# Методы обучения ранжированию (Learning to Rank)

K.B.Воронцов vokov@forecsys.ru

Этот курс доступен на странице вики-ресурса http://www.MachineLearning.ru/wiki «Машинное обучение (курс лекций, К.В.Воронцов)»

МФТИ • 19 марта 2021

## Содержание

- 🕕 Постановка задачи и основные подходы
  - Поточечный подход
  - Попарный подход
  - Списочный подход
- Ранжирование в поисковых системах
  - Признаки ранжирования
  - Функционалы качества ранжирования
  - Ранжирование поисковой выдачи в Яндексе
- Пейросетевые модели поиска
  - Модель DSSM (Deep Structured Semantic Model)
  - Хэширование слов
  - Преимущества DSSM

## Определения и обозначения

**Дано:**  $X^\ell = \{x_1, \dots, x_\ell\}$  — обучающая выборка,  $i \prec j$  — отношение  $\ll x_j$  лучше, чем  $x_i$  » между объектами из  $X^\ell$ 

**Найти:** ранжирующую функцию  $a: X \to \mathbb{R}$ , восстанавливающую правильное отношение порядка:

$$i \prec j \Rightarrow a(x_i) < a(x_j)$$

Критерий конструируется по-разному в трёх подходах:

- Point-wise поточечный (аналог регрессии/классификации)
- Pair-wise попарный (качество парных сравнений)
- List-wise списочный (качество ранжированного списка)

#### Линейная модель ранжирования:

$$a(x, w) = \langle x, w \rangle$$

где  $x\mapsto ig(f_1(x),\dots,f_n(x)ig)\in\mathbb{R}^n$  — вектор признаков объекта x

#### Примеры задач ранжирования

Ранжирование (Learning to Rank, LtR, L2R, LETOR) нужно везде, где система предоставляет пользователю выбор из большого числа вариантов

- ранжирование выдачи поисковой системы
- ранжирование рекомендаций пользователям (книги, фильмы, музыка, товары интернет-магазина, и т.п.)
- ранжирование вариантов автоматического завершения запроса (Query Auto Completion, auto-suggest)
- ранжирование возможных ответов в диалоговых системах (Question Answering Systems)
- ранжирование вариантов перевода в системах машинного перевода (Machine Translation)

## Ранговая регрессия (Ordinal Regression)

Обучающая выборка  $(x_i,y_i)_{i=1}^\ell$ , где  $y_i\in Y=\{1\prec 2\prec \cdots \prec K\}$ . Функция ранжирования с параметрами w и порогами  $b_0=-\infty$ ,  $b_1,\ldots,b_{K-1}$ ,  $b_K=+\infty$ :

$$a(x,w,b) = y$$
, если  $b_{y-1} < g(x,w) \leqslant b_y$ 

Функция потерь  $\mathscr{L}(M)$  — убывающая функция отступа M

Критерий обучения по двум ближайшим порогам:

$$\sum_{i=1}^{\ell} \mathscr{L}(g(x_i, w) - b_{y_i-1}) + \mathscr{L}(b_{y_i} - g(x_i, w)) \to \min_{w, b}$$



Критерий обучения по всем порогам:

$$\sum_{i=1}^{\ell} \sum_{y=1}^{K} \mathcal{L}\left(\left(b_{y} - g(x_{i}, w)\right) \operatorname{sign}\left(y - y_{i}\right)\right) \to \min_{w, b}$$



J.D.M.Rennie, N.Srebro. Loss functions for preference levels: regression with discrete ordered labels. IJCAI-2005.

