \frac{\frac{NBS}{L\sqrt{2}}}{\sqrt{\frac{1}{L^2 C^2} \frac{1}{\omega^4} - 2\left(\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}\right) \frac{1}{L^2} \frac{1}{\omega^2} + 1}}$$

$$\text{Từ } I_1 = I_2 \Leftrightarrow x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = 2x_0 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\omega_1^2} + \frac{1}{\omega_2^2} \right) = \frac{1}{\omega_0^2} = \left( \frac{L}{C} - \frac{R^2}{2} \right) C^2$$

Thay số vào ta được:

$$\frac{1}{2} \left( \frac{1}{90^2 \pi^2} + \frac{1}{120^2 \pi^2} \right) = \left( \frac{318 \cdot 10^{-3}}{318 \cdot 10^{-6}} - \frac{R^2}{2} \right) (318 \cdot 10^{-6})^2 \Rightarrow R \approx 25,9 \Omega \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

### Câu 8.

$$\text{Tần số góc: } \omega = 2\pi f = 2\pi \frac{np}{60} = 2\pi \frac{750.4}{60} = 100\pi \text{ (rad / s)}$$

Suất điện động cực đại:  $E_0 = \omega NBS = \omega N\Phi_0$

$$\Rightarrow \Phi_0 = \frac{E_0}{\omega N} = \frac{200\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{100\pi \cdot 20000} = \frac{2 \cdot 10^{-4}}{\pi} \text{ (Wb)} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

### Câu 9.

$$\text{Tần số góc: } \omega = 2\pi f = 2\pi \frac{np}{60} = 2\pi \frac{150.1}{60} = 5\pi \text{ (rad / s)}$$

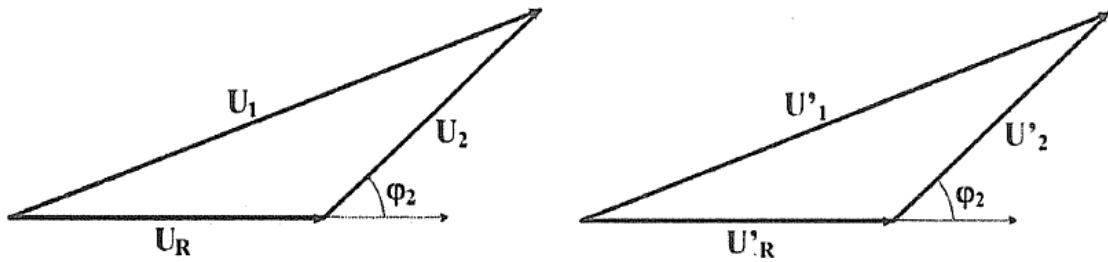
Suất điện động cực đại:  $E_0 = \omega NBS = \omega N\Phi_0$

Biểu thức từ thông và biểu thức suất điện động:  $\begin{cases} \Phi = \Phi_0 \cos \omega t \\ e = \Phi' = -\omega \Phi_0 \sin \omega t \end{cases}$

$$\Rightarrow \left( \frac{\Phi}{\Phi_0} \right)^2 + \left( \frac{e}{-\omega \Phi_0} \right)^2 = 1 \Rightarrow \left( \frac{5}{\Phi_0} \right)^2 + \left( \frac{60\pi}{5\pi\Phi_0} \right)^2 = 1 \Rightarrow \Phi_0 = 13(Wb) \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

### Câu 10.

\*Lúc đầu:  $\begin{cases} U_1 \sin \varphi_1 = U_2 \sin \varphi_2 \\ U_1 \cos \varphi_1 = U_2 \cos \varphi_2 + U_R \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} U_2 = U_1 \frac{\sin \varphi_1}{\sin \varphi_2} = U_1 \sqrt{\frac{1 - \cos^2 \varphi_1}{1 - \cos^2 \varphi_2}} = 0,75U_1 \\ U_R = U_1 \cos \varphi_1 - U_2 \cos \varphi_2 = 0,35U_1 \end{cases}$



\*Khi công suất tiêu thụ trên R giảm 81 lần thì  $I_2 = I_1/9$  và  $U'_R = U_R/9 = 0,35U_1/9$ .

