

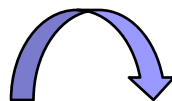


Rappresentazione dell'informazione

Aritmetica binaria

Aritmetica binaria

- Come abbiamo visto, nei calcolatori elettronici i numeri sono espressi in forma binaria e le operazioni tra numeri avvengono secondo la corrispondente *aritmetica binaria*.



L'aritmetica binaria si basa sugli stessi concetti dell'aritmetica decimale, scalati sull'insieme $\{0,1\}$.

Aritmetica binaria

- Partiamo dalle operazioni sui numeri interi:
 - *somma*
 - *sottrazione*
 - *moltiplicazione*
 - *divisione*

Somma

- Tabellina
della somma:

$$0 + 0 = 0$$

$$0 + 1 = 1$$

$$1 + 0 = 1$$

$$1 + 1 = 0$$

⇒ con riporto di 1




ovvero:

$$1_2 + 1_2 = 10_2$$

Somma

■ Esempio:

addendi {

| | | | | | | |
|-------|---|----------|----------|----------|---|---------|
| | | <i>1</i> | <i>1</i> | <i>1</i> |  | riporti |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | + | |
| | | | 1 | 0 | 1 | = |
| <hr/> | | | | | | |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | | |

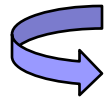


Corrisponde a $23_{10} + 5_{10} = 28_{10}$

Somma

- Esempio:

$$\begin{array}{rcccccccc}
 & & 1 & & & 1 & 1 & 1 & & \longrightarrow & \text{riporti} \\
 \text{addendi} \left\{ \begin{array}{l} 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad + \\ 1 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad = \\ \hline 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \end{array} \right.
 \end{array}$$



Corrisponde a $203_{10} + 110_{10} = 313_{10}$

Sottrazione

- Tabellina della sottrazione:

| |
|-------------|
| $0 - 0 = 0$ |
| $0 - 1 = 1$ |
| $1 - 0 = 1$ |
| $1 - 1 = 0$ |

→ con prestito di 1



ovvero:

$$10_2 - 1_2 = 1_2$$

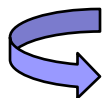
- Esempio:

Corrisponde a $45_{10} - 26_{10} = 19_{10}$

Sottrazione

■ Esempio:

| | | | | | | | | | | | | |
|------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|------------|
| minuendo | → | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | - | → prestiti |
| sottraendo | → | | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | = | |
| <hr/> | | | | | | | | | | | | |
| | | | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | | |



Corrisponde a $313_{10} - 203_{10} = 110_{10}$

Moltiplicazione

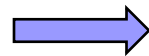
- Tabellina della moltiplicazione:

$$0 \times 0 = 0$$

$$0 \times 1 = 0$$

$$1 \times 0 = 0$$

$$1 \times 1 = 1$$

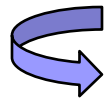


Calcolo dei prodotti parziali
ed esecuzione della
loro somma

Moltiplicazione

■ Esempio:

| | | | | | | |
|-------|---|---|---|---|---|--|
| 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | x | ← moltiplicando |
| | | 1 | 0 | 1 | = | ← moltiplicatore |
| <hr/> | | | | | | |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | | } addizione binaria dei prodotti parziali |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | | |
| <hr/> | | | | | | |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |



Corrisponde a $22_{10} \times 5_{10} = 110_{10}$

Moltiplicazione

- Nota: moltiplicare per 2^n corrisponde ad aggiungere n zeri in coda al moltiplicando.

- Esempi:

$$1011 \times 10 = 10110 \quad \longrightarrow \quad 11_{10} \times 2_{10} = 22_{10}$$

$$11011 \times 100 = 1101100 \quad \longrightarrow \quad 27_{10} \times 4_{10} = 108_{10}$$

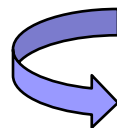
$$1100 \times 1000 = 1100000 \quad \longrightarrow \quad 12_{10} \times 8_{10} = 96_{10}$$

Divisione

- Tabellina
della divisione:

$$0 : 1 = 0$$


$$1 : 1 = 1$$




La divisione per zero
non è definita.


Divisione


■ Esempio:

dividendo 

| | | | |
|-------|---|---|---|
| 1 | 0 | 0 | 1 |
| <hr/> | | | |
| | 1 | 1 | |
| <hr/> | | | |
| | | 1 | 1 |
| | | 1 | 1 |
| <hr/> | | | |
| | | | 0 |

resto 

 divisore


 quoziente

 Corrisponde a


$$9_{10} : 3_{10} = 3_{10}$$


Divisione


■ Esempio:

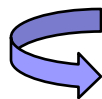
dividendo 

| | | | | | |
|-------|-------|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | | | |
| <hr/> | | | | | |
| | 1 | 0 | 0 | 1 | |
| | | 1 | 0 | 1 | |
| | <hr/> | | | | |
| | | 1 | 0 | 0 | 1 |
| | | | 1 | 0 | 1 |
| | <hr/> | | | | |
| resto | | | 1 | 0 | 0 |

 divisore

 quoziente

 1 0 1 1



Corrisponde a

$$59_{10} : 5_{10} = 11_{10} \text{ con resto di } 4_{10}$$