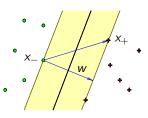
#### Напоминание: SVM — метод опорных векторов

Линейный классификатор,  $Y = \{-1, +1\}$ :

$$a(x, w, w_0) = sign(\langle w, x \rangle - w_0), \quad w, x \in \mathbb{R}^n, \ w_0 \in \mathbb{R}$$

Задача обучения SVM:

$$\begin{cases} \frac{1}{2} \|w\|^2 + C \sum_{i=1}^{\ell} \xi_i \to \min_{w, w_0, \xi} \\ M_i(w, w_0) \geqslant 1 - \xi_i, & i = 1, \dots, \ell \\ \xi_i \geqslant 0, & i = 1, \dots, \ell \end{cases}$$



где 
$$M_i(w, w_0) = y_i(\langle w, x_i \rangle - w_0)$$
 — отступ объекта  $x_i$ 

Эквивалентная задача безусловной минимизации:

$$\sum_{i=1}^{\ell} (1 - M_i(w, w_0))_+ + \frac{1}{2C} ||w||^2 \rightarrow \min_{w, w_0}$$

## Ранговая классификация OC-SVM (Ordinal Classification SVM)

Пусть 
$$Y=\{1,\dots,K\}$$
, функция ранжирования линейная с порогами  $b_0=-\infty$ ,  $b_1,\dots,b_{K-1}\in\mathbb{R}$ ,  $b_K=+\infty$ : 
$$a(x,w,b)=y, \text{ если } b_{y-1}<\langle w,x\rangle\leqslant b_y$$

Постановка задачи SVM для ранговой классификации:

$$\begin{cases} \frac{1}{2} \|w\|^2 + C \sum_{i=1}^{\ell} [y_i \neq K] (\xi_i + \xi_i^*) \to \min_{w,b,\xi} \\ b_{y_i-1} + 1 - \xi_i^* \leqslant \langle w, x_i \rangle \leqslant b_{y_i} - 1 + \xi_i \\ \xi_i^* \geqslant 0, \quad \xi_i \geqslant 0 \end{cases}$$

#### Попарный подход

Переход к гладкому функционалу качества ранжирования:

$$Q(w) = \sum_{i \prec j} \left[ \underbrace{a(x_j, w) - a(x_i, w)}_{\mathsf{Margin}(i, j)} < 0 \right]$$

$$\leqslant \sum_{i \prec j} \mathcal{L} \left( a(x_j, w) - a(x_i, w) \right) \to \min_{w}$$

где a(x,w) — параметрическая модель ранжирования

 $\mathscr{L}(M)$  — убывающая непрерывная функция отступа  $\mathsf{Margin}(i,j)$ :

- $\mathcal{L}(M) = (1 M)_+ \mathsf{RankSVM}$
- $\mathcal{L}(M) = \exp(-M) \text{RankBoost}$
- $\mathcal{L}(M) = \log(1 + e^{-M})$  RankNet

## Ranking SVM: метод опорных векторов для ранжирования

Постановка задачи SVM для попарного подхода:

$$Q(w) = \frac{1}{2} \|w\|^2 + C \sum_{i \prec j} \mathscr{L} \underbrace{\left( \underbrace{a(x_j, w) - a(x_i, w)}_{\mathsf{Margin}(i, j)} \right)}_{\mathsf{Margin}(i, j)} \rightarrow \min_{w},$$

где 
$$a(x,w)=\langle w,x\rangle$$
 — линейная функция ранжирования  $\mathscr{L}(M)=(1-M)_+$  — «шарнирная» функция потерь (hinge loss)  $M=\mathsf{Margin}(i,j)=\langle w,x_j-x_i\rangle$  — отступ

Постановка задачи квадратичного программирования:

$$\begin{cases} \frac{1}{2} \|w\|^2 + C \sum_{i \prec j} \xi_{ij} \to \min_{w, \xi} \\ \langle w, x_j - x_i \rangle \geqslant 1 - \xi_{ij}, \quad i \prec j \\ \xi_{ij} \geqslant 0, \quad i \prec j \end{cases}$$

## RankNet: логистическая регрессия для ранжирования

RankNet: гладкий функционал качества ранжирования:

$$Q(w) = \sum_{i \prec j} \mathscr{L}(a(x_j, w) - a(x_i, w)) \rightarrow \min_{w}$$

при  $\mathscr{L}(M) = \log(1 + e^{-\sigma M})$  и линейной модели  $a(x) = \langle w, x \rangle$ .