Lúc này:  $P'_2 = P_2 \Rightarrow U'_2 I_2 \cos \varphi_2 = U_2 I_1 \cos \varphi_2 \Rightarrow U'_2 = 9U_2 = 6,75U_1$

Áp dụng định lý hàm số cosin:  $U'_1 = \sqrt{U'_2^2 + U'_R^2 + 2U'_2 U'_R \cos \varphi_2}$

$$\Rightarrow U'_1 = \sqrt{(6,75U_1)^2 + \left(\frac{0,35}{9}U_1\right)^2 + 2 \cdot 6,75U_1 \cdot \frac{0,35}{9}U_1 \cdot 0,6} \approx 6,77U_1 \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

### Câu 11.

$$\tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} = \tan \frac{\pi}{3} \Rightarrow Z_L - Z_C = R\sqrt{3}$$

$$\frac{I'}{I} = k \frac{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}{\sqrt{R^2 + \left(kZ_L - \frac{Z_C}{k}\right)^2}} = 2 \frac{\sqrt{R^2 + (R\sqrt{3})^2}}{\sqrt{R^2 + \underbrace{\left(2Z_L - \frac{Z_C}{2}\right)^2}_0}} = 4 \Rightarrow I' = 8(A) \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

### Câu 12.

$$\frac{U_1 U'_1}{U_2 U'_2} = 1 \Rightarrow \frac{E \cdot E}{20.7,2} = 1 \Rightarrow E = 12(V) \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

### Câu 13.

$$\begin{cases} \frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} \\ \frac{U_3}{U_4} = \frac{N_3}{N_4} \end{cases} \xrightarrow{U_3 = U_2} \frac{U_1}{U_4} = \frac{N_1}{N_2} \cdot \frac{N_3}{N_4} \quad (1). \text{ Khi đổi vai trò các cuộn dây của M}_2 \text{ thì:}$$

$$\frac{U_1}{U'_4} = \frac{N_1}{N_2} \cdot \frac{N_1}{N_3} \quad (2).$$

Nhân vế theo vế (1) với (2):  $\frac{U_1}{U_4} \cdot \frac{U_1}{U'_4} = \left( \frac{N_1}{N_2} \right)^2 \Rightarrow \frac{N_1}{N_2} = \sqrt{\frac{200}{12,5} \cdot \frac{200}{50}} = 8 \Rightarrow \text{Chọn A.}$

### Câu 14.

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2 - 2n} \Rightarrow \frac{220}{15} = \frac{1100}{N_2 - 30} \Rightarrow N_2 = 105 \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

### Câu 15.

Vì máy biến áp lí tưởng và cuộn thứ cấp nối với R nên ta áp dụng công thức:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{I_2}{I_1} = \frac{N_1}{N_2} \Rightarrow I_1 = I_2 \cdot \frac{N_2}{N_1} = 0,05(A) \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

### Câu 16.

Vì máy biến áp lí tưởng và cuộn thứ cấp nối với R nên ta áp dụng công thức:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1} \Rightarrow \begin{cases} U_2 = \frac{N_2}{N_1} \cdot U_1 = 100(V) \Rightarrow I_2 = \frac{U_2}{R} = 0,5(A) \\ I_1 = \frac{N_2}{N_1} \cdot I_2 = 0,25(A) \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

### Câu 17.

$$\begin{cases} P_2 = P = 440(W) \\ I_2 = I = \frac{P}{U \cos \varphi} = \frac{440}{220 \cdot 0,8} = 2,5(A) \\ U_2 = U = 220(V) \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} \Rightarrow \frac{U_1}{220} = 2,5 \Rightarrow U_1 = 550(V) \\ H = \frac{P_2}{U_1 I_1} \Rightarrow 1 = \frac{440}{550 I_1} \Rightarrow I_1 = 0,8(A) \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

### Câu 18.

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{N_2}{N_1}; \frac{U'_2}{U_1} = \frac{N_2 - \frac{N_2}{3}}{N_1} = \frac{2}{3} \frac{N_2}{N_1} \Rightarrow \frac{U'_2}{U_1} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{U'_2}{300} = \frac{2}{3} \Rightarrow U'_2 = 200(V) \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