#### Метод стохастического градиента:

выбираем на каждой итерации случайную пару  $i \prec j$ :

$$w := w + \eta \cdot \frac{\sigma}{1 + \exp(\sigma \langle x_i - x_i, w \rangle)} \cdot (x_j - x_i)$$

Christopher J.C. Burges From RankNet to LambdaRank to LambdaMART: an overview // Microsoft Research Technical Report MSR-TR-2010-82. 2010.

## От попарного RankNet к списочному LambdaRank

Метод стохастического градиента для попарного функционала:

$$w := w + \eta \cdot \frac{\sigma}{1 + \exp(\sigma \langle x_i - x_i, w \rangle)} \cdot (x_j - x_i)$$

Пусть  $\ddot{Q}$  — негладкий функционал качества ранжирования, в частности, для его вычисления список объектов  $x_i$ может ранжироваться по убыванию значений  $a(x_i)$ .

 $\Delta ilde{Q}_{ii}$  — изменение  $ilde{Q}$  при перестановке  $x_i \leftrightarrows x_i$  в списке.

**LambdaRank**: домножение градиента на  $|\Delta ilde{Q}_{ii}|$  приводит к приближённой оптимизации негладкого функционала  $\ddot{Q}$ :

$$w := w + \eta \cdot \frac{\sigma}{1 + \exp(\sigma \langle x_i - x_i, w \rangle)} \cdot |\Delta \tilde{Q}_{ij}| \cdot (x_j - x_i)$$

Christopher J.C. Burges From RankNet to LambdaRank to LambdaMART: An Overview // Microsoft Research Technical Report MSR-TR-2010-82. 2010.

## Задача ранжирования поисковой выдачи

D — коллекция текстовых документов (documents)

Q — множество запросов (queries)

 $D_q \subseteq D$  — множество документов, найденных по запросу q

X=Q imes D — объектами являются пары «запрос, документ»:

$$x \equiv (q, d), \ q \in Q, \ d \in D_q$$

Y — упорядоченное множество рейтингов

 $y\colon X o Y$  — оценки релевантности, поставленные асессорами: чем выше оценка y(q,d), тем релевантнее документ d запросу q

Правильный порядок определён только между документами, найденными по одному и тому же запросу q:

$$(q,d) \prec (q,d') \Leftrightarrow y(q,d) < y(q,d')$$

#### Типы признаков для ранжирования поисковой выдачи

#### Типы признаков

- функции только документа *d*
- $\bullet$  функции только запроса q
- ullet функции запроса и документа (q,d)
- текстовые
  - слова запроса q встречаются в d чаще обычного
  - слова запроса q есть в заголовках или выделены в d
- ссылочные
  - на документ d много ссылаются
  - документ d содержит много полезных ссылок
- кликовые
  - на документ d часто кликают
  - на документ d часто кликают по запросу q

## $\mathsf{TF}\mathsf{-}\mathsf{IDF}(q,d)$ — мера релевантности документа d запросу q

 $n_{dw}$  (term frequency) — число вхождений слова w в текст d;  $N_w$  (document frequency) — число документов, содержащих w; N — число документов в коллекции D;

 $N_w/N$  — оценка вероятности встретить слово w в документе;  $(N_w/N)^{n_{dw}}$  — оценка вероятности встретить его  $n_{dw}$  раз;

 $P(q,d) = \prod_{w \in q} (N_w/N)^{n_{dw}}$  — оценка вероятности встретить в документе d слова запроса  $q = \{w_1, \dots, w_k\}$  чисто случайно.

Оценка релевантности запроса q документу d:

$$\mathsf{TF}\text{-}\mathsf{IDF}(q,d) = -\log P(q,d) = \sum_{w \in q} \underbrace{n_{dw}}_{\mathsf{TF}(w,d)} \underbrace{\log (N/N_w)}_{\mathsf{IDF}(w)} \ \to \ \mathsf{max}$$

 $TF(w, d) = n_{dw}$  — term frequency;  $IDF(w) = log(N/N_w)$  — inverted document frequency.

## Семейство мер релевантности Best Matching (Okapi BM25)

#### Модификация TF-IDF:

- рост ТF ограничивается сверху
- ТF уменьшается для длинных документов
- вес IDF для частых слов становится ещё меньше

$$\mathsf{BM}(q,d) = \sum_{w \in q} \frac{n_{dw}(k_1+1)}{n_{dw} + k_1 \left(1-b+b\frac{n_d}{\bar{n}_d}\right)} \max \left\{ \log \frac{N-N_w+\frac{1}{2}}{N_w+\frac{1}{2}}, \varepsilon \right\}$$

 $n_d$  — длина документа d  $ar{n}_d$  — средняя длина документов в коллекции  $b \in [0,1]$  управляет учётом длины документа (обычно b=0.75)  $k_1\geqslant 0$  ограничивает линейный рост TF (обычно  $k_1=2$ ) arepsilon ограничивает снизу IDF (обычно arepsilon=0)

S.Robertson, H.Zaragoza. The probabilistic relevance framework: BM25 and beyond. 2009.

## PageRank — классический ссылочный признак

Документ d тем важнее, чем больше ссылок других документов c на d, чем важнее документы c, ссылающиеся на d, чем меньше других ссылок имеют эти c.



Вероятность попасть на страницу d, если кликать случайно:

$$\mathsf{PR}(d) = \frac{1 - \delta}{\mathsf{N}} + \delta \sum_{c \in D_d^{in}} \frac{\mathsf{PR}(c)}{|D_c^{out}|},$$

 $D_d^{in} \subset D$  — множество документов, ссылающихся на d,  $D_c^{out} \subset D$  — множество документов, на которые ссылается c,  $\delta = 0.85$  — вероятность продолжать клики (damping factor), N — число документов в коллекции D.

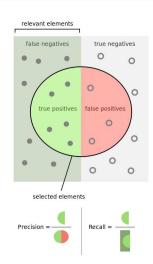
Lawrence Page, Sergey Brin, Rajeev Motwani, Terry Winograd. The PageRank Citation Ranking: Bringing Order to the Web. 1998.

#### Оценивание качества поиска

Precision — доля релевантных среди найденных Recall — доля найденных среди релевантных

$$P=rac{ ext{TP}}{ ext{TP}+ ext{FP}}$$
 — точность (precision)  $R=rac{ ext{TP}}{ ext{TP}+ ext{FN}}$  — полнота (recall)  $F_1=rac{2PR}{P+R}$  — F1-мера

TP (true positive) — найденные релевантные FP (false positive) — найденные нерелевантные FN (false negative) — ненайденные релевантные TN (true negative) — не должен учитываться



Недостаток: в «большом поиске» FN и Recall неизвестны

## Точность, средняя точность, усреднённая средняя точность

Пусть  $Y = \{0,1\}$ , y(q,d) — релевантность, a(q,d) — оцениваемая функция ранжирования,  $d_q^{(i)}$  — i-й документ по убыванию a(q,d).

Precision, точность — доля релевантных среди первых n:

$$P_n(q) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y(q, d_q^{(i)})$$

Average Precision, средняя  $P_n$  по позициям n релевантных  $d_q^{(n)}$ :

$$AP(q) = \sum_{n} y(q, d_{q}^{(n)}) P_{n}(q) / \sum_{n} y(q, d_{q}^{(n)})$$

Mean Average Precision — AP, усреднённая по всем запросам:

$$MAP = \frac{1}{|Q|} \sum_{q \in Q} AP(q)$$

## Доля «дефектных пар»

Пусть  $Y \subseteq \mathbb{R}$ , y(q,d) — релевантность, a(q,d) — оцениваемая функция ранжирования,  $d_q^{(i)}$  — i-й документ по убыванию a(q,d).