### Câu 19.

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{N_2}{N_1} \Rightarrow \begin{cases} \frac{100}{U_1} = \frac{N_2}{N_1} \\ \frac{U}{U_1} = \frac{N_2 - n}{N_1} \\ \frac{2U}{U_1} = \frac{N_2 - n}{N_1} \end{cases} \Rightarrow 2 = \frac{N_2 + n}{N_2 - n} \Rightarrow n = \frac{N_2}{3} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

$$\left( \frac{U'}{U_1} = \frac{N_2 + 3n}{N_1} = 2 \cdot \frac{N_2}{N_1} \right) \Rightarrow \frac{U'}{U_1} = 2 \cdot \frac{100}{U_1} \Rightarrow U' = 200(V)$$

### Câu 20.

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} \Rightarrow \begin{cases} \frac{U_1}{100} = \frac{N_1}{N_2} \\ \frac{U_1}{U} = \frac{N_1 + n}{N_2} \\ \frac{U_1}{2U} = \frac{N_1 - n}{N_2} \end{cases} \Rightarrow 2 = \frac{N_1 + n}{N_1 - n} \Rightarrow n = \frac{N_1}{3} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

$$\left( \frac{U'}{U_1} = \frac{N_1 + 2n}{N_2} = \frac{5}{3} \frac{N_1}{N_2} \right) \Rightarrow \frac{U_1}{U'} = \frac{5}{3} \frac{U_1}{100} \Rightarrow U' = 60(V)$$

### Câu 21.

Gọi  $U_1$  và  $U_2$  lần lượt là điện áp hai đầu cuộn sơ cấp và cuộn thứ cấp lúc đầu.

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{N_2 - 3x}{N_1 - 2x} \Rightarrow N_2 = 1,5N_1$$

Theo bài ra ta có hệ:

$$\begin{cases} \frac{1,15U_1}{U_1} = \frac{N_2 + y}{N_1 + y} \Rightarrow 1,15 = \frac{1,5N_1 + y}{N_1 + y} \Rightarrow y = \frac{7}{3}N_1 \\ \frac{0,85U_1}{U_1} = \frac{N_2 - z}{N_1 - z} \Rightarrow 0,85 = \frac{1,5N_1 - z}{N_1 - z} \Rightarrow z = \frac{13}{3}N_1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{y}{z} = \frac{7}{13} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

### Câu 22.

Cuộn sơ cấp có  $n$  vòng quấn ngược thì xem như cuộn này bị mất đi  $2n$  vòng:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} \Rightarrow \frac{3}{10} = \frac{1000 - 2n}{2000} \Rightarrow n = 200 \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

### Câu 23.

Gọi  $U_1$  và  $U_2$  lần lượt là điện áp hai đầu cuộn sơ cấp và cuộn thứ cấp lúc đầu.

Theo bài ra ta có hệ:

$$\begin{cases} \frac{U_2}{U_1} = \frac{N_2}{N_1} \\ \frac{1,2U_2}{U_1} = \frac{N_2 + 90}{N_1} \end{cases} \Rightarrow 1,2 = \frac{N_2 + 90}{N_2} \Rightarrow N_2 = 450$$

$\Rightarrow$  Chọn C.

#### Câu 24.

$$\begin{cases} \frac{N_2}{N_1} = \frac{U_2}{U_1} \\ \frac{N_2 + 60}{N_1} = \frac{U_2 + 0,3U_2}{U_1} \end{cases} \Rightarrow \frac{N_2 + 60}{N_2} = 1,3 \Rightarrow N_2 = 200 \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

#### Câu 25.

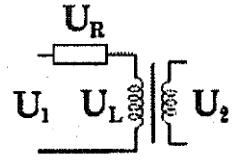
Nếu cuộn thứ cấp để hở còn cuộn sơ cấp có điện trở thuận thì có thể xem điện áp vào  $\vec{U}_1$  phân bố trên  $R$  và trên cuộn cảm thuận  $L$ :

$$\vec{U}_1 = \vec{U}_R + \vec{U}_L \Rightarrow U_1^2 = U_R^2 + U_L^2 \left( \frac{Z_L}{R} = \frac{U_L}{U_R} \right). \text{ Chỉ có thành phần } U_L \text{ gây ra hiện}$$

tương cảm ứng điện từ nên công thức máy biến áp lúc này là:  $\frac{U_L}{U_2} = \frac{N_1}{N_2}$

Thay số:  $\begin{cases} \frac{U_L}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} \Rightarrow \frac{U_L}{480} = \frac{2000}{4000} \Rightarrow U_L = 240(V) \\ U_1^2 = U_R^2 + U_L^2 \Rightarrow 260^2 = U_R^2 + 240^2 \Rightarrow U_R = 100(V) \end{cases}$

$$\Rightarrow \frac{Z_L}{R} = \frac{U_L}{U_R} = \frac{240}{100} = 2,4 \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

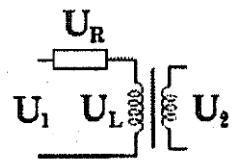


#### Câu 26.

Chú ý: Nếu cuộn thứ cấp để hở còn cuộn sơ cấp có điện trở thuận thì có thể xem điện áp vào  $\vec{U}_1$  phân bố trên  $R$  và trên cuộn cảm thuận  $L$ :

$$\vec{U}_1 = \vec{U}_R + \vec{U}_L \Rightarrow U_1^2 = U_R^2 + U_L^2 \left( \frac{Z_L}{R} = \frac{U_L}{U_R} \right). \text{ Chỉ có thành phần } U_L \text{ gây ra hiện}$$

tương cảm ứng điện từ nên công thức máy biến áp lúc này là:  $\frac{U_L}{U_2} = \frac{N_1}{N_2}$



#### Áp dụng

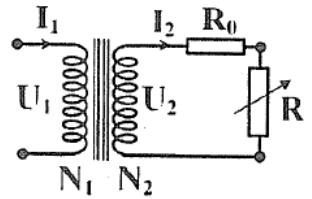
$$\frac{U_L}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} \Rightarrow \frac{U_L}{216} = \frac{1000}{2000} \Rightarrow U_L = 108(V)$$

$$U_1^2 = U_R^2 + U_L^2 \Rightarrow 110^2 = 108^2 + U_R^2 \Rightarrow U_R = 20,88(V) \Rightarrow \frac{Z_L}{R} = \frac{U_L}{U_R} = 5,17$$

$\Rightarrow$  Chọn A.

### Câu 27.

$$* \text{Tù } \frac{U_1}{U_2} = \frac{I_2}{I_1} = \frac{N_1}{N_2} \Rightarrow \begin{cases} U_2 = \frac{N_2}{N_1} U_1 \Rightarrow I_2 = \frac{U_2}{R_0 + R} = \frac{\frac{N_2}{N_1} U_1}{R_0 + R} \\ I_1 = \frac{N_2}{N_1} I_2 \end{cases}$$



$$\Rightarrow \begin{cases} I_1 = \left( \frac{N_2}{N_1} \right)^2 \frac{U_1}{R_0 + R} \\ U_R = I_2 R = \frac{N_2}{N_1} U_1 \frac{R}{R_0 + R} = \frac{N_2}{N_1} U_1 \frac{1}{\frac{R_0}{R} + 1} \end{cases}$$

\* Khi R tăng thì I<sub>1</sub> tăng và U<sub>R</sub> giảm  $\Rightarrow$  Chọn C.

### Câu 28.

Áp dụng  $N_1 = \frac{U_1}{U_2} N_2$  cho các trường hợp:

$$1000 = 0,5 N_2 = 0,4(N_2 + n_1) = 0,625(N_2 + n_1 - n_2) \Rightarrow \begin{cases} N_2 = 2000 \\ n_1 = 500 \quad \Rightarrow \frac{n_2}{n_1} = 1,8 \\ n_2 = 900 \end{cases}$$

$\Rightarrow$  Chọn C.

### Câu 29.

$$* \text{Lúc đầu: } \begin{cases} \frac{N_1}{N} = 1,5 \\ \frac{N'_1}{N} = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N_1 = 1,5N \\ N'_1 = 2N \end{cases}$$

\* Sau đó:  $N_1 + 50 = N'_1 - 50 \Rightarrow 1,5N + 50 = 2N - 50 \Rightarrow N = 200 \Rightarrow$  Chọn C.

### Câu 30.

Số vòng dây cuộn sơ cấp và thứ cấp khi quấn đúng lần lượt là:  $N_1 = 110 \cdot 1,2 = 132$  và  $N_2 = 220 \cdot 1,2 = 264$ .