Доля инверсий порядка среди первых n документов:

$$\mathsf{DP}_n(q) = \frac{2}{n(n-1)} \sum_{i,j=1}^n \left[ i < j \right] \left[ y(q, d_q^{(i)}) < y(q, d_q^{(j)}) \right]$$

Связь с коэффициентом ранговой корреляции (au Кенделла):

$$\tau(a,y) = 1 - 2 \cdot \mathsf{DP}_n(q)$$

Связь с AUC (area under ROC-curve) в задачах классификации с двумя классами  $\{-1,+1\},\ a\colon X\to \mathbb{R}$ :

$$\mathsf{AUC}_n(q) = rac{1}{\ell_-\ell_+} \sum_{i,i=1}^n \left[ y_i < y_j 
ight] \left[ a(x_i) < a(x_j) 
ight] = 1 - rac{n(n-1)}{2\ell_-\ell_+} \mathsf{DP}_n(q)$$

#### DCG — Discounted Cumulative Gain

Пусть  $Y \subseteq \mathbb{R}$ , y(q,d) — релевантность, a(q,d) — оцениваемая функция ранжирования,  $a_q^{(i)}$  — i-й документ по убыванию a(q,d).

Дисконтированная (взвешенная) сумма выигрышей:

$$\mathsf{DCG}_n(q) = \sum_{i=1}^n \underbrace{\mathcal{G}_q(d_q^{(i)})}_{\mathsf{gain}} \cdot \underbrace{\mathcal{D}(i)}_{\mathsf{discount}}$$

 $G_q(d) = (2^{y(q,d)}-1)$  — бо́льший вес релевантным документам  $D(i) = 1/\log_2(i+1)$  — бо́льший вес в начале выдачи

Нормированная дисконтированная сумма выигрышей:

$$NDCG_n(q) = \frac{DCG_n(q)}{\max DCG_n(q)}$$

 $\max \mathsf{DCG}_n(q)$  — это  $\mathsf{DCG}_n(q)$  при идеальном ранжировании

#### Яндекс pFound — модель поведения пользователя

Пусть  $Y \subseteq [0,1]$ ,

y(q,d) — релевантность, оценка вероятности найти ответ в d, a(q,d) — оцениваемая функция ранжирования,  $d_a^{(i)} = i$ -й документ по убыванию a(q,d).

Вероятность найти ответ в первых n документах (по формуле полной вероятности):

$$\mathsf{pFound}_n(q) = \sum_{i=1}^n P_i \cdot y(q, d_q^{(i)}),$$

где  $P_i$  — вероятность дойти до i-го документа:

$$P_1 = 1;$$

$$P_{i+1} = P_i \cdot (1 - y(q, d_q^{(i)})) \cdot (1 - P_{out}),$$

где  $P_{out}$  — вероятность прекратить поиск без ответа

#### Яндекс pFound — модель поведения пользователя

Параметры критерия pFound:

- $P_{out} = 0.15$  вероятность прекратить поиск без ответа;
- y(q,d) оценка вероятности найти ответ в документе:

оценка асессора	y(q,d)
Vital	0.61
Useful	0.41
Relevant+	0.14
Relevant—	0.07
Not Relevant	0.00

Гулин А., Карпович П., Расковалов Д., Сегалович И. Оптимизация алгоритмов ранжирования методами машинного обучения. РОМИП-2009.