Gọi  $n$  là số vòng dây quấn ngược:

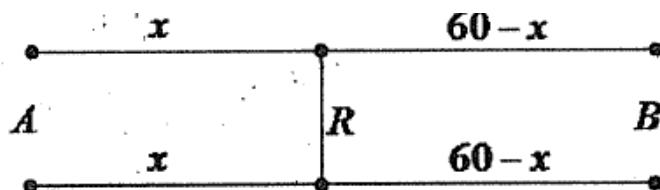
$$\frac{N_2}{N_1 - 2n} = \frac{264}{110} \Rightarrow \frac{264}{132 - 2n} = \frac{302,5}{110} \Rightarrow n = 1,8 \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

### Câu 31.

Để hở đầu B:  $2x + R + r = \frac{E}{I} = 41\Omega \Rightarrow R = 40 - 2x$

Đoản mạch đầu B:  $2x + \frac{R \cdot (120 - 2x)}{R + (120 - 2x)} + r = \frac{E}{I} = 40(\Omega)$

$$\Rightarrow 2x + \frac{(40 - 2x)(100 - 2x)}{160 - 4x} = 40 \Rightarrow x = 15\Omega \Rightarrow AC = \frac{x}{60} AB = 25(km)$$



### Câu 32.

*Cách 1:*

Gọi  $U_{tt}$  là điện áp hiệu dụng hai đầu cuộn thứ cấp thì điện áp hiệu dụng hai đầu cuộn sơ cấp lần lượt là  $U_1 = 54U_{tt}$  và  $U'_1 = nU_{tt}$ .

Gọi  $P_{tt}$  và  $P'_{tt}$  là công suất của khu công nghiệp ban đầu và sau. Khi điện áp U tăng 2 lần thì công suất hao phí giảm 4 lần.

Gọi  $P$  và  $\Delta P$  lần lượt là công suất truyền đi và công suất hao phí lúc đầu. Công suất hao phí sau là  $\Delta P/4$ .

Ta có hệ:  $\begin{cases} P_{tt} = \frac{12}{13} P'_{tt} = P - \Delta P \\ P'_{tt} = P - 0,25\Delta P \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P'_{tt} = \frac{39}{40} P \\ P_{tt} = 0,9P \end{cases}$

Hiệu suất truyền tải trước và sau:

$$\Rightarrow \begin{cases} H = \frac{U_1}{U} = \frac{54U_{tt}}{U} = \frac{P_{tt}}{P} = 0,9 \\ H' = \frac{U'_1}{2U} = \frac{nU_{tt}}{2U} = \frac{P'_{tt}}{P} = \frac{39}{40} \end{cases} \Rightarrow \frac{H'}{H} = \frac{n}{54 \cdot 2} = \frac{39}{0,9} \Rightarrow n = 117 \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Cách 2:**

Gọi  $P$  là công suất của nhà máy phát điện,  $P_{tt}$  là công suất của KCN,  $U_{tt}$  là điện áp hiệu dụng trên tải và  $R$  là điện trở của dây tải. Từ công thức tính công suất hao phí  $\Delta P = I^2 R = P^2 R / U^2$  ta nhận thấy khi điện áp tăng hai lần thì dòng hiệu dụng chạy trên đường dây giảm 2 lần và công suất hao phí giảm 4 lần:  $I_2 = 0,5I_1$ ,  $\Delta P_2 = 0,25\Delta P_1$ .

Ta có:

$$\begin{cases} P - \Delta P = \frac{12}{13}P_{tt} \\ P - 0,25\Delta P = P_{tt} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P_{tt} = \frac{39}{40}P \\ \Delta P_1 = 0,1P \Leftrightarrow I_1^2 R = 0,1UI_1 \Rightarrow I_1 = \frac{0,1U}{R} \Rightarrow I_2 = \frac{0,05U}{R} \end{cases}$$

Điện áp sơ cấp của máy biến áp ở KCN khi truyền tải với điện áp  $U$  và  $2U$  lần lượt là:

$$\begin{cases} U_1 = U - I_1 R = 0,9U \\ U'_1 = 2U - I_2 R = 1,95U \end{cases} \Rightarrow \frac{U'_1}{U_1} = \frac{13}{6}$$

Gọi  $k_1$  và  $k'_1$  lần lượt là tỉ số vòng dây của cuộn sơ cấp và thứ cấp của máy hạ áp trước và sau khi tăng điện áp truyền đi thì:  $\begin{cases} U_1 = k_1 U_{tt} \\ U'_1 = k'_1 U_{tt} \end{cases}$

$$\Rightarrow \frac{U'_1}{U_1} = \frac{k'_1}{k_1} \Rightarrow \frac{13}{6} = \frac{k'_1}{54} \Rightarrow k'_1 = 117 \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Câu 33.**

$$\text{Máy B: } \begin{cases} \frac{N_2}{N_1} = \frac{I_1}{I_2} \Rightarrow I_1 = I_2 \cdot \frac{N_2}{N_1} = 100 \cdot \frac{1}{10} = 10(A) \\ P_1 = P_2 \Rightarrow U_1 I_1 = P_2 \Rightarrow U_1 \cdot 10 = 100 \cdot 10^3 \Rightarrow U_1 = 10^4(V) \end{cases}$$

$$U = U_1 + \Delta U = U_1 + I_1 R = 10^4 + 10 \cdot 100 = 11000(V) \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Câu 34.**

$$\begin{aligned} 1 - H = h &= \frac{PR}{(U \cos \varphi)^2} \Rightarrow \frac{1 - H'}{1 - H} = \frac{P'}{P} = \frac{\frac{P'_{tt}}{H'}}{\frac{P_{tt}}{H}} = \frac{H}{H'} \frac{P'_{tt}}{P_{tt}} \\ &\Rightarrow \frac{1 - 0,82}{1 - 0,9} = \frac{0,9}{0,82} \cdot \frac{P'_{tt}}{P_{tt}} \Rightarrow \frac{P'_{tt}}{P_{tt}} = 1,64 = 100\% + 64\% \end{aligned}$$

**Câu 35.**

Áp dụng công thức “độc”:  $\frac{1-H'}{1-H} = \frac{P'}{P} = \frac{H}{H'} \frac{P'_{tt}}{P_{tt}}$

$$\Rightarrow \frac{1-H'}{1-0,87} = \frac{0,87}{H'} \cdot 1,15 \Rightarrow -H'^2 + H' - 0,130065 = 0 \Rightarrow \begin{cases} H' = 0,846 \\ H' = 0,154 \end{cases}$$

$\Rightarrow$  Chọn C.

### Câu 36.

$$1-H = h = \frac{PR}{(U \cos \varphi)^2} \Rightarrow \frac{1-H'}{1-H} = \frac{P'}{P} = \frac{\frac{P'_{tt}}{H'}}{\frac{P}{H}} = \frac{H}{H'} \frac{P'_{tt}}{P_{tt}}$$

$$\Rightarrow \frac{1-H'}{1-H} = \frac{H}{H'} \cdot 1,3 \Rightarrow -H'^2 + H' - 0,117 = 0 \Rightarrow \begin{cases} H' = 0,865 \\ H' = 0,135 \end{cases}$$

### Câu 37.

Áp dụng công thức “độc”:  $\frac{1-H'}{1-H} = \frac{P'}{P} = \frac{H}{H'} \frac{P'_{tt}}{P_{tt}}$

$$\Rightarrow \frac{1-H'}{1-0,87} = \frac{0,87}{H'} \cdot 1,15 \Rightarrow -H'^2 + H' - 0,130065 = 0 \Rightarrow \begin{cases} H' = 0,846 \\ H' = 0,154 \end{cases}$$

$\Rightarrow$  Chọn C.

### Câu 38.

Phần trăm hao phí trên đường dây tính theo công thức:

$$h = 1-H = \frac{\Delta P}{P} = \frac{I^2 R}{P} = \frac{\left(\frac{P}{U \cos \varphi}\right)^2 R}{P} = \frac{PR}{(U \cos \varphi)^2} = \frac{\frac{P_{tt}}{H} R}{(U \cos \varphi)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{h'}{h} = \frac{\frac{P_{tt} R}{H \left(U' \cos \varphi\right)^2}}{\frac{P_{tt} R}{H \left(U \cos \varphi\right)^2}} = \frac{H}{H'} \left(\frac{U}{U'}\right)^2 \Rightarrow \frac{U'}{U} = \sqrt{\frac{hH'}{h'H'}}$$

$$\Rightarrow \frac{U'}{U} = \sqrt{\frac{hH'}{h'H'}} = \sqrt{\frac{0,25 \cdot 0,75}{0,01 \cdot 0,99}} \approx 4,35 \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