## О ранжировании поисковой выдачи в Яндексе

- Более 50 000 новых оценок асессоров ежемесячно
- За 8 лет придумано и проверено более 2000 признаков
- Pair-wise подход лучше, чем point-wise и list-wise
- Наряду с данными асессоров (explicit relevance feedback) используются большие, но менее надёжные данные о поведении пользователей (implicit relevance feedback)

#### Технологии:

- MatrixNet: модель ранжирования градиентный бустинг над ODT (небрежными решающими деревьями)
- CatBoost: свободно доступный аналог MatrixNet, хорошо работающий с категориальными признаками
- FML (Friendly Machine Learning): среда для тестирования алгоритмов машинного обучения, включая ранжирование

## Постановка задачи для DSSM (Deep Structured Semantic Model)

 $\Delta$  **Дано**: Q — множество запросов

 $D_q^+$  — множество кликнутых документов (clickthrough data)

Найти: вероятностную модель релевантности документов

$$p(d|q) = \operatorname{SoftMax}_{d \in D_q} \gamma R(q, d) = \frac{\exp \left( \gamma R(q, d) \right)}{\sum\limits_{d' \in D_q} \exp \left( \gamma R(q, d') \right)},$$

 $R(q,d)=\cos(u_q,u_d)$  — косинусная близость эмбедингов  $u_q,u_d;$   $D_q$  содержит по 4 случайных некликнутых документа вместе с каждым кликнутым  $d\in D_q^+$  (Negative Sampling).

Критерий максимума правдоподобия:

$$\sum_{q \in Q} \sum_{d \in D_q^+} \log p(d|q) \to \max_{\Omega},$$

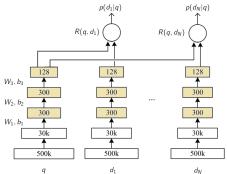
тах по параметрам кодировщика  $u_d = f(d, \Omega)$ 

## Нейросетевой кодировщик в DSSM

Трёхслойная сиамская нейронная сеть с параметрами  $\Omega = (W_1, b_1, W_2, b_2, W_3, b_3)$ 

$$u_d = \operatorname{th}(W_3 v_d^2 + b_3)$$
  
 $v_d^2 = \operatorname{th}(W_2 v_d^1 + b_2)$   
 $v_d^1 = \operatorname{th}(W_1 x_d + b_1)$ 

 $x_d = WordHash(d)$ 



**Хэширование слов** (word hashing): документ d представляется вектором частот не слов  $n_{dw}$ , а буквенных триграмм: WordHash (дармолюб) = { \_да, арм, рмо, мол, олю, люб, юб\_}

Po-Sen Huang, et al. Learning Deep Structured Semantic Models for Web Search using Clickthrough Data. 2013.

## Преимущества DSSM

- Благодаря Word Hashing:
  - сокращается размерность векторов  $x_d$  с 500k до 30k,
  - схожие по написанию слова имеют близкие векторы,
  - появляется возможность обрабатывать новые слова,
  - а также слова с опечатками
- В отличие от других эмбедингов, которые обучаются реконструировать данные без учителя, DSSM обучается с учителем, по большим данным о кликах пользователей
- Поэтому он опережает по качеству поиска как частотные модели (TF-IDF, BM25), так и векторные (PLSA, LDA, DAE)

Po-Sen Huang, et al. Learning Deep Structured Semantic Models for Web Search using Clickthrough Data. 2013.

#### Резюме в конце лекции

- Ранжирование особый класс задач машинного обучения:
  - по обучающей выборке похоже на классификацию,
  - по функции ранжирования похоже на регрессию
- Критерий качества ранжирования зависит от приложения.
   Наилучшего универсального критерия не существует.
- Три подхода: поточечный, попарный, списочный.
   Теоретически списочный должен быть наилучшим.
   Однако в Яндексе долгое время лучше работал попарный.

Tie-Yan Liu. Learning to Rank for Information Retrieval. 2011. Hang Li. A Short Introduction to Learning to Rank. 2011.