### Câu 39.

Áp dụng công thức “độc”:  $\frac{1-H'}{1-H} = \frac{P'}{P} = \frac{H}{H'} \frac{P'_{tt}}{P_{tt}}$

$$\Rightarrow \frac{1-(H+0,1)}{1-H} = \frac{H}{H+1}.1 \Rightarrow H = 0,45 \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

#### Câu 40.

Áp dụng công thức “độc”:  $\frac{1-H'}{1-H} = \frac{P'}{P} = \frac{H}{H'} \frac{P'_{tt}}{P_{tt}}$

$$\Rightarrow \frac{1-0,8}{1-0,9} = \frac{0,9}{0,8} \cdot \frac{x+90}{90} \Rightarrow x = 70 \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

#### Câu 41.

$$h = 1 - H = \frac{PR}{U^2} = \frac{P_{tt}}{H} \frac{R}{U^2} \Rightarrow 1 - H = \frac{200 \cdot 10^3}{H} \cdot \frac{16}{(8000)^2} \Rightarrow \begin{cases} H = 0,947 \\ H = 0,053 \end{cases}$$

#### Câu 42.

Phần trăm hao phí trên đường dây tính theo công thức:

$$h = \frac{\Delta P}{P} = \frac{\Delta P}{P_{tt} + \Delta P} \Rightarrow \frac{5}{100} = \frac{\Delta P}{47500 \cdot 10^3 + \Delta P} \Rightarrow \Delta P = 25 \cdot 10^5 \text{ (W)}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} P = P_{tt} + \Delta P = 5 \cdot 10^7 \text{ (W)} \\ h = \frac{\Delta P}{P} = \frac{I^2 R}{UI} = \frac{IR}{U} = \frac{U - U_{tt}}{U} \Rightarrow \frac{5}{100} = \frac{U - 190 \cdot 10^3}{U} \Rightarrow U = 2 \cdot 10^5 \text{ (V)} \end{cases}$$

$$\text{Mà } \Delta P = I^2 R = \frac{P^2 R}{U^2} \Rightarrow R = \frac{\Delta P U^2}{P^2} = \frac{25 \cdot 10^5 \cdot 4 \cdot 10^{10}}{25 \cdot 10^{14}} = 40 \text{ (\Omega)}$$

$$\text{Mặt khác: } R = \rho \frac{l}{S} = \rho \frac{l^2}{Sl} = \rho \frac{l^2}{VD} D = \rho \frac{l^2}{m} D$$

$$\Rightarrow m = \frac{\rho l^2 D}{R} = \frac{1,5 \cdot 10^{-8} \cdot (160 \cdot 10^3)^2 \cdot 8800}{40} = 84480 \text{ (kg)} \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

#### Câu 43.

$$\begin{cases} h_1 = 1 - H_1 = \frac{P_1 R}{U^2 \cos^2 \varphi} \Rightarrow \frac{1 - H_2}{1 - H_1} = \frac{P_2}{P_1} \Rightarrow \frac{1 - H_2}{1 - 0,8} = \frac{4}{7} \Rightarrow H_2 = 0,866 \Rightarrow \text{Chọn A.} \\ h_2 = 1 - H_2 = \frac{P_2 R}{U^2 \cos^2 \varphi} \end{cases}$$

#### Câu 44.

Công suất hao phí trên đường dây:  $\Delta P = I^2 R = IR \cdot I = \Delta U I = n U I$

Công suất nhận được cuối đường dây:  $P_{tieu\_thu} = P - \Delta P = U I - n U I = (1-n) U I$

Công suất hao phí giảm 100 lần ( $\Delta P' = \frac{\Delta P}{100} = \frac{n}{100} U I$ ) thì cường độ hiệu dụng giảm 10 lần ( $I' = 0,1I$ ). Công suất nhận được cuối đường dây lúc này:

$$P'_{tieu\_thu} = U' I' - \Delta P' = U' \cdot 0,1I - \frac{n}{100} U I$$

Vì  $P'_{tieu\_thu} = P_{tieu\_thu}$  nên  $U' \cdot 0,1I - \frac{n}{100} U I = (1-n) U I \Rightarrow U' = (10-9,9n) U \Rightarrow$  Chọn D